Procesamiento de Señales en Comunicaciones

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computadoras
Universidad Nacional del Sur

Contenidos

- Modulación.
- Diseño de Distancia Mínima.
- Desempeño en ruido.
- Detección.
- Ecualización óptima.
- Ecualización adaptativa.
- Modulación de portadoras múltiples

Ecualización Óptima

- Ecualización óptima de ISI nula.
- Métodos de ecualización generalizados (LE, DFE y MLSD).
- Ecualización de espaciamiento fraccionario.
- Ecualización con filtros transversales.
- ISI y Capacidad de canal.

Métodos de ecualización generalizados

Aspectos donde los resultados anteriores se pueden extender:

- Generalizar el criterio de optimalidad para permitir ISI residual en el elemento de decisión: uso del *Error Medio Cuadrático (MSE).*
- Utilizar *otra estructura de recepción* que no sea un MF seguido de muestreo a la velocidad de transmisión (óptima en canales Gaussianos, pero problemática en canales prácticos).
- Si el canal es desconocido y/o variante en el tiempo, una solución se obtiene a través de técnicas de *filtrado adaptativo*.
- *Restringir la complejidad* de los filtros de ecualización para obtener compromisos adecuados de costo de implementación.

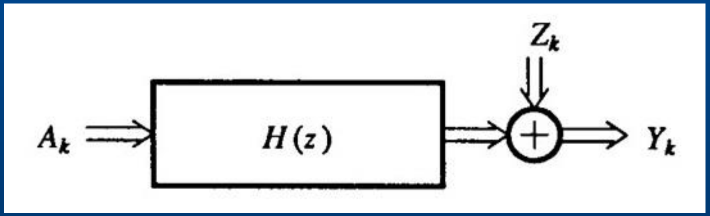
Métodos de ecualización generalizados ...

Preliminares: Modelo de canal

El modelo estadístico requiere ahora una caracterización del ruido y los datos: procesos estocásticos estacionarios discretos de media cero y DEP

$$S_A(z) = A_a^2 G_a(z) G_a^*(1/z^*) \qquad S_Z(z) = A_z^2 G_z(z) G_z^*(1/z^*)$$

tal que $G_a(z)$ y $G_z(z)$ son causales (mónicos) y de fase mínima.



Modelo del canal discreto muestreado a tasa de símbolos.

Métodos de ecualización generalizados ...

Preliminares: Modelo de canal

H(z) racional no es necesariamente no negativa real sobre el círculo unitario y es conveniente descomponerla como

$$H = H_0 z^r H_{\mathsf{min}} H_{\mathsf{max}} H_{zero}$$

donde:

H_0	es una constante compleja,
H_{min}	es de fase mínima, mónico y causal,
H_{max}	es de fase máxima, mónico y anticausal,
H_{zero}	contiene todos los ceros sobre el círculo unitario, casual y mónico,
z^r	es el retardo lineal asociado al canal (se supondrá *r=0*).

Métodos de ecualización generalizados ...

Preliminares: Modelo de canal

Ejemplo:

Cuando el front-end del receptor es un MF seguido del muestreo a la tasa de símbolos, $H_{min} = H^*_{max}$, $H_0 = A_h^2$ y H_{zero} tiene una estructura particular de ceros.

Ejemplo:

Dada

$$H(z) = \frac{(1-0.1z^{-1})(1-2z^{-1})(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})}$$

Se tiene

$$H_0 = -2, \quad r = -1, \quad H_{\text{min}}(z)\frac{(1-0.1z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})}$$

$$H_{\text{max}}(z) = (1-0.5z), \qquad H_{zero} = (1-z^{-1})$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Preliminares: Restricciones físicas sobre el modelo del canal

En general el canal nunca tendrá H_{max} de tipo IIR (si así fuera no sería causal). Sin embargo puede que tenga ceros fuera del círculo unitario.

Ejemplo: Canal de radio móvil con dispersión multicamino considerable

$$h_k = c_1\delta_k + c_2\delta_{k-m} \qquad H(z) = c_1 + c_2 z^{-m}$$

donde c_1 y c_2 son v.a. Gaussianas independientes y $\tau = mT$ es la dispersión multicamino.

Si el camino principal es dominante el canal tendrá fase mínima. En el caso de obstrucciones severas (o reflexiones dominantes) el canal se vuelve de fase no mínima.

Esto representa un problema tanto para LE como DFE.

