DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Guia prático usando o OpenFOAM®

Livia Flavia Carletti Jatobá

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico

CAPÍTULO 1

ESCOAMENTO COUETTE ENTRE PLACAS PLANAS

STHEFANY MACHADO SARDINHA

Controle de versão: T01-1.0

Objetivo: realizar verificação de solução numérica com solução analítica.

Os arquivos deste tutorial estão disponíveis no repositório https://github.com/liviajatoba/cfd-openfoam.git, no diretório couettePlacasPlanas/Re-10.

1.1 Definição do problema

O problema físico estudado neste tutorial consiste no escoamento de um fluido Newtoniano, laminar, incompressível e plenamente desenvolvido entre duas placas planas paralelas e infinitas, onde a placa superior desloca-se com velocidade conhecida e a inferior é fixa [1]. Neste tutorial, vamos utilizar os utilitários `blockMesh`, `foamLog` e `postProcess`, para as etapas de pré e pós-processamento, e o *solver* `icoFoam`, para a solução do escoamento. O `gnuplot` é a ferramenta utilizada para gerar gráficos.

A Figura 1.1 mostra a geometria do problema. A força motriz deste tipo de escoamento é o gradiente de velocidade entre a placa superior e inferior e, portanto, o transporte difusivo de quantidade de movimento linear. Devido a condição de não deslizamento, o fluido em contato com as placas, tem a mesma velocidade das placas. Assim, o fluido em contato com a placa superior transfere quantidade de movimento linear para as camadas de fluido adjacentes, até a camada de fluido em contato com a placa inferior, que permanece parada. Neste tipo de problema, o gradiente de pressão é nulo, ou seja, a pressão é uniforme. Este tipo de escoamento é conhecido na literatura como escoamento Couette [1].

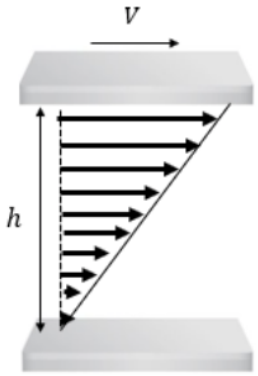


Figura 1.1 Representação simplificada do escoamento entre placas planas.

A Equação da Continuidade e a Equação de Navier-Stokes para um escoamento incompressível e viscosidade constante, onde o termo devido a ação de força de campo gravitacional é desprezável, são as equações que governam este escoamento. Aplicado ao sistema de coordenadas cartesiana, a modelagem pode ser simplificadas pelas equações abaixo.

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} = 0 \tag{1.1}$$

$$0 = \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2}\right] \tag{1.2}$$

A velocidade neste escoamento tem componente diferente de zero apenas na direção x, que é função apenas da coordenada y, $U_x(y)$. A condição de contorno para a velocidade é de primeiro tipo, onde a velocidade são conhecidas nas fronteiras superior e inferior e h é a distância entre as placas,

$$U_x(y=0) = 0 \ ; \ U_x(y=h) = V. \tag{1.3}$$

A solução analítica para o perfil de velocidade é,

$$U_x(y) = \frac{V}{h}y \tag{1.4}$$

onde V e h são constantes [1].

1.2 Geometria e malha:

A geometria e a malha deste tutorial são construídas simultaneamente usando o utilitário `blockMesh`. O dicionário `blockMeshDict`, localizado no diretório `system` do caso, contém as instruções necessárias para criar a geometria e malha. A primeira instrução no `blockMeshDict` determina a unidade de comprimento da geometria em relação ao metro, conforme mostra trecho do arquivo no Código 1.2. Um caso com dimensões em centímetros ou milímetros, teria o valor unitário substituído por 0.01 ou 0.001, respectivamente.

Código 1.1 Definição do comprimento da geometria no blockMeshDict.

```
convertToMeters 1;
```

Em seguida, são declaradas os valores das variáveis adotadas neste tutorial, conforme o trecho do arquivo no Código 1.2.

Código 1.2 Definição das variáveis no blockMeshDict.

```
Lcanal 0.1;      //comprimento do canal na direcao x
hCanal 0.1;      //distancia entre as placas na direcao y
zCanal 0.01;     //distancia na direcao z
nY  40;          //numero de divisoes em y
```

A próxima etapa consiste em listar as coordenadas de todos os vértices. A Figura 1.2 mostra a geometria da placa plana e seus respectivos vértices. O Código 1.3 é o trecho do `blockMeshDict` onde a declaração dos vértices é feita, onde `xCanal` é a variável que define a seção do comprimento em x, `hCanal`, é a distância entre as placas em y e, `zCanal` é a variável que define a seção do comprimento em z.

