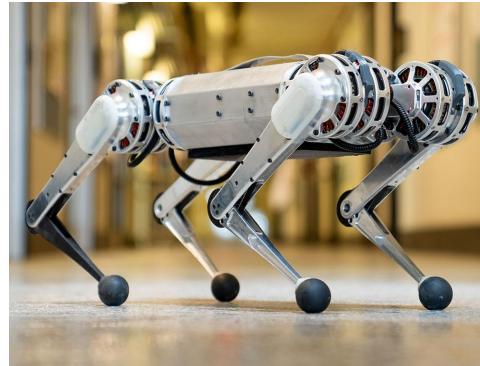


# HANDS - ON LACORO

# Algunos ejemplos de cuadrúpedos



[Unitree](#)  
[Boston Dynamics](#)  
[Anybotics](#)  
[MIT](#)  
[Ghost Robotics](#)  
[Google Deepmind](#)

AND A  
LOT  
MORE

# Componente principal: “pierna”

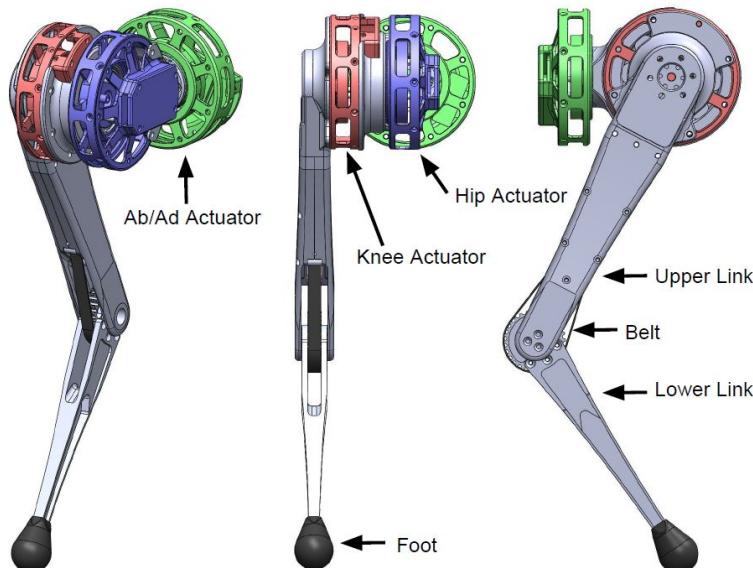


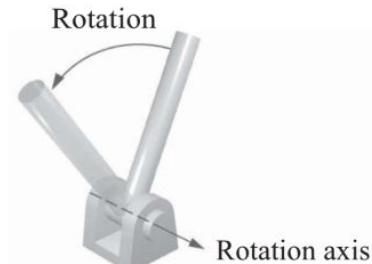
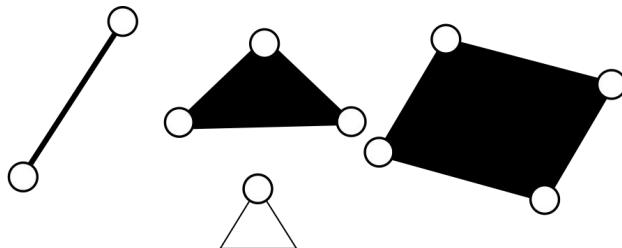
Figure 3-2: CAD Diagram of one leg

[\*\*A low cost modular actuator for dynamic robots\*\*](#)

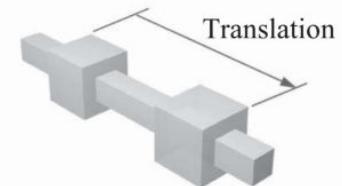
- ¿Cómo se describe la posición del pie a partir de los ángulos del upper link y lower link?
- ¿Cómo se modela la carga sobre el pie?
- ¿Cómo se modela la carga en el hombro?
- ¿Cómo se modela la carga sobre el chasis?

# Abstracción de elementos

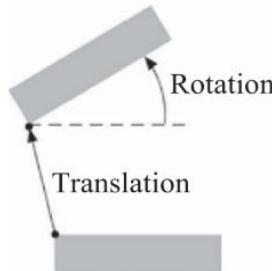
- Eslabones (*links*) rígidos
- Uniones (*joints*)



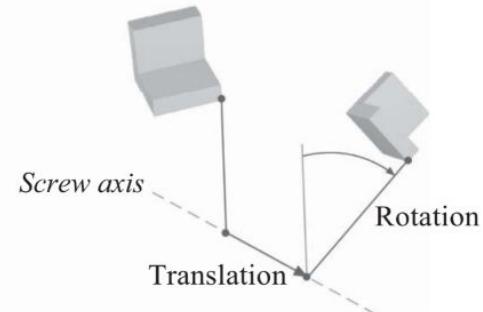
(a)



(b)



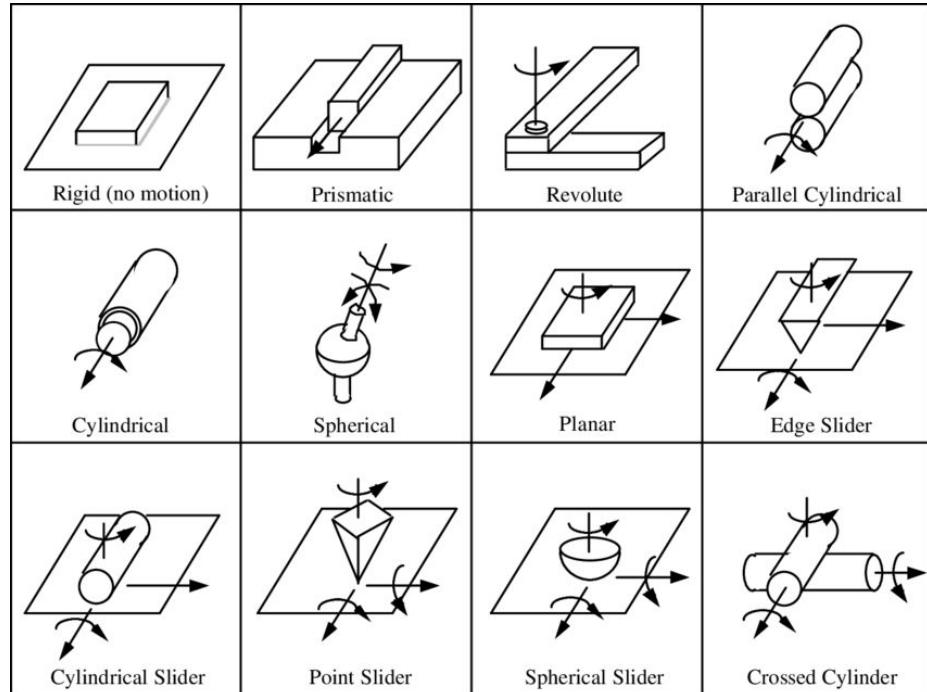
(c)