Métodos de ecualización generalizados ...

Preliminares: Error medio cuadrático

Se permite un compromiso de ISI y ruido a la entrada del elemento de decisión. Entonces no es válida la expresión que utiliza *Q(.)* para la probabilidad de error.

Se comparará ecualizadores óptimos en términos de MSE

$$\varepsilon^2 = E[|e_k|^2], \quad e_k = q_k - a_k$$

donde a_k es el símbolo (una variable aleatoria), q_k entrada al elemento de decisión, y se obtiene conociendo S_A, S_Z y H.

La figura de mérito de comparación será

$$\gamma = \frac{a_{\text{min}}^2}{\varepsilon^2/2}$$

Como el MSE no es Gaussiano, minimizarlo no es equivalente a minimizar probabilidad de error.

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal (LE)

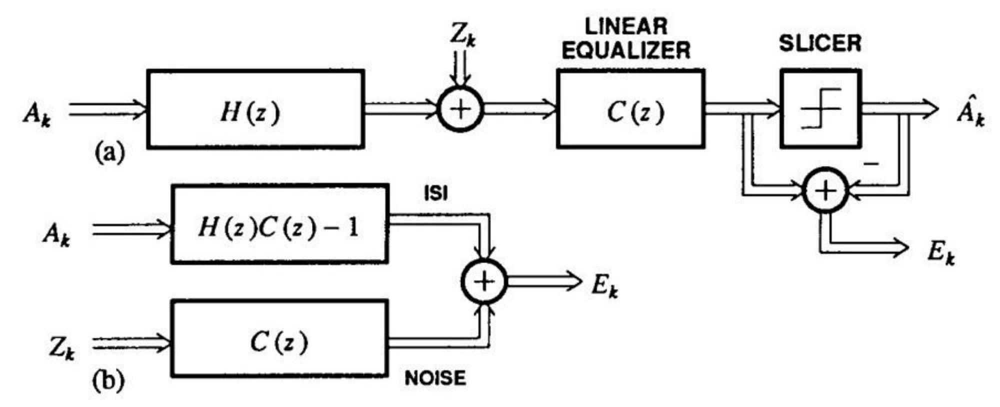
Suponiendo decisiones correctas se tiene

$$S_E = S_A|HC - 1|^2 + S_Z|C|^2 \qquad \varepsilon^2 =< S_E >_A$$

ε^2 se usará como medida de comparación

Dos criterios para optimizar *C*:

- Hacer ISI cero (ZF)
- Minimizar ε^2 (MSE)



Receptor ecualizador lineal; a) El receptor utiliza un filtro ecualizador *C* y el comparador para generar el error E_k ; b) Forma equivalente de generar el error suponiendo decisiones correctas.

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal: Criterio ZF (LE ZF)

Restringiendo la ISI a cero,

$$C = \frac{1}{H} = \frac{1}{H_0 H_{\mathrm{min}} H_{\mathrm{max}} H_{zero}}$$

- C no depende de la estadística de los datos o el ruido.
- El ecualizador será inestable si el canal tiene ceros sobre el círculo unitario.
- H_{min} se implementa con un filtro causal de fase mínima.
- H_{max}^{-1} es un filtro anticausal de fase máxima. Si H_{max} es FIR se puede aproximar.

$$\varepsilon^2_{LE-ZF} = < S_Z/|H|^2 >_A$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal: Criterio LE ZF

Ejemplo:

Para ruido blanco $S_z(z) = A_z^2$ y un canal $H(z) = 1 - cz^{-1}$, entonces el LE ZF

$$C(z) = \frac{1}{(1 - cz^{-1})}$$

Cuando |c|<1 (canal de fase mínima), $c_k = c^k u_k$

El MSE se puede evaluar por la contribución de z^0 en la expansión en fracciones parciales (integral compleja evaluada por residuos) de

$$C(z)C^*(1/z^*) = \frac{1}{H(z)H^*(1/z^*)} = \frac{1}{1 - |c|^2}\left(\frac{cz^{-1}}{1 - cz^{-1}} + \frac{1}{1 - c^*z}\right)$$

que permite obtener

$$\varepsilon^2_{LE-ZF} = A_z^2/(1 - |c|^2)$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal: Criterio LE ZF

Ejemplo (continuación)