Código 1.3 Definição dos vértices no blockMeshDict

```
vertices
(
    (0              0           0)          //vertice 0
    ($xCanal        0           0)          //vertice 1
    ($xCanal        $hCanal     0)          //vertice 2
    (0              $hCanal     0)          //vertice 3
    (0              0           $zCanal)    //vertice 4
    ($xCanal        0           $zCanal)    //vertice 5
    ($xCanal        $hCanal     $zCanal)    //vertice 6
    (0              $hCanal     $zCanal)    //vertice 7
);
```

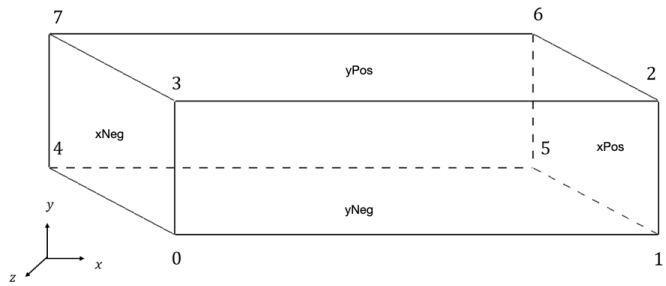


Figura 1.2 Construção da geometria usando o `blockMesh`.

A construção da malha é dada a partir da definição de blocos dentro da geometria. Neste caso, foi construído um único bloco hexaédrico com uma única divisão nas direções x e z, e `nY` na direção y. O Código 1.5 mostra o trecho do `blockMeshDict` para criar um bloco, onde primeiro é definido o tipo da malha (hex= hexaédrica), depois os vértices que constroem o bloco são declarados, seguidos do número de divisões em cada direção (x,y,z) e, por fim, é declarado uma opção de refino de malha em cada direção. Não foi adotado refino de malha nas fronteiras e, por esse motivo, os parâmetros do `simpleGrading` são unitários.

Código 1.4 Definição de um bloco no blockMeshDict

```
 blocks
(
    hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (1 $nY 1) simpleGrading (1 1 1)
);
```

A última etapa de construção da malha consiste na declaração das fronteiras do domínio. O Código 1.5 é o trecho do `blockMeshDict` onde é feita a declaração das fronteiras. A declaração de uma fronteira começa pela escolha de um nome (qualquer) para identificá-la. Este nome será utilizado para definir as condições de contorno para velocidade e pressão. Em seguida utilizaremos a regra da mão direita para determinar os vértices que serão utilizados para construir uma fronteira. A declaração é feita no sub-dicionário `boundary` onde a ordem de cada vértice é tal qual a regra da mão direita, com a normal sempre apontando para fora do volume. Nesta malha, cinco fronteiras são criadas: `yPos`, `yNeg`, `xPos`, `xNeg` e `zPlan`. Em seguida, cada fronteira é identificada através de uma característica topológica `type` e os vértices das faces que a compõe, na ordem consistente com a normal apontando para fora da geometria.

Código 1.5 Definição das fronteiras no blockMeshDict.

```
boundary
(
    yPos
    {
        type patch;
        faces
        (
            (3 2 6 7)
        );
    }
    yNeg
    {
        type patch;
        faces
        (
            (4 5 1 0)
        );
    }
    xPos
    {
        type patch;
        faces
        (
            (5 6 2 1)
        );
    }
    xNeg
    {
        type patch;
        faces
        (
            (0 3 7 4)
        );
    }
    zPlan
    {
        type empty;
        faces
        (
            (0 1 2 3)
            (7 6 5 4)
        );
    }
);
```

As faces que compõem as fronteiras são identificadas através dos vértices que a constrói. Assim, através da Figura 1.2, é possível identificar que a fronteira superior é formada pela face de vértices

`(3 2 6 7)`, que recebeu o nome de `yPos`. A escolha da característica topológica da fronteira, ou `type`, depende do tipo de condição de contorno das variáveis. Neste caso, a fronteira superior, laterais e inferior são todas do tipo `patch`, que é uma característica topológica genérica para cálculos diversos. Já os planos no eixo z, são do tipo `empty`. Essa característica topológica existe pois, no OpenFOAM®, todas as geometrias são tridimensionais. Assim, quando um problema precisa ser simplificado para bidimensional, os planos normais ao plano cuja solução é desejada recebe a característica topológica `empty`. Neste caso, busca-se uma solução no plano xy e, por esse motivo, as fronteiras `zPlan` recebem o `type empty`.

