

Matemáticas Discretas

Fundamentos matemáticos para la programación

Cyn - Matemática





Cynthia Castillo



LaMatemaga



Matemática

Asistente de Investigación

Bioinformática

Ciencia de Datos

Banco Regional (Hey Banco)

Mi objetivo:

Mostrarte que las matemáticas son tus aliadas.





Ramas

Lógica

Teoría de Conjuntos

Combinatoria

Probabilidad

Álgebra (discreta)

Teoría de Grafos Cálculo de diferencias finitas

Teoría de Juegos

Teoría de Números Informática Teórica Geometría discreta

Teoría de la Información Investigación de Operaciones

y más...



Ramas

Lógica

Teoría de Conjuntos

Combinatoria

Probabilidad

Álgebra (discreta)

Teoría de Grafos Cálculo de diferencias finitas

Teoría de Juegos

Teoría de Números Informática Teórica Geometría discreta

Teoría de la Información Investigación de Operaciones

y más...



Ramas

Lógica

Teoría de Conjuntos

Combinatoria

Probabilidad

Álgebra (discreta) Teoría de Grafos Cálculo de diferencias finitas

Teoría de Juegos

Teoría de Números Informática Teórica Geometría discreta

Teoría de la Información Investigación de Operaciones

y más...





Tres sesiones de 2 horas:

- dos teóricas
- una práctica







5 de marzo Lógica Proposicional





- 5 de marzo Lógica Proposicional
- 5 de marzo
 Teoría de Conjuntos





- 5 de marzo Lógica Proposicional





- 5 de marzo Lógica Proposicional
- 5 de marzo
 Teoría de Conjuntos
- 12 de marzo
 Teoría de Grafos
- 19 de marzo
 Matemáticas Discretas con Python



Lógica Proposicional

λογική (logikḗ-logikós)



λογική

(logiké-logikós)

λόγος

"razón"



λογική (logikế-logikós)

λόγος -Ική

"razón" "estudio de..."



λογική (logikḗ-logikós)

λόγος -Ική

"razón" "estudio de..."





¿Cómo puedo **enseñarle a una máquina** a "razonar" como yo?



La lógica se centra en la relación entre proposiciones independientemente de si son ciertas o no.





La lógica se centra en la relación entre proposiciones independientemente de si son ciertas o no.

P1: María es una excelente programadora.

P2: A todos los programadores les gusta el café.





La lógica se centra en la relación entre proposiciones independientemente de si son ciertas o no.

P1: María es una excelente programadora.

P2: A todos los programadores les gusta el café.

R: Por lo tanto, a María le gusta el café.



La Lógica, en la computación, nos ayuda a probar que un programa hace lo que tiene que hacer.

Pensemos un poco...

En una ocasión se publicó un decreto en Naperville, Illinois:

"Será ilegal que una persona tenga más de 3 perros y 3 gatos en su propiedad dentro de la ciudad"



Pensemos un poco...

En una ocasión se publicó un decreto en Naperville, Illinois:

"Será ilegal que una persona tenga más de 3 perros y 3 gatos en su propiedad dentro de la ciudad"

¿Violaría el decreto una persona que tiene 5 perros y 0 gatos?



Sentencia / oración

Tiene un valor de verdad: VERDADERO Ó FALSO

Sólo pueden tener un valor a la vez

¿Cuál es tu lenguaje de programación favorito?

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

¿Cuál es tu lenguaje de programación favorito?

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Cynthia mide 2 metros y medio.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Cynthia mide 2 metros y medio.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Cynthia mide 2 metros y medio.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Cynthia mide 2 metros y medio.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Esta sentencia es falsa.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Esta sentencia es falsa.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Esta sentencia es falsa.

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

$$x + y < 10$$

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

$$x + y < 10$$

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

$$x + y < 10$$

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Proposiciones

$$x + y < 10$$

Sentencia

Valor de Verdad (V/F)

Un solo valor

Proposiciones (Ejercicios)

¿Cuáles de éstas líneas son proposiciones?

- $1. \quad 2 + 5 = 19$
- 2. Mesero, ¿serviría las nueces a los invitados?
- 3. Para algún entero positivo n, 19349 = 17 n
- 4. Audrey Meadows fue la "Alice" original de la serie "The Honeymooners".
- Pélame una naranja.
- 6. La línea "Tócala otra vez, Sam" corresponde a la película "Casablanca".
- 7. Todo entero par mayor que 4 es la suma de dos primos.
- 8. La diferencia de dos primos.

