**Fase 3: Classificació dels cadenats i tècniques generals**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Objectius i qüestions principals **Per al docent**   * Recuperar els diferents “models de cadenat” que poden emergir en les fases anteriors i analitzar-ne les característiques: semblances, diferències, variables principals * Motivar la construcció de la generalització dels models, que més endavant evolucionaran cap als models definitius de la combinatòria. * Consensuar les característiques dels cadenats i les variables principals proposades pels estudiants per a que derivin en repetició i ordre (Característiques) i nombre de caselles i nombre d’elements per casella (variables). * Presentar la notació i tècniques de la combinatòria formal.   **Per als estudiants**   * Reflexionar sobre la varietat d’estratègies de càlcul associades als diferents models vistos anteriorment, fent així també en els recordatoris de les diferents tècniques, per si hi hagués encara algun estudiant que no controla totes les tècniques. * Construir la terminologia associada al treball amb models (ara ja no simplement cadenats). Fer evolucionar la descripció del càlcul: numèrica → amb paraules → fórmules algebraiques (o pre-algebraiques). |
|  |  |  |
|  |  | Estructura de la fase: moments principals, temporització i dinàmica d’aula**[1] Classificació de cadenats**  20 min El docent proposa que, treballant en grup, es revisin tots els casos de cadenats, i es pensi en una possible classificació segons les estratègies de càlcul utilitzades, proposant la qüestió **Q3**: *Què caracteritza un model de cadenat? Quins models hi ha? Com els denominem?* Omplint la primera taula de l’informe grupal de la fase 3, s’espera que apareguin 3 tipus d’estratègies:   * **Multiplicació d’elements de cada casella.** Per exemple, els alumnes poden anomenar-lo “cadenats multiplicadors” i inclou cadenats com el cadenat de numeració de ruleta original, on el càlcul és 10·10·10·10. * **Multiplicació d’elements de cada casella, tenint en compte la casella anterior.** Per exemple, els alumnes poden anomenar-lo “cadenats sense repeticions” i inclou cadenats com el cadenat de caixa forta amb restriccions, on el càlcul és 40·39·38. * **Multiplicació d’elements de cada casella, tenint en compte la casella anterior i amb agrupació de codis amb ordres diferents.** Per exemple, els alumnes poden anomenar-lo “cadenats sense ordre” i només inclou les variants del cadenat polsador, on el càlcul és .   En aquesta taula els estudiants han de proposar un nom pel grup de cadenats que faci referència a l’estratègia de càlcul que comparteixen. En la columna esquerra hauran d’indicar el número o nom dels cadenats que consideren agrupar i en la columna dreta el càlcul numèric del nombre de combinacions, sense incloure el resultat, per només donar importància a les operacions involucrades. **[2] Posada en comú de les classificacions**  10 min El docent proposa un moment de posada en comú i debat per a que els diferents equips comparteixin el nombre, noms dels grups considerats i els cadenats que agrupen. El docent s’encarrega de, a mesura que els grups de treball van explicant, anar fent una taula comuna a la pissarra per registrar els models que apareixen. **[3] Síntesi de la classificació**  20 min El docent proposa que els estudiants completin la segona diapositiva de l’informe grupal de la fase 3. Amb les aportacions de tots els grups han de concloure el nombre de models identificats, les seves característiques i la descripció del càlcul general. Aquesta és una primera etapa de generalització on els estudiants han d’intentar utilitzar la terminologia acordada per explicitar les seves conclusions.  S’espera que els estudiants identifiquin que les característiques que defineixen cada model de cadenat són:   * Repeticions: S’ha de mirar si el cadenat admet codis amb xifres repetides o no. * Ordre: S’ha de mirar si el cadenat identifica l’ordre d’inserció dels codis o no. També podem descriure’l com que si els elements del codi són els mateixos però ordenats de maneres diferents, comptabilitzen com un mateix codi.   D’aquesta manera la classificació esperada seria:   * **Multiplicació d’elements de cada casella:** Per cadenats on els codis no tinguin restriccions de repetició i la posició de la casella sigui important. El nombre de codis es troba multiplicant tots els nombres d’elements possibles de cada casella. Hi ha alguns casos on la multiplicació es pot reemplaçar per una potència. * **Multiplicació d’elements de cada casella, tenint en compte la casella anterior:** Per cadenats on el fet de seleccionar un element a una casella, restringeix el nombre d’elements disponibles en la següent casella. Multipliquem el nombre d’elements de la primera casella pel nombre d’elements de la segona restant 1. * **Multiplicació d’elements de cada casella, tenint en compte la casella anterior i amb agrupació de codis amb ordres diferents.