Universidad nacional de Ingeniería
FIIS-Área de Ciencias Básicas

PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES (CB-402)

EP2009-2(U-V)

1.) En un supermercado, los cuatro artículos más vendidos, han originado en determinado mes los beneficios totales (en miles de soles) y los beneficios por unidad que se dan a continuación: Calcular el beneficio medio por artículo

Tipo de artículo	Beneficios mensuales miles Soles	Beneficios por unidad soles/unidad
A	44560	200
B	38850	222
C	53900	196
D	47188	188

Año	1996	1997	1998	1999
Rentabilidad %	5	4	-3	5

2. Un particular invierte un millón de soles en un Fondo de Inversión el 1 de Enero de 1996. Las Rentabilidades anuales de dicho fondo (%) durante los años siguientes han sido: Si durante esos años no ha retirado el capital de dicho Fondo . Cuál ha sido la rentabilidad media de dicho Fondo durante los cuatro años?
3. En una fábrica se tiene dos máquinas para producir tornillos. La máquina 1 produce el 31% de tornillos de cobre el 12% de tornillos bronce y el resto de fierro. La máquina 2 produce el 37% de tornillos de cobre y el resto de bronce. Se lanza un dado y si sale un múltiplo de 3 se escoge un tornillo de la producción de la máquina 2 y si no es así se escoge un tornillo de la producción de la máquina 1.
   a. Calcular la probabilidad de que el tornillo elegido al azar sea de cobre.
   b. Si el tornillo escogido resultó de cobre ¿ De qué máquina cree Ud. es más probable que haya sido producido?
4. Si se escogen 5 tornillos con reposición de la producción total ¿Cuál será la probabilidad de que a lo más dos sean de cobre?
5. La caja A tiene 5 fichas negras y 4 fichas blancas, la caja B tiene 3 fichas negras y 5 blancas, y la caja C tiene 7 fichas negras y 2 blancas. Se trasladan dos fichas de la caja A a la caja B, luego se extraen dos fichas de la caja B y se ponen en la caja C, y finalmente se trasladan dos fichas de la caja C a la caja A. ¿Cuál es la probabilidad que la composición inicial de las cajas no haya cambiado, después del experimento?
6. Se lanza una serie de cohetes hasta que se obtiene el primer lanzamiento exitoso. Si esto no se logra, el experimento continúa, caso contrario se detiene. En este caso el espacio muestral es el conjunto de los números naturales. Si P es la medida de probabilidad asociada a este experimento definida por:

$$P(\{i\}) = K\,(0.2)^{i-1} \quad ; \quad \forall\, i \in N$$

   a. Determine el valor de K.
   b. Determinar la probabilidad de detener el experimento cuando el número de lanzamientos sea múltiplo de 3.
   c. Determinar la probabilidad de detener el experimento cuando el número de lanzamientos sea mayor que 5.
   d. Si el jefe de pruebas decide detener el experimento al obtener 3 lanzamientos exitosos. Describa el espacio muestral asociado.
7. Suponga que A, B y C son sucesos tales que $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$. $P(A \cap B) = P(B \cap C) = 0$ y $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$.
   Calcular la probabilidad de que al menos uno de los sucesos A, B o C ocurra.
8. Cierto tipo de motor eléctrico falla por obstrucción de los rodamientos, por combustión del embobinado o por desgaste de las escobillas. Suponga que la probabilidad de la obstrucción es el doble de la combustión, la cual es cuatro veces más probable que el desgaste de las escobillas. ¿Cuál es la probabilidad de que el fallo se produzca por cada uno de esos tres mecanismos? (2 Puntos)
9. Sea X v.a. continua con la siguiente función de densidad

$$f_X(x) = A\, e^{-|x|},\ \forall x \in \Re$$

   a. Determine el valor de A para que sea función de densidad de probabilidades.
   b. Determine F_X.
   c. Calcule $P[X > 2 / |X| > 1]$.

EP2009-1(U-V)

1.-a) De una muestra de tamaño 3 se sabe que:La media cúbica de las tres observaciones es 657, La Media aritmética es 7 y la mediana es 6.Calcular el valor de cada una de las observaciones, si se sabe que dichos valores son diferentes.

1.b) Plantee la diferencia entre Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial., e indique una situación de aplicación para cada caso.

2.-a) Se lanzan tres dados. Calcule la probabilidad de que la suma de números obtenidos sea mayor que 10, si se sabe que la suma en los dos primeros dados es cinco.

