

NJU 理论力学（天文）期末考试

2024. 1. 9

南天后花园

第一部分 刚体（25 分）

- 1.（3 分）什么是刚体？举出两个刚体模型的例子。
- 2.（3 分）欧拉角是什么？请具体的写出有哪些欧拉角。
- 3.（2 分）判断下列说法的正误。
①刚体的角动量和角速度方向一致。
②无外力矩刚体角动量不变，角速度可变可不变。
- 4.（5 分）画出薄圆盘的惯性主轴并写出每条主轴上的转动惯量。
- 5.（3 分）什么是动平衡？举两个例子。
- 6.（10 分）写出重刚体的拉格朗日函数。它是否有可遗坐标？请写出他的广义积分。

第二部分 哈密顿正则方程（25 分）

- 7.（12 分）利用表格画出拉格朗日力学和哈密顿正则方程的运动状态、运动动力学方程、可遗坐标、运动积分。
- 8.（7 分）利用拉格朗日方程推导哈密顿正则方程。
- 9.（6 分）已知一个简谐振子的质量为 m ，劲度系数为 k ，写出它的哈密顿正则方程。求出该简谐振子的相轨迹，并简单画出相图。

第三部分 变分法和哈密顿原理（22 分）

- 10.（5 分）用数学语言描述捷线问题。
- 11.（6 分）以下变分原理的内容和分析力学中的什么内容对应？
① $\delta \int F(x, y, y') = 0$ ② $\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0$ ③ 运动轨迹
- 12.（6 分）简述哈密顿原理并写出它的数学表达式。他的物理意义是什么？
- 13.（5 分）简要说明哈密顿原理和费马原理的相似处。

第四部分 哈密顿—雅可比理论、正则方程（27 分）

- 14.（3 分）说明这个变换是不是正则变换： $Q_1 = q_1, P_1 = p_1, Q_2 = p_2, P_1 = q_2$ 。
- 15.（10 分）什么是刘维尔可积性？从有心力问题、重刚体中选一个说明他是否满足刘维尔可积性，并举一个刘维尔可积和不可积的例子。
- 16.（5 分）写出有心力问题或者重刚体模型的哈密顿正则方程、哈密顿—雅可比方程。
- 17.（9 分）对于 $G = yp_z - zp_y$ ，写出它在母函数下的无限小正则变换。对于 $H =$

$\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} + V(r)$ ，证明 G 是运动积分，并用诺特定理解释 G 是运动积分。