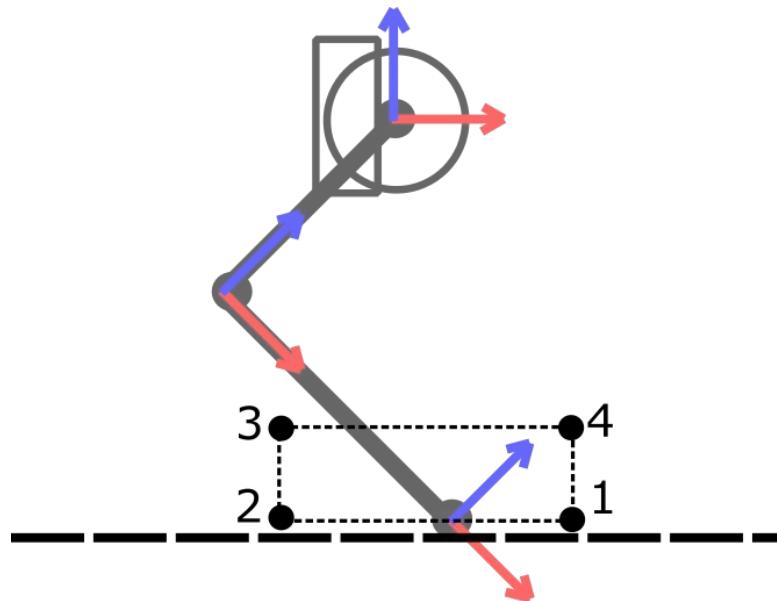
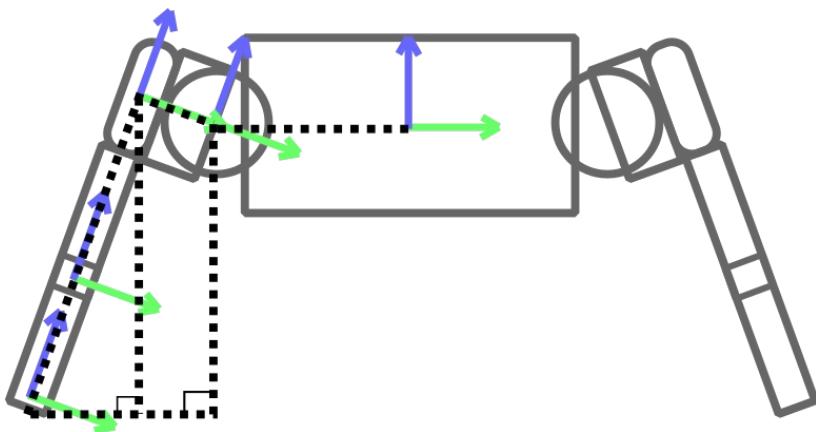
(d)

# Uniones 2D y 3D (*joints*)

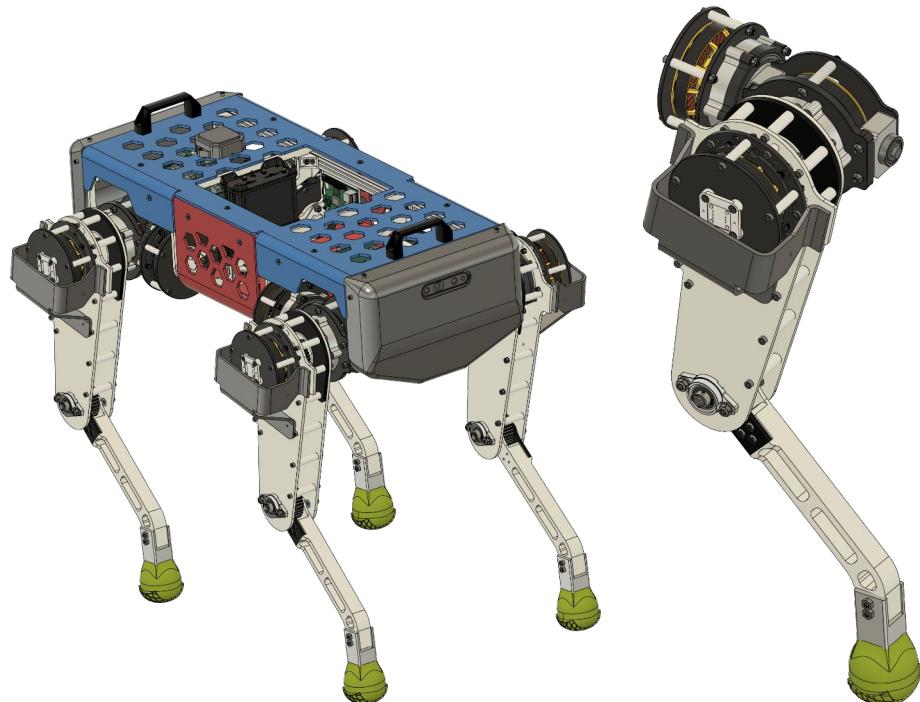
Par de unión	Tipo de Movimiento	Variable	GDL/DoF
Revoluta	Circular	$\Delta\theta$	1
Prisma	Lineal	$\Delta s$	1
Tornillo	Helicoidal	$\Delta\theta$ o $\Delta s$	1
Cilindro	Cilíndrico	$\Delta\theta$ y $\Delta s$	2
Esfera	Esférico	$\Delta\theta$ , $\Delta\phi$ , $\Delta\psi$	3
Plano	Plano	$\Delta x$ , $\Delta y$ , $\Delta\theta$	3



# Abstracción



# Condiciones de carga



Simplificación de cargas:

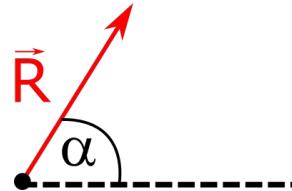
- Peso Propio
- Geometría de la masa (Inercia)
- Interacción con el suelo (Postura)

Casos de carga:

- Ciclo de pisada/trote
- Caídas/Saltos

# Representación

- Vector de magnitud  $R$  y dirección con ángulo medido desde la horizontal y en sentido antihorario