2.b) Un grupo de 5 hombres y 10 mujeres se divide al azar en cinco grupos de tres personas cada uno Calcular la probabilidad de que en cada grupo haya un hombre

3.- Una señal se codifica como una sucesión de ceros y unos para trasmitirla digitalmente. Debido a imperfecciones en el canal de transmisión cualquiera de estos dígitos se recibe erróneamente (uno se recibe como cero o cero se recibe como uno) con probabilidad p.

a. ¿Cuál es la probabilidad de tener al menos un error en una sucesión de n dígitos?

14
41
23
32
4x

2
2
3
9 6
5
6

b. Para reducir la [illegible]bilidad de error, cada digito se repite tres veces. Cada digito en el trío puede trasmitirse erróneamente con probabilidad p. [illegible]mamos como valor de cada trío al entero que se repita más veces: 001 lo interpretamos como 0. ¿Cuál es la probabilidad de que cualquier digito se reciba erróneamente?

c) Cuál es la probabilidad de tener al menos un error en una sucesión de n dígitos?

4.- Al examinar pozos de agua en un distrito con respecto a dos impurezas encontradas frecuentemente en el agua potable, se encontró que el 20% de los pozos no revelaban impureza alguna, el 40% tenía impureza A y el 50% la impureza B (Naturalmente, algunas tenían ambas impurezas). Si se escoge al azar un pozo de agua del distrito. Encuentre la distribución de probabilidad para el número de impurezas encontradas en el pozo.

5.-Una distribuidora de gas tiene dos proveedores: "Gasbueno" y "Extragas". El 40% del gas abastece el proveedor "Gasbueno"; además se sabe que la demanda semanal de gas propano, en miles de galones, de de este proveedor es una variable aleatoria X con función de densidad f(x) dada por

$f(x) = 2(1 - \frac{1}{x^2}), \quad a \leq x \leq 2$; Mientras que para el proveedor "Extragas" la demanda en miles de galones es una variable aleatoria que tiene función de probabilidad

X	0.5	1.5	2	2.5
$P[X = x]$	0.12	0.55	0.28	0.05

a) Para el proveedor "Gasbueno" halle la probabilidad que la demanda semanal sea a lo más de 1500.

b) Si para una semana en particular la distribuidora registró una demanda de a lo más 1500 galones. Qué proveedor es más probable que haya abastecido.

EP2009-1(W-X)

1. a) Establecer la diferencia entre Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial., e indique una situación de aplicación para cada caso.

1.b) La fábrica A produce n artículos, la fábrica B produce el doble de números de artículos. La fábrica A y la fábrica C produce 20% más que la fábrica B. Si los costos unitarios son respectivamente 100, 120, 140 Nuevos Soles. Calcular el precio promedio de venta, si los productores desean ganar el 30% de los correspondientes precios unitarios de costo

2.- a) Suponga que en un laboratorio se han realizado 20 análisis de muestras de sangre, luego de una confusión de parte del técnico de laboratorio los ha distribuido al azar los resultados de cada una de las 20 persona. Determine la probabilidad que por lo menos una persona tenga su resultado respectivo de análisis de sangre.

2.b) Una caja contiene 9 etiquetas numeradas consecutivamente del 1 al 9. Si se extraen dos de estas etiquetas al azar. ¿cuál es la probabilidad de que sean consecutivas 0 sumen 8?

2.c) En un colegio el 25% de los alumnos son hombres, el 25% de los hombres y el 20% de las mujeres tuvieron muy buen rendimiento el año anterior. ,Si se escoge un alumno al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que haya tenido muy bien rendimiento el año anterior?

4.- Tres cajas iguales contienen dados de la siguiente manera: la primera contiene un dado normal y dos anormales, la segunda contiene dos dados normales y uno anormal, y la tercera contiene tres dados anormales.Un dado normal marca 1.2.3.4.5. y 6 en sus caras, mientras que un dado anormal marca 2.2.4,4,6,6 en sus caras.

b) Se extrae un dado de una de las cajas, en forma aleatoria y se lanza dos veces, obteniéndose par en los dos lanzamientos. ¿Cuál es la probabilidad de que el dado elegido sea el anormal?

c) Al extraer un dado de las cajas. Se lanza una vez Determine la función de probabilidad de la variable aleatoria X. Número de puntos que aparece en la cara superior del dado.

EP2008-2(U-V)

1. Los porcentajes de artículos defectuosos encontrados en cada una de las cajas recibidas varía entre 10 y 25% La distribución de las cajas de acuerdo a los porcentajes de defectuosos es como sigue:

%Defectuosos	10-13	13-16	16-19	19-22	22-25
h_i	0.08	0.24	0.36	0.24	0.08

Una caja se considera "casi óptima" si no supera el 17% de defectuosos y se considera "regularmente óptima" si su porcentaje no supera el 20% pero es mayor que el 17%

a) Hallar el porcentaje de cajas casi óptimas en el lote recibido

b) Si las utilidades por cada caja son: S/. 30 por las "casi óptimas" S/. 15 por las "regularmente óptimas" S/. 5 por el resto. Hallar la utilidad promedio.

