

# Universidad Nacional de Río Cuarto

## Facultad de Ingeniería.



### Métodos de Acceso

Código: 0057

Guía Práctica Nº 2 – Capítulo 3

### Tema: Códigos SS

Integrantes del Grupo	
Apellido y Nombre	DNI

Fecha de Presentación:     /     /

Calificación: \_\_\_\_\_

Firma Docente: \_\_\_\_\_

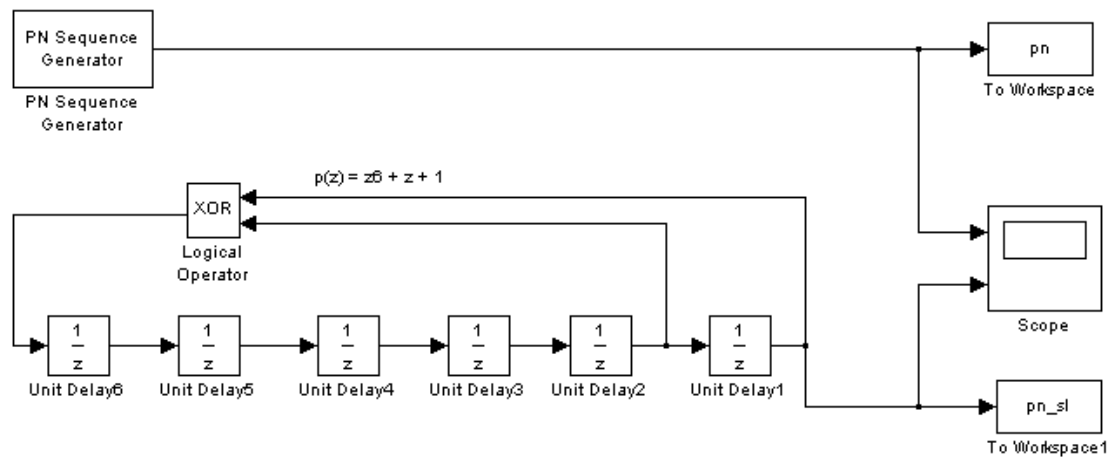
### Objetivo:

Como objetivo se pretende comprender las propiedades de los códigos PN, y a su vez comparar los distintos tipos de códigos existentes.

### Implementación:

1. Se realiza la simulación del siguiente generador del código PN

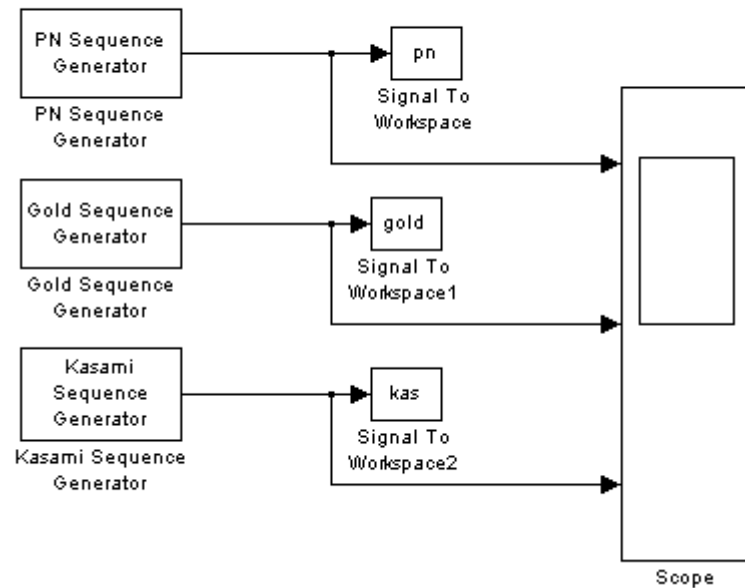
#### **PN Sequence Generation**



- a. Determine el Período de la señal.
- b. Grafique la Autocorrelación para 3 períodos. Extraiga conclusiones.
- c. Determine la DSP. Extraiga conclusiones.
- d. Verifique la propiedad de balance en cada periodo.
- e. Verifique la propiedad de Corridas.