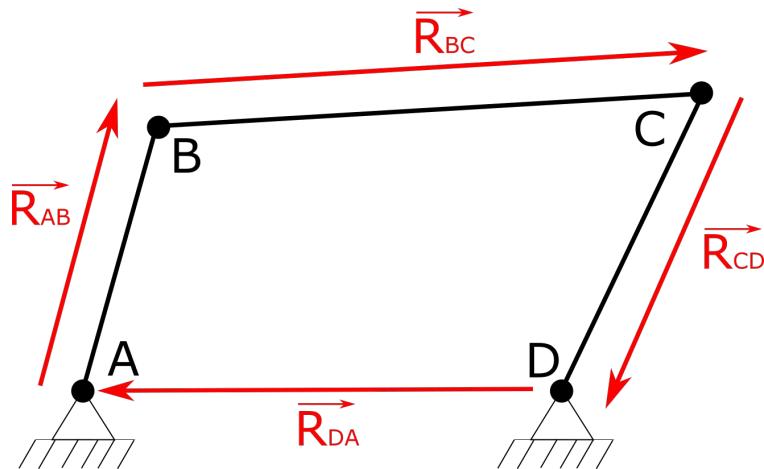


$$\vec{R} = R \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

Notación alternativa:

$$\vec{r} = r \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = r(\cos \alpha, \sin \alpha)^T$$

$$\vec{R}_{AB} + \vec{R}_{BC} + \vec{R}_{CD} + \vec{R}_{DA} = 0$$



# Ecuación analítica de cierre

Los mecanismos planos se pueden determinar con la ecuación de cierre del circuito. Suponiendo N eslabones:

$$\sum_{i=1}^N r_i (\cos \theta_i, \sin \theta_i)^T = 0$$

# Cargas de inercia y principio de D'Alembert

$A_G$  : aceleración del centro de masa

$\alpha$  : aceleración angular

$\sum F$  : suma de todas las fuerzas externas

$\sum M_G$  : suma de momentos entorno a G

$I$  : momento de inercia entorno a G

$m$  : masa del cuerpo

$$\sum F = mA_G \Leftrightarrow \sum F - mA_G = 0$$

$$\sum M_G = I\alpha \Leftrightarrow \sum M_G - I\alpha = 0$$

Fuerza inercial

Momento inercial

“La suma vectorial de todas las fuerzas externas y las fuerzas de inercia es cero.  
La suma de todos los momentos y el momento de torsión de inercia es cero.”\*

# Principio de trabajos virtuales

- En un movimiento virtual del mecanismo, compatible con las uniones entre eslabones, el trabajo virtual producido por las fuerzas que actúan sobre el mecanismo es nulo:

$$\sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_{pi} + \sum \vec{M}_i \cdot \delta \vec{\theta}_i = 0$$

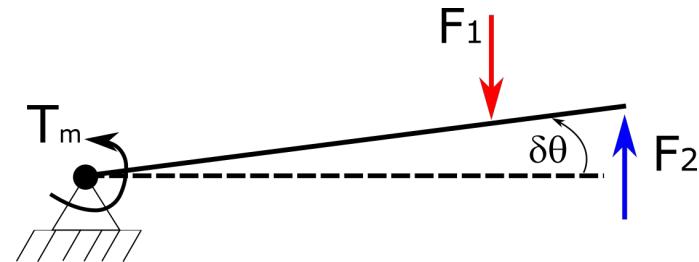
- Se incluyen:
  - Fuerzas y momentos externos
  - Fuerzas y momentos inerciales

# Análisis de un elemento

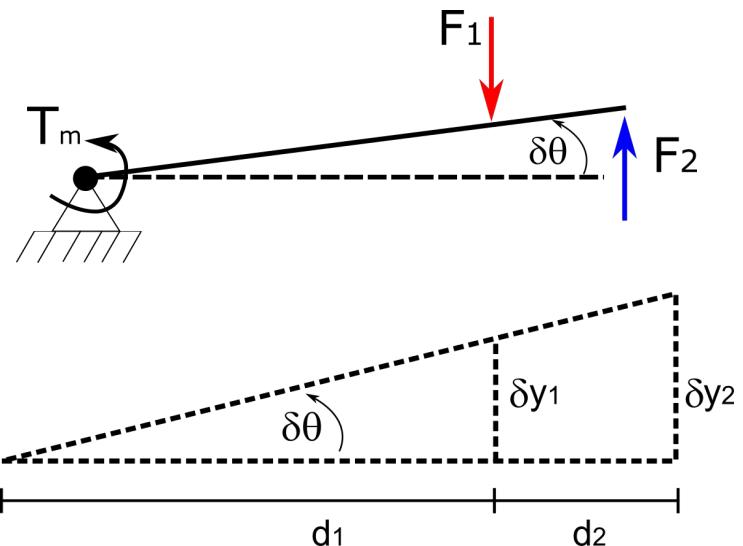
$d_1$        $d_2$



Biela motorizada



# Análisis de un elemento (biela)



$$\text{Relación } \delta y_1 \text{ y } \delta y_2 = \frac{\delta y_1}{d_1} = \frac{\delta y_2}{d_1 + d_2} = \delta\theta$$

$$dW = \vec{F}_1 \cdot \delta \vec{y}_1 + \vec{F}_2 \cdot \delta \vec{y}_2 + \vec{T}_m \cdot \delta \vec{\theta} = 0$$

$$-F_1 d_1 \delta\theta + F_2 (d_1 + d_2) \delta\theta + T_m \delta\theta = 0$$

$$T_m = F_1 d_1 - F_2 (d_1 + d_2)$$

Aproximación de ángulos pequeños ( $< 5^\circ$ )

$$\tan \theta \sim \sin \theta \sim \theta$$

Para la selección de la transmisión se busca el torque más alto estimado por el caso más severo de carga\*

\*De no haber otro tipo de restricciones:

- peso
- consumo de energía
- restricción de presupuesto
- disponibilidad

# Problema: cómo transmitir potencia de un punto a otro

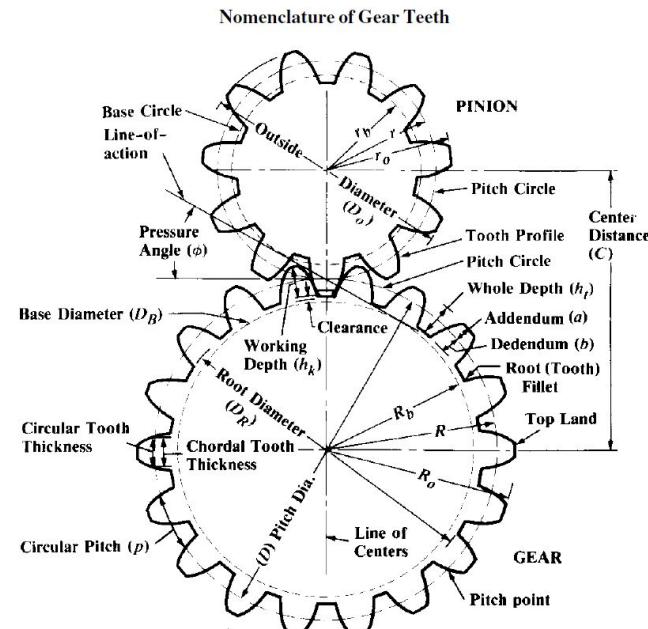
- Qué tengo:
  - Tipo de movimiento (giro o avance lineal)
  - Torque calculado en un caso de carga
  - RPMs fijas o variables para la aplicación
  - Componentes mecánicas para seleccionar