2. Una empresa fabricante de televisores elige a sus proveedores de pantallas de la siguiente manera: en cada empresa proveedora selecciona al azar cinco pantallas a las que somete a prueba para determinar si ellas cumplen con las especificaciones requeridas por la empresa para su producto. Se firma el contrato de compra si todas las pantallas examinadas superan la prueba.
    a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea elegida como proveedor una empresa que dispone de 150 pantallas de las cuales sólo 30 no están en condiciones de pasar la prueba?
    b) ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera pantalla sometida a prueba no supere el examen y, por tanto, se descarte a esta empresa como proveedor?

3. En un juego de dados un jugador lanza dos veces un par de dados. Gana si los números obtenidos no difieren en más de dos unidades, con las siguientes excepciones: si obtiene un tres en la primera tirada deferí obtener un cuatro en la segunda, si obtiene un once en la primera tirada deberá obtener un 10 en la segunda. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?

4. Lea A y B si se sabe que lee al menos uno de los periódicos. En un sistema computacional se dispone de dos líneas de comunicación conectadas a través de un MODEM; por la línea de entrada la probabilidad de que se haya enviado un bit igual a 1 es de 0.56. Por razones de interferencia el MODEM recibe con error esta señal, de tal manera que si se le envió un 1 la probabilidad que reciba un 1 es de 0.95; mientras que la probabilidad que reciba un 0 si se le envió un cero es de 0.91. Se sabe además que el MODEM envía por la línea de salida la información de manera que la probabilidad de enviar un 1 habiendo recibido un 1 es de 0.98 y la probabilidad de enviar un 0 habiendo recibido un 0 es de 0.94.

a) Encuentre la probabilidad de que el MODEM envíe un 0

b) Dado que el MODEM envió un 1, encuentre la probabilidad de que por la lín[illegible] entrada se le haya e[illegible]iado un 0.

c) Si se envía una señal formada por 8 bits (1 byte), calcule la probabilidad de que 4 de sus 8 bits sean 0.

5. En un taller hay tres tipos de máquinas: A, B y C. De las 20 del tipo A, 4 están malogradas; de las 15 del tipo B, 2 están malogradas; y de las 10 del tipo C, 3 están malogradas. Se escoge al azar y de manera independiente una máquina de cada tipo. Si la variable X es igual al número de máquinas malogradas escogidas, Determine la función de probabilidad.

EP2008-2(W-X)

1. Se conocen los puntajes que un grupo de postulantes, no así las identificaciones de los mismos. Uno de ellos, Andrés quiere conocer su puntaje y le han dicho que es mayor que el promedio y menor que el percentil 75 Los puntajes son los siguientes

851	344	591	513	744	526	522	
684	491	618	750	739	527	765	590

Obtenga los posibles puntajes de Andrés.De entre los valores calculados en a), el puntaje de Andrés es aquel que al calcular la desviación estándar de los 14 restantes, produce la mayor variabilidad ¿Cuál es el puntaje de Andrés?

2. Los registros de los delitos violentos en una ciudad muestran que 20% de ellos son violentos y 80% no violentos. Se señala también que son denunciados el 90% de los delitos violentos y solo el 70% de los delitos no violentos.
   a) Cuál es la proporción global de delitos que se denuncian en la ciudad?
   b) Si no se denuncia un delito ante la policía. ¿cuál es la probabilidad de que el delito sea violento.
3. Una persona lanza repetidas veces dos dados. Gana si saca un 8 antes de obtener un 7. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?
4. Un experimento se realiza tantas veces en forma independiente hasta obtener el primer éxito. Suponga que en cada intento la probabilidad de que se tenga éxito es de 0,95.Determinar la función de probabilidad de la variable alea[illegible]ria X: Nro. de intentos hasta obtener éxito por primera vez.
5. Una fábrica produce cierto líquido que tiene una proporción X de azúcar por litro con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx, & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Determine la probabilidad que en un litro de este líquido se encuentre entre un 10 y 22 por ciento de azúcar, si se sabe que el porcentaje de azúcar para este líquido debe ser a lo más 18%.

EP2008-1(U-V)

2.-El 4% de una población en general padece de la enfermedad A. De ellos sólo el 30% saben que tienen la enfermedad. Si se selecciona al azar un individuo. Cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad pero que no sea consciente de padecerla?