Uma vez editado o arquivo `blockMeshDict`, a geometria e malha podem ser construídas através da execução do comando `blockMesh` no diretório do caso. Assim, em um terminal no diretório do caso, execute o comando.

```
$ blockMesh
```

A visualização da geometria e malha são feitas usando o aplicativo ParaView. Assim, em um terminal no diretório do caso, execute o comando `paraFoam` para visualizar a sua geometria e malha. O aplicativo ParaView será carregado e, escolha a opção *Apply* e *Surface with Edges*, para visualizar a malha, conforme a Figura 1.3.

```
$ paraFoam
```

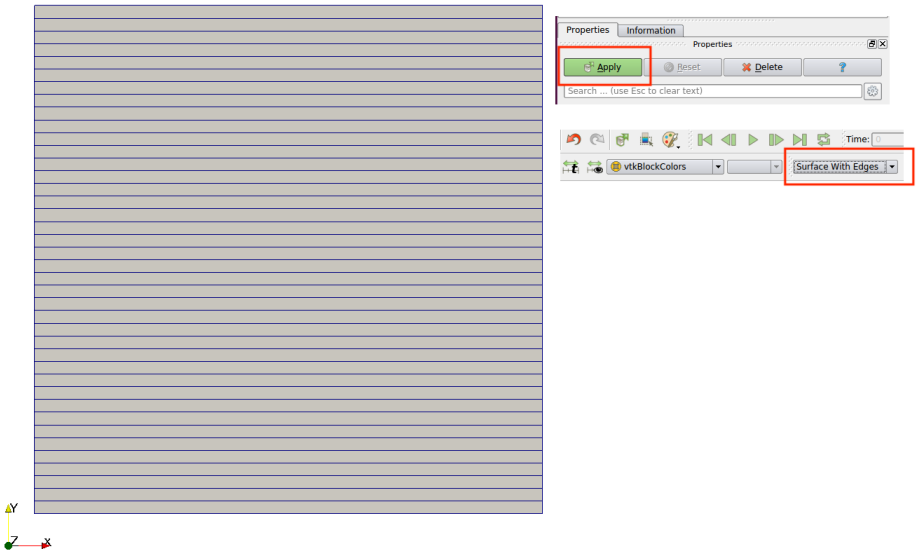


Figura 1.3 Visualização da malha usando o ParaView.

1.3 Propriedades, condições de contorno e inicial

A próxima etapa de pré-processamento consiste na definição das propriedades do fluido, do regime de escoamento (laminar ou turbulento) e das condições de contorno para velocidade e pressão. Este tutorial tem escoamento laminar com número de Reynolds igual a 10.

As propriedades do fluido são especificadas no dicionário `transportProperties` no diretório `constant`. É necessário especificar o modelo do fluido newtoniano, `Newtonian`, e a viscosidade cinemática (ν = `nu`), conforme mostra o trecho do arquivo no Código 1.6. Observe que a propriedade viscosidade cinemática é declarada através de uma lista de expoentes de unidades (`dimensionSet`), `[0 2 -1 0 0 0 0]`, e um escalar `0.01`. Valor 0.01 é aquele calculado para Reynods 10, onde a velocidade é $V = 1m/s$ e a distância entre as placas é 0.1m. A lista de expoentes são para as unidades primárias, na seguinte ordem: massa, comprimento, tempo, temperatura, quantidade de matéria, corrente e intensidade luminosa. Assim, a viscosidade cinemática tem unidade em m^2/s.

Código 1.6 Definição das propriedades do fluido no transportProperties

```
transportModel  Newtonian;
nu              [0 2 -1 0 0 0 0]  0.01;
```

O regime do escoamento é definido no dicionário `turbulenceProperties` no diretório `constant`. O Código 1.7 mostra como é feita a escolha do regime de escoamento, através da definição da variável `simulationType`, exemplificada para uma simulação laminar.

