Матричная запись

название лекции

Линейная оболочка

название видеофрагмента

Краткий план:

- Вектор — это столбец чисел.

Краткий план:

- Вектор — это столбец чисел.
- Сложение двух векторов и умножение на число.

Краткий план:

- Вектор — это столбец чисел.
- Сложение двух векторов и умножение на число.
- Расстояние и косинус угла между векторами.

Линейная комбинация

- Определение. Вектор $\mathbf{v}$ называется линейной комбинацией векторов $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, $\ldots$, $\mathbf{x}_k$, если его можно представить в виде их суммы с некоторыми действительными весами α_i:

$$\mathbf{v} = \alpha_1\mathbf{x}_1 + \alpha_2\mathbf{x}_2 + \ldots + \alpha_k\mathbf{x}_k$$

Линейная комбинация

- Определение. Вектор $\mathbf{v}$ называется линейной комбинацией векторов $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k$, если его можно представить в виде их суммы с некоторыми действительными весами α_i:

$$\mathbf{v} = \alpha_1 \mathbf{x}_1 + \alpha_2 \mathbf{x}_2 + \ldots + \alpha_k \mathbf{x}_k$$

- Пример. Вектор $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ — это линейная комбинация векторов $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Любой вектор — линейная комбинация

- Любой вектор $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ — линейная комбинация векторов $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Любой вектор — линейная комбинация

- Любой вектор $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ — линейная комбинация векторов $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Аналогично, для вектора $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + v_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Линейная зависимость

Определение.

- Набор A из двух и более векторов называется линейно зависимым, если хотя бы один вектор является линейной комбинацией остальных.

Линейная зависимость

Определение.

- Набор A из двух и более векторов называется линейно зависимым, если хотя бы один вектор является линейной комбинацией остальных.
- Набор A из одного нулевого вектора также называется линейно зависимым.

Линейная зависимость: пример

- Набор $A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$ — линейно независимый.

Линейная зависимость: пример

- Набор $A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$ — линейно независимый.
- Набор $A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ — линейно зависимый:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Линейная зависимость: дубль два

Определение-2. Набор векторов $A = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_k\}$ называется линейно зависимым, если можно найти такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$, что не все из них равны нулю и

$$\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2 + \ldots + \alpha_k \mathbf{v}_k = \mathbf{0}$$