Para |c|>1 (canal de fase no mínima), $c_k = -c^k u_{-k-1}$

Y el MSE se puede evaluar por la contribución de z^0 en la expansión en fracciones parciales en

$$C(z)C^*(1/z^*) = \frac{1}{H(z)H^*(1/z^*)} = \frac{1}{|c|^2 - 1}\left(\frac{cz^{-1}}{1 - cz^{-1}} + \frac{c^{*-1}z^{-1}}{1 - c^{*-1}z}\right)$$

de donde se obtiene

$$\varepsilon^2_{LE-ZF} = A_z^2/(|c|^2 - 1)$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal: Criterio LE ZF

Ejemplo:

Para obtener los resultados del LE ZF con $S_h = A_h^2 G_h G_h^*$, y $H = G_h$, $S_Z = 2N_0/A_h^2$ (modelo discreto del canal), entonces

$$C = G_h^{-1} \qquad \varepsilon^2_{LE-ZF} = \frac{T}{2\pi}\int_{-\pi/T}^{\pi/T} \frac{2N_0/A_h^2}{|G_h|^2} dw = 2N_0 < S_h^{-1} >_A$$

Que es consistente con el resultado obtenido para el LE ZF.

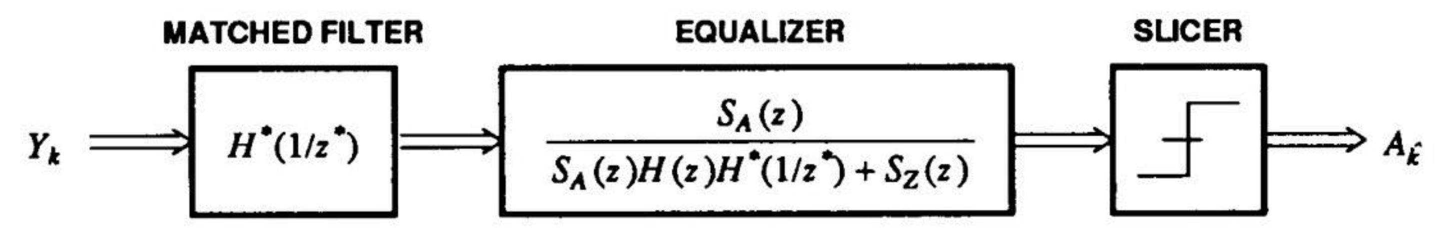
El problema de realización está asociado al WMF que incluye un filtro de fase máxima $1/G_h^*$ que solo puede ser aproximado si *G* tiene ceros (WMF con polos fuera del círculo unitario).

Ecualizador lineal: Criterio MSE (LE MSE)

A la salida del canal $S_Y = S_A|H|^2 + S_Z$, tal que

$$\begin{aligned} S_E &= S_A|HC-1|^2 + S_Z \\ &= S_Y|C - S_A S_Y^{-1} H^*|^2 + S_A - S_A^2 S_Y^{-1}|H|^2 \\ &= S_Y|C - S_A S_Y^{-1} H^*|^2 + S_A S_Y^{-1} S_Z \end{aligned}$$

Se minimiza para $C = S_A S_Y^{-1} H^*$



Receptor LE MSE, que minimiza el error medio cuadrático a la entrada de la decisión, está formado por un MF y un ecualizador.

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal: Criterio LE MSE

- H^* es un MF discreto (no aparece en LE ZF).
- Si el canal tiene polos dentro del círculo unitario (como usualmente), el MF será anticausal y solo puede aproximarse.
- El resto del ecualizador también puede tener polos fuera del círculo unitario, lo que lo hace no realizable (aunque no sobre el círculo).
- Si $S_Z \neq 0$, el LE MSE será en general estable (aunque se puede obtener solo una aproximación). El LE ZF era inestable si H tenía ceros sobre el círculo unitario.
- Cuando $S_Z \to 0$, el LE MSE se aproxima al LE ZF.

Además $$\varepsilon^2_{LE-MSE} < S_Z/(|H|^2 + S_Z S_A^{-1}) >_A$$

Y comparando con el LE ZF se tiene que

$$\varepsilon^2_{LE-MSE} \leq \varepsilon^2_{LE-ZF}$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador lineal: Criterio LE MSE

Ejemplo:

Continuando con el caso de uso de WMF para ruido blanco, si $S_A = A_a^2$ se tiene que

$$C = \frac{S_A G_h^*}{S_A |G_h|^2 + S_Z} = \frac{G_h^*}{|G_h|^2 + 2N_0/A_h^2 A_a^2}$$

tal que $C \to G_h^{-1}$ (LE ZF) para $2N_0/A_h^2 A_a^2 \to 0$ (el caso de alta SNR).