Código 1.7 Definição do regime do escoamento no turbulenceProperties

```
simulationType  laminar;
```

A condição de contorno e inicial dos campos de velocidade (`U`) e pressão (`p`) são especificadas em um arquivo para cada variável no diretório `0` do caso. O Código 1.8 apresenta a especificação da condição de contorno e inicial do campo de velocidade. A primeira definição do arquivo é a lista `dimensionSet` que representa a unidade da grandeza (m/s), em seguida o valor da velocidade no campo interno, ou seja, nos centros dos volumes de controle do domínio computacional é inicializado (`internalField`). Neste caso, o campo interno é definido como uniforme e nulo. As condições de contorno são especificadas para cada fronteira a partir do nome escolhido na etapa de construção de malha. Recorde que as fronteiras criadas neste caso foram: `yPos`, `yNeg`, `xPos`, `xNeg` e `zPlan` (Código 1.5).

A condição de contorno para velocidade na fronteira `yPos` e `yNeg` é do tipo valor fixo, `fixedValue`. A fronteira `yPos` é aquela que tem velocidade na direção x igual a 1m/s. Já na fronteira `yNeg` a velocidade é igual a zero. Os planos `xPos` e `xNeg` terão os valores iguais ao valor do volume vizinho e, portanto, a condição de contorno é do tipo `zeroGradient`. Por fim, a fronteira `zPlan` é do tipo `empty` para que a solução do escoamento seja apenas no plano xy.

Código 1.8 Arquivo de condição de contorno/inicial para velocidade no diretório 0

```
dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];

internalField   uniform (0 0 0);

boundaryField
{
    yPos
    {
        type            fixedValue;
        value           uniform (1 0 0);
    }
    yNeg
    {
        type            fixedValue;
        value           uniform (0 0 0);
    }
    xNeg
    {
```

```
        type            zeroGradient;
    }
    xPos
    {
        type            zeroGradient;
    }
    zPlan
    {
        type            empty;
    }
}
```

O Código 1.9 apresenta a especificação da condição de contorno e inicial do campo de pressão. Note que o campo de pressão especificado na solução do escoamento incompressível no OpenFOAM®é um campo de pressão relativa (manométrica) dividido pela massa específica do fluido, ou seja, a pressão é na verdade p/ρ. Por este motivo, a unidade do campo de pressão é m^2/s^2. A condição de contorno adotada para a pressão nas fronteiras `yPos`, `yNeg`, `xPos` e `xNeg` é do tipo `zeroGradient`, onde o valor da fronteira é igual ao valor do volume vizinho. Por fim, a fronteira `zPlan` é do tipo `empty` para que a solução do escoamento seja apenas no plano xy.

Código 1.9 Arquivo de condição de contorno/inicial para pressão relativa no diretório 0

```
dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];

internalField   uniform 0;

boundaryField
{
    yPos
    {
        type            zeroGradient;
    }
    yNeg
    {
        type            zeroGradient;
    }
    xNeg
    {
        type            zeroGradient;
    }
    xPos
    {
        type            zeroGradient;
    }
    zPlan
    {
        type            empty;
    }
}
```

1.4 Configurações da solução numérica

As configurações da solução numérica são as escolhas dos esquemas de interpolação, métodos de solução dos sistemas algébricos, tolerâncias, número de iterações no acoplamento pressão-velocidade, tempo inicial, final e passo de tempo da simulação. Estas definições são feitas nos dicionários no diretório `system` do caso.

Os esquemas de interpolação utilizados neste tutorial foram: método implícito de Euler na integração temporal e diferenças centrais de segunda ordem nas discretizações dos gradientes, divergentes e laplacianos. As demais operações foram discretizadas usando uma interpolação linear. O Código 1.10 mostra as declarações no dicionário `fvSchemes`.

Código 1.10 Definição dos esquemas de interpolação no fvSchemes no diretório system

```
ddtSchemes
{
    default         Euler;
}
divSchemes
{
    default         none;
    div(phi,U)      Gauss linear;
}
laplacianSchemes
{
    default         Gauss linear corrected;
}
gradSchemes
{
    default         Gauss linear;
}
interpolationSchemes
{
    default         linear;
}
```

Os métodos para a solução dos sistemas algébricos foram: Gauss-Seidel e Gradiente Conjugado para a velocidade e pressão, respectivamente. Um pré-condicionador diagonal foi configurado na solução da pressão. As tolerâncias de 10^{-6} e 10^{-7} foram configuradas para a velocidade e pressão, respectivamente. O Código 1.11 mostra o dicionário `fvSolutions` com as configurações citadas. Observe que foram utilizadas duas iterações no acoplamento pressão-velocidade.