Proposiciones (Ejercicios)

¿Cuáles de éstas líneas son proposiciones?

- 1. 2+5=19
- 2. Mesero, ¿serviría las nueces a los invitados?
- 3. Para algún entero positivo n, 19349 = 17 n
- 4. Audrey Meadows fue la "Alice" original de la serie "The Honeymooners".
- Pélame una naranja.
- 6. La línea "Tócala otra vez, Sam" corresponde a la película "Casablanca".
- 7. Todo entero par mayor que 4 es la suma de dos primos.
- 8. La diferencia de dos primos.



Diferente a

Operadores Relacionales

Los operadores relacionales son los siguientes:

!=





Operadores Relacionales

Los operadores relacionales son los siguientes:

Igual que = ==

Diferente a ≠ !=

5 < 3 3 * 4 == 12





Tablas de Verdad

Hay diferentes formas de combinar proposiciones:

Negación (NOT) Afirmación (Buffer)

Conjunción (AND) (NAND)

Disyunción (OR) (NOR)

"OR" excluyente (XOR) (XNOR)

Implicación

Bicondicional

Las **tablas de verdad** nos ayudan a obtener el valor de verdad de las proposiciones compuestas.





Tablas de Verdad

Hay diferentes formas de combinar proposiciones:

Negación (NOT) Afirmación (Buffer)

Conjunción (AND) (NAND)

Disyunción (OR) (NOR)

"OR" excluyente (XOR) (XNOR)

Implicación

Bicondicional

Las **tablas de verdad** nos ayudan a obtener el valor de verdad de las proposiciones compuestas.

T: True (Verdadero)

F: False (Falso)





Tablas de Verdad

Hay diferentes formas de combinar proposiciones:

Negación (NOT) Afirmación (Buffer)

Conjunción (AND) (NAND)

Disyunción (OR) (NOR)

"OR" excluyente (XOR) (XNOR)

Implicación

Bicondicional

Las **tablas de verdad** nos ayudan a obtener el valor de verdad de las proposiciones compuestas.

T: True (Verdadero)

F: False (Falso)

p: Está lloviendo





Cambia el valor de verdad de una proposición.

р	¬р
T	
F	

p: Está lloviendo





Cambia el valor de verdad de una proposición.

р	¬р
T	F
F	

p: Está lloviendo





Cambia el valor de verdad de una proposición.

р	¬р
T	F
F	Т

p: Está lloviendo





Cambia el valor de verdad de una proposición.

р	¬р
T	F
F	T

p: Está lloviendo

p: No está lloviendo

p: Está lloviendo





Cambia el valor de verdad de una proposición.

р	¬р
T	F
F	T

p: Está lloviendo

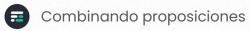
p: No está lloviendo

p: No está lloviendo

¬p: Está lloviendo

p: Está lloviendo





Cambia el valor de verdad de una proposición.

р	¬р
T	F
F	T

p: Está lloviendo

p: No está lloviendo

p: No está lloviendo

¬p: Está lloviendo

not p

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	pΛq
Т	T	
T	F	
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	p∧q
T	T	T
T	F	
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	p∧q
T	T	T
T	F	F
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	р∧q
Т	T	T
T	F	F
F	Т	F
F	F	

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	p∧q
Т	T	T
T	F	F
F	Т	F
F	F	F

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	р∧q
T	T	Т
T	F	F
F	Т	F
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	pΛq
Т	T	T
T	F	F
F	Т	F
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p
∧ Llueve y hace frío

q:

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	p∧q
T	T	T
T	F	F
F	Т	F
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

q:

Está lloviendo

p: No hace frío

q:

p: Está lloviendo



Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

р	q	pΛq
T	T	T
T	F	F
F	Т	F
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

q:

Está lloviendo

p: No hace frío

q: Llueve y no hace frío

p ∧ (sólo llueve)

q:

p: Está lloviendo





Ambas proposiciones tienen que ser verdaderas para que sea verdadero.

p and q

р	q	p∧q
Т	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

q:

Está lloviendo

p: No hace frío

q: Llueve y no hace frío

p ∧ (sólo llueve)

q:

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	
T	F	
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	T
T	F	
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	T
Т	F	T
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
T	T	T
T	F	T
F	Т	T
F	F	

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	T
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
T	T	T
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	T
T	F	Т
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p V Llueve o hace frío

q:

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	T
Т	F	T
F	Т	T
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p V Llueve o hace frío

q:

Está lloviendo

p: No hace frío

q:

