

目录

1 永磁同步电机	2
1.1 永磁同步电机数学模型及常用公式	2
1.1.1 ABC 三相静止坐标系	3
1.1.2 $\alpha\beta$ 静止坐标系	3
1.1.3 DQ 旋转坐标系	4
1.2 永磁同步电机参数测量及对控制的影响	7
1.2.1 极对数	7
1.2.2 定子电阻	8
1.2.3 DQ 轴电感	9
1.2.4 转矩常数和反电动势系数	9
1.2.5 转动惯量	11
2 FOC 原理	12
2.1 FOC 概述	12
2.2 坐标变换	13
2.2.1 Clark 变换	13
2.2.2 Park 变换	14
2.2.3 PI 控制器及参数设计	14
2.2.4 Park 逆变换	15
2.2.5 Clarke 逆变换	16
2.2.6 SVPWM 调制	16
2.2.7 谐波注入 SVPWM	21

*文档是自己根据各种文献总结，不排除存在错误，仅供参考

博客:

https://blog.csdn.net/weixin_42665184?type=blog

【永磁同步电机 FOC 控制 Simulink 从零开始建模到代码生成开发板演示 1】

https://www.bilibili.com/video/BV1VP411o7bE/?share_source=copy_web&vd_source=805c0ff53a45f7c315854043a21b24d9

开发板地址:

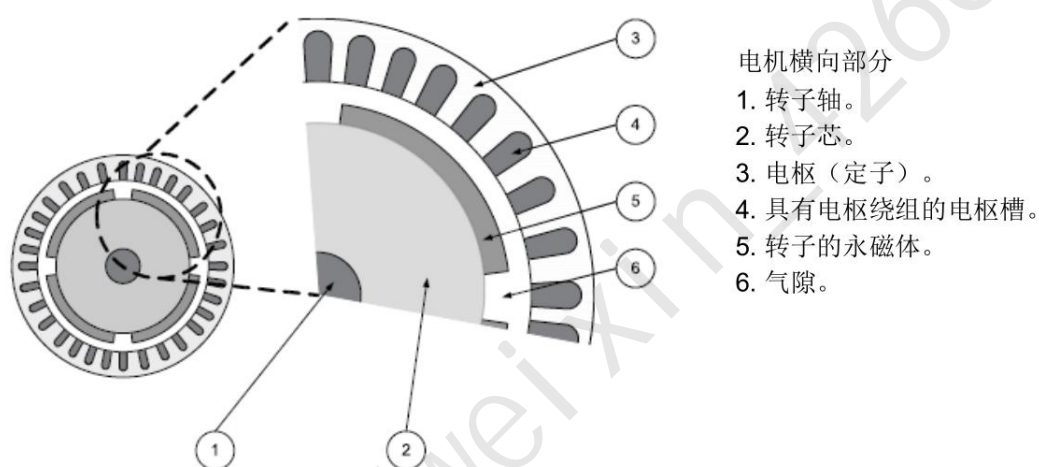
<https://shop148374443.taobao.com/index.htm?spm=2013.1.w5002-13354255014.2.5747392eKI>

1 永磁同步电机

1.1 永磁同步电机数学模型及常用公式

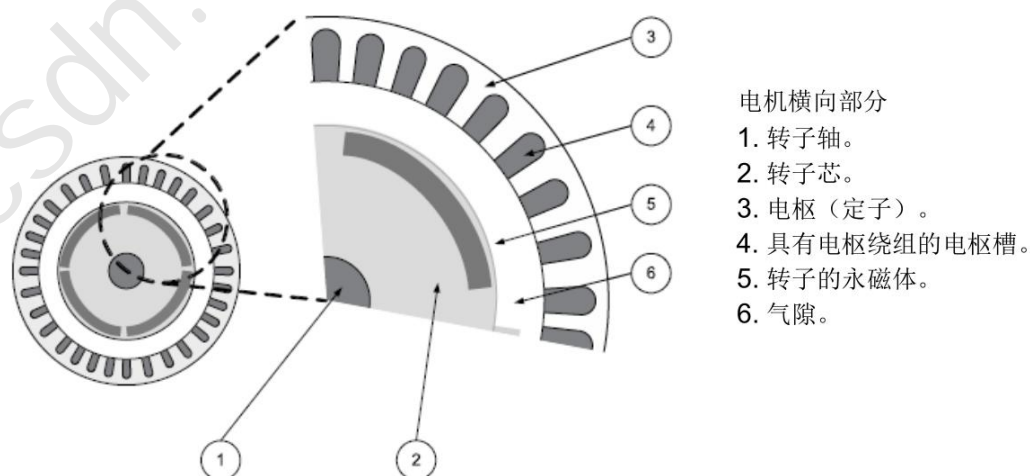
表贴 PMSM:

下图所示为表面贴装电机，与内置式 PMSM 相比，该电机具有低转矩纹波和低成本的优点。由于所考虑电机类型的气隙磁通是平滑的，因此定子的电感值 $L_d = L_q$ （非凸极 PMSM）



内嵌 PMSM:

下图所示为 IPMSM，除同步转矩外，还具有额外的磁阻转矩。与 SPMSM 类型相比，它在给定的工作电流下提供更高的转矩。在内置式 PMSM 中，磁通路径的磁阻根据转子位置而变化。这种磁凸极性会导致电机端子处的电感随转子位置变化。因此，受磁通路径中的永磁体影响， L_d 和 L_q 的有效磁通长度不同，即 $L_d \neq L_q$ （凸极）。因此 IPMSM 具有电感凸极性，并且它利用了磁阻转矩和永磁转矩。



1.1.1 ABC 三相静止坐标系

三相定子电压方程

$$\begin{cases} u_a = R_s \times i_a + L \frac{d\psi_a}{dt} \\ u_b = R_s \times i_b + L \frac{d\psi_b}{dt} \\ u_c = R_s \times i_c + L \frac{d\psi_c}{dt} \end{cases} \quad (1.1)$$

其中 u_a , u_b , u_c 是三相定子电压, R_s 是定子电阻, i_a , i_b , i_c , 是三相定子电流, ψ_a , ψ_b , ψ_c 是三相定子磁链。

三相定子磁链方程可以表示为:

$$\begin{cases} \psi_a = L_{aa} \times i_a + M_{ab} \times i_b + M_{ac} \times i_c + \psi_f \times \cos\theta_e \\ \psi_b = M_{ba} \times i_a + L_{aa} \times i_b + M_{bc} \times i_c + \psi_f \times \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \psi_c = M_{ca} \times i_a + M_{cb} \times i_b + L_{cc} \times i_c + \psi_f \times \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (1.2)$$

由上式可以看出定子磁链方程是多变量, 强耦合的。其中, L_{aa} 为 a 相自感, M_{ba} 为 b 相和 a 相的互感, 一般情况下三相的自感相同, 三相的互感也相同。 ψ_f 是电机永磁体的磁链, θ_e 为转子电角度, 即 D 轴与 A 轴夹角的空间电角度也可以说是转子 N 极和 A 相轴线之间的夹角。

1.1.2 $\alpha\beta$ 静止坐标系

电机 $\alpha\beta$ 坐标系电压方程:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{d}{dt}L_d & \omega_e(L_d - L_q) \\ -\omega_e(L_d - L_q) & R_s + \frac{d}{dt}L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = [(L_d - L_q)(\omega_e id - \frac{d}{dt}iq) + \omega_e \psi_f] \begin{bmatrix} -\sin\theta_e \\ \cos\theta_e \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

其中, L_d 和 L_q 分别是 D, Q 轴电感, ω_e 是电机角速度, θ_e 为电角度; e_α 和 e_β 分别是 $\alpha\beta$ 轴的反电动势。一般表贴式永磁同步电机我们认为 $L_d = L_q$, 内嵌式永磁同步电机 $L_d < L_q$ 。有些时候由于工艺问题, 有些电机不能从肉眼上看出电机的永磁体是内嵌的还是表贴的可通过 DQ 轴电感量进行判断。

1.1.3 DQ 旋转坐标系

DQ 轴坐标系是我们控制中最常用的坐标系，常用的电机方程有：

电压方程：

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - \omega_e L_q i_q \\ u_q = R_s i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \omega_e (L_d i_d + \psi_f) \end{cases} \quad (1.5)$$

电磁转矩方程：

$$T_e = \frac{3}{2} p i_q [i_d (L_d - L_q) + \psi_f] \quad (1.6)$$

其中， p 是电机极对数， $\frac{3}{2} p i_q \psi_f$ 一般称为**励磁转矩**，另一部分 $\frac{3}{2} p i_q i_d (L_d - L_q)$ 一般称为**磁阻转矩**。从上面的等式可以看出，磁阻转矩是由于 DQ 轴的电感不同所产生的。所以表贴电机就没有磁阻转矩。除此之外，从等式也可以看出，想要输出的扭矩够大不仅需要从电机本体下手（增大永磁同步电机的永磁体磁链和增加极对数都能增加电机输出扭矩），还需要在控制上考虑，如果电机 $L_d \neq L_q$ 用 $i_d=0$ 的控制模式就不能输出最好的效率，**MTPA** 的控制方法就出来了。