Además

$$\varepsilon^2_{LE-MSE} =< 2N_0/(S_h + 2N_0/A_a^2) >_A$$

que aproxima al LE ZF para $N_0 \to 0$.

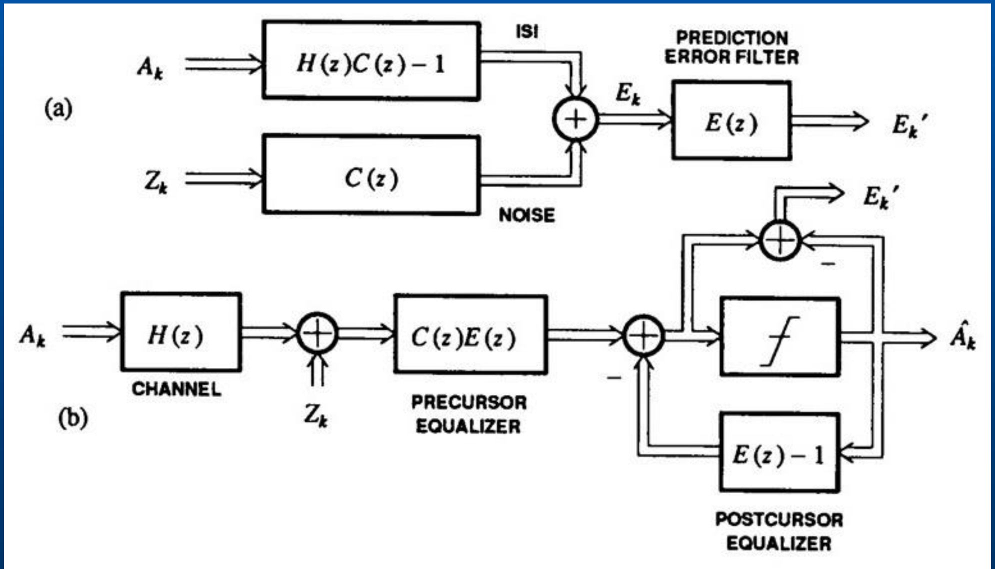
Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador con realimentación de decisión (DFE)

El diseño está relacionado con la conexión entre el LE y el agregado de filtro de error de predicción lineal *E(z)* (causal y mónico).

Agregando un filtro de error de predicción lineal para blanquear el error;

Estructura del DFE equivalente suponiendo decisiones correctas.



Métodos de ecualización generalizados ...

Ecualizador con realimentación de decisión (DFE)

- Para definir el DFE es necesario determinar los ecualizadores óptimos (precursor *CE* y postcursor *E-1*). Es más simple hallar primero *C* y *E*.
- Como *E* es el filtro de predicción óptimo, una vez obtenido este es simple hallar *C*.
- Existen dos opciones: DFE ZF y DFE MSE.
- Es simple mostrar que *C* es el mismo para LE ZF y DFE ZF, lo mismo que para LE MSE y DFE MSE.
- La diferencia entonces, está asociada al predictor en cada caso. En ambos casos el predictor blanquea el error, aunque en el caso ZF el proceso es Gaussiano y en el caso MSE no (por la ISI residual).

Métodos de ecualización generalizados (cont)

Ecualizador con realimentación de decisión (DFE)

Suponiendo algún *C* y con *E* óptimo

$$S_E = \varepsilon^2_{DFE} G_e G_e^* \qquad S_E = S_A |HC - 1|^2 + S_Z |C|^2$$

donde $\varepsilon^2_{DFE} = < S_E >_G$ es la varianza de E'_k .

El filtro de error de predicción será $E = G_e^{-1}$.

S_E , G_e, y E dependen de C, el cual dependerá del criterio de diseño utilizado.

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio DFE ZF

Considerando el DFE ZF tal que no existen ceros sobre el círculo unitario ($H_{zero} = 1$) y el LE ZF es estable con $C = H^{-1}$.