2. Se realizó la simulación de los siguientes generadores de código pseudo-aleatorios

### Pseudorandom Sequences



a. Realizando la simulación se obtiene la secuencia que determina un periodo, con los siguientes datos:

El generador de polinomio para las tres secuencias es: 1 0 0 0 1 1

Para el caso del contenido inicial de los registros es: 0 0 0 0 0 1

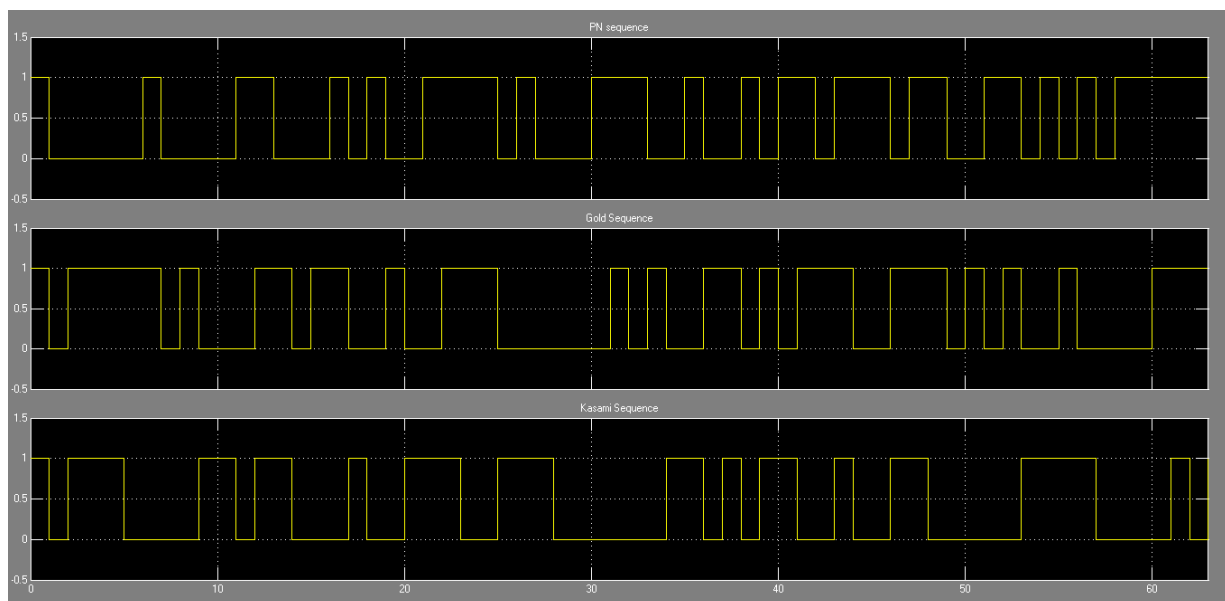


Figura 2.1: La Secuencia superior fue creada por un generador de secuencia PN, la del medio por un generador de Gold, la inferior por generado de secuencia Kasami. Como se puede observar las secuencias son distintas debido a su técnica de cómo se genera el código.

Generación del código gold:

Si una M-Secuencia se suma módulo-2 con una versión de ella misma desplazada en el tiempo, el resultado es la misma secuencia de código con un nuevo desplazamiento en el tiempo. Si dos M-Secuencias diferentes de igual longitud se suman módulo-2, el resultado es una secuencia compuesta de igual longitud. Esta secuencia compuesta es diferente para cada combinación de desplazamiento en el tiempo de las secuencias originales. Gracias a este resultado se pueden generar un gran número de códigos diferentes, así es como se calculan los códigos de la familia Gold

#### Generación del código Kasami:

Algo similar hizo Kasami. Aquí se parte de una m secuencia, a la que llamaremos a, y en base a ella se forma otra secuencia b tomando 1 de cada  $20.5m + 1$  bits de a. La secuencia b también es periódica, pero su período es de  $20.5m - 1$ . Luego se combinan a y los desplazamientos cíclicos de b. Aparecen entonces  $20.5m$  secuencias de longitud  $2m - 1$ , incluyendo a. Estas son las llamadas secuencias Kasami; tanto la autocorrelación, como la crosscorrelación de estas secuencias toman valores de entre los 3 siguientes:  $-1$ ,  $-(20.5m + 1)$  y  $20.5m - 1$ .

- b. Determine las graficas correspondientes a la Autocorrelación para cada código.
- c. Determine las DSP para cada código.
- d. Verifique Propiedades de balance.
- e. Verifique propiedades de corridas.
- f. Extraiga conclusiones finales al respecto.