Código 1.11 Definição dos paramentos solução no fvSolution no diretório system

```
solvers
{
    U
    {
        solver          smoothSolver;
        smoother        symGaussSeidel;
        tolerance       1e-06;
        relTol          0;
    }
    p
    {
        solver          PCG;
        preconditioner  DIC;
        tolerance       1e-07;
        relTol          0.01;
    }
    pFinal
    {
        $p;
        relTol          0;
    }
}
PISO
{
```

```
    nCorrectors     2;
    nNonOrthogonalCorrectors 0;
    pRefCell        0;
    pRefValue       0;
}
```

Por fim, os parâmetros de controle da simulação, como tempo inicial, final, passo de tempo e instantes de tempo salvos, são configurados no dicionario `controlDict`, conforme trecho do arquivo no Código 1.12. O passo de tempo (`deltaT`), configurado para o caso foi calculado considerando o critério de Courant unitário para o caso.

Código 1.12 Definição dos paramentos solução no controlDict no diretório system

```
application     icoFoam;

startFrom       startTime;
startTime       0;
stopAt          endTime;
endTime         0.5;
deltaT          2.5e-3;

writeControl    adjustableRunTime;
writeInterval   0.1;

purgeWrite      0;
writeFormat     ascii;
writePrecision  6;
writeCompression off;

timeFormat      general;
timePrecision   6;
```

1.5 Solução do escoamento

A solução do escoamento é dada pela execução do *solver* escolhido, que no caso foi o `icoFoam`. A execução do *solver* irá montar o sistema algébrico da solução numérica das equações que governam o escoamento, considerando os esquemas de interpolação escolhidos no `fvSchemes` e malha do caso. Assim, em um terminal no diretório do caso execute o comando:

```
$ icoFoam > log
```

Este comando irá executar o *solver* do OpenFOAM®e armazenar os dados de saída no terminal no arquivo `log`. Os diretórios para a solução transiente serão criados e os respectivos campos de velocidade e pressão salvos, até a simulação atingir o seu tempo final configurado no `controlDict`.

1.6 Convergência Numérica

Uma vez que a execução do comando no terminal está concluída, a próxima etapa consiste em avaliar a convergência da solução numérica. A análise da convergência numérica consiste em acompanhar os resíduos das soluções dos sistemas algébricos. A característica da convergência numérica depende das características do escoamento e, para este caso, temos como objetivo avaliar se a solução atingiu estado estacionário. Neste tutorial, apenas o resíduo para `Ux` é relevante, uma vez que a pressão é uniforme e as demais componentes da velocidade são nulas.

Os valores dos resíduos iniciais e finais para solução de cada sistema algébrico é resultado da execução do comando `icoFoam`, que foi armazenado no arquivo `log`. O Código 1.13 abaixo mostra a informação no inicio da simulação, primeiro passo de tempo e, no instante de tempo final. A linha que mostra o resultado da solução do sistema algébrico para `Ux` foi colocada em negrito para destaque. Note que, no primeiro instante de tempo, o resíduo inicial (`Initial residual`) para `Ux` tem valor unitário, o resíduo final (`Final residual`) tem ordem de grandeza semelhante a tolerância para `U` especificada no `fvSolution` e 25 iterações foram necessárias para esta convergência. Já no último instante de tempo, o resíduo inicial é da ordem de grandeza de 10^{-5}. Assim, é possível observar uma convergência numérica da ordem de 10^{-5} no último instante de tempo.