磁链方程：

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (1.7)$$

如上式， ψ_d ， ψ_q 是 DQ 轴的磁链，我们平时说弱磁就是给 $-i_d$ ，从上面的公式就可以看出 ψ_f 不变，当 $i_d < 0$ 就达到了减小 D 轴磁链的效果，由此弱磁的控制思路产生。

功率估算 P_{out} ：

$$P_{out} = \frac{3}{2} (u_q i_q + u_d i_d) \quad (1.8)$$

角速度和转速以及频率的互相转换：

$$\begin{cases} \omega_e = 2\pi f \text{ (rad/s)} \\ n = \frac{60f}{p} \text{ (RPM)} \end{cases} \quad (1.9)$$

其中， f 是电机频率，实际工程中可以用示波器读取相电流的频率值。通过这个工式可以方便的在实际应用中测量转速或者极对数参数。

电压极限圆和电流极限（椭）圆：

令

$$I_m^2 = i_d^2 + i_q^2 \quad (1.10)$$

并画以 I_m 为半径的圆

前面介绍了 dq 轴坐标下电压方程，现在考虑稳态，这里可以先忽略 R_s ，稳态的时候 i_d 和 i_q 不再变化，并把电压方程和磁链方程整合，因此电压方程可以简化为：

$$\begin{cases} u_d = -\omega_e L_q i_q = -\omega_e \psi_q \\ u_q = \omega_e (L_d i_d + \psi_f) = \omega_e \psi_d \end{cases} \quad (1.11)$$

首先分析 $L_d = L_q = L$ ，也就是表贴电机：

同样，令

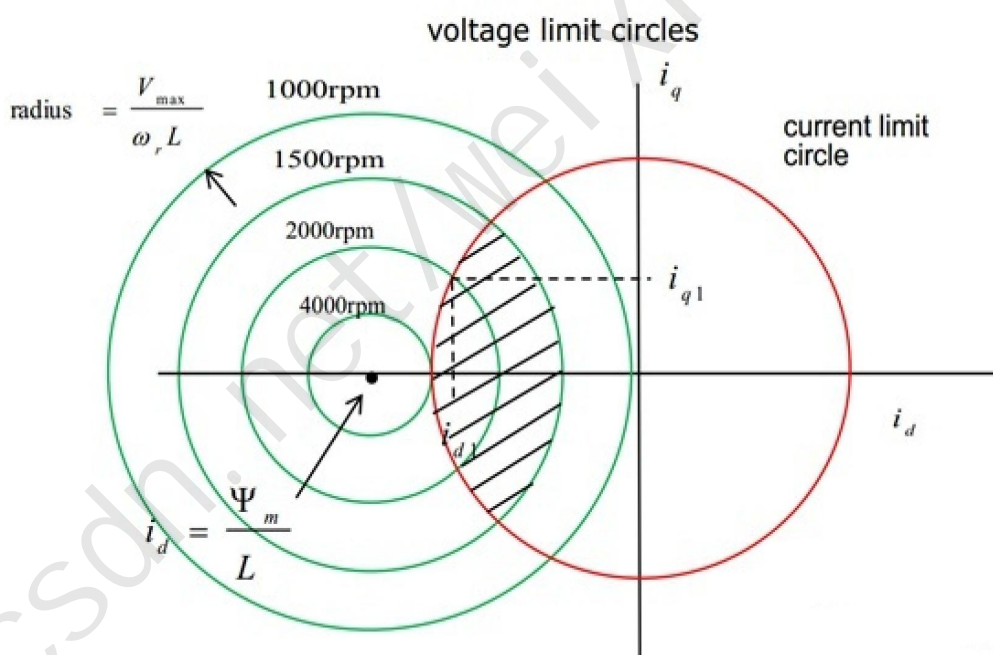
$$u_m^2 = u_d^2 + u_q^2 \quad (1.12)$$

代入得：

$$\left(\frac{u_m}{\omega_e L}\right)^2 = \left(i_d + \frac{\psi_f}{L}\right)^2 + i_q^2 \quad (1.13)$$

如下图，画出电压和电流的曲线圆：

其中绿色是电压极限圆，红色是电流极限圆。

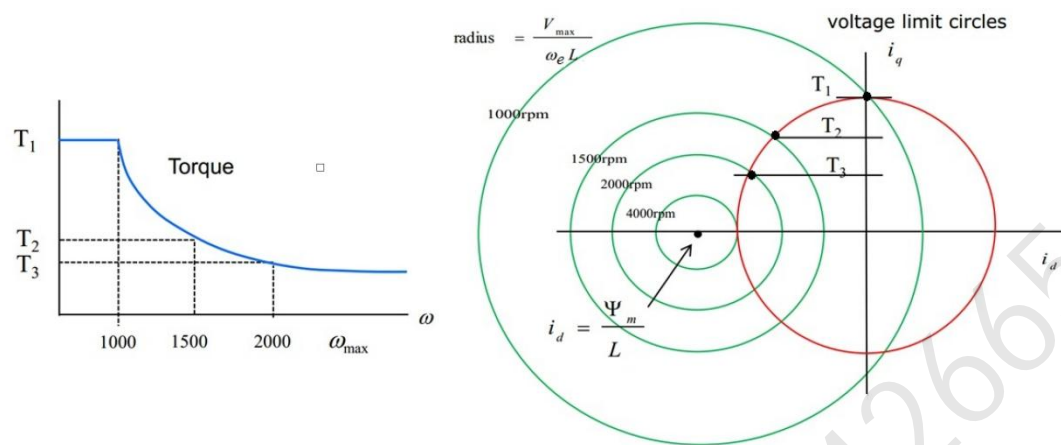


由上图可得到以下结论：

- 电压极限圆不是正好在电流坐标系的中心，偏置为 $\frac{\psi_f}{L}$
- 转速越高，电压圆的半径越小
- 电机必须工作在电压圆与电流圆同时覆盖的区域

当电机转速很低时，电压极限圆很大，电流极限是其主要约束，因此低速下电流可以一直保持在 i_q 为最大值状态，此时称之为恒转矩区，如下图所示的 T1 区。当转速继续上升时，

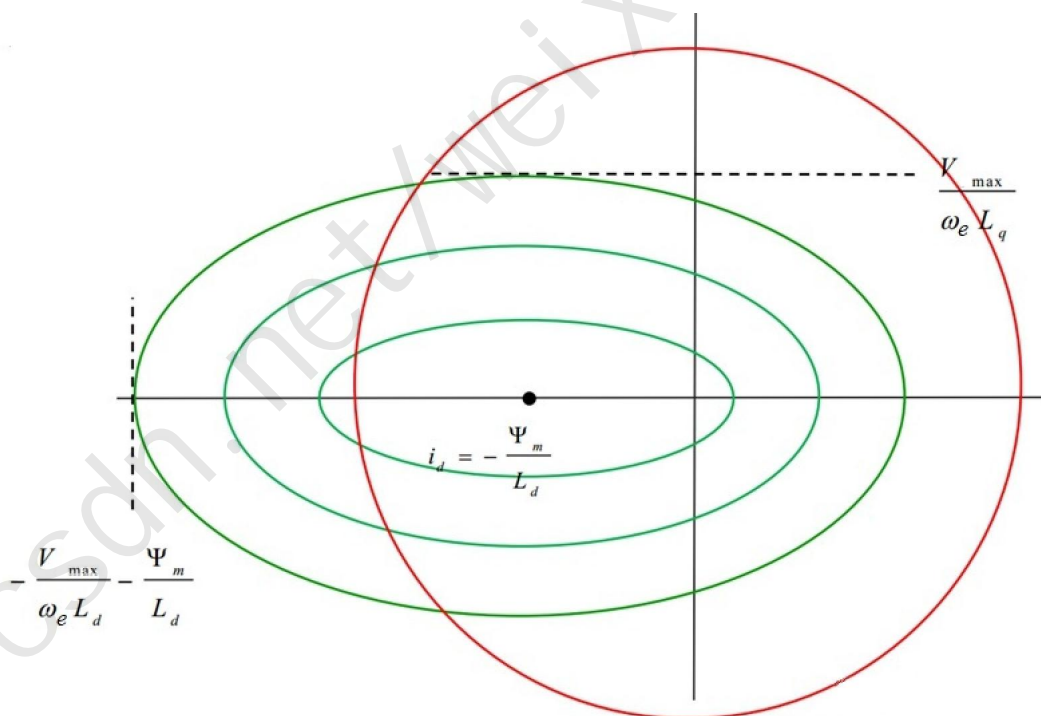
电压和电流极限圆都成为约束，两者的交点处为工作点，如下图的 T2 和 T3 区， i_d 开始出现分量，此时成为弱磁状态，即永磁体产生的磁场被 i_d 产生的磁场削弱了，进而在同样的电压下能够产生更高的转速。