Entonces,
$$S_E = \frac{S_Z}{HH^*} = \frac{A_z^2 G_z G_z^*}{|H_0|^2 H_{\text{min}} H_{\text{max}} H_{\text{min}}^* H_{\text{max}}^*}$$

tal que
$$\varepsilon^2_{DFE-ZF} = < S_Z/|H|^2 >_G = A_z^2/|H_0|^2$$

Además, el filtro de error de predicción (filtro blanqueador mónico de fase mínima) es

$$E = \frac{H_{\text{min}} H_{\text{max}}^*}{G_z}$$

Y el ecualizador precursor

$$CE = H^{-1} \frac{H_{\text{min}} H_{\text{max}}^*}{G_z} = \frac{1}{H_0} \frac{H_{\text{max}}^*}{H_{\text{max}}} G_z^{-1}$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio DFE ZF

- G_z^{-1} es un filtro de blanqueo de fase mínima que asegura que el ruido a la entrada del elemento de decisión sea blanco.
- $H^*_{\mathsf{max}}/H_{\mathsf{max}}$ es un filtro pasatodo (se elimina la ISI precursor sin amplificación de ruido).
- El pasatodo convierte la componente de fase máxima del canal a fase mínima, reflejando polos y ceros dentro del círculo unitario.
- Si el canal es de fase mínima y el ruido es blanco, no se requiere ecualizador precursor, mas allá de una constante de ganancia (excepto por el blanqueo el precursor no es necesario).
- Si existe H_{max}, en términos prácticos debe ser FIR y el pasatodo tendrá polos fuera del círculo unitario y solo podrá ser aproximado (DFE ZF tiene igual dificultad que el LE ZF).

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio DFE ZF

Ejemplo. Para el canal

$$H(z) = 1 - cz^{-1}$$

Si $|c|<1$ es de fase mínima, tal que $H_0 = 1$ y $H_{\text{max}} = 1$ y no se requiere precursor. Entonces

$$\varepsilon^2_{DFE-ZF} = A_z^2$$

y no existe amplificación de ruido.

El ecualizador postcursor será: $E - 1 = -cz^{-1}$ que cancela una única muestra de ISI.

No sucede nada particular para $|c| \to 1$, a diferencia del LE ZF que no es estable en ese caso.

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio DFE ZF

Ejemplo (continuación)

Para el caso en que |c|>1 (fase no mínima) $H(z) = -cz^{-1}(1 - c^{-1}z)$, e ignorando el retardo, $H_0 = -c$, $H_{\text{max}} = 1 - c^{-1}z$, tal que

$$\varepsilon^2_{DFE-ZF} = A^2_z/|c|^2$$

y el error a la entrada del elemento de decisión es menor que en el caso anterior. El ecualizador postcursor es: $E(z) - 1 = -(c^*)^{-1}z^{-1}$

La mayor diferencia está en el ecualizador precursor:

$$C(z)E(z) = -\frac{1}{c}\left(\frac{1 - (c^*)^{-1}z^{-1}}{1 - c^{-1}z}\right)$$

un pasatodo, anticausal que solo puede ser aproximado.

En general la solución de fase mínima introduce mayor varianza de error en la entrada del elemento de decisión: siempre que la componente de fase máxima sea FIR, ISI cero se puede asegurar con el postcursor solo.

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio DFE ZF

Ejemplo. Para el ejemplo de uso del WMF. Con $C = 1/G_h$

$$S_E = \frac{2N_0/A_h^2}{|G_h|^2}$$

El predictor óptimo será $E = G_h$, y el ecualizador precursor $CE = 1$ de forma que coincide con el WMF. También

$$\varepsilon^2_{DFE-ZF} = \frac{2N_0}{A_h^2}$$

A diferencia del LE ZF, el DFE ZF funciona adecuadamente aún con ceros sobre el círculo unitario en el modelo del canal.

Métodos de ecualización generalizados (cont)

Criterio DFE MSE

Es necesario hallar *C* que minimice

$$S_E = S_Y|C - S_A S_Y^{-1} H^*|^2 + S_A S_Z S_Y^{-1}$$

$$C = S_A S_Y^{-1} H^*$$

Y para hallar *E* es necesaria la factorización espectral de fase mínima de

$$S_Y = S_A H H^* + S_Z = A_y^2 G_y G_y^*$$

tal que

$$A_y =< S_A|H|^2 + S_Z >_G$$

entonces

$$S_E = \frac{S_A S_Z}{S_Y} = \frac{A_a^2 A_z^2}{A_y^2} \frac{G_a G_a^* G_z G_z^*}{G_y G_y^*} = \varepsilon_{DFE-MSE}^2 G_e G_e^*$$

Métodos de ecualización generalizados (cont)

