

# Logica e Reti Logiche

## Anno Accademico: 2022-2023

### Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

4 maggio 2023

#### Compito A

*Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.*

**Esercizio 1.** Dimostrare per induzione che per ogni  $n \geq 2$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n}$$

**Esercizio 2.** Per ognuna delle due formule seguenti, dire se la formula è una tautologia, una contraddizione o una contingenza, motivando adeguatamente la risposta

1.  $[p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge \neg q) \rightarrow r]$
2.  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$

**Esercizio 3.** Sia  $\mathcal{S}$  il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

**A1** :  $X \rightarrow (Y \rightarrow X)$

**A2** :  $[X \rightarrow (Y \rightarrow Z)] \rightarrow [(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)]$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema  $\mathcal{S}$

$$\vdash p \rightarrow (q \rightarrow q)$$

**Esercizio 4.** Per ognuna delle due formule seguenti, dire se la formula è valida oppure no, motivando adeguatamente la risposta

1.  $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$
2.  $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

**Esercizio 5.** Si consideri la seguente formula  $\mathcal{F}$

$$\mathcal{F} : \forall x (P(x) \vee Q(x))$$

1. Dare un'interpretazione in cui  $\mathcal{F}$  è vera e un'interpretazione in cui  $\mathcal{F}$  è falsa;
2. Dare una formula  $\mathcal{G}$  equivalente a  $\mathcal{F}$  che non contenga il connettivo  $\vee$  e il quantificatore  $\forall$ ;
3. Dimostrare che  $\mathcal{G}$  è equivalente a  $\mathcal{F}$  usando il metodo dei *tableaux*.