3. A continuación se enumeran las propiedades más significativas de las funciones de correlación cruzada y de autocorrelación:

$$1.- \theta_{x,y}(-\tau) = \theta_{y,x}^*(\tau)$$

$$2.- \theta_{x,y}(\tau) = \theta_{x,y}(\tau + N)$$

$$3.- |\theta_x(-\tau)| = |\theta_x(\tau)|$$

$$4.- \sum_{\tau=0}^{N-1} \theta_{x,y}(\tau) \theta_{x,y}^*(\tau+n) = \sum_{\tau=0}^{N-1} \theta_x(\tau) \theta_y^*(\tau+n)$$

siendo  $n$  un entero entre 0 y  $N-1$ , Para el caso  $n=0$  se obtiene:

$$\sum_{\tau=0}^{N-1} |\theta_{x,y}(\tau)|^2 = \sum_{\tau=0}^{N-1} \theta_x(\tau) \theta_y^*(\tau)$$

$$5.- \sum_{\tau=0}^{N-1} \theta_{x,y}(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \sum_{j=0}^{N-1} y^*(j)$$

o en términos de la autocorrelación:

$$\sum_{\tau=0}^{N-1} \theta_x(\tau) = \left| \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \right|^2$$

$$6.- \theta_{T^i x, T^j y}(\tau) = \theta_{x,y}(\tau + j - i)$$

donde  $T^i x$  denota la secuencia resultante de desplazar cíclicamente a la izquierda  $i$  posiciones la secuencia  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$ , esto es  $T^i x = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_{N-1}, x_0, \dots, x_{i-1})$ . Se denomina a la secuencia así obtenida una *fase* de la secuencia original  $x$ .

Según esta última notación, la correlación cruzada entre dos secuencias  $x$  e  $y$  se puede expresar también en términos del producto escalar entre vectores como:

$$\theta_{x,y}(\tau) = \langle x, T^\tau y \rangle$$

Si bien estas expresiones asumen secuencias genéricas de valores complejos cualesquiera, en DS/CDMA es habitual que las secuencias código tomen únicamente valores dentro del conjunto  $\{1, -1\}$  donde el valor '1' se corresponde con el '0' lógico y el valor '-1' con el '1' lógico. Bajo estas circunstancias, es posible calcular la correlación cruzada como:

$$\theta_{x,y}(\tau) = N - 2 HW(x \oplus T^\tau y)$$

donde  $HW(x \oplus T^T y)$  denota el peso de Hamming, esto es el número de unos ('1'), de la secuencia obtenida al calcular bit a bit la función OR-exclusiva (suma módulo 2) para las secuencias  $x$  y  $T^T y$  y expresadas según los valores lógicos '0' y '1'.

Una conclusión interesante que se deriva de la propiedad 4 radica en que, si dos secuencias presentan una correlación cruzada nula, las dos secuencias no pueden presentar una autocorrelación bivaluada. Para la demostración, considérense dos secuencias  $x$ ,  $y$  de período  $N$  chips con autocorrelación bivaluada, esto es:

$$\theta_x(\tau) = \begin{cases} A & \tau=0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases}$$

$$\theta_y(\tau) = \begin{cases} B & \tau=0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases}$$

donde necesariamente por el hecho de ser bivaluadas,  $A \neq \alpha$  y  $B \neq \beta$ .

Supóngase ahora que ambas secuencias presentaran una correlación cruzada nula, esto es que  $\theta_{x,y}(\tau) = 0$ . Aplicando la expresión (2.20) correspondiente a la propiedad 4, se obtendría que, para un desplazamiento  $n=0$ :

$$AB + \alpha\beta(N-1) = 0 \quad (2.2)$$

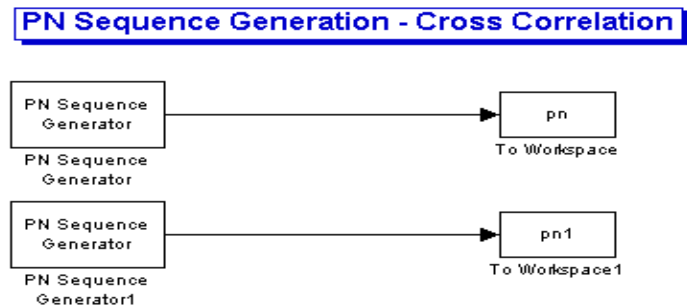
y para el resto de valores de  $n$  entre 1 y  $N-1$ :

$$A\beta + \alpha B + \alpha\beta(N-2) = 0 \quad (2.2)$$

De estas relaciones se deduce que necesariamente se debería cumplir que  $(B-\beta)(A-\alpha) = 0$  y que por lo tanto o bien  $A=\alpha$  o bien  $B=\beta$ , lo que contradice el hecho de que ambas secuencias presentan autocorrelación bivaluada.