Código 1.13 Resultado da solução do escoamento usando o icoFoam

```
Create time

Create mesh for time = 0

Reading transportProperties

Reading field p

Reading field U

Reading/calculating face flux field phi


Starting time loop

Time = 0.0025

Courant Number mean: 0 max: 0
(*\bfseries smoothSolver:  Solving for Ux, Initial residual = 1, Final
    residual = 6.8249e-07, No Iterations 25*)
smoothSolver:  Solving for Uy, Initial residual = 0, Final residual = 0,
    No Iterations 0
DICPCG:  Solving for p, Initial residual = 0.0220834, Final residual =
    3.57563e-15, No Iterations 1
time step continuity errors : sum local = 5.60415e-21, global = 5.60415e
    -21, cumulative = 5.60415e-21
DICPCG:  Solving for p, Initial residual = 0.0114517, Final residual =
    1.13207e-16, No Iterations 1
time step continuity errors : sum local = 1.05856e-20, global = 1.05856e
    -20, cumulative = 1.61898e-20
ExecutionTime = 0 s  ClockTime = 0 s

...

Time = 0.5

Courant Number mean: 0.0124199 max: 0.0246826
(*\bfseries smoothSolver:  Solving for Ux, Initial residual = 8.77773e-05,
     Final residual = 9.22023e-07, No Iterations 10 *)
smoothSolver:  Solving for Uy, Initial residual = 0.742469, Final residual
     = 7.91524e-07, No Iterations 30
DICPCG:  Solving for p, Initial residual = 0.404499, Final residual =
    3.17817e-14, No Iterations 1
time step continuity errors : sum local = 2.22346e-19, global = -2.22346e
    -19, cumulative = -4.59668e-19
DICPCG:  Solving for p, Initial residual = 0.06235, Final residual =
    4.33436e-15, No Iterations 1
time step continuity errors : sum local = 1.68083e-19, global = -1.68083e
    -19, cumulative = -6.27751e-19
```

```
ExecutionTime = 0.13 s  ClockTime = 0 s

End
```

Apesar do valor do resíduo inicial no último instante de tempo já ser um parâmetro válido para análise da convergência numérica e regime estacionário, um gráfico do resíduo inicial ao longo do tempo é um importante resultado para análise da convergência numérica. O OpenFOAM®possui um utilitário que pode ser utilizado para capturar as informações de resíduos do arquivo `log`, o `foamLog`. Assim, em um terminal, execute o comando a seguir.

```
$ foamLog > log
```

O utilitário irá gerar um novo diretório `logs`, contendo diversos arquivos com dados da solução numérica. Temos interesse em construir um gráfico do resíduo inicial de `Ux` em relação ao tempo. Neste tutorial, vamos utilizar o aplicativo `gnuplot` para construir o gráfico. O Código 1.14 mostra o arquivo utilizado para armazenar os comandos para construção do gráfico usando o `gnuplot`. Note que o comando do `gnuplot` acessa o arquivo `Ux` dentro do diretório `logs` e traça o gráfico usando a primeira ($1) e segunda ($2) colunas do arquivo como eixos x e y, respectivamente.

Código 1.14 Arquivo com comandos do gnuplot para construção do gráfico de convergência numérica.

```
reset

set terminal postscript eps enhanced color"Times-Roman" 18
set autoscale
set lmargin 13
set bmargin 4

set output "residuals.eps"

set ylabel"{/*1.5{/Italic residuo inicial}" offset 1,0
set xlabel"{/*1.5{/Italic t(s)} }" offset 0,0

set logscale y
set format y "%.1e"

plot "logs/Ux_0"  using ($1):($2) title"{U_x}" with lines lt 1 lw 2.5
```

Para gerar a imagem do gráfico, execute no terminar o seguinte comando:

```
$ gnuplot plot-residuo.plt
```

A Figura 1.4 mostra a análise da convergência numérica através do resíduo inicial de `Ux` ao longo da simulação. Note que, no início da simulação os valores dos resíduos são altos e, ao longo do tempo, reduzem até a ordem de grandeza de 10^{-5}, indicando que o escoamento atingiu o estado estacionário.

1.7 Análise dos resultados

Uma vez verificada a convergência numérica da solução, a próxima etapa consiste em avaliar a variável de interesse no campo. Neste tutorial, a variável de interesse é `Ux` ao longo da distância y. O utilitário `postProcess` do OpenFOAM®será utilizado para capturar os valores de `Ux` ao longo de y. Um arquivo adicional, chamado `sampleU` e localizado no diretório `system`, é necessário para especificar o local da geometria onde os valores de `Ux` devem ser capturados. O Código 1.15 mostra o trecho do dicionário `sampleU`.