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
T	T	T
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p V Llueve o hace frío

q:

Está lloviendo

p: No hace frío

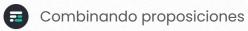
q: Llueve o hace frío

p۷

q:

p: Está lloviendo





Al menos 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∨q
Т	T	Т
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

V Llueve o hace frío

q:

Está lloviendo

p: No hace frío

q: Llueve o hace frío

p۷

q:

p: Está lloviendo





Disyunción excluyente (XOR)

Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
T	T	
Т	F	
F	T	
F	F	

p: Está lloviendo





Disyunción excluyente (XOR)

Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
Т	T	F
T	F	
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
T	T	F
Т	F	T
F	Т	
F	F	

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
Т	T	F
T	F	T
F	Т	Т
F	F	

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
T	T	F
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
Т	T	F
T	F	Т
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

4: Hace frío

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p∸q
Т	T	F
T	F	T
F	Т	T
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p × q: No se cumple sólo 1 cond

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
Т	T	F
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p × q: No se cumple sólo 1 cond

p: Está lloviendo

q: No hace frío

p: Está lloviendo



Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
Т	T	F
T	F	T
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p × q: No se cumple sólo 1 cond

p: Está lloviendo

q: No hace frío

p × q: Se cumple sólo 1 cond

p: Está lloviendo





Sólo 1 proposición tiene que ser verdadera para que sea verdadero.

р	q	p≚q
Т	T	F
T	F	Т
F	Т	Т
F	F	F

p: Está lloviendo

q: Hace frío

p × q: No se cumple sólo 1 cond

p: Está lloviendo

q: No hace frío

p × q: Se cumple sólo 1 cond

p ^ q

p: Está lloviendo



р∧¬q

р	q	¬q	р∧¬q
Т	T		
T	F		
F	T		
F	F		



р∧¬q

р	q	¬q	p ∧ ¬ q
T	T	F	
T	F	T	
F	T	F	
F	F	Т	



р∧¬q

р	q	¬q	р∧¬q
T	T	F	F
Т	F	Т	T
F	T	F	F
F	F	Т	F



p	q	¬р	¬q	¬ p ∨
T	T			¬q
T	F			
F	Т			
F	F			



р	q	¬р	¬q	¬p ∨
T	T	F		¬q
T	F	F		
F	Т	Т		
F	F	T		



р	q	¬р	¬q	¬p ∨
Т	T	F	F	¬q
T	F	F	T	
F	T	Т	F	
F	F	Т	Т	



р	q	¬р	¬q	¬p ∨
T	T	F	F	¬q
T	F	F	Т	F
F	Т	Т	F	Т
F	F	T	Т	Т
				Т



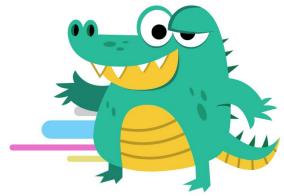
¬р V ¬q

р	q	¬р	¬q	¬p ∨	p∧q	¬(p ∧ q)
T	T	F	F	¬q		
T	F	F	T	F		
F	T	T	F	T		
F	F	T	T	T		
				T		



¬р V ¬q

p	q	¬р	¬q	¬p ∨	p∧q	¬(p ∧ c
T	T	F	F	¬q	T	
T	F	F	T	F	F	
F	T	T	F	T	F	
F	F	T	T	T	F	
				Т		



¬р V ¬q

р	q	¬р	¬q	¬p ∨	p∧q	¬(p ∧ q
T	T	F	F	¬q	T	F
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	F	Т
F	F	T	T	T	F	Т
				T		



р	q	¬р	¬q	¬p ∧
T	T			¬q
T	F			
F	T			
F	F			



р	q	¬р	¬q	¬p ∧
T	T	F		¬q
T	F	F		
F	Т	Т		
F	F	Т		



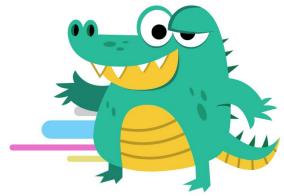
р	q	¬р	¬q	¬р∧
Т	T	F	F	¬q
T	F	F	T	
F	T	Т	F	
F	F	Т	Т	



р	q	¬р	¬q	¬p ∧
Т	T	F	F	¬q
Т	F	F	T	F
F	T	Т	F	F
F	F	T	Т	F
				Т



р	q	¬р	¬q	¬ p ∧	p∨q	¬(p ∨ q)
T	T	F	F	¬q		
T	F	F	T	F		
F	Т	Т	F	F		
F	F	Т	T	F		
				Т		