# Usemos engranajes!

# Variables

- Diámetro de paso (D) o Diámetro primitivo (D<sub>p</sub>) o *Pitch Diameter*
- Número de dientes (N) o z (a veces)
- Módulo (m)
- Relación de velocidades/torques
- Eficiencia de transmisión
- Par piñón - engranaje/corona



Terms Used in Gear Geometry from [Table 1](#) on page 2035

# Engranaje recto

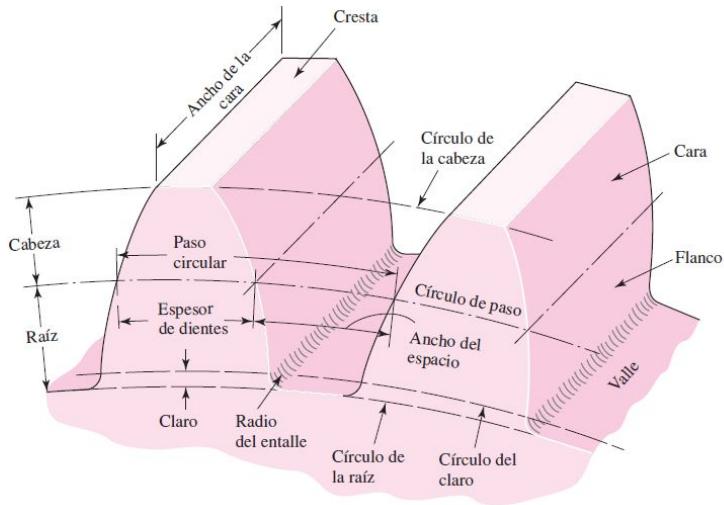
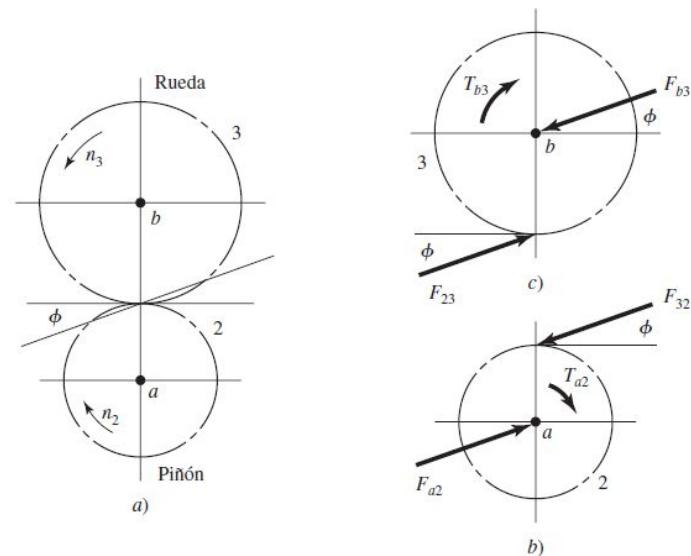
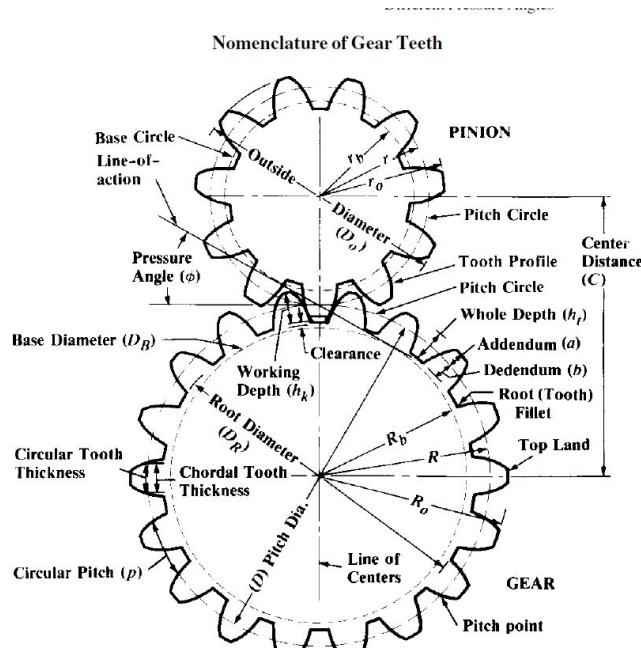


Figura 13-32

Diagramas de cuerpo libre de las fuerzas y momentos que actúan sobre dos engranes de un tren de engranes sencillo.



# Engranaje recto (Piñón y engranaje/corona)



Terms Used in Gear Geometry from [Table 1](#) on page 2035

Relación de módulo:

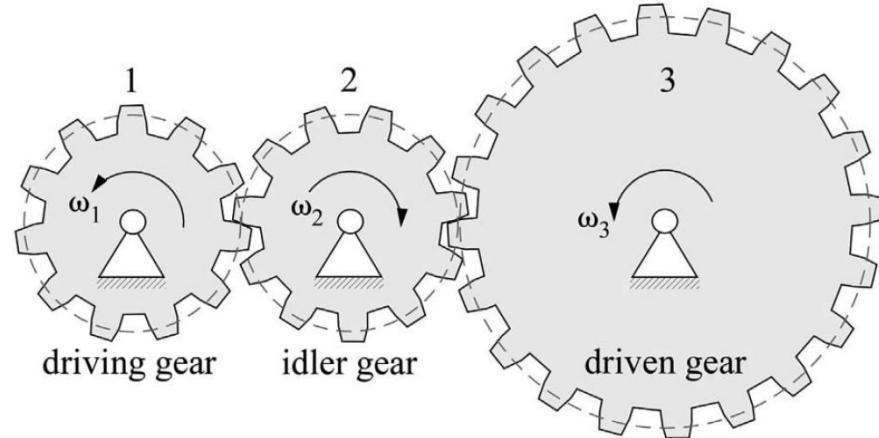
$$m = D/N = D_p/z$$

El módulo para ambos es el mismo por lo que se pueden relacionar los diámetros, números de dientes y sus velocidades angulares.