En consecuencia, de esta propiedad se deduce que en general, al seleccionar las secuencias apropiadas para DS/CDMA, el hecho de querer conseguir una correlación cruzada nula entre secuencias para reducir al máximo la interferencia mutua entre usuarios diferentes puede perjudicar sobre las propiedades de autocorrelación de las secuencias y por lo tanto sobre la facilidad para sincronizarlas.

Se implementa el siguiente esquema

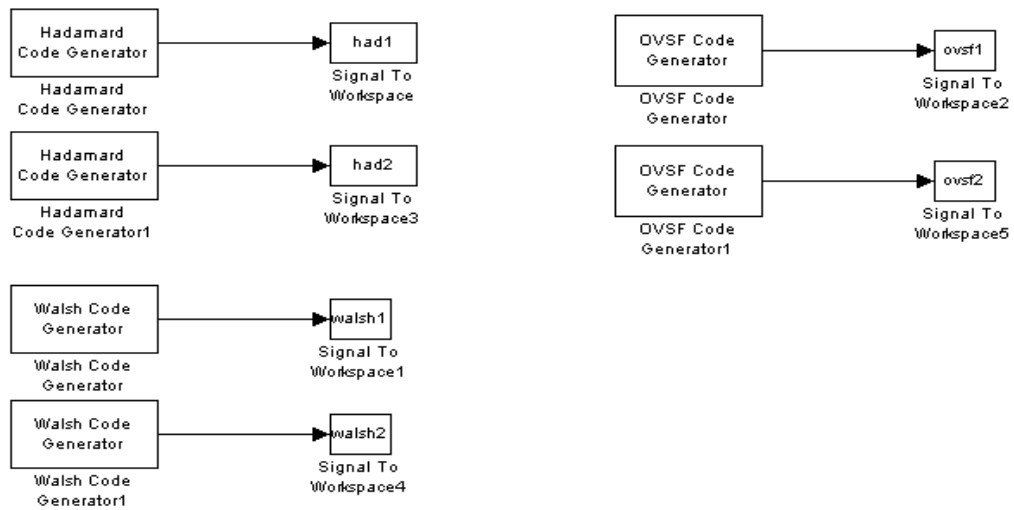


En ambos casos los códigos comienzan destazados.

- Grafique la función de correlación cruzada.
- Extraiga conclusiones.

4. Realice la simulación de los siguientes generadores de código ortogonales analizando los siguientes puntos:

#### Orthogonal Sequences



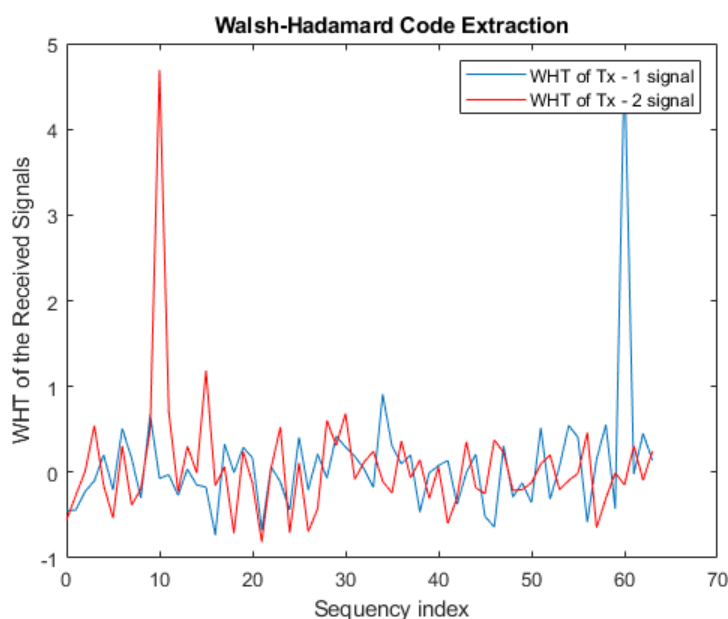
- Grafique Autocorrelación para cada familia de códigos.
- Grafique DSP.
- Graficar la función de correlación cruzada en cada familia de códigos..
- Extraiga conclusiones comparando los resultados obtenidos para cada uno de los códigos.