р	q	¬р	¬q	¬ p ∧	p∨q	¬(p ∨ q)
T	T	F	F	¬q	T	
Т	F	F	Т	F	Т	
F	T	Т	F	F	T	
F	F	Т	Т	F	F	
				Т		



р	q	¬р	¬q	¬p ∧	p∨q	¬(p ∨ q
T	T	F	F	¬q	T	F
Т	F	F	T	F	T	F
F	Т	Т	F	F	Т	F
F	F	T	T	F	F	Т
				T		



- a }).fadeOut(35€, 100 ,e⊕trigger(*theodoug nshotCheck:function(ick .close-full-aver
 - Con ayuda de la Lógica podremos construir los algoritmos que hagan lo que queremos.
 - this.\$el.toggleClas
 - iew-device",

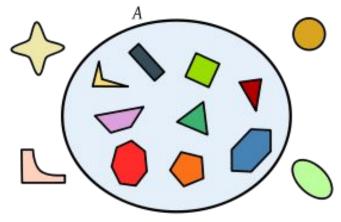


> Teoría de Conjuntos



Un **conjunto** es una agrupación de **elementos**.

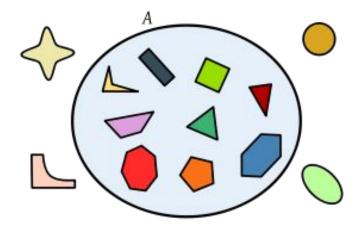
Un **elemento** es un objeto que forma parte de un **conjunto**.









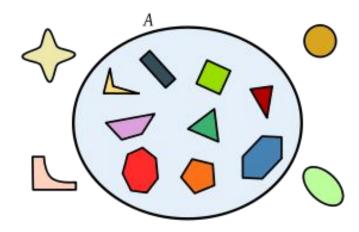






Está en A.





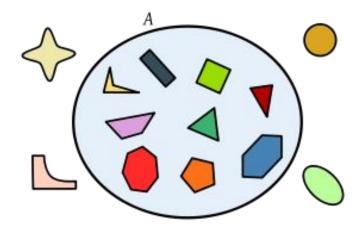


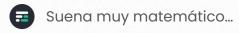


Está en A.

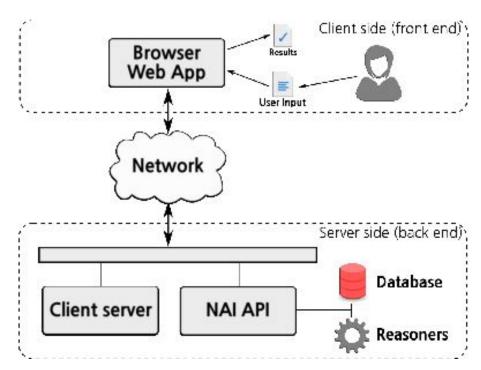


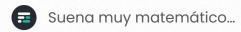
No está en A.



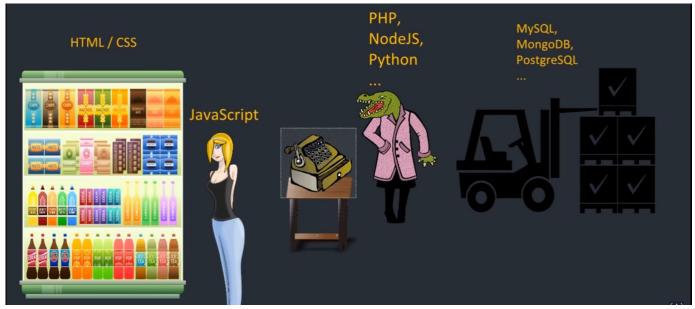


¿Por qué me deben de importar los conjuntos?





¿Por qué me deben de importar los conjuntos?



Fuente: YouTube - "Logic for programmers"

}) fadeOut(358 } €trigger(hotCheck:function

La Teoría de Conjuntos es muy importante para el diseño de base de datos.

iew-device",c).

¿Por qué me deben de importar los conjuntos?

Lo usual es guardar los datos en objetos, con lo que podremos guardar conjuntos de información.

Ojo: Normalmente estos objetos ya están definidos por nuestra base de datos.





Está en A.



