

Mincost-flow-algoritmien suorituskykytestaus

Tuukka Korhonen

October 24, 2016

Algoritmit

Testasin kolmea erilaista algoritmia mincost-maxflow ongelman ratkaisemiseen. SAPSPFA ja SAPDIJKSTRA ovat lyhyimpiin augmentoiviin polkuihin perustuvia algoritmeja, jotka eivät toimi yleisemmässä tapauksessa jossa verkossa voi olla negatiivisia syklejä. SCALINGCIRCULATION on polynomisessa ajassa toimiva algoritmi joka toimii myös yleisemmässä tapauksessa.

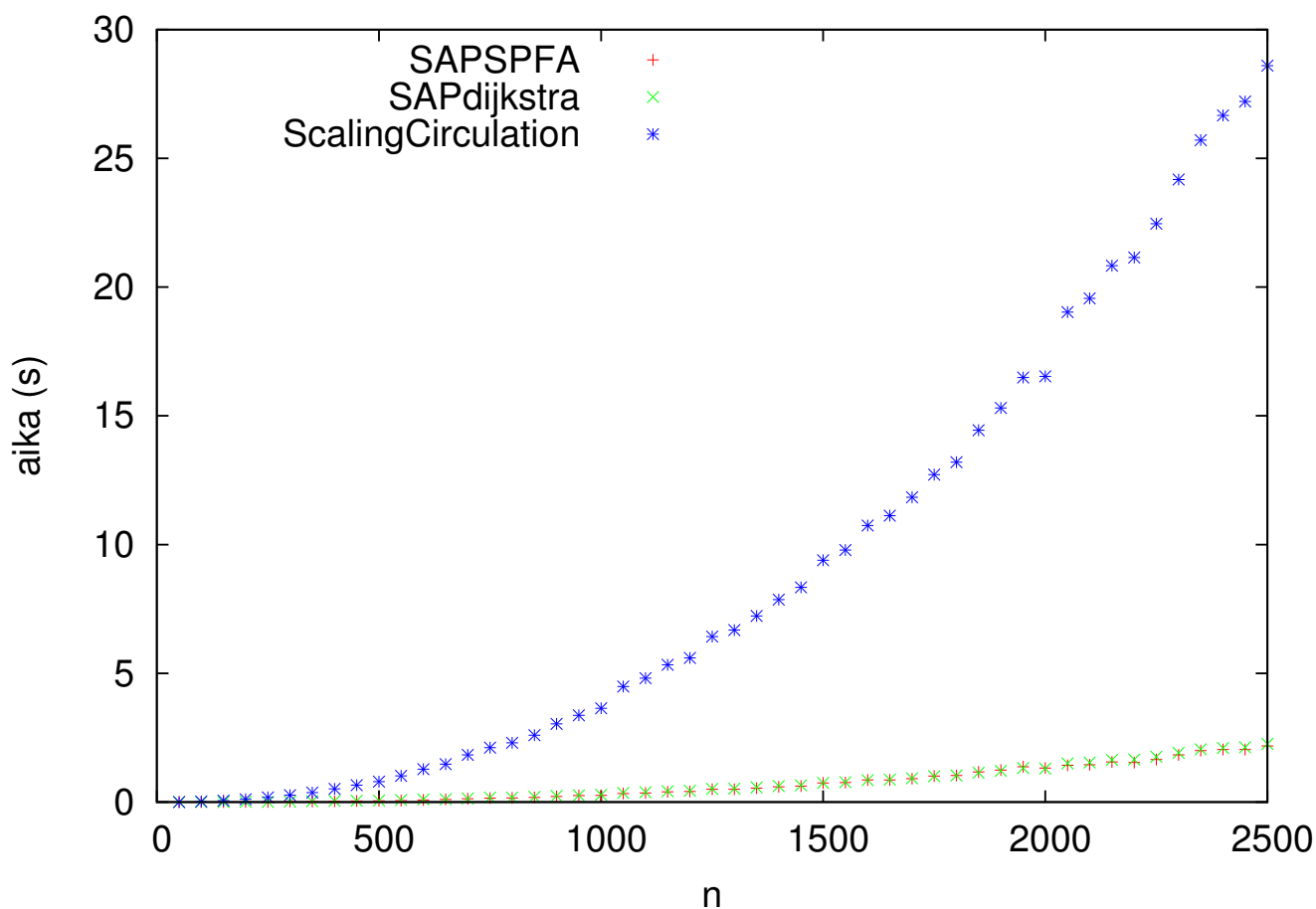