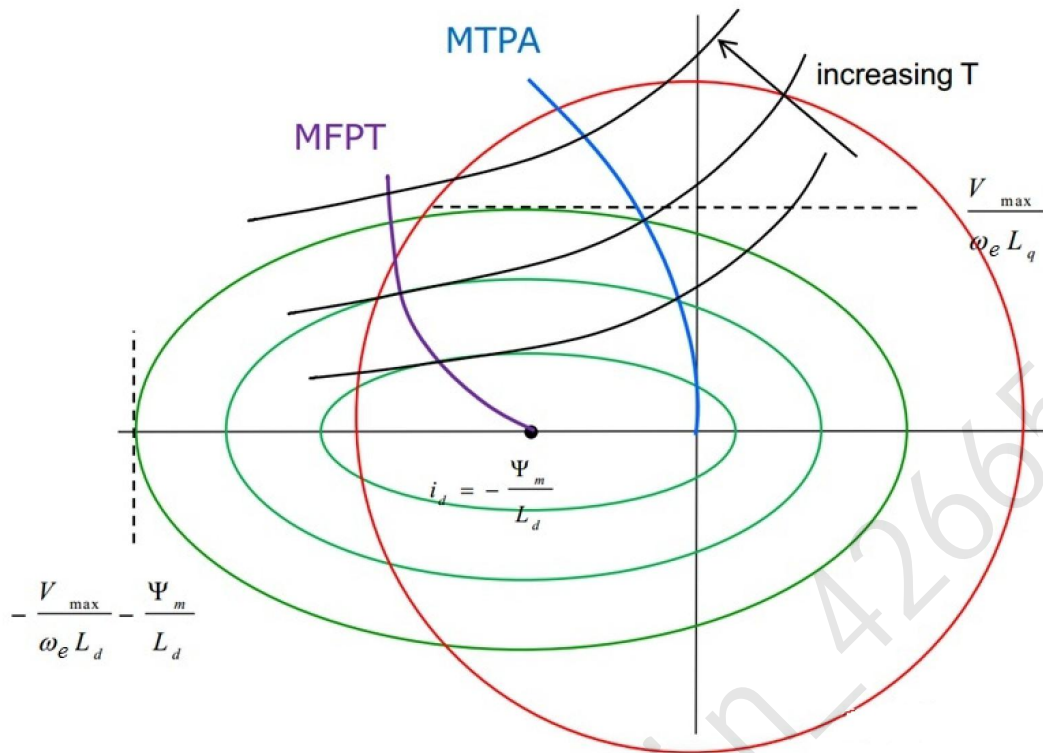
上面分析了 $L_d = L_q = L$ 的情况，如果是凸极电机， $L_d \neq L_q$ 时，电压圆方程为：

$$\left(\frac{u_m}{\omega_e L}\right)^2 = L_d^2 \left(i_d + \frac{\psi_f}{L_d}\right)^2 + (L_q i_q)^2 \quad (1.14)$$

这里已经从圆变成椭圆了：



此时任意的 i_d 和 i_q 都对应一个力矩值，把力矩相同的线连起来就得到了一簇等力矩曲线，如下图三条黑色的等力矩线。



- 同一个等力矩的曲线会和不同的电流圆相切，产生一系列的切点，这些切点的轨迹就是 **MTPA**（最大力矩比电流）控制点，因为在一定的电流极限下，该切点是力矩最大的点。
- 同一个等力矩的曲线会和不同的电压椭圆相切，产生一系列的切点，这些切点的轨迹就是 **MFPT**（最大转速比力矩）控制点，因为在一定电压极限（电压代表着速度）下，该切点是速度最大的点。

控制上，我们就需要根据实际不同的工况，找到 **MTPA** 对应的 i_d 和 i_q 的曲线点，通过查表或者其它方法给到控制电流指令。

1.2 永磁同步电机参数测量及对控制的影响

1.2.1 极对数

转子极数（Rotor Poles）：三相交流电机每组线圈都会产生 N、S 磁极，每个电机每相含有的磁极个数就是极数。由于磁极是成对出现的，因此控制上大多使用极对数居多，注意不要把极数和极对数搞混了，如果极对数搞错了会影响到速度和转矩计算，参考式 1.6 和 1.9。

一般获取极对数的方法视情况定，如果能直接看到电机内部就可以数，如果封闭看不到可以找电机厂家，铭牌等。这里提供两个方法：

1. 外加电压法

测试步骤：

1. 将电机的其中一相线缆连接在直流电压源的正接线柱，另外两相线缆连接在直流电压源的负接线柱上。
2. 将电源的电流限制设定为电机额定电流的 10%，可缓慢往上加，手动转动转轴，以便让转轴转向在一个稳定的角度位置。

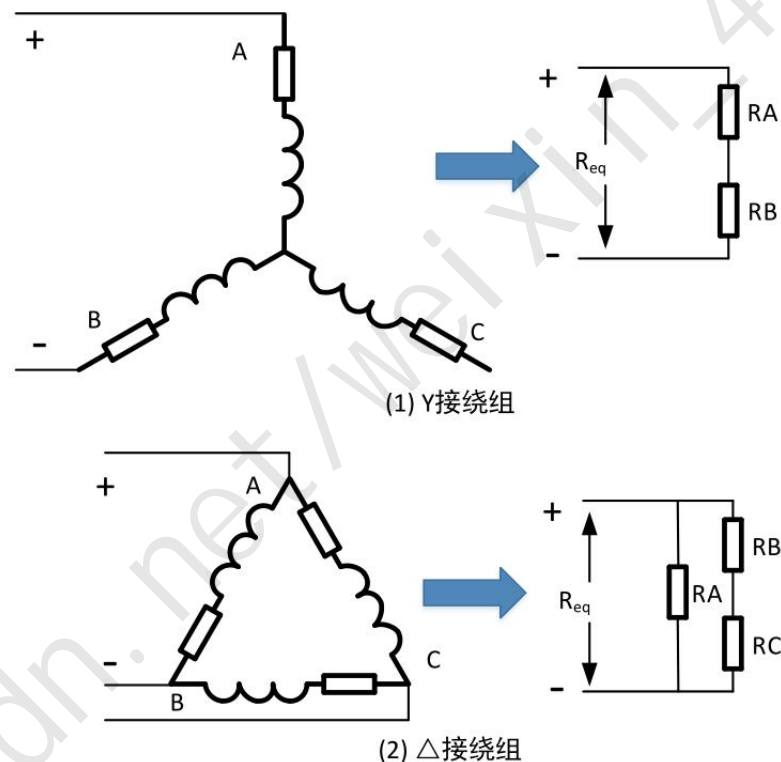
3. 在转子转动后的每个稳定位置做个标记。
4. 转子极对数即等于稳定位置的个数，也就是感觉顿了几次，极对数就是顿的次数。

2. 托动法

用已知转速的电机，通过连轴器驱动被测电机，通过用示波器观测反电动势电压的频率 f ，利用转速公式计算出极对数，式 1.9.

