

populaçãoRecursividade

January 7, 2023

0.1 Equação linear recursiva

(Fonte: C. LAY, David. *Linear Algebra: and Its Applications*. 4. ed. Boston: Addison-Wesley, 2012. v. 1. ISBN 978-0-321-38517-8.)

Em muitos campos como ecologia, economia e engenharia precisam definir modelar matematicamente um sistema dinâmico que muda conforme o tempo. Muitas das variáveis desses sistemas podem ser medidas em um intervalo de tempo discreto produzindo uma sequência de vetores x_0, x_1, x_2, \dots . As entradas em x_k fornecem informação sobre o estado do sistema no tempo k de medida.

Se uma matriz A tal que $x_1 = Ax_0, x_2 = Ax_1$, em geral:

$$x_{k+1} = Ax_k \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots$$

0.2 Problema

Sabendo que s_0 é a população inicial centro e r_0 a do subúrbio

$$x_0 = \begin{bmatrix} r_0 \\ s_0 \end{bmatrix}$$

e que a estimativa é que 5% da população do centro se mova para o subúrbio

$$\begin{bmatrix} .95r_0 \\ .05r_0 \end{bmatrix} = r_0 \begin{bmatrix} .95 \\ .05 \end{bmatrix}$$

e que a população do subúrbio para o centro

$$\begin{bmatrix} .97s_0 \\ .03s_0 \end{bmatrix} = s_0 \begin{bmatrix} .97 \\ .03 \end{bmatrix}$$

Logo,

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ s_1 \end{bmatrix} = r_0 \begin{bmatrix} .95 \\ .05 \end{bmatrix} + s_0 \begin{bmatrix} .03 \\ .97 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .95 & .03 \\ .05 & .97 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ s_0 \end{bmatrix}$$

Assim,

$$x_k = Ax_{k+1}$$

Ou,

$$x_k A^{-1} = x_{k+1}$$

Sabendo que a população do centro nos anos 2000 era de 600000 habitantes e do subúrbio 400000. Qual será a previsão para o ano de 2002?

```
[2]: ##importar bibliotecas
import numpy as np
import scipy

##definir x0
x0 = np.array([[600000], [400000]])

##definir matriz de migração
A = np.array([[0.95, 0.03], [0.05, 0.97]])

x1 = np.linalg.solve(np.linalg.inv(A), x0)

x2 = np.linalg.solve(np.linalg.inv(A), x1)

print(f"A matriz da população centro e subúrbio para 2001:{x1}\nA matriz da_
↪população centro e subúrbio para 2002:{x2}")
```

```
A matriz da população cidade e subúrbio para 2001:[[582000.]
[418000.]]
A matriz da população cidade e subúrbio para 2002:[[565440.]
[434560.]]
```