Verkot

Testasin mincost-flow algoritmien suorituskykyä viidellä erillaisella verkkotyypillä. Neljä näistä verkkotyypeistä on satunnaisia verkkoja, jotka on generoitu eri tavoin. Yleisesti testejä voi luokitella neljän eri parametrin mukaan: n , solmujen määrä, m , kaarien määrä, U , kaaren maksimikapasiteetti ja C , kaaren maksimihinta. Lisäksi on verkkotyyppi joka on suunniteltu näyttämään ei-skaalaavien algoritmien pahin tapaus, jossa ne siis käyttäytyvät eksponentiaalisesti. Generoin kaikissa satunnaistesteissä 50 erilaista testiä jokaista mittauspistettä kohti ja otin niiden suoritusaikojen keskiarvon.

Teoreettinen aikavaativuus

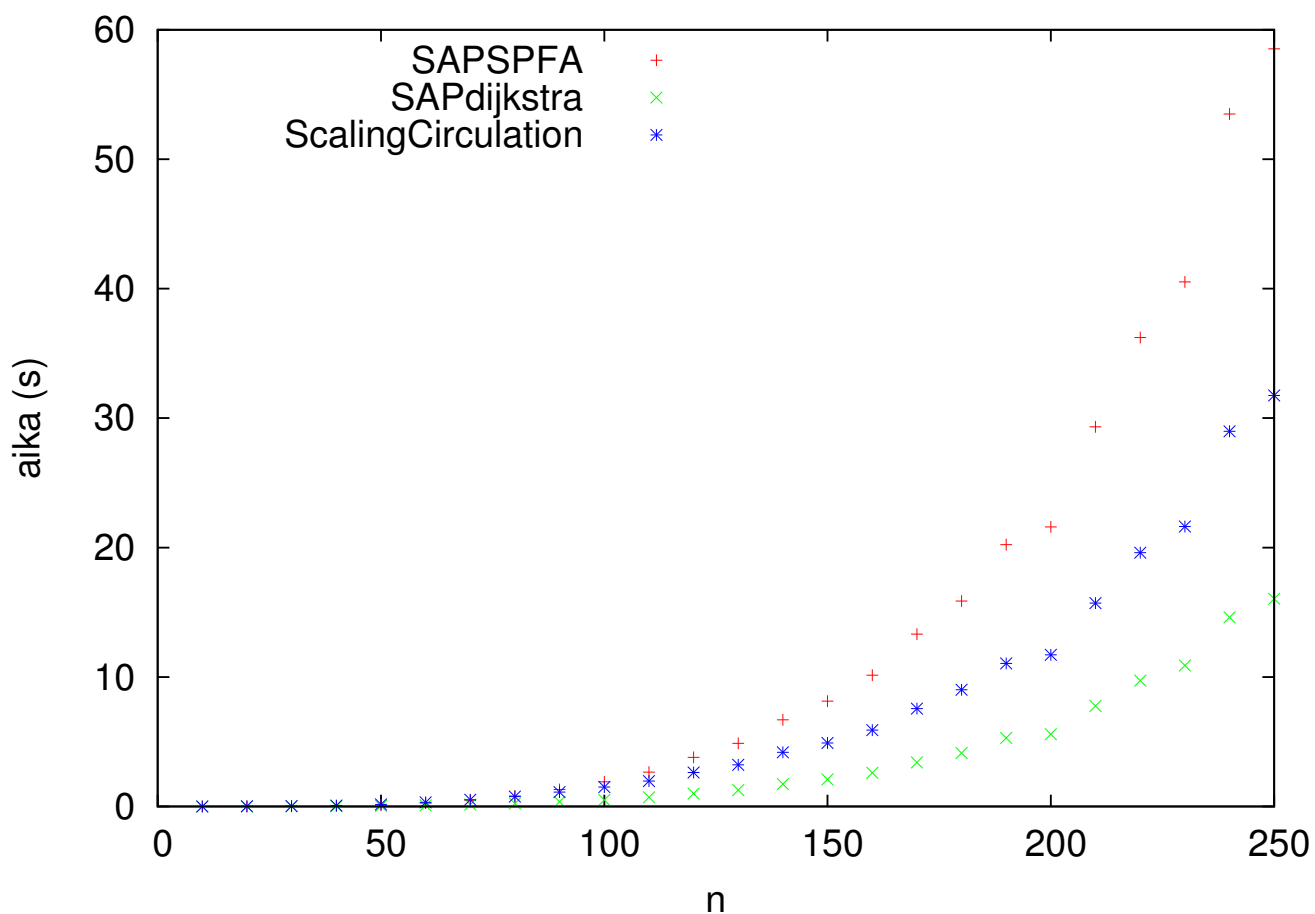
SAPSPFA ja SAPDIJKSTRA tarvitsevat pahimmassa tapauksessa $O(Um)$ augmentoivaa polkua joten niiden aikavaativuudet ovat $O(Um^2n)$ ja $O(Um^2 \log n)$. SCALINGCIRCULATION algoritmin aikavaativuus on $O(m^2 \log n \log U)$, joka on polynominen aikavaativuus toisin kuin aiemmin mainitut.

