

# Mincost-flow-algoritmit

## Mincost-flow

Annetaan flow-verkko  $G = (V, E, U, C, s, t)$ , jossa  $U(e) \in \mathbb{Z}_+$  on kaaren  $e$  kapasiteetti,  $C(e) \in \mathbb{R}$  on kaaren  $e$  hinta ja  $s$  ja  $t$  ovat lähde ja viemäri solmut. Annetaan lisäksi kokonaisluku  $k$  joka tarkoittaa kuinka paljon virtausta lähetetään. Merkinnällä  $uv$  tarkoitetaan kaarta solmusta  $u$  solmuun  $v$ .

Minimoi

$$\sum_{uv \in E} C(uv)f(uv)$$

kun  $f$  toteuttaa ehdot:

Virtauksen säilyttäminen

$$\sum_{v \in V} f(uv) = \sum_{v \in V} f(vu) \text{ kaikilla } u \in V \setminus \{s, t\}$$

Kapasiteettiehdot

$$0 \leq f(uv) \leq U(uv) \text{ kaikilla } uv \in E$$

Virtauksen määrä

$$\sum_{v \in V} f(sv) = k \text{ ja } \sum_{v \in V} f(vt) = k$$

Toisin sanoen lähetetään  $k$  yksikköä virtausta lähteestä  $s$  viemäriin  $t$  niin että virtauksen käyttämien kaarien hinta on mahdollisimman pieni. Tämän voi ajatella esimerkiksi ongelmana jossa verkon solmut ovat kaupunkia. Kaupungissa  $s$  on tehdas josta pitää lähettää joka päivä  $k$  tonnia tavaraa varastoon joka on kaupungissa  $t$ . Lisäksi tiedetään että kaupunkien välillä on junayhteyksiä (eli kaaria). Kaaren  $uv$  kapasiteetti kertoo paljonko sillä junayhteydellä voi kuljettaa tavaraa päivässä kaupungista  $u$  kaupunkiin  $v$ . Kaarien hinnat kertovat paljonko maksaa yhden tonnin tavaraa kuljettaminen sillä junayhteydellä. Nyt halutaan kuljettaa  $k$  tonnia tavaraa tehtaasta varastoon päivittäin ja minimoida kuljetuksen hinta.