1.2.2 定子电阻

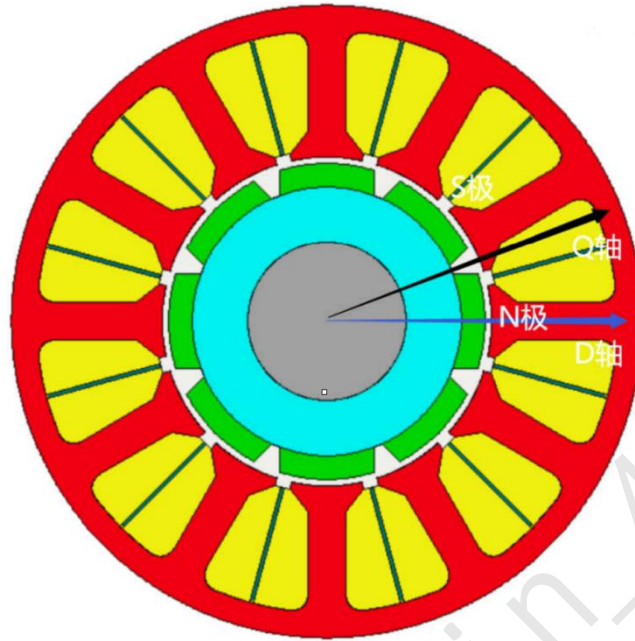
定子电阻（Stator Resistance）是指电枢内部（定子线圈）的电阻，一般指相电阻，单位为： Ω 。对于星型连接（Y 接法）的定子线圈，可以通过对定子电阻参数未知的电机测试得到三种组合（U-V，V-W，W-U）的线电阻值，线电阻是相电阻的 2 倍，可测取 3 组线电阻后计算相电阻的均值。为获得更精确的电阻值，采用电桥测试仪进行测量。对于定子绕组为三角形接法（ Δ 型）时，测量方法与 Y 接相同，但相电阻结果是电阻测量表显值的 1.5 倍。



当定子内阻值较小时，则应该采用精度较高的电桥来测量，电桥的测量范围一般在 $10\text{m}\Omega \sim 10\text{k}\Omega$ 之间。使用电桥测试电机电阻时，设置测量频率为 20Hz 为佳。

电阻测试如果误差太大，会影响到电流环的控制器设计，影响到无感观测器参数的设计。

1.2.3 DQ 轴电感



时间常数测量法容易产生测量误差，这里不推荐，直接上电桥测试仪设置测试频率 1Khz 为佳。

将电机从电路中断开，用电感表接在电机的两相上，非常地缓慢转动电机转子（要防止感应电压对测量的影响），如果电感表测量数值的最大值与最小值差别不大（小于 10%），说明该电机为表贴式永磁同步电机（SPMSM），此时可以将两个值取平均即为电机相电感（ $L=L_q=L_d$ ），否则为内嵌式永磁同步电机（IPMSM），且电感表测得数值的最大值为 2 倍的 L_q ，最小值为 2 倍 L_d （对于 Y 形接法的电机来说，电感表测得的数据是两相绕组串联的电感）。与定子电阻的测量类似，对于定子绕组为 Δ 接法的电机，电感值是测量值的 1.5 倍

对于 Y 接法：

$$L_d = \frac{L_{min}}{2}$$

$$L_q = \frac{L_{max}}{2}$$

对于 Δ 接法：

$$L_d = \frac{3L_{min}}{2}$$

$$L_q = \frac{3L_{max}}{2}$$

DQ 轴误差如果太大的话，也会影响到电流环参数的设计，无感控制器的观测器参数设计。

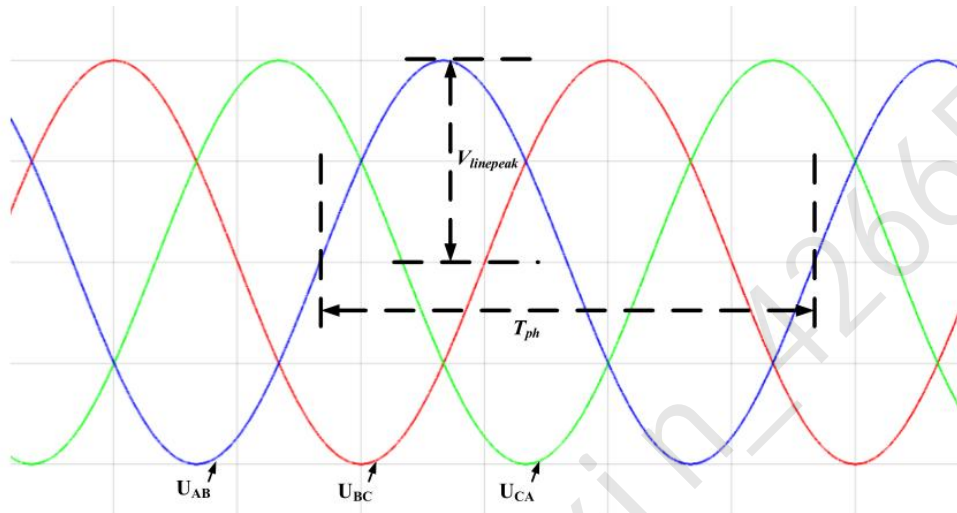
1.2.4 转矩常数和反电动势系数

反电动势系数：电动机旋转时，电枢绕组内部切割磁力线所感应的电动势相对于转速的比例系数，也称为发电系数或感应电动势系数。单位为：V/rpm。反电动势（BEMF）常数可以

通过驱动转子以 ω_e 的恒定转速运动的情况下，获取电机接线端子上的无负载线电压 V_{peak} 来获得。反电动势常数为反电动势电压和电角速度/频率的比值。

测量方法，用另一个电机拖动被测电机，示波器接地和测试端子分别接其中两相，记录其反电动势波形，通过波形可以计算出当前的转速和峰值电压。以 $V/krpm$ 计算公式如下：

$$K_e = \frac{E}{n} \times 1000$$



转矩常数:电动机所产生转矩的比例系数，一般表示每安培电枢电流所能产生的转矩大小，单位为： $N \cdot m/A$

磁链 ψ_f ，反电动势系数 K_e ，转矩常数 K_t 换算：

$$\begin{cases} K_e = \sqrt{3} \omega_e \psi_f \\ K_t = 1.5 \psi_f p \end{cases}$$

举例说明：

如，有一个电机极对数为 4，测量到 1000RPM 时空载反电动势电压是波峰值是 50V，那 K_e 为 50Vpeak/krpm 因此可以计算出：

1000RPM 对应的角速度

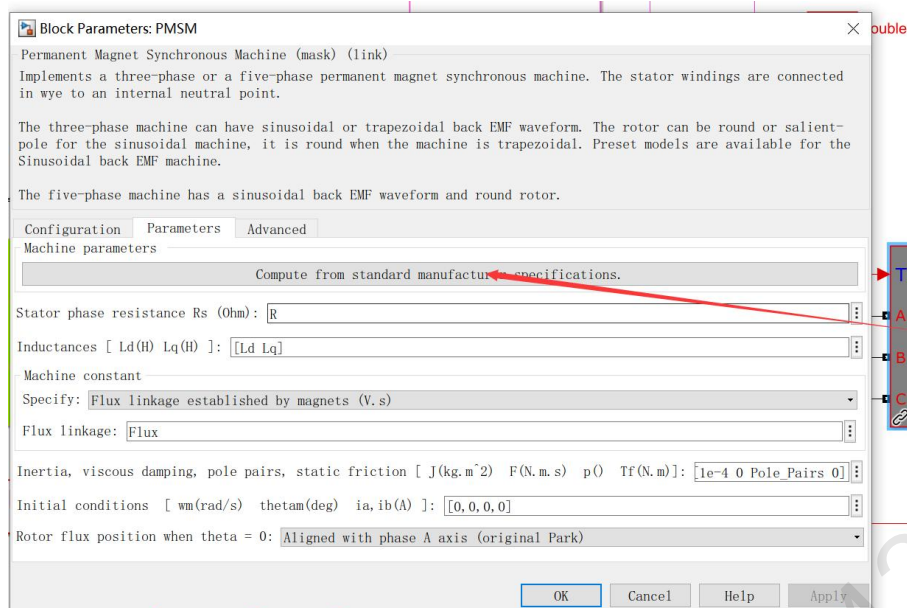
$$\omega_e = \frac{2\pi p \times 1000}{60} = \frac{2 \times 3.1415 \times 4}{60} = 418.87 \text{ rad/s}$$

$$\psi_f = \frac{K_e}{\sqrt{3} \omega_e} = \frac{50}{1.73 \times 418.87} = 0.0689 \text{ V.s}$$