5. Las tecnologías de comunicación basadas en espectro ensanchado, como CDMA, usan códigos Walsh (derivados de las funciones de Walsh) para propagar señales de mensajes y transformaciones WHT para desensancharlas. Como los códigos de Walsh son ortogonales, cualquier señal codificada por Walsh aparece como ruido aleatorio en un terminal a menos que ese terminal use el mismo código para la codificación. A continuación mostramos el proceso de propagación, la determinación de los códigos Walsh utilizados para la propagación y la expansión para recuperar la señal del mensaje.

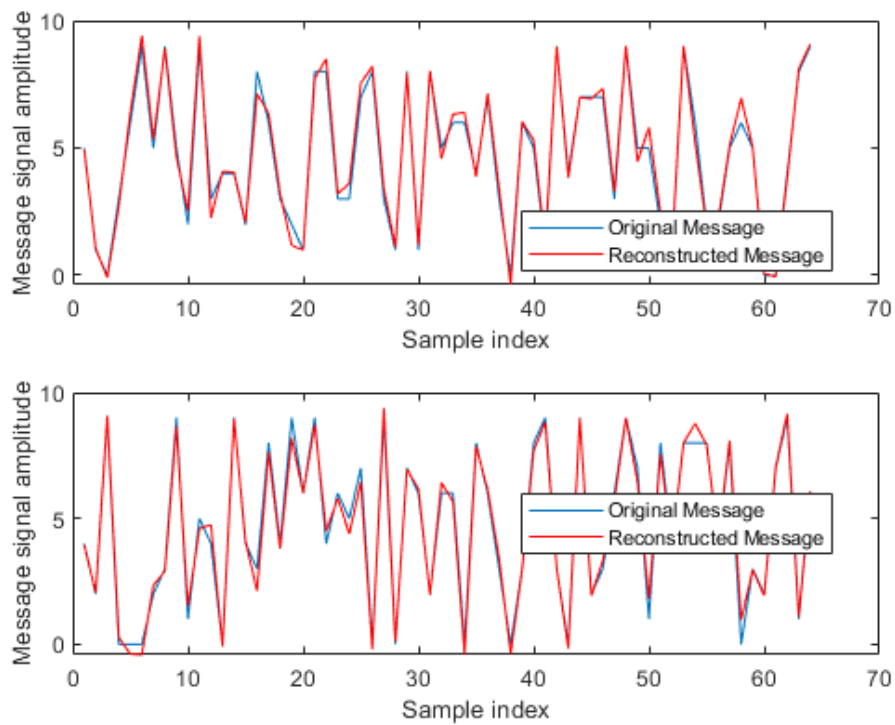
Dos terminales CDMA transmiten sus respectivas señales de mensaje usando dos códigos Walsh diferentes (también conocidos como códigos Hadamard) de longitud 64. Las señales de mensaje difundido están dañadas por un ruido gaussiano blanco aditivo de varianza 0.1.

En el receptor (estación base), el procesamiento de la señal no es coherente y la secuencia recibida de la longitud  $N$  necesita correlacionarse con  $2^N$  palabras de código Walsh para extraer los códigos Walsh utilizados por los respectivos transmisores. Esto se puede hacer de manera efectiva mediante la transformación de las señales recibidas al dominio de secuencia utilizando la transformada rápida de Walsh-Hadamard. Utilizando la ubicación de secuencia en la que se produce un pico, se puede determinar el código Walsh-Hadamard correspondiente (o la función Walsh) utilizada. El siguiente diagrama muestra que los códigos Walsh-Hadamard con secuencia (con `ordering = 'hadamard'`) 60 y 10 se usaron en el primer y el segundo transmisor, respectivamente.



La decodificación para extraer la señal del mensaje se puede llevar a cabo de manera directa multiplicando las señales recibidas por los respectivos códigos Walsh-hadamard generados usando la función `hadamard`. (Tener en cuenta que la indexación en MATLAB® comienza desde 1, por lo

tanto, los códigos de Walsh-Hadamard con la secuencia 60 y 10 se obtienen seleccionando las columnas (o filas) 61 y 11 en la matriz de Hadamard).



- a) Recrear la situación y extraer conclusiones referidas a la aperiodicidad de las señales.
- b) Extraiga conclusiones.