

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2022-2023

Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

4 maggio 2023

Compito B

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 2$

$$\sum_{i=1}^{n-1} i(i+1) = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

Esercizio 2. Per ognuna delle due formule seguenti, dire se la formula è una tautologia, una contraddizione o una contingenza, motivando adeguatamente la risposta

1. $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv \neg(p \vee q \vee r)$

Esercizio 3. Sia \mathcal{S} il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

A1 : $X \rightarrow (Y \rightarrow X)$

A2 : $[X \rightarrow (Y \rightarrow Z)] \rightarrow [(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)]$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema \mathcal{S}

$$\vdash (q \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow p)$$

Esercizio 4. Per ognuna delle due formule seguenti, dire se la formula è valida oppure no, motivando adeguatamente la risposta

1. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \vee Q(x))$
2. $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$

Esercizio 5. Si consideri la seguente formula \mathcal{F}

$$\mathcal{F} : \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

1. Dare un'interpretazione in cui \mathcal{F} è vera e un'interpretazione in cui \mathcal{F} è falsa;
2. Dare una formula \mathcal{G} equivalente a \mathcal{F} che non contenga il connettivo \wedge e il quantificatore \exists ;
3. Dimostrare che \mathcal{G} è equivalente a \mathcal{F} usando il metodo dei *tableaux*.