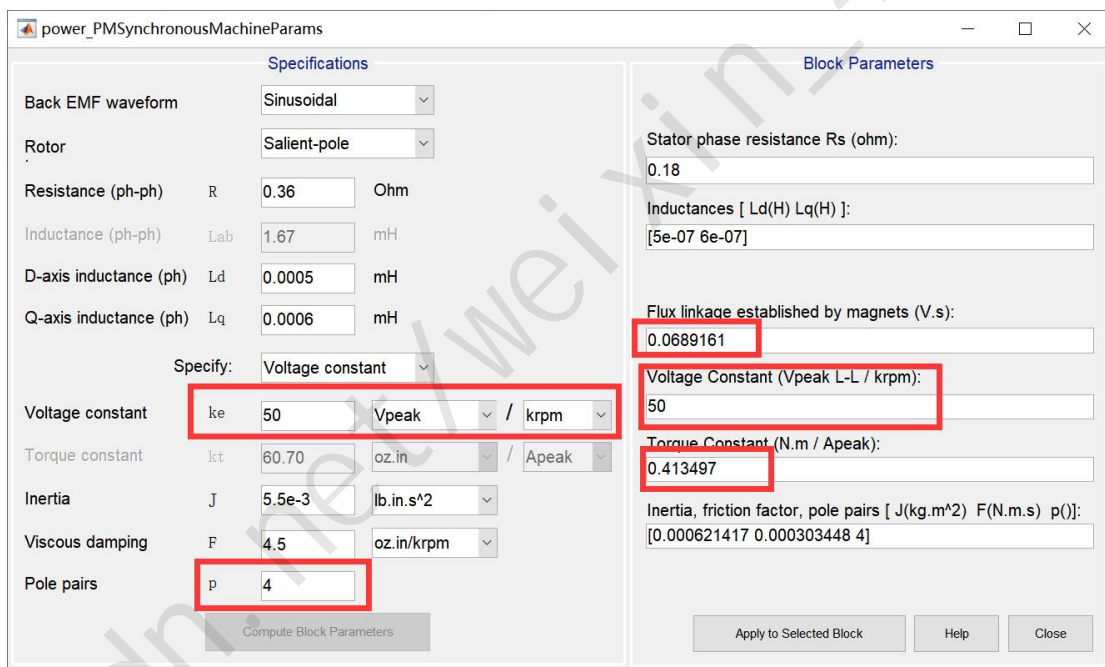
$$K_t = 1.5 \psi_f p = 1.5 \times 0.0689 \times 4 = 0.41394 \text{ Nm/A}$$

可以借助 Matlab 的电机模型帮助计算，验证下，如下

1. 打开永磁同步电机模型 Compute from standard manufacturer specifications



2.填写测量好的线反电动势电压 1000RPM 对应的峰值值电压



3.填写完后点击 Compute Block Parameters 会自动计算出电压常数，磁链和转矩常数，计算结果和公式计算相符。

1.2.5 转动惯量

惯量是具有质量的物体维持其固有运动状态的一种性质。转动惯量是指电机转子和负载转动惯量之和，单位为： $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。转动惯量会影响到 FOC 速度环 PI 调节器的比例和积分增益，还有开环启动阶段的加速度。如果无法得到准确的值，可以用手转动电机和负载根据电机转子的转动惯量来大致估计整体的转动惯量。

根据简化的电机运动方程：

$$T_e - T_L = J \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

在电机恒转矩运行过程中，测量时间 Δt 内电机转速的变化 $\Delta\omega$ ，即可计算得转动惯量。

保持永磁电机定子端开路，首先用测功机以恒定转矩拖动电机加速运行，分别记录 t_1 与 t_2 时刻转速 ω_1 与 ω_2 ；然后让电机自由停机，并分别记录 t_3 与 t_4 时刻的转速 ω_3 与 ω_4 。列写方程组：

$$\begin{cases} J \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = T_m - T_0 \\ J \frac{\omega_4 - \omega_3}{t_4 - t_3} = 0 - T_0 \end{cases}$$

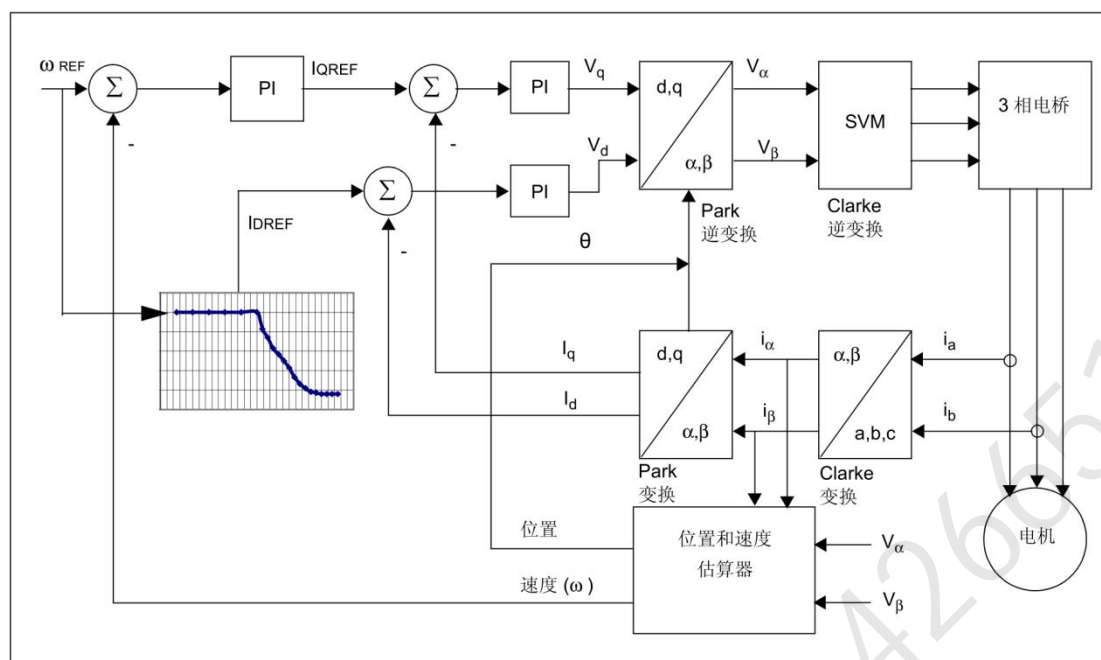
式中 T_m 为测功机施加给永磁电机转子的转矩，可由测功机的功率与转速求得，即 $T_m = P/(n\omega)$ ， T_0 为空载转矩。解方程组即可得转动惯量 J 。转动惯量会影响到速度环的控制参数，负载特性会影响到转动惯量。

2 FOC 原理

2.1 FOC 概述

磁场定向控制(FOC)又称矢量控制，是一种用于控制永磁同步电机(PMSM)和感应电机的技术。FOC 在全扭矩和速度范围内提供良好的控制能力。理解 FOC（有时称为矢量控制）如何工作的一种方法是在头脑中设想参考坐标变换过程。 如果从定子的角度来设想交流电机的运行过程，则会看到在定子上施加了一个正弦输入电流。 该时变信号产生了旋转的磁通。 转子的速度是旋转磁通矢量的函数。 从静止的角度来看，定子电流和旋转磁通矢量看似交流量。现在，设想在电机内部，转子随着定子电流所产生的旋转磁通矢量以相同的速度同步旋转。 如果从这个角度观察稳态条件下的电机，那么定子电流看似常量，且旋转磁通矢量是静止的。最终，希望控制定子电流来获得期望的转子电流（不可直接测量得到）。 通过参考坐标变换，可使用标准控制环，如同控制直流量一样实现对定子电流的控制。如下图所示是 FOC 控制的框图。对于一般的 FOC 控制需要直接或者间接得到：

1. 三相电流 i_{abc}
2. 电机角度(无传感估算, 有感)



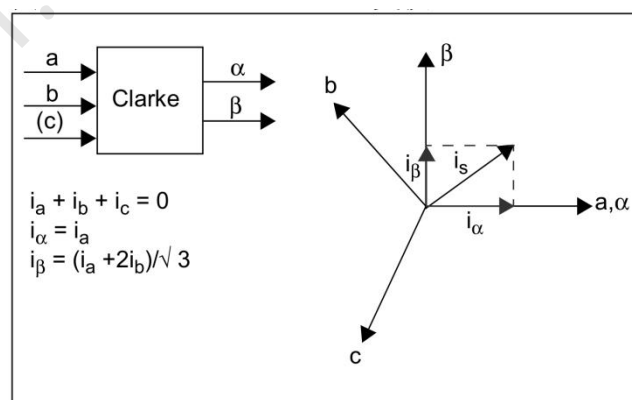
2.2 坐标变换

2.2.1 Clark 变换

通过一系列坐标变换，可间接确定不随时间变化的转矩和磁通值，并可采用经典的 PI 控制环对其进行控制。控制过程起始于 3 相电机电流的测量。实际应用中，三个电流值的瞬时和为零。这样仅测量其中两个电流即可得到第三个电流值。因此，可通过去除第三个电流传感器或者采用单电阻电流重构来降低硬件成本。

第一次坐标变换，称为 Clarke 变换，它将一个 3 轴、2 维的定子坐标系变换到 2 轴的定子坐标系中。关于坐标变换需要注意的是 Clarke 变换分为等幅值变换和等功率变换两种。