Módulos (métricos) normalmente van en pasos de 0.5 o 0.25.

# Tren de engranajes

- Necesidad de aumentar el torque de un motor para una aplicación específica.
- Permite aumentar la distancia entre el motor y la zona de aplicación.
- Permite tener mayor control del movimiento para motores monofásicos y trifásicos.
- Con un buen diseño permite llevar las cargas de la aplicación al chasis (mejora la vida útil de un motor)

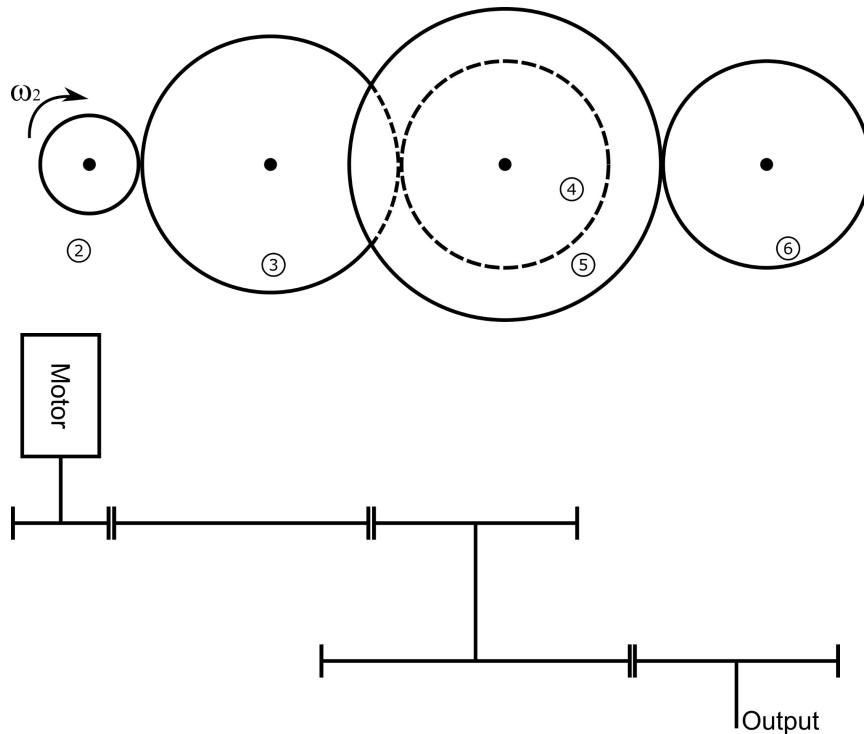


$$\text{Razón de velocidad/reducción} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{D_{p_1}}{D_{p_2}}$$

OJO! Dependiendo del fabricante puede usar una notación u otra para la reducción.

**10:1 vs 1:10**

# Diagrama de trenes de engranajes

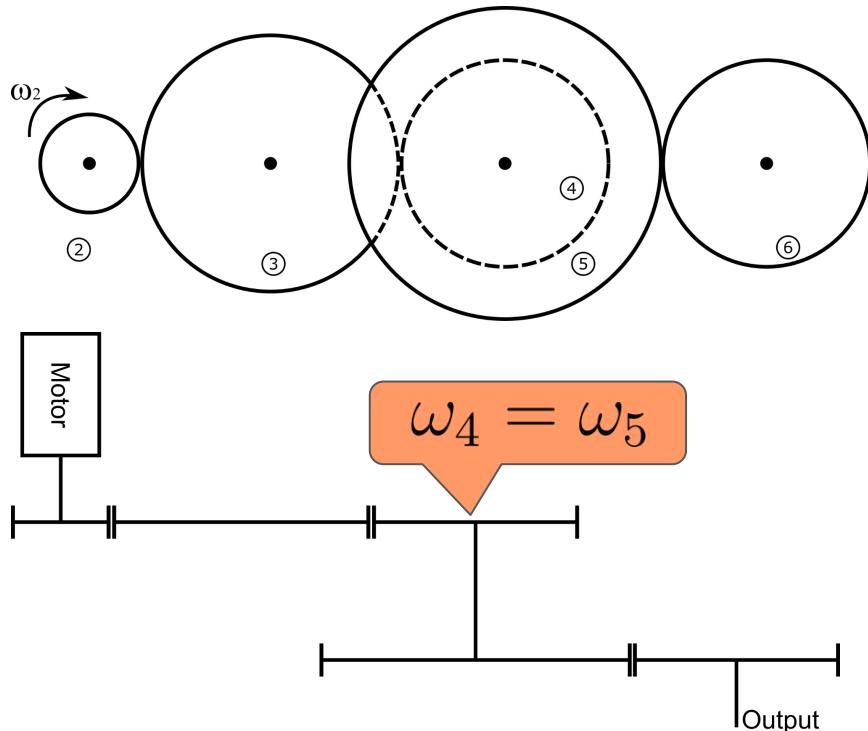


$$\text{módulo } m = \frac{2R}{N} \Rightarrow R = \frac{Nm}{2}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$$

$$\omega_3 = -\frac{\omega_2 N_2}{N_3}$$

# Diagrama de trenes de engranajes



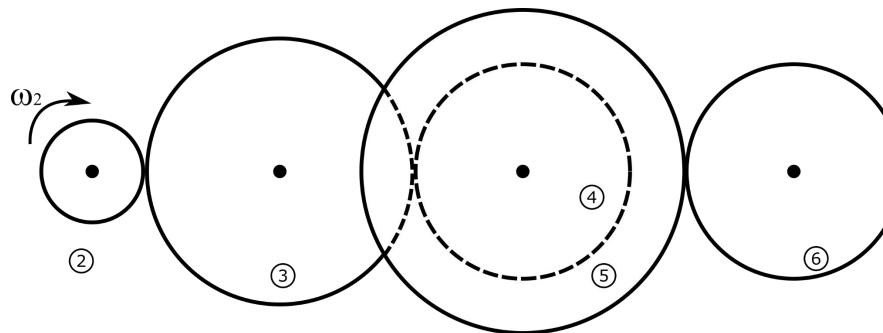
$$\omega_3 = -\frac{\omega_2 N_2}{N_3}$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{N_4}{N_3}$$