Harvat verkot



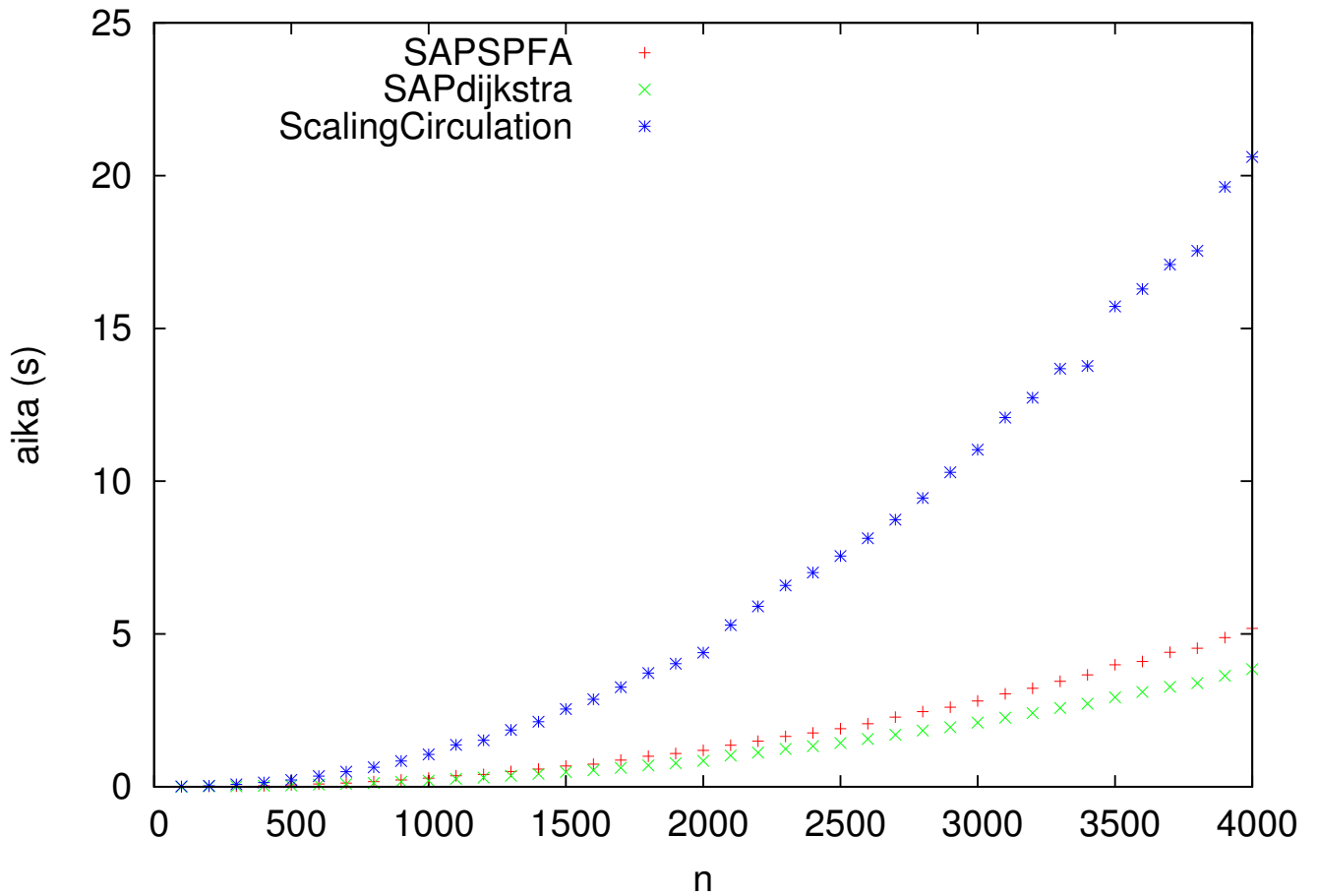
Satunnaisgeneroituja verkkoja jotka generoitiin laittamalla $rand(2n, 3n)$ kaarta satunnaisten solmujen välille, n kaarta lähdesolmusta satunnaisiin solmuihin ja n kaarta satunnaisista solmuista viemärisolmuun. Kaarien kapasiteetit ovat satunnaislukuja väliltä $[1, 10000]$ ja hinnat satunnaislukuja väliltä $[1, 1000]$. Näissä testeissä siis $m = O(n)$, $U = 10000$ ja $C = 1000$.