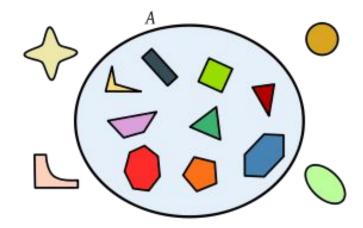
 $\in A$



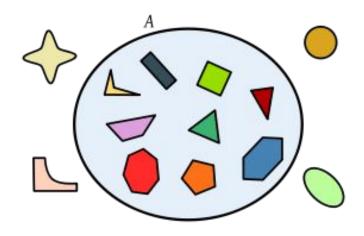
No está en A.



∉Α





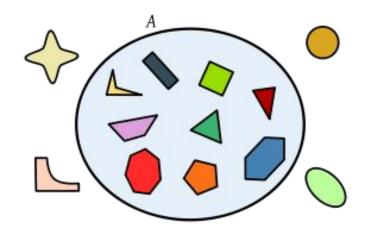


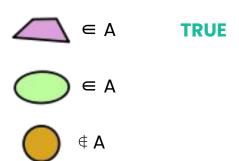




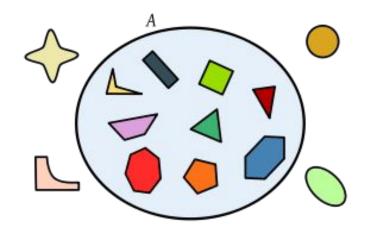


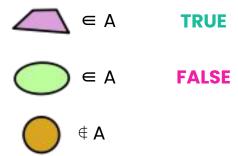




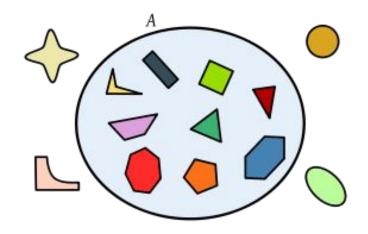


















Definiendo Conjuntos

Por extensión

Por intención

Definiendo Conjuntos

Por extensión

A={"Lógica", "Conjuntos", "Grafos", "Combinatoria", "Teoría de juegos"}

Por intención

Definiendo Conjuntos

Por extensión

A={"Lógica", "Conjuntos", "Grafos", "Combinatoria", "Teoría de juegos"}

Por intención

B= Todos los estudiantes del Bootcamp de Introducción a la Programación



Conjuntos Especiales

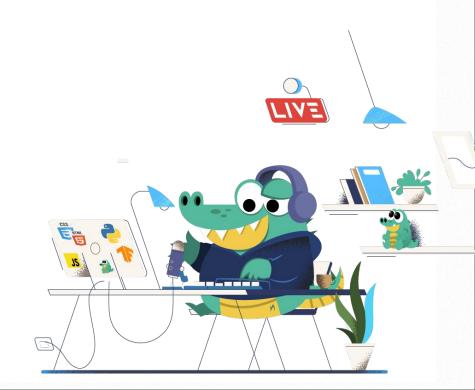
Conjunto Vacío





Conjunto Universo

U



Operadores de Conjuntos

Los operadores de conjuntos son los siguientes:

Cardinalidad |A|

Complemento

Contención A C B

Igualdad A = B

Unión A U B

Intersección A ∩ B

Diferencia A \ E

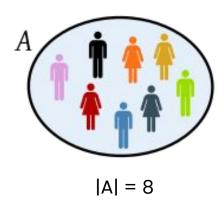
Diferencia simétrica A A B

Producto Cartesiano A × B



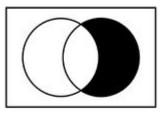
Cardinalidad

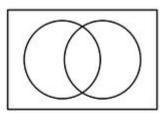
Cuando hablamos de la cardinalidad de A (|A|) hablamos de la cantidad de elementos que tiene el conjunto A. Siempre será un número natural.

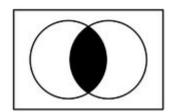


Diagramas de Venn

Nos ayudan a representar a los conjuntos y las relaciones entre sí.



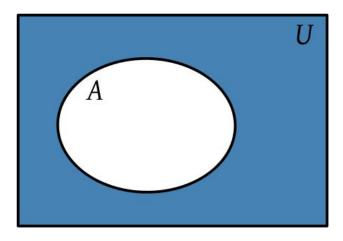






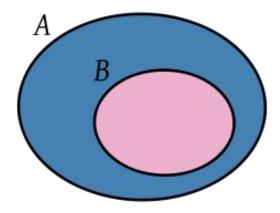
Complemento

Decir que queremos el complemento de A (A) quiere decir que nos quedaremos con los elementos del Universo que NO están en A.