$$\omega_4 = -\frac{\omega_3 N_3}{N_4} = \omega_2 \frac{N_2 N_3}{N_3 N_4}$$

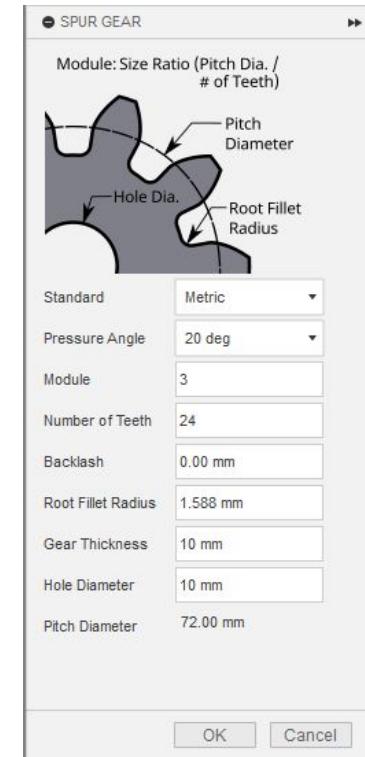
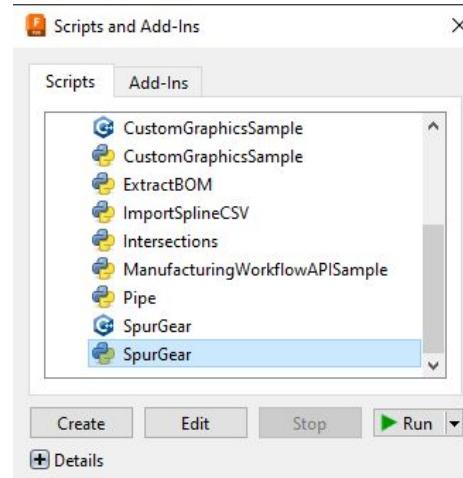
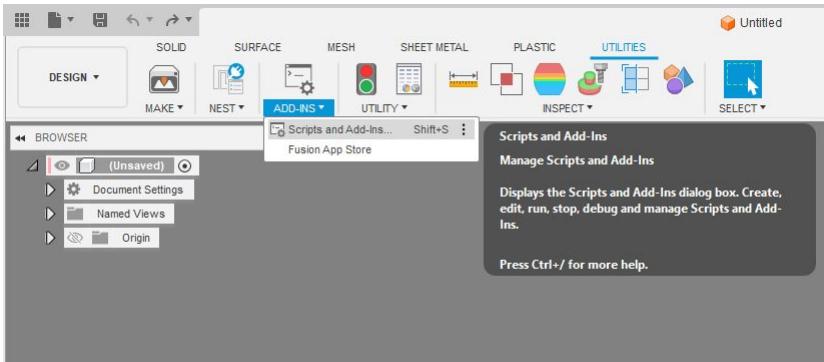
# Relación útil de trenes de engranajes

Cuidado con el signo  
de la velocidad entre  
entrada y salida

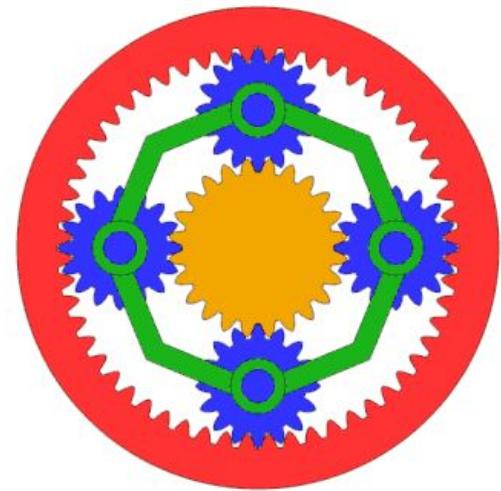


$$\frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \frac{\text{Producto de número de dientes que impulsan}}{\text{Producto de número de dientes que son impulsados}}$$

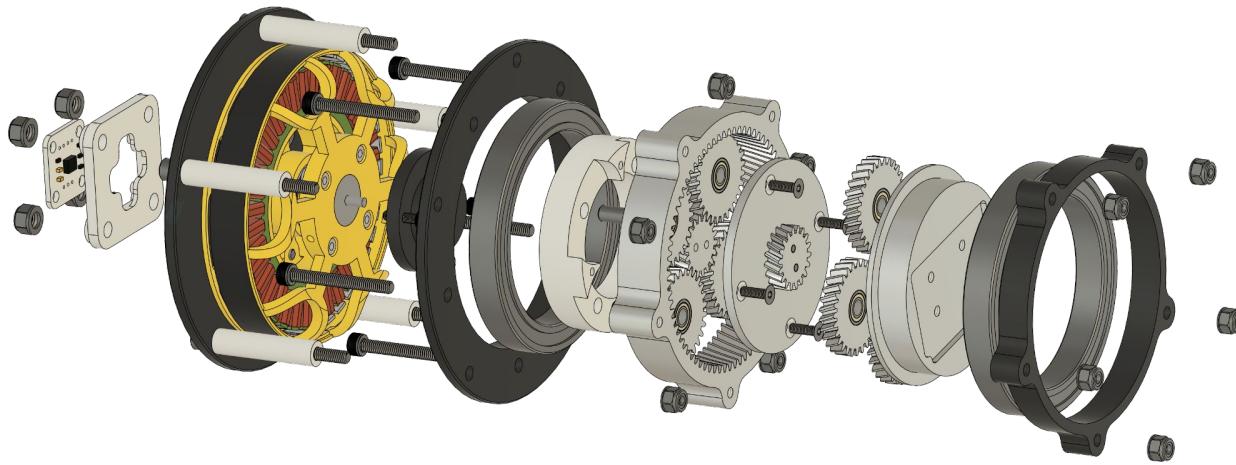
# 3D: Piñón básico en Fusion 360



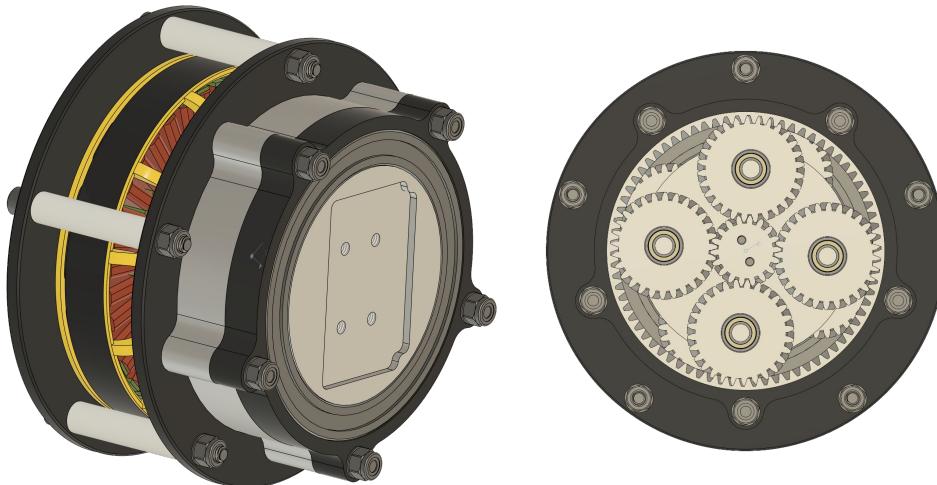
Ahora caso especial de una reductora planetaria