3.- a) Suponga que Ud. es una de las 10 personas, cada una de las cuales ha colocado su sombrero en una caja. Más tarde, cada persona escoge al azar un sombrero de esa caja determinar que por lo menos una de las 10 personas haya escogido su respectivo sombrero?

3.- b) Una empresa ha producido un lote de 50 rodajes. Estos han sido colocados en tres cajas para enviarlos a los proveedores. Al proveedor A le enviarán 25 rodajes, al proveedor B 10 rodajes y al C los restantes. El supervisor sabe que existen 4 rodajes defectuosos. Determine la probabilidad de que los cuatro rodajes defectuosos lleguen al mismo proveedor.

4.-a) Una gran tienda de artículos deportivos recibe pelotas de fútbol de un único proveedor que produce un 91% de pelotas buenas y un 9% de pelotas defectuosas. Antes de enviarlas a los almacenes para su venta, las pelotas son someti[illegible]as a un proceso de control en el que se admiten como buenas las que realmente lo son con una probabilidad de 0.95 y las que no lo son con una probabilidad de 0.07. Si una pelota fue considerada como buena en un control, ¿Cuál es la probabilidad de que sea realmente buena?

4.-b) Sean A, B y C tres eventos independientes. Demuestre que los eventos (AUB) y C son independientes

EP2008-1(W-X)

1.- Una firma está comparando dos marcas de una máquina de empacar automática. La función de la máquina es insertar 100 clavos en cada paquete.

No de Clavos/paquete	Máquina A	Máquina B
97	35	10
98	50	45
99	60	120
100	700	655
101	75	130
102	50	10
103	30	30

Si los reglamentos exigen que en cada paquete haya un promedio de 100 clavos con una desviación estándar que sea menor que 2. La empresa desea minimizar toda variación con la media de 100, Es decir seleccionar una máquina que empaque 100 clavos con un mínimo de variación. Según estos requisitos Ud. que máquina recomendaría, justifique su respuesta.

2.-El 4% de una población en general padece de la enfermedad A. De ellos sólo el 30% saben que tienen la enfermedad. Si se selecciona al azar un individuo. Cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad pero que no sea consciente de padecerla?

3.- a) Suponga que Ud. es una de las 10 personas, cada una de las cuales ha colocado su sombrero en una caja. Más tarde, cada persona escoge al azar un sombrero de esa caja determinar que por lo menos una de las 10 personas haya escogido su respectivo sombrero?

3.- b) Una empresa ha producido un lote de 50 rodajes. Estos han sido colocados en tres cajas para enviarlos a los proveedores. Al proveedor A le enviarán 25 rodajes, al proveedor B 10 rodajes y al C los restantes. El supervisor sabe que existen 4 rodajes defectuosos. Determine la probabilidad de que los cuatro rodajes defectuosos lleguen al mismo proveedor.

4.-a) Una gran tienda de artículos deportivos recibe pelotas de fútbol de un único proveedor que produce un 91% de pelotas buenas y un 9% de pelotas defectuosas. Antes de enviarlas a los almacenes para su venta, las pelotas son sometidas a un proceso de control en el que se admiten como buenas las que realmente lo son con una probabilidad de 0.95 y las que no lo son con una probabilidad de 0.07. Si una pelota fue considerada como buena en un control, ¿Cuál es la probabilidad de que sea realmente buena?

4.-b) Sean A, B y C tres eventos independientes. Demuestre que los eventos (AUB) y C son independientes

5.- Una máquina herramienta, que consta de 3 componentes, la probabilidad de que el componente i se encuentre defectuoso es igual a p_i para $i = 1,2,3$. Además se considera que los componentes pueden estar defectuosos independientemente de los demás. si se sabe que: $p_1 = 0.01$ $p_2 = 0.1$ y $p_3 = 0.05$.

a) Determine el recorrido y la función de probabilidad del número de componentes defectuosos que puede tene la máquina.

b) La máquina se encuentra inservible si por lo menos dos de sus componentes se encuentran defectuosos. Hallar la probabilidad de que la máquina se encuentre inservible

EP2007-3

2.- Un sistema de alarma computarizado para plantas industriales, está diseñado de manera que avise la presencia de problemas de alto riesgo, cuando al menos dos de sus tres componentes C_1, C_2 y C_3 se activan. La probabilidad que se active la componente C_1 es de 0.7, la de C_2 es de 0.85 y la de C_3 es de 0.9. Sabiendo además, que la activación de C_3 es independiente de las otras dos, mientras que la probabilidad de que se active C_2 dado que se ha activado C_1 es de 0.95, ¿cuál es la probabilidad que el sistema avise de problemas de alto riesgo?

