

Векторы и операторы

Обращение оператора

Обращение

Определение

Рассмотрим оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Оператор L^{-1} называют **обратным оператором** к L , если

$$L \cdot L^{-1} = L^{-1} \cdot L = I.$$

Обращение

Определение

Рассмотрим оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Оператор L^{-1} называют **обратным оператором** к L , если

$$L \cdot L^{-1} = L^{-1} \cdot L = I.$$

Мы не обращаем операторы $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ при $n \neq k$.

Обращение

Определение

Рассмотрим оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Оператор L^{-1} называют **обратным оператором** к L , если

$$L \cdot L^{-1} = L^{-1} \cdot L = I.$$

Мы не обращаем операторы $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ при $n \neq k$.

Даже для $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ обратный оператор не всегда существует!

Обращение

Определение

Рассмотрим оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Оператор L^{-1} называют **обратным оператором** к L , если

$$L \cdot L^{-1} = L^{-1} \cdot L = I.$$

Мы не обращаем операторы $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ при $n \neq k$.

Даже для $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ обратный оператор не всегда существует!

В определении достаточно потребовать $L \cdot L^{-1} = I$.

Обращение растягивания

- Исходный оператор L : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2a_1 \\ -3a_2 \end{pmatrix}$

Обращение растягивания

- Исходный оператор L : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2a_1 \\ -3a_2 \end{pmatrix}$
- Обратный оператор: L^{-1} : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a_1 \\ -\frac{1}{3}a_2 \end{pmatrix}$

Обращение растягивания

- Исходный оператор L : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2a_1 \\ -3a_2 \end{pmatrix}$
- Обратный оператор: L^{-1} : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a_1 \\ \frac{1}{-3}a_2 \end{pmatrix}$
- $L^{-1} L = I$

Обращение перестановки двух компонент

- Исходный оператор L : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$

Обращение перестановки двух компонент

- Исходный оператор L : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$
- Обратный оператор: L^{-1} : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$

Обращение перестановки двух компонент

- Исходный оператор L : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$
- Обратный оператор: L^{-1} : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$
- $L^{-1} L = I$

Обращение перестановки двух компонент

- Исходный оператор $L : \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$
- Обратный оператор: $L^{-1} : \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$
- $L^{-1} L = I$
- $L^{-1} = L$

Обращение перестановки компонент

- Исходный оператор L :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_3 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

Обращение перестановки компонент

- Исходный оператор L :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_3 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$
- Обратный оператор: L^{-1} :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

Обращение перестановки компонент

- Исходный оператор L :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_3 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$
- Обратный оператор: L^{-1} :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \end{pmatrix}$$
- $L^{-1} L = I$

Обращение единичного оператора

- Исходный оператор I : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

Обращение единичного оператора

- Исходный оператор I :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$
- Обратный оператор: I :
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

Обращение единичного оператора

- Исходный оператор I : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
- Обратный оператор: I : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
- $I^{-1}I = I$

Обращение поворота

- Исходный оператор $R : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, поворот на 30° против часовой стрелки.

Обращение поворота

- Исходный оператор $R : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, поворот на 30° против часовой стрелки.
- Обратный оператор: R^{-1} , поворот на 30° по часовой стрелке, $R^{-1}R = I$

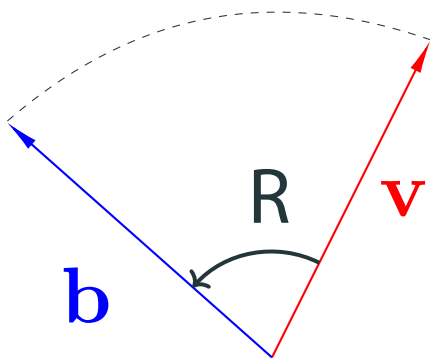
Обращение поворота

- Исходный оператор $R : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, поворот на 30° против часовой стрелки.
- Обратный оператор: R^{-1} , поворот на 30° по часовой стрелке, $R^{-1}R = I$