** Per cadenats on el fet de seleccionar un element a una casella, restringeix el nombre d’elements disponibles en la següent casella i a més, on l’ordre dels elements del codi no sigui important (es consideren dos codis amb ordres diferents com el mateix codi). Multipliquem el nombre d’elements de la primera casella pel nombre d’elements de la segona restant 1 i dividim pel nombre de codis que comptabilitzen com un mateix codi.  **[4] Identificació de les variables numèriques de cada model**  20 min A partir del treball anterior s’espera que els estudiants puguin identificar les variables que importen a l’hora de definir un model de cadenat: *Nombre de caselles* i *Nombre d’elements a cada casella.*  També es pot animar als alumnes per a que escullin una lletra per simplificar la notació.  En aquesta taula hauran d’indicar, per a cada cadenat estudiat (es deixa a decisió del docent que siguin tots els cadenats o només els de la fase 1), els estudiants han d’indicar els valors de les diferents variables.  El docent finalitza aquesta fase fent una posada en comú per a que els estudiants comparteixin les variables escollides i decideixin si prefereixen utilitzar la nomenclatura d’altres equips. **[5] Generalització final Proposta de fórmules**  20 min A partir del treball anterior, el docent proposa recuperar la descripció del càlcul de la diapositiva 3 de l’informe grupal i reescriure-la utilitzant la nova terminologia acordada.  El docent ha de motivar als estudiants per a què proposin fórmules que per a ells tinguin sentit. És possible que els alumnes hagin trobat (al llibre o al web) les fórmules de la combinatòria. Si és el cas, s’ha d’intentar evitar que les utilitzin. Es poden plantejar qüestions relatives al símbol de factorial (!) com: *Enteneu la notació que s’utilitza a la fórmula? Què voleu que vol dir? Creieu que és la millora manera d’expressar-ho?* **[6] Institucionalització de la notació i presentació de fórmules**  40 min El docent guia la transició cap a aquesta notació comuna recuperant la classificació de cadenats segons les característiques treballades (repetició i ordre) i menciona els noms i les tècniques proposades. Pot escriure a la pissarra, pels 3 grups treballats, un càlcul numèric representatiu del nombre de codis. A més, pot mencionar el nom que els diferents equips han donat al model i les descripcions dels algoritmes.  Després de fer aquest recordatori, presenta els noms, tècniques i propostes de fórmules de l’etapa anterior i proposa una notació comuna. Es proposa el treball amb la Taula de combinatòria.   * nombre de caselles del cadenat * nombre d’elements a cada casella   El docent presenta el nom utilitzat per la comunitat matemàtica dels models: variació amb/sense repetició i combinacions, fent l’analogia entre les estratègies elaborades per ells i les utilitzades per la comunitat matemàtica. És important en aquesta fase no eliminar les seves estratègies, si no presentar les *noves* com una manera de trobar una terminologia i notació estàndards i fer veure les analogies entre elles. És en aquest punt que es pot introduir el concepte de nombre factorial com a resposta per representar algebraicament la necessitat apareguda anteriorment d’expressar multiplicacions de nombres consecutius.  En aquesta etapa també es poden presentar tècniques més econòmiques per realitzar els recomptes, com pot ser la utilització de la calculadora.  Es pot repartir una còpia de la Taula de combinatòria als estudiants per a que la tinguin de referència. |
|  |  |  |
|  |  | Recursos i materials necessaris/disponibles **Per als docents**  Presentació guia del professor. Veure transparències dedicades a la **FASE 3**.  Taula de combinatòria. Veure document 08c – Fase 3\_Institucionalització.  **Per als estudiants**  Informe Intermedi grupal amb la plantilla per guiar el procés d’aquesta fase. |
|  |
|  |  | Comentaris rellevants per a la gestió És important indicar als estudiants que la classificació esperada ha d’estar relacionada amb les estratègies/tècniques de resolució.  Si es creu convenient, es pot eliminar el cadenat de dates d’aquesta classificació, ja que pot dificultar la generalització en tractar-se d’un cas molt particular.  En el moment d’institucionalització s’ha de promoure la justificació de les noves tècniques com a evolució de les tècniques proposades per ells. S’ha de deixar clar que les seves estratègies són igual de vàlides i no han de modificar les seves propostes en el seu treball per les fórmules i notació presentades, si no que aquestes només simplifiquen i unifiquen la notació i terminologia.  **Resistir-se a...**  Guiar “massa” als alumnes als primers moments. Si algun equip proposa una classificació massa allunyada, el docent hauria d’utilitzar els moments de posada en comú per a generar un debat de quina classificació és més eficaç, més coherent, etc. |