Criterio DFE MSE

De donde se obtiene

$$\varepsilon^2_{DFE-MSE} = \frac{A_a^2 A_z^2}{A_y^2} = < S_Z/|H|^2 + S_Z Z_A^{-1} >_G$$

con

$$E = \frac{1}{G_e} = \frac{G_y}{G_a G_z} \qquad CE = \frac{A_a^2}{A_y^2} \cdot H^* \cdot \frac{G_a^*}{G_y^*} \cdot G_z^{-1}$$

Como en el LE MSE incluye un MF, y como en el DFE ZF incluye un filtro blanqueador, se puede verificar que

$$\varepsilon^2_{DFE-MSE} \leq \varepsilon^2_{DFE-ZF}$$

Métodos de ecualización generalizados (cont)

Criterio DFE ZF

Ejemplo. Para el caso de uso de WMF, a la salida del canal se tiene

$$S_y = S_A |G_h|^2 + \frac{2N_0}{A_h^2} = A_y^2 G_y G_y^*$$

Como el ruido al a salida del WMF es blanco no se requiere filtro de blanqueo ($G_z = 1$) y los filtros postcursor y precursor son

$$E = G_y / G_a \qquad CE = \frac{A_a^2}{A_y^2} G_h^* \frac{G_a^*}{G_y^*}$$

tal que el MSE es

$$\varepsilon^2_{DFE-MSE} = < 2N_0 / (S_h + 2N_0 S_A^{-1}) >_G$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio DFE MSE no sesgado

Teniendo en cuenta la función transferencia desde la entrada de símbolos hasta el elemento de decisión en el DFE

$$(HC-1)E = -\frac{A_z^2}{A_y^2} \cdot \frac{G_z^*}{G_a G_y^*}$$

Como $G_z^*/G_a G_y^*$ es mónico, la entrada al elemento de decisión tiene una componente proporcional al símbolo A_k, $(-A_z^2/A_y^2) \cdot A_k$ tal que la señal completa a la entrada del elemento de decisión del DFE será

$$\frac{A_y^2 - A_z^2}{A_y^2} A_k$$

Aunque esta minimiza el MSE, se requiere minimizar probabilidad de error. Para eso es útil eliminar este sesgo (bias). Resultado

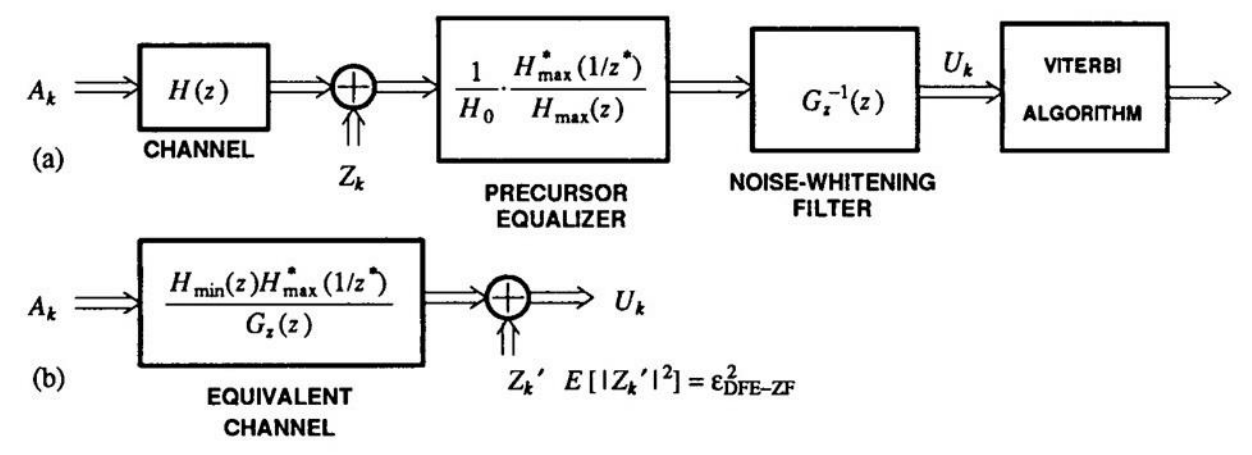
DFE MSE no sesgado (DFE MSE U)

$$\varepsilon^2_{DFE-MSE} \leq \varepsilon^2_{DFE-MSE-U} \leq \varepsilon^2_{DFE-ZF}$$

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio MLSD con DFE ZF

- Se mostró que el MLSD y el DFE ZF comparten el mismo filtrado WMF.
- Se extendió el DFE ZF para el caso de no usar WMF.
- Es posible usar el algoritmo de Viterbi a la salida del ecualizador precursor del DFE ZF en lugar del WMF.



a) Algoritmo de Viterbi aplicado a la detección de símbolos en presencia de ISI. Se supone que la respuesta a un pulso aislado a la salida del ecualizador precursor es FIR; b) Modelo equivalente en el cual el canal es causal.