Tiheät verkot



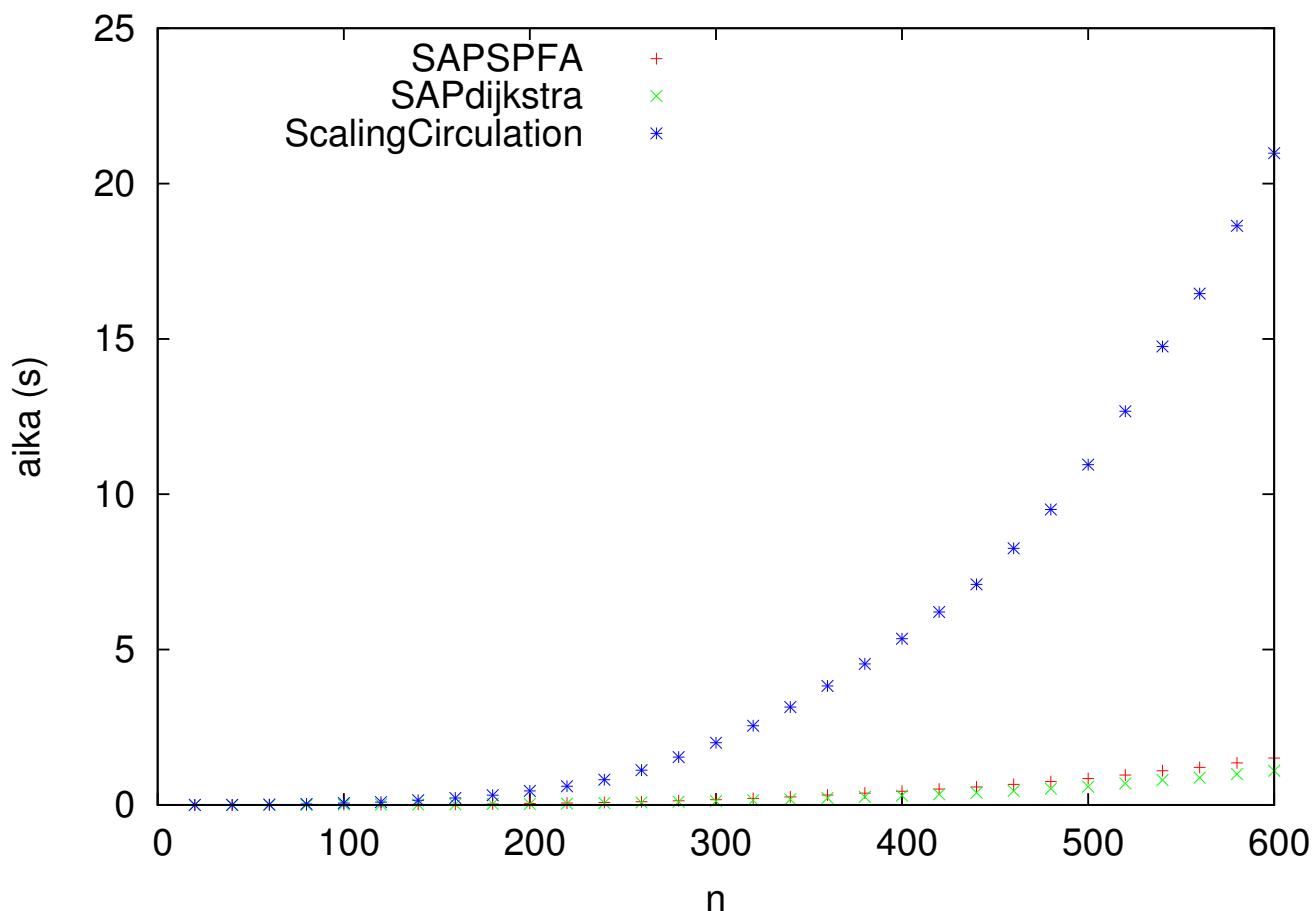
Satunnaisgeneroituja verkkoja jotka generoitiin laittamalla $rand(n^2, 2n^2)$ kaarta satunnaisten solmujen välille, n kaarta lähtesolmusta satunnaisiin solmuihin ja n kaarta satunnaisista solmuista viemärisolmuun. Kaarien kapasiteetit ovat satunnaislukuja väliltä $[1, 1000]$ ja hinnat satunnaislukuja väliltä $[1, 1000]$. Näissä testeissä siis $m = O(n^2)$, $U = 1000$ ja $C = 1000$.