Обращение поворота

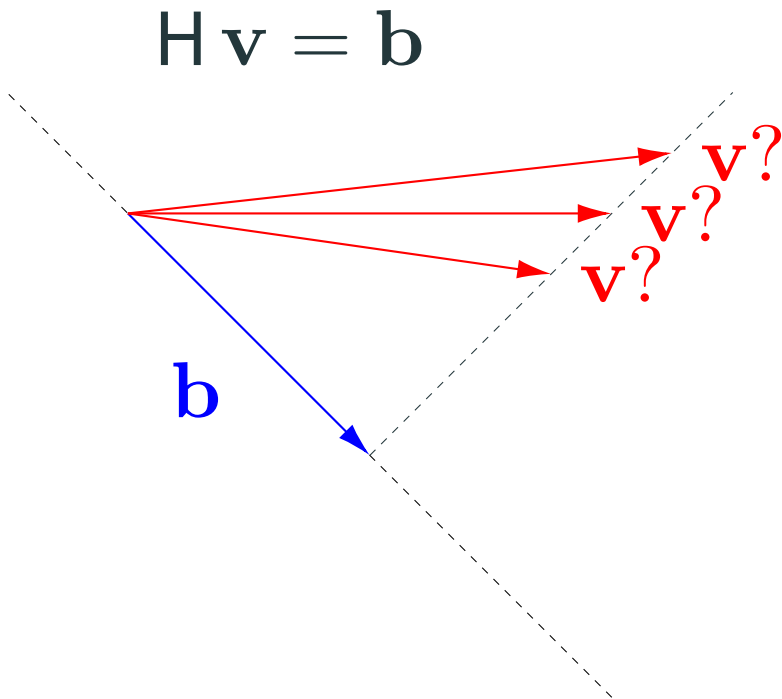
- Исходный оператор $R : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, поворот на 30° против часовой стрелки.
- Обратный оператор: R^{-1} , поворот на 30° по часовой стрелке, $R^{-1}R = I$

$$R \mathbf{v} = \mathbf{b} \text{ или } \mathbf{v} = R^{-1} \mathbf{b}$$



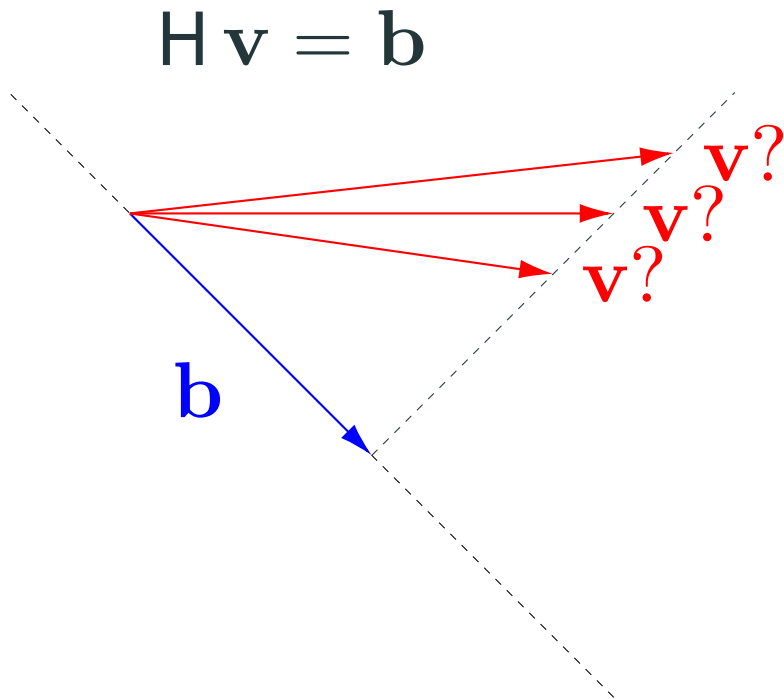
Не все действия обратимы!

- По определению, исходный оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.



Не все действия обратимы!

- По определению, исходный оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.
- Исходный оператор $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, проекция на прямую $x_1 + 2x_2 = 0$.



Не все действия обратимы!

- По определению, исходный оператор $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.
- Исходный оператор $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, проекция на прямую $x_1 + 2x_2 = 0$.
- Обратный оператор H^{-1} не существует!

$$H \mathbf{v} = \mathbf{b}$$