等幅值变换:三相坐标系下每相变量的幅值与 $\alpha\beta$ 两相坐标系下的幅值相等



等功率变换:电机的功率和转矩在三相坐标系和 $\alpha\beta$ 两相坐标系都相等

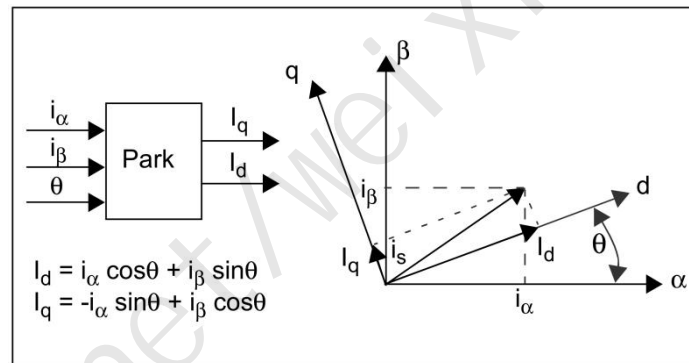
$$i_{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_a - \frac{ib}{2} + \frac{ic}{2} \right)$$

$$i_{\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_b \times \frac{\sqrt{3}}{2} - i_c \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

使用等功率变换时， $\alpha\beta$ 两相坐标系的幅值是三相坐标系下的 $\sqrt{3/2}$ 倍。使用等幅值变换时，在 $\alpha\beta$ 两相坐标系计算电机的功率和转矩，应乘以 $3/2$ 。采用等功率变换时，电流控制器输出的指令电压需要再乘以 $\sqrt{3/2}$ ，才能给逆变器进行 PWM 调制。

2.2.2 Park 变换

现在，已使定子电流在一个两坐标轴分别标为 α, β 的 2 轴正交系中得以表达。下一步将其变换到另一个正在随着转子磁通旋转的 2 轴系统中。这种变换就是 Park 变换。该 2 轴旋转坐标系的坐标轴称为 d-q 轴， θ 表示转子角度。



2.2.3 PI 控制器及参数设计

方法一：

反电动势项忽略得到 DQ 轴坐标系的电压方程：

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d \\ u_q = R_s i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q \end{cases}$$

对上式进行拉普拉斯变换得到：

$$\begin{cases} G_d(s) = \frac{U_d(s)}{I_d(s)} = \frac{1}{L_d s + R_s} \\ G_q(s) = \frac{U_q(s)}{I_q(s)} = \frac{1}{L_q s + R_s} \end{cases}$$

得到电流环闭环传递函数：

$$\begin{cases} G_{d_cl}(s) = \frac{PI(s)G_d(s)}{1 + PI(s)G_d(s)} = \frac{(k_{p_d} + \frac{k_{i_d}}{s})(\frac{1}{L_d s + R_s})}{1 + (k_{p_d} + \frac{k_{i_d}}{s})(\frac{1}{L_d s + R_s})} \\ G_{q_cl}(s) = \frac{PI(s)G_q(s)}{1 + PI(s)G_q(s)} = \frac{(k_{p_q} + \frac{k_{i_q}}{s})(\frac{1}{L_q s + R_s})}{1 + (k_{p_q} + \frac{k_{i_q}}{s})(\frac{1}{L_q s + R_s})} \end{cases}$$

闭环传递函数零极点对消化简得到 PI 参数，其中 $B_{andwith}$ 为带宽系数

$$\begin{cases} k_{p_d} = L_d \times B_{andwith} \\ k_{i_d} = R_s \times B_{andwith} \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_{p_q} = L_q \times B_{andwith} \\ k_{i_q} = R_s \times B_{andwith} \end{cases}$$

一般设计 PI 控制器参数或者其他控制器参数时需要考虑带宽的选取，一般带宽越高，响应越快但是相应稳态性能偏差，带宽越低响应越慢，相应的稳态性能就越好。设计控制器参数时根据系统定义需求进行调整即可。

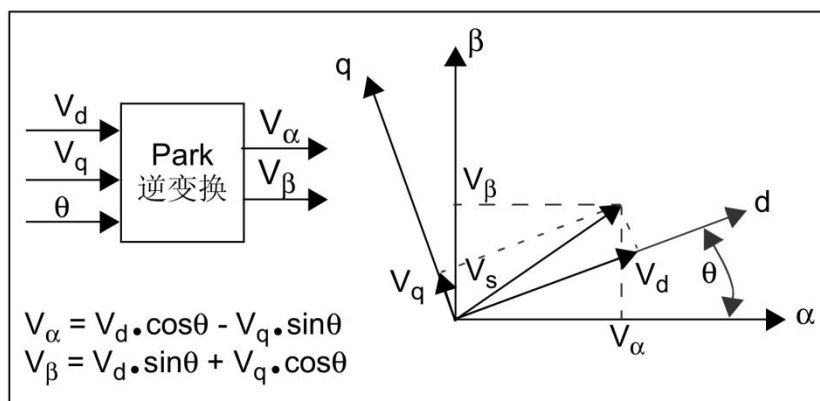
方法二：

Matlab 环路参数设计

[永磁同步电机矢量控制电流环参数整定方法----Matlab controlSystemDesigner 的使用](#)

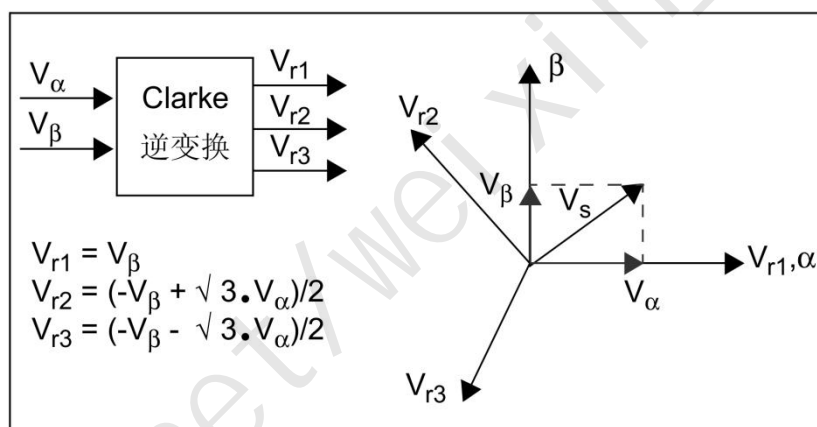
2.2.4 Park 逆变换

经过 PI 迭代后，可获得旋转 d-q 坐标系的电压矢量的两个分量。这时需要经过逆变换将其重新变换到 3 相电机电压。首先，需从 2 轴旋转 d-q 坐标系变换到 2 轴静止 α - β 坐标系。该变换使用了 Park 逆变换。



2.2.5 Clarke 逆变换

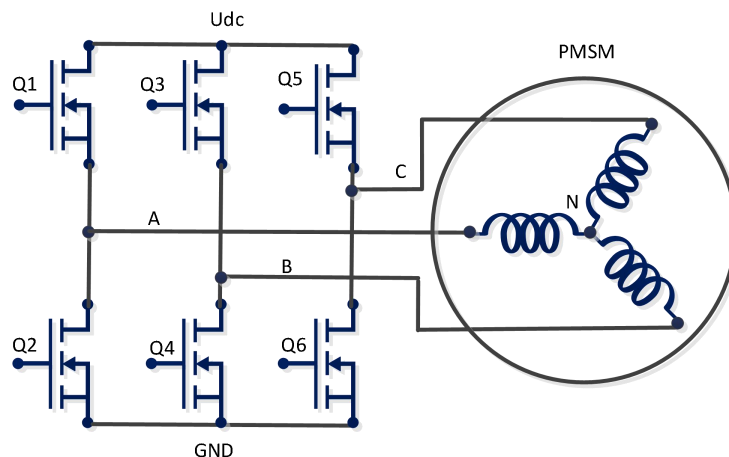
下一步是将静止 2 轴 α - β 坐标系变换到静止 3 轴 3 相定子参考坐标系。从数学角度来看，该变换是通过 Clarke 逆变换来实现的。Clarke 逆变换输出得到 SPWM，可直接用于谐波注入式的 SVPWM。



2.2.6 SVPWM 调制

2.2.6.1 SVPWM 原理

永磁同步电机驱动电路如下，ABC 为三相输出，对电机中性点 N 电压为 u_a , u_b , u_c 。Q1-6 为六个功率管，可以是 IGBT 或者 MOS。其中上下两个称为一个桥臂，输入六路上下管互补，带死区的中心对齐的 PWM。