Harvat yksikkökapasiteettiverkot



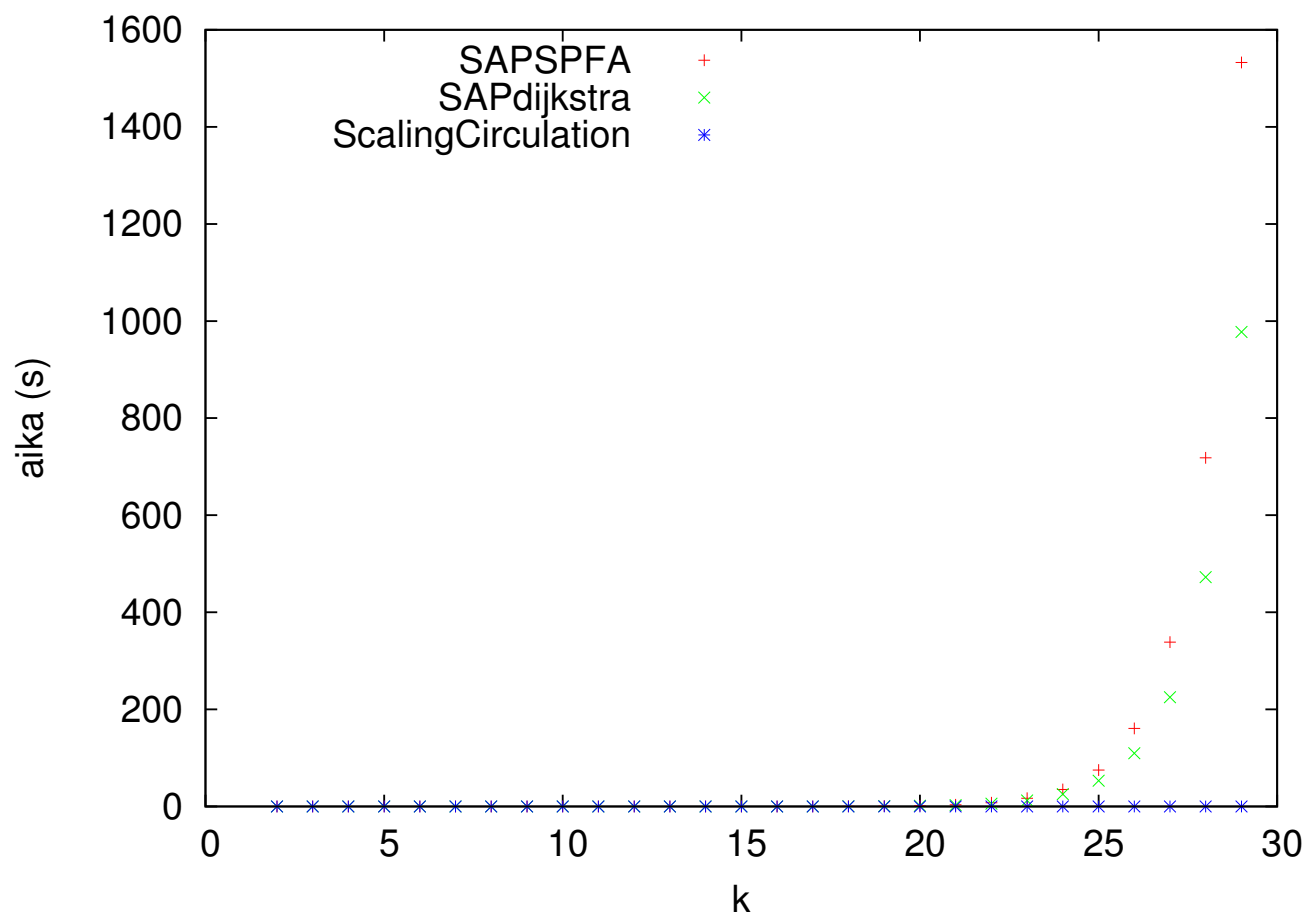
Satunnaisgeneroituja verkkoja jotka generoitiin laittamalla $rand(4n, 6n)$ kaarta satunnaisten solmujen välille, n kaarta lähdesolmusta satunnaisiin solmuihin ja n kaarta satunnaisista solmuista viemärisolmuun. Kaarien kapasiteetit ovat 1 ja hinnat satunnaislukuja väliltä $[1, 1000]$. Näissä testeissä siis $m = O(n)$, $U = 1$ ja $C = 1000$.

Assignment problem



Satunnaisgeneroituja ASSIGNMENT PROBLEM ongelman instansseja mincost-maxflow muodossa. ASSIGNMENT PROBLEM ongelmassa etsitään halvin täydellinen paritus täydellisessä kaksijakoisessa verkossa. Näissä testeissä verkot olivat täydellisiä kaksijakoisia verkkoja joissa lähesolmusta menee kaaret jokaiseen toisen puolen solmuun ja jokaisesta toisen puolen solmusta kaaret viemärisolmuun. Kaikkien kaarien kapasiteetit ovat 1 ja hinnat satunnaislukuja väliltä $[1, 1000]$. Näissä testeissä siis $m = O(n^2)$, $U = 1$ ja $C = 1000$.

Vastaesimerkki



Näissä verkoissa on erityinen konstruktio jolla SAPSPFA ja SAPDIJKSTRA tarvii eksponentiaalisen määrän augmentoivia polkuja. $n = 2k + 2$, $m = 4k + 1$, $U = 2^k$, $C = 2^k$.