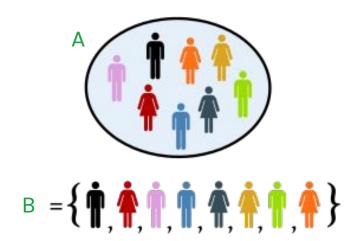
Contención

Decir que un conjunto está contenido en otro ($B \subset A$) quiere decir que todos los elementos del conjunto B también están en el conjunto A.



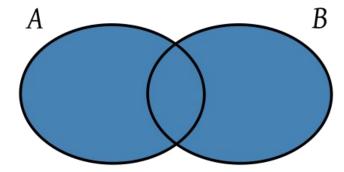
Igualdad

Decir que un conjunto es igual a otro (B = A) quiere decir que todos los elementos del conjunto B también están en el conjunto A y viceversa.



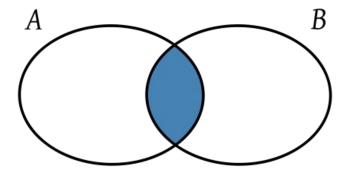
Unión

Hacer una unión de conjuntos (A U B) quiere decir que juntaremos todos los elementos de los conjuntos A y B.



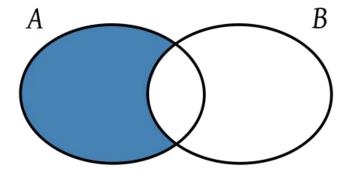
Intersección

Hacer una intersección de conjuntos (A \cap B) quiere decir que sólo nos quedaremos con los elementos que sean tanto parte de A como de B.



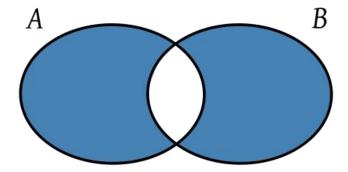
Diferencia

Hacer una diferencia de conjuntos (A \ B) quiere decir que sólo nos quedaremos con los elementos que sean estén en A pero que no estén en B.



Diferencia Simétrica

Hacer una diferencia simétrica de conjuntos (A \triangle B) quiere decir que sólo nos quedaremos con los elementos que sólo estén en A o que sólo estén en B.



Producto Cartesiano

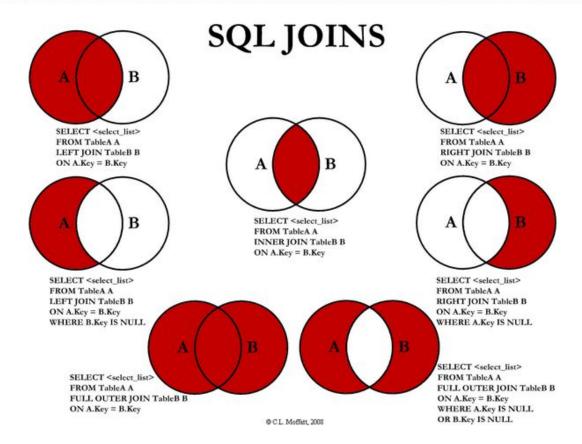
Al hacer un producto cartesiano entre dos conjuntos (A × B) obtendremos los pares ordenados del conjunto A y del conjunto B (a,b) tales que a será elemento de A y b será elemento de B.

	EmployeeID	Employee Name
1	1000	Mary Alice
2	1001	Billy Bob
3	1002	Rdger Dodger

	DutyID	Duty
1	1000	Burger Flipper
2	1001	French Fryer
3	1002	Counter

	EmployeeName	Duty
1	Mary Alice	Burger Flipper
2	Billy Bob	Burger Flipper
3	Rdger Dodger	Burger Flipper
4	Mary Alice	French Fryer
5	Billy Bob	French Fryer
5	Rdger Dodger	French Fryer
7	Mary Alice	Counter
В	Billy Bob	Counter
9	Rdger Dodger	Counter

Usos en SQL



Ejercicios con conjuntos

Código Facilito tiene un grupo de 191 estudiantes, de los cuales 10 toman Python, Javascript y PHP; 36 toman Python y Javascript; 20 están en Python y PHP; 18 en Javascript y PHP; 65 en

Python; 76 en Javascript y 63

toman PHP.

}).fadeOut(355, n ●trigger(*theory) hotCheck:function k .close-fall-

Apoyarnos en la Teoría de Conjuntos nos ayudará a obtener los datos que necesitemos.

this.\$el.toggleL



Matemáticas Discretas

Fundamentos matemáticos para la programación

Cyn - Matemática