SVPWM 是以 α - β 轴为坐标系对电压量进行矢量分解的一种调制方式。Q1-6 不同的开关组合可会为 8 种模式，如下表所示：

Vector	Q1	Q3	Q5	u_a	u_b	u_c	$u_a/(\frac{2}{3}U_{dc})$	$u_b/(\frac{2}{3}U_{dc})$	$u_c/(\frac{2}{3}U_{dc})$
U_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U_1	0	0	1	$-\frac{1U_{dc}}{3}$	$-\frac{1U_{dc}}{3}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$	-1/2	-1/2	1
U_2	0	1	0	$-\frac{1U_{dc}}{3}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$	$-\frac{1U_{dc}}{3}$	-1/2	1	-1/2
U_3	0	1	1	$-\frac{2U_{dc}}{3}$	$\frac{1U_{dc}}{3}$	$\frac{1U_{dc}}{3}$	-1	1/2	1/2
U_4	1	0	0	$\frac{2U_{dc}}{3}$	$-\frac{1U_{dc}}{3}$	$-\frac{1U_{dc}}{3}$	1	-1/2	-1/2
U_5	1	0	1	$\frac{1U_{dc}}{3}$	$-\frac{2U_{dc}}{3}$	$\frac{1U_{dc}}{3}$	1/2	-1	1/2
U_6	1	1	0	$\frac{1U_{dc}}{3}$	$\frac{1U_{dc}}{3}$	$-\frac{2U_{dc}}{3}$	1/2	1/2	-1
U_7	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Vector: 定子电压空间矢量

矢量表达式 $U_s = \frac{2}{3}U_{dc}$

由于 SVPWM 控制的是逆变器的开关状态，在实际分析逆变器—电动机系统时，可以通过分析逆变器输出的电压空间矢量来分析电机定子电压的空间矢量。

2.2.6.2 SVPWM 扇区分配

在实际应用中，应当利用 SVPWM 自身的特点找到控制规律，避开复杂的数学在线运算，从而较为简单的实现开关控制

1. 扇区判断：

这里需要引入扇区 Sector 的概念，将整个平面分为六个扇区。如下图图 2.2.6.2.2

所示，每个扇区包含两个基本矢量，落在某个扇区的电压空间矢量将由扇区边界的两个基本电压空间矢量进行合成。

在确定扇区时，引入三个决策变量 A,B,C。根据给出的待合成的空间矢量 u 的两个分量 u_α, u_β 来决定 A,B,C 的取值，有以下关系式

$$\begin{cases} u_\beta > 0 & A = 1 \text{ else } A = 0 \\ \sqrt{3}u_\alpha - u_\beta & B = 1 \text{ else } B = 0 \\ -\sqrt{3}u_\alpha - u_\beta & C = 1 \text{ else } C = 0 \end{cases}$$

所在扇区的位置 $N = A + 2B + 4C$

合成电压矢量落在 I 扇区的充要条件为： $0 < \frac{u_\beta}{u_\alpha} < \tan(\frac{\pi}{3})$ ，同理可得扇区判断表如下：

Sector 扇区	判断条件
1	$u_\beta > 0, u_\alpha > 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} < \sqrt{3}$
2	$u_\beta > 0, u_\alpha > 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} > \sqrt{3}$ 或 $u_\beta > 0, u_\alpha < 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} > -\sqrt{3}$
3	$u_\beta > 0, u_\alpha < 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} > -\sqrt{3}$
4	$u_\beta < 0, u_\alpha < 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} < \sqrt{3}$
5	$u_\beta < 0, u_\alpha < 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} > \sqrt{3}$ 或 $u_\beta < 0, u_\alpha > 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} > -\sqrt{3}$
6	$u_\beta < 0, u_\alpha > 0, \frac{u_\beta}{u_\alpha} < -\sqrt{3}$

扇区判断通过模型实现如下图 2.2.6.2.1：

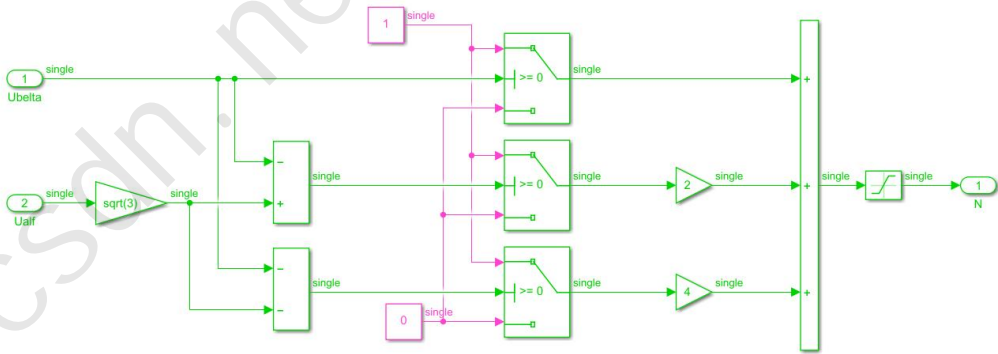


图 2.2.6.2.1

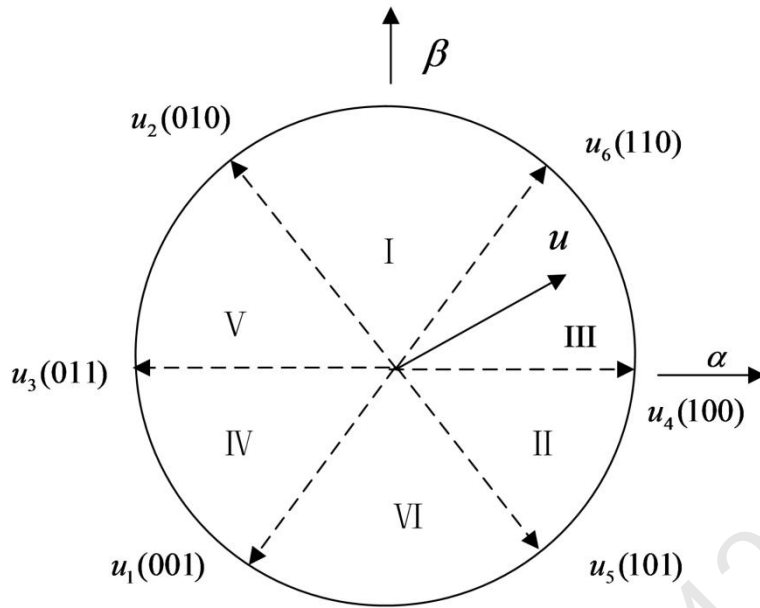


图 2.2.6.2.2

3. 电压空间矢量的合成:

扇区确定之后, 就可以利用扇区边界上的两个基本矢量合成所需的矢量 u , 在合成过程中应当使得两个基本矢量的合成效果接近于期望矢量的效果。于是采用伏秒平衡的原则, 以图 2.2.6.2.2 所示的第 III 扇区为例, 以 α - β 轴为基准, 将两个基本矢量向 α - β 轴上投影, 应当有:

$$\alpha\text{轴: } u_{\alpha}T = |u_4|T_4 + \frac{1}{2}|u_6|T_6$$

$$\beta\text{轴: } u_{\beta}T = \frac{\sqrt{3}}{2}|u_6|T_6$$

其中, T_i 为对应电压矢量 u_i 作用的时间 ($i=0-7$), T 为采样周期, 一般为 PWM 的调制周期。

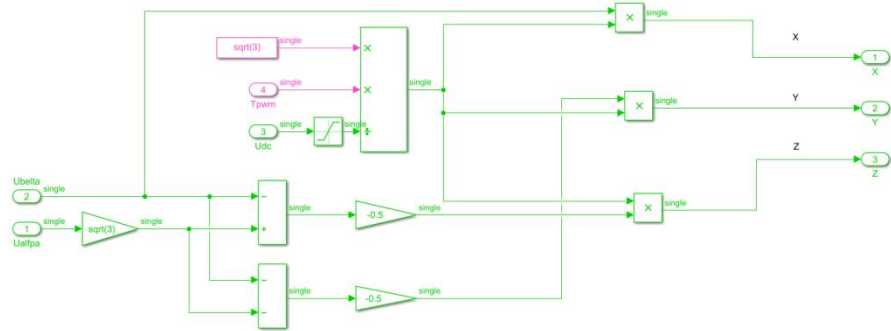
且 $|u_4| = |u_6| = \frac{2}{3}U_{dc}$ 。求解上面两式可以得到 u_4 , u_6 这两个基本矢量的作用时间:

$$\begin{cases} T_4 = \frac{\sqrt{3}T}{2U_{dc}}(\sqrt{3}u_{\alpha} - u_{\beta}) \\ T_6 = \frac{\sqrt{3}u_{\beta}T}{2U_{dc}} \end{cases}$$

通过上面的方法即可以确定基本矢量的作用时间, 当需要合成的矢量位于各个不同的扇区时都存在如上的运算。通过对每个扇区基本矢量动作时间的求解不难发现它们都是一些基本时间的组合。所以给出几个基本的时间变量 X, Y, Z 。定义:

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{3}u_{\beta}T}{U_{dc}} \\ Y = \frac{(\sqrt{3}u_{\beta} + \frac{3}{2}u_{\alpha})T}{U_{dc}} \\ Z = \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2}u_{\beta} - \frac{3}{2}u_{\alpha})T}{U_{dc}} \end{cases}$$

