2023-2024春季学期匡亚明学院数学物理方法期中试卷（吴盛俊）

整理者：御条当琴　某科铃兰

2024 年 4 月 1 日

一、（6分）计算$\mathrm{i}^{\ln \mathrm{i}}$.（注意$\sqrt{z}$也是多值函数）

二、（6分）计算积分

$$\oint_{|z|=\pi} \frac{\sin z \cos z}{z^2(z-3)} \mathrm{d}z.$$

三、（6分）计算级数

$$\sum_{n=-1}^{\infty} \frac{1}{4n^3+1}.$$

四、（6分）讨论

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \sin ax}{x^4+1} \mathrm{d}x.$$

五、（22分）将

$$\frac{\cos \pi z/2}{(z+1)(z-2)}$$

分别在

(i)$z=0$附近;(ii)无穷处展开为泰勒或洛朗级数;

(iii)讨论被积函数的奇点与相应留数.

六、（12分）用拉普拉斯变换解决微分方程问题：

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \eta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = A \sin \omega_1 t,$$

其中$x(0)=L, \dot{x}(0)=0$,且ω_0, A, ω_1, L皆为常数.

七、（22分）已知

$$E(t) = E_0 + E_1 \cos(\pi t), \, 0 \le t \le \tau,$$

（1）进行奇延拓，写出傅里叶级数;

（2）进行偶延拓，写出傅里叶级数;

（3）选择恰当的延拓与周期，使得展开后的级数在$t=0, t=\tau$处都收敛于原函数. $(0<\tau<1)$

八、（20分）运用下面三种方法，求解$\bar{f}(p)$拉普拉斯反演,其中

$$\bar{f}(p)=\frac{e^{-\alpha p}}{p^2+\omega^2}$$

（1）运用反演性质;

（2）运用梅林-黎曼反演公式;

（3）运用留数定理;

（4）简述为什么（3）算出来的结果不同？

九、（2分）请提出对前半学期的建议和后半学期的期待.（十个字以上2分，五个字以上1分，四个字以下不得分）