[https://en.wikipedia.org/wiki/Epicyclic\\_gearing](https://en.wikipedia.org/wiki/Epicyclic_gearing)

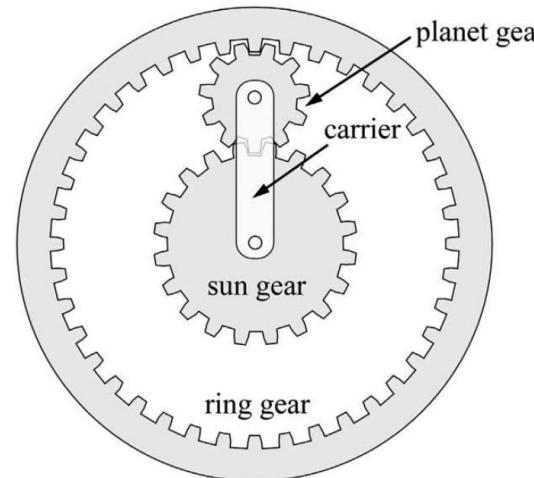
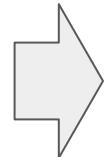
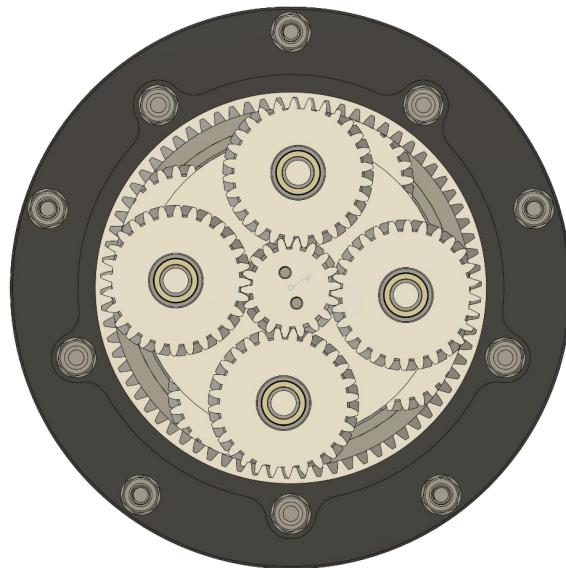


# Reductora planetaria del hombro del cuadrúpedo

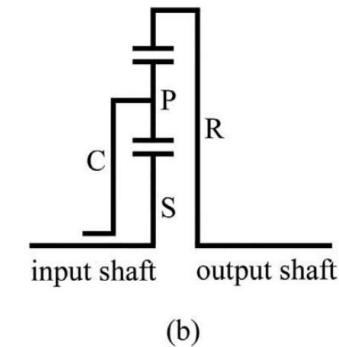


- Reducción altamente compacta
- Permite mantener el sentido de giro entre el input y el output
- Diseñada con dos etapas en serie
  - N de dientes del sol: 18
  - N de dientes del planeta: 28
  - N de dientes de la corona: 74

# Reductora planetaria del hombro del cuadrúpedo

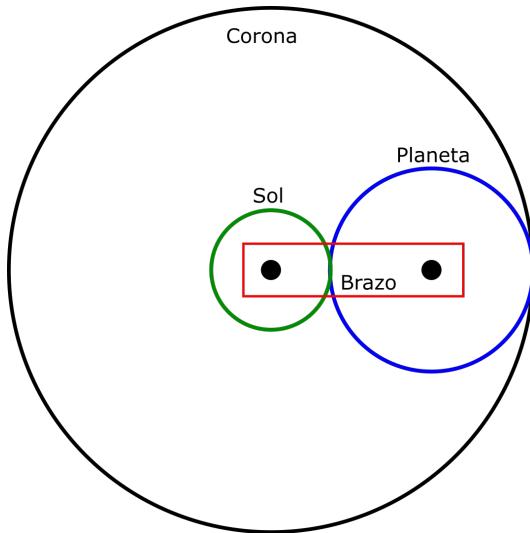


(a)



(b)

# Reductora planetaria del hombro del cuadrúpedo

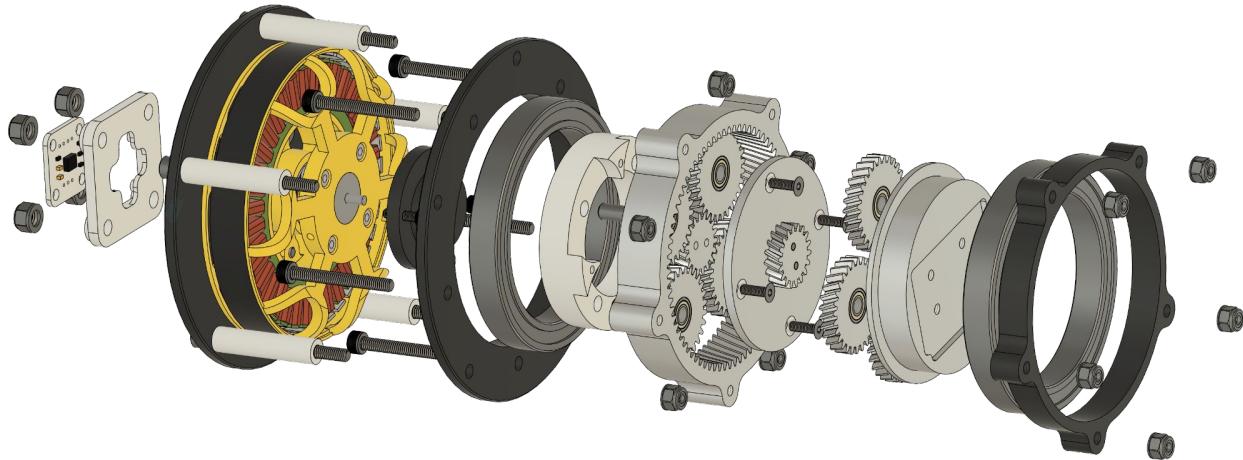


$$\frac{\omega_{sol} - \omega_{brazo}}{\omega_{planeta} - \omega_{brazo}} = -\frac{N \text{ dientes planeta}}{N \text{ dientes sol}}$$
$$\frac{\omega_{planeta} - \omega_{brazo}}{\omega_{corona} - \omega_{brazo}} = \frac{N \text{ dientes corona}}{N \text{ dientes planeta}}$$
$$\frac{\omega_{sol} - \omega_{brazo}}{\omega_{corona} - \omega_{brazo}} = -\frac{N \text{ dientes corona}}{N \text{ dientes sol}}$$