Métodos de ecualización generalizados ...

Criterio MLSD con DFE ZF

La restricción es que *E* debe ser FIR (modelo del canal una FSM), esto implica entonces:

H^*_{max} debe ser FIR (esto es necesario también por la realizabilidad del canal).

H_{min} debe ser FIR, tal que el canal no debería tener polos.

G_z debe ser solo polos (S_Z debe ser autoregresivo).

Esta configuración no corresponde al MLSD para un canal continuo (subóptimo en ese caso).

Si *E* no es FIR:

- El precursor se puede modificar para obtener una respuesta FIR (la entrada no será blanca).
- El modelo de canal se puede truncar a uno FIR (tanto mas preciso cuanto mayor número de taps).

Ecualizador de espaciamiento fraccionario (FSE)

Los modelos asociados a los diseños de receptores en base a MF y WMF utilizan muestreo a la tasa correspondiente de 1/T.

Suponiendo la señal PAM de forma de utilizar algún exceso de ancho de banda en términos prácticos, la frecuencia anterior es menor que la necesaria para evitar aliasing.

Para evitar algunos inconvenientes relacionados es común usar una frecuencia de muestreo mayor que 1/T para definir un *ecualizador de espaciamiento fraccionario (FSE)*.

Esta estrategia se puede utilizar para LE, DFE, WMF y MLSD.

Ecualizador de espaciamiento fraccionario ...

Aliasing y la fase del muestreo

En la práctica, las suposiciones asociadas al MF son problemáticas:

- La fase de muestreo se conoce perfectamente.
- El canal se conoce precisamente (esto se resolverá parcialmente con filtrado adaptativo).
- Los ecualizadores discretos (LE o DFE) no tienen complejidad restringida.

Para analizar el efecto de error en el muestreo, suponemos que un pulso es retardado por un tiempo desconocido t_0, de forma que el pulso es $h(t-t_0)$ cuando muestreado a 1/T. El espectro ahora será

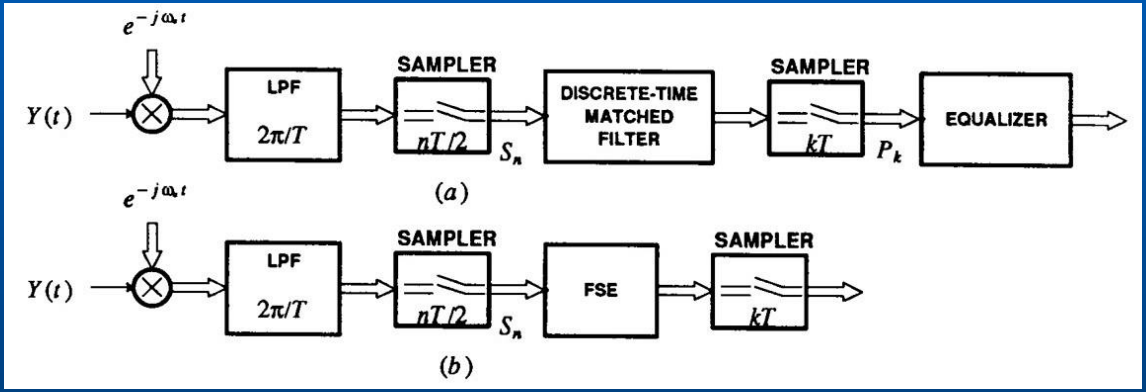
$$S_{h,t_0}(e^{jwT}) = \frac{1}{T}e^{jwt_0}\sum_{m=-\infty}^{\infty}|H(j(w+m\frac{2\pi}{T})|^2 e^{j2\pi m\frac{t_0}{T}}$$

no necesariamente real no negativo, con ceros que el espectro original no tenía. Por lo que un ecualizador para compensar esos ceros introduciría amplificación de ruido.