搭建模型如下：



通过计算可以得到在每个扇区内的基本矢量动作时间，设每个扇区的两个基本矢量动作的时间为 T_1, T_2 。于是可以得到矢量动作时间表（七段式）

扇区	I	II	III	IV	V	VI
T_1	Z	Y	$-Z$	$-X$	X	$-Y$
T_2	Y	$-X$	X	Z	$-Y$	$-Z$

由于每个 PWM 周期被分为七段，所以每个矢量的动作时间也应当有所调整，这里零矢量的动作时间为 $T_0 = T_7 = (T - T_1 - T_2)/2$ 。由于 MCU 定时器单元有三个比较寄存器，每个比较单元控制两路互补的 PWM，正好可以实现七段式的 SVPWM，为了给出比较寄存器的值，这里引入了一些时间变量 T_a, T_b, T_c 并定义：

$$\begin{cases} T_a = (T - T_1 - T_2)/4 \\ T_b = T_a + T_1/2 \\ T_c = T_b + T_2/2 \end{cases}$$

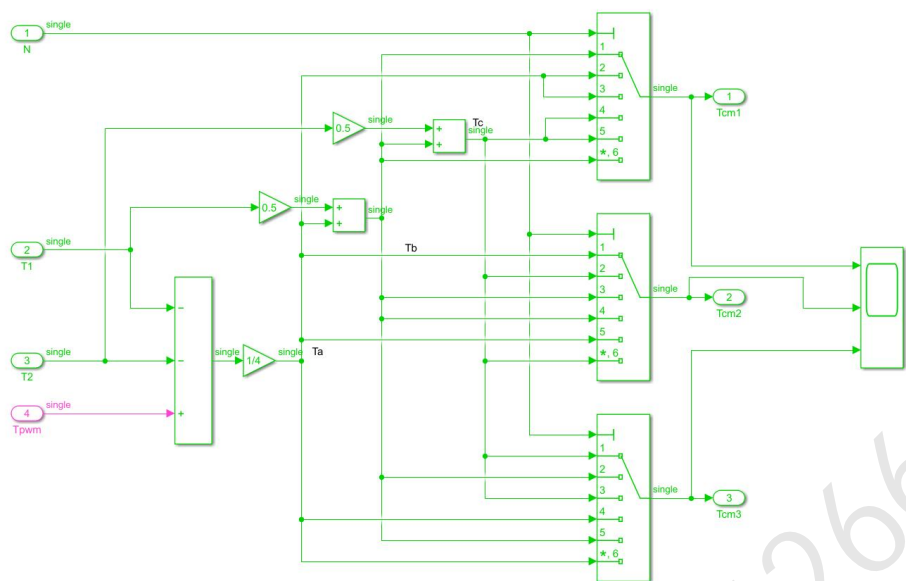
这也是在计数器增计数或减计数时的比较值，在六个扇区中由于作用的矢量不同所以输出 PWM 的翻转时刻也不同，但都要满足每个周期每个开关最多动做两次的原则。

每个扇区的比较值表如下：

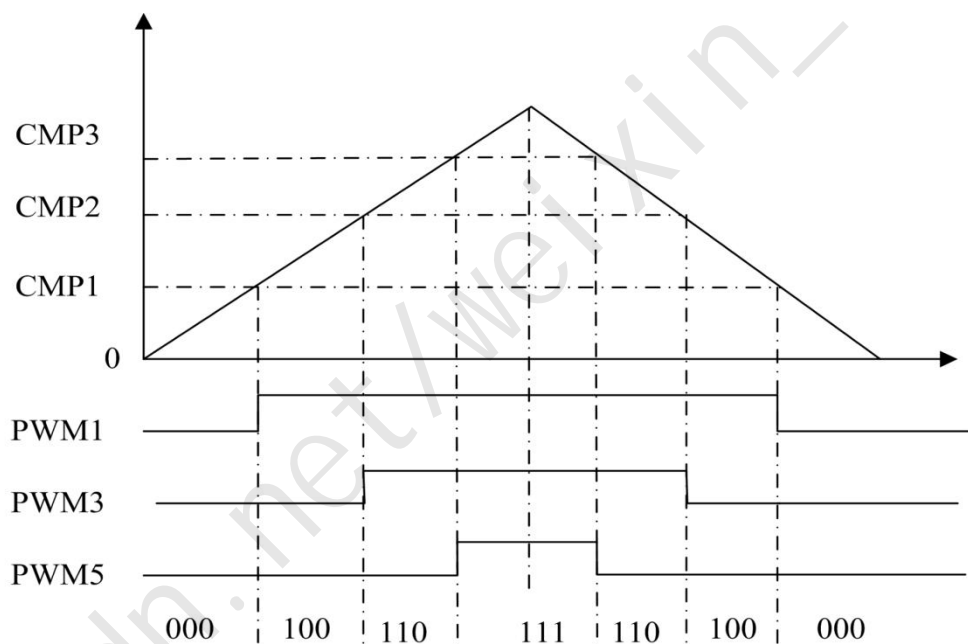
扇区	I	II	III	IV	V	VI
CMP1	T_b	T_a	T_a	T_c	T_c	T_b
CMP2	T_a	T_c	T_b	T_b	T_a	T_c
CMP3	T_c	T_b	T_c	T_a	T_b	T_a

搭建相应的模型：

这样，三相对应的矢量作用时间就分配好了，但是需要把时间转换成不同单片机对应的比较值。因此输出还需要乘上相应的系数，取决于不同 MCU 工作的 PWM 频率对应的比较值。



现以第Ⅲ扇区为例，给出比较示意图：



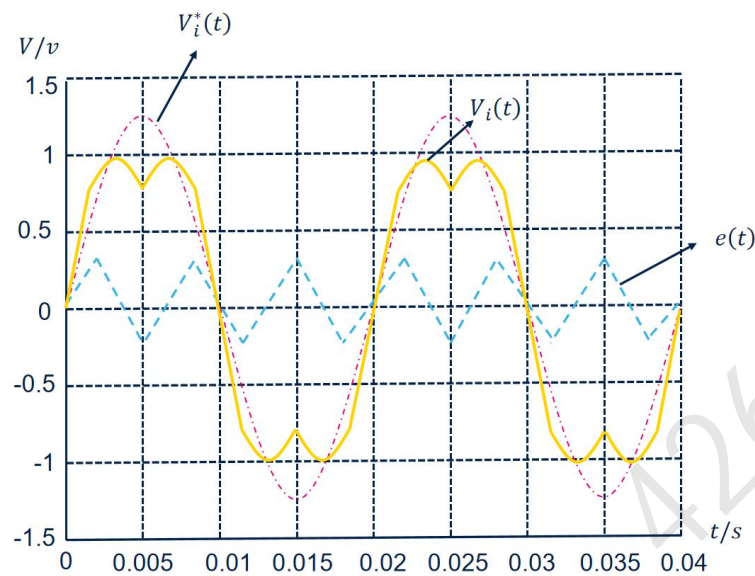
由于调制电压不可超过六边形内切圆的限制，所以还需要对输出进行调制限幅处理。

2.2.7 谐波注入 SVPWM

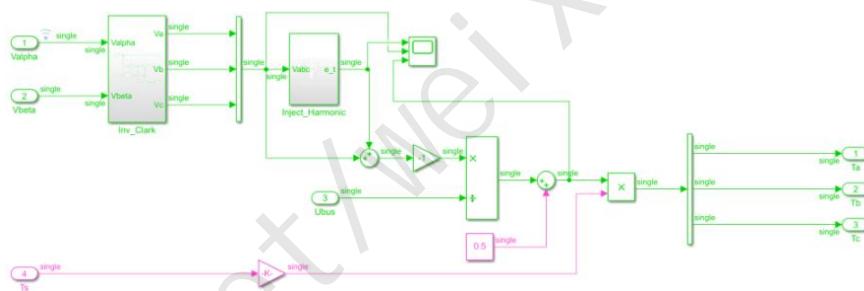
相比于扇区判断，矢量分配的 SVPWM，谐波注入比较简单，Clark 逆变换得到 SPWM 后注入三次三角谐波电压，这种方式得到的 SVPWM 和上一种方式完全一致。

$$\begin{cases} V_i(t) = V_i^*(t) + e(t), i = a, b, c \\ e(t) = \frac{1}{2}(1 - V_{max}^*) + \frac{1}{2}(-1 - V_{min}^*) \end{cases}$$

其中 $V_i(t)$ 就是 Clark 反变换得到的三相电压， V_{max}^* 和 V_{min}^* 是三相电压的最大值和最小值，实现原理如下图所示。



搭建模型如下：



仿真效果输出完全一样，相比于上一种的 SVPWM，这种谐波注入式不需要判断扇区，矢量分配且计算量小