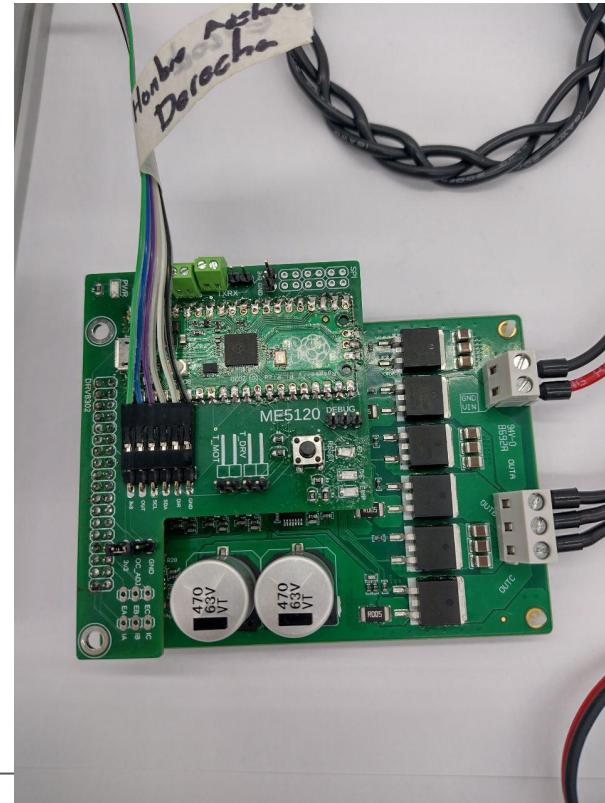
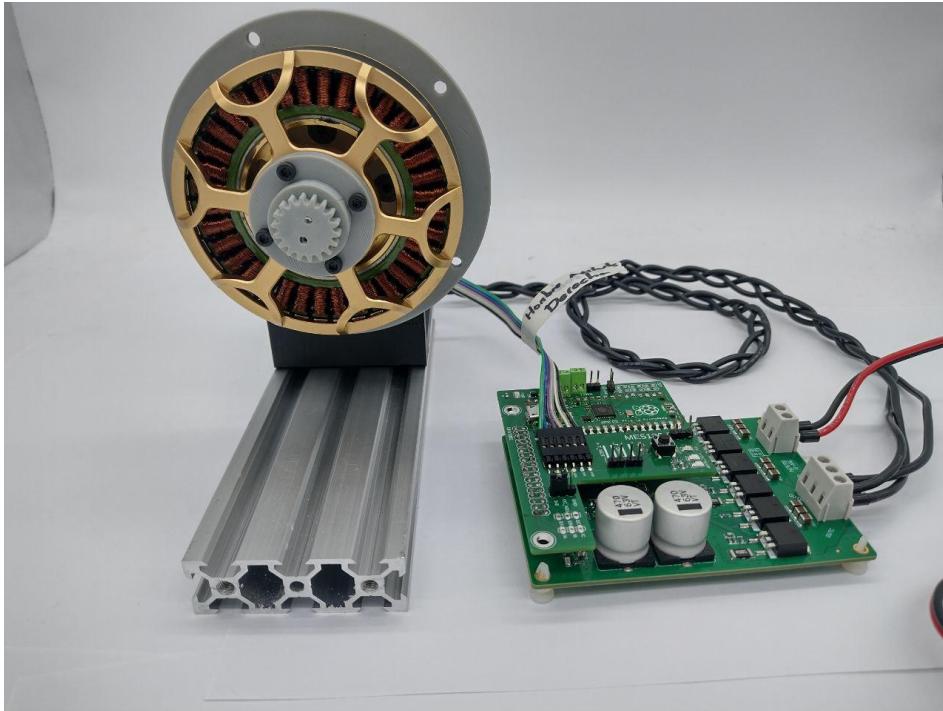
Para el caso con la corona siempre fija:

$$\text{Razón de Reducción} = \frac{N \text{ dientes sol} + N \text{ dientes corona}}{N \text{ dientes sol}}$$

# ARMADO!



# Setup de hoy



# Armado de caja reductora



# Armado de caja reductora



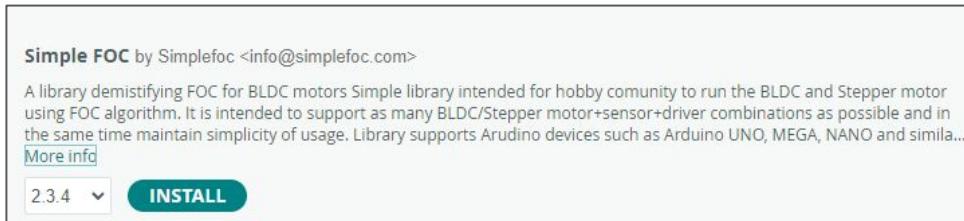
# CONTROL DE MOTOR

# Pasos para subir firmware a la RPi

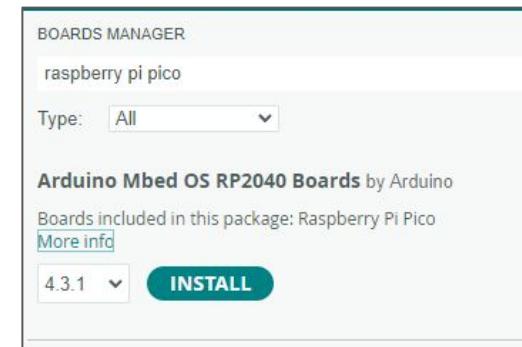
- Buscar y clonar repositorio

[https://github.com/LabRobDIMEC/HANDS\\_ON\\_GEARBOX\\_PERRITO.git](https://github.com/LabRobDIMEC/HANDS_ON_GEARBOX_PERRITO.git)

- Instalar librería SimpleFOC



- Agregar microcontrolador Raspberry Pi Pico
- Subir firmware [position\\_motor.ino](#)



# Envío de mensajes de posición

- Es posible enviar un comando de texto para pedir posición del motor.
- El formato lleva 3 valores y una letra inicial.
  - Ejemplo para 1 radián:  
“T001\n”