Es más adecuado considerar un MF implementado en forma discreta, lo que requiere mayor tasa de muestreo que la de símbolo. Analizaremos esa idea en el dominio tiempo y frecuencia.

Ecualizador de espaciamiento fraccionario.

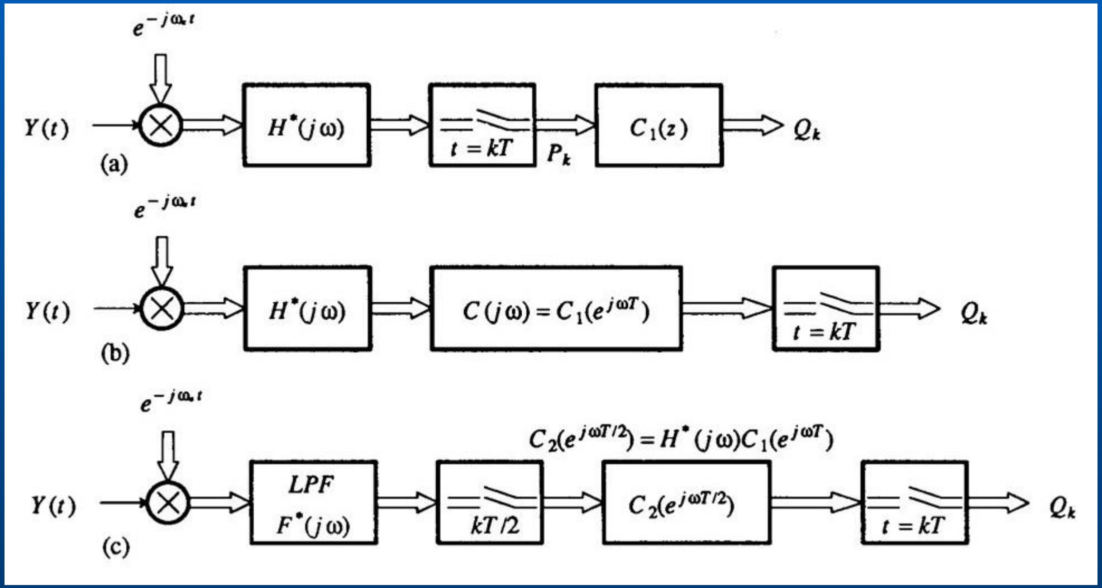
FSE en el dominio tiempo.



FSE para 100 % de exceso de ancho de banda; a) Realización con MF y ecualizador separados; b) Realización con MF y ecualizador combinados (simplemente se puede descartar una muestra cada dos de salida).

Ecualizador de espaciamiento fraccionario (cont).

FSE el dominio frecuencia.



Interpretación del FSE en el dominio frecuencia; a) MF convencional con muestreo a tasa de símbolos y ecualizador $C_1(z)$; b) Ecualizador implementado en tiempo continuo; c) MF y ecualizador implementados en tiempo discreto a un muestreo doble de la tasa de símbolos (decimador).

Ecualizador de espaciamiento fraccionario (cont).

Interpretación del FSE

- El muestreo a la tasa de símbolos después del MF introduce aliasing.
- El FSE usa un filtro discreto para que no existe ese aliasing.
- En la práctica el FSE como filtro discreto puede diseñarse para ajustar la fase del muestreo, eliminando el efecto de la amplificación del ruido.
- El FSE puede utilizarse con LE, WMF y el ecualizador precursor de DFE.

Ecualización con filtros transversales

- En la práctica el ecualizador debe ser realizable: debe tener una función transferencia racional (IIR o FIR).

- FIR puede implementarse aún cuando no sea causal si un retardo es admisible (no para el caso de postcursor). IIR pueden ser estables y causales siempre que sus polos estén dentro del círculo unitario. Si $S_h(e^{jwT})$ no es exactamente racional debe usarse una aproximación.

- Como en general se puede tener una componente de fase máxima, la aproximación usual para el ecualizador es

$$C(z) = \sum_{k=-N}^{k=N} c_k z^{-k}$$

O una aproximación causal

$$z^{-N}C(z) = \sum_{k=0}^{2N} c_{k-N} z^{-k}$$

Ecualización Óptima (resumen)

- **Ecualización óptima de ISI nula.**
- **Métodos de ecualización generalizados (LE, DFE y MLSD).**
- **Ecualización de espaciamiento fraccionario.**
- **Ecualización con filtros transversales.**
- **ISI y Capacidad de canal.**