3.- a) Un bolso contiene tres monedas, una de las cuales está acuñada con dos caras, mientras que las otras dos monedas son normales y no son irregulares. Se escoge una moneda al azar y se lanza cuatro veces en forma sucesiva. Si cada vez sale cara, ¿cuál es la probabilidad de que ésta sea la moneda con dos caras?

b) Demuestre que la probabilidad condicional cumple los axiomas de probabilidad.

4.- a) Sean A y B dos sucesos independientes. Demostrar si A^c y B^c son sucesos independientes

b) Sean los sucesos:

A_1: Persona lee la revista M. A_2: Persona no lee la revista M.B_1: La persona es hombre.

B_2: La persona es mujer. $P(A_1) = 0.4$ $P(B_2) = 0.55$ $P(B_2/A_2) = 0.60$.

Calcular: $P(A_1 \cap B_1)$, $P(A_1/B_1)$ y $P(A_1 \cap B_2)$ ¿Son independientes $A_1 y B_2^c$?

5.-a) Un jugador lanza un dado hasta obtener el número 6 por primera vez.. Determine el número esperado de lanzamientos hasta lograr su objetivo.

b) Las evaluaciones (puntajes) en un examen de admisión a una determinada Universidad es una variable aleatoria X, con función de densidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{48}; \ 2 \leq x \leq 10 \end{cases}.$$

Si sólo hay vacantes para el 20% de los postulantes, ¿con qué puntaje se ingresa a esta Universidad?

EP2007-2 UV

2.a) Cuatro libros de matemáticas, seis de física han de ser colocados en una estantería ¿Determine la probabilidad que los libros de matemáticas no deben estar juntos?

2.b) Siendo A, B y C tres sucesos pertenecientes a un determinado espacio muestral, se consideran los dos sucesos $M = A \cap B^c \cap C^c$ y $N = A \cap (B \cup C)$ Calcular las probabilidades de M y N sabiendo que $P(A) = 0{;}7$, $P(B) = 0{;}6$, $P(C) = 0{;}5$, $P(A\ B) = 0{;}45$, $P(AC) = 0{;}35$, $P(BC) = 0{;}25$ y
$P(A\ B\ C) = 0{;}15$.

3. a) ¿Cuál es el menor número de alumnos que debe tener una clase para garantizar con probabilidad 0.5 que haya al menos dos alumnos con igual día de cumpleaños?

3.b) Dos personas lanzan una moneda 3 veces cada una. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengan el mismo número de caras

4.- Un inversionista tiene la posibilidad de invertir en dos tipos de valores $V1$ y $V2$. Si invierte en $V1$ tiene una probabilidad de 0.6 de obtener 16 millones de beneficio, y si invierte en $V2$ tiene una probabilidad de 0.8 de conseguir 12 millones. Si en tal inversión obtiene beneficios, está dispuesto a volver a invertir en el mismo tipo de valor. En cambio, si no obtiene beneficios, invertiría en el otro tipo.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga beneficios en la segunda inversion?

b) Si finalmente obtiene beneficios, ¿cuál es la probabilidad de que la primera inversión la hubiera efectuado en $V1$?

5.-a) Si la variable aleatoria X tiene función de probabilidad: $f(x) = \dfrac{1}{2^x}$, $x \in Z^+$ calcule: P(X es divisible por 3).

5.b) Si la variable aleatoria X tiene función de probabilidad: $f(x) = \begin{Bmatrix} k - k^2 & , & x = -1 \\ k^2 & , & x = 0 \\ 1 - k & , & x = 1 \end{Bmatrix}$ Si k es el menor valor real para el cual el esperado de X es menor o igual a 1/9, encuentre la varianza de X.

EP2007-2 W

1. En agosto del 2005, la empresa LibroOnLine dictó un curso sobre redes en computadoras mediante dos sistemas: presencial y a distancia. Con el objetivo de comparar las notas promedio, la variabilidad de los valores centrales y el rango de las notas, se tomó un examen final y se registró los resultados en la siguiente distribución de frecuencias.

Notas del examen final	Frecuencia relativa (Sistema Presencial)	Frecuencia relativa (Sistema A distancia)
[; 3,5 [	0,14	0,19
[; [	0,10	0,26
[; [	0,12	0,24
[; [	0,23	0,15
[9,5 ; [	0,27	0,13
[;]	a	b

a) ~~Realizar un gráfico que permita llegar al objetivo deseado, y hacer dos conclusiones sobre el gráfico.~~

b) Encontrar, en cada uno de los dos sistemas, el porcentaje de notas que son mayores que su respectiva media.