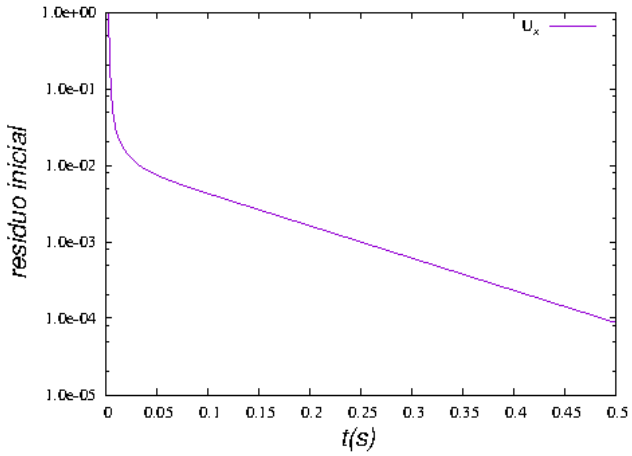


Figura 1.4 Resíduo inicial ao longo da simulação.

Código 1.15 Dicionário sampleU no diretório system

```
type sets;
libs ("libsampling.so");

interpolationScheme cellPoint;

setFormat raw;

sets
(
    linhaA
    {
        type            lineFace;
        axis            y;
        start           (0.05  0    0.005);
        end             (0.05  0.1  0.005);
    }
);

fields
(
    U
);
```

Em um terminal no diretório do caso, execute o comando abaixo para capturar os valores da velocidade.

```
$ postProcess -func sampleU
```

Um vez concluída a execução do comando, um novo diretório `postProcess` será criado no diretório do caso. Dentro deste diretório `postProcess`, os resultados do dicionário `sampleU` são armazenados em um diretório de mesmo nome, para cada instante de tempo. O `gnuplot` será utilizado novamente para construir o gráfico de `Ux` em função de y para diferentes instantes de tempo e, ainda, comparar com a solução analítica. O Código 1.16 mostra o arquivo que armazena os comandos do `gnuplot` para traçar o gráfico de `Ux` vs y. Note que a função `f(x)` descreve o perfil de velocidade obtido pela solução analítica e, os resultados da simulação, em diferentes instantes de tempo, são lidos diretamente dentro do diretório `postProcess/sampleU`.

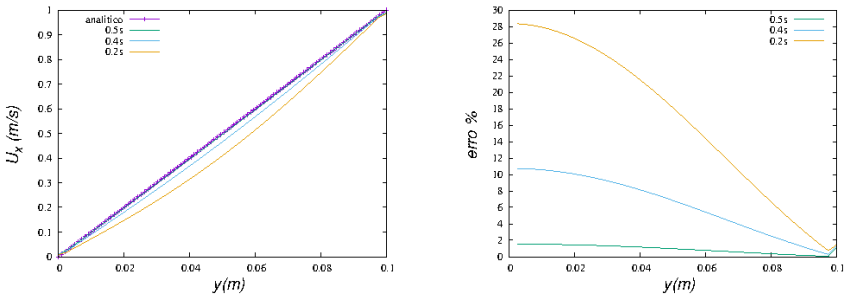
Código 1.16 Arquivo com comandos do gnuplot para construção do gráfico Ux

```
reset

set terminal postscript eps enhanced color"Times-Roman" 18
set autoscale
set lmargin 13
set bmargin 4

set output "Ux.eps"
set key left

set xlabel"{/*1.5{/Italic y(m)}" offset 1,0
set ylabel"{/*1.5{/Italic U_x (m/s)} }" offset 0,0

V = 1
h = 0.1
a = V/h
f(x) = a*x

plot f(x) title "analitico" with linespoints lt 1, \
     "postProcessing/sampleU/0.5/linhaA_U.xy"  using ($1):($2) title"{0.5s
         }" with lines lt 2 lw 2.5, \
     "postProcessing/sampleU/0.3/linhaA_U.xy"  using ($1):($2) title"{0.3s
         }" with lines lt 3 lw 2.5, \
     "postProcessing/sampleU/0.2/linhaA_U.xy"  using ($1):($2) title"{0.2s
         }" with lines lt 4 lw 2.5
```

Para gerar a imagem do gráfico, execute no terminar o seguinte comando:

```
$ gnuplot plot-Ux.plt
```

O resultado deste comando é o gráfico, conforme a Figura 1.5(a). Observe que, no instante de tempo 0.2s o perfil de velocidade ainda está bem distante da solução no estado estacionário. Já no instante de tempo 0.5s, não é possível fazer distinção visual entre o perfil de velocidade simulado e o analítico. O `gnuplot` pode ser utilizado ainda para traçar gráficos de erro, conforme o da Figura 1.5(b), que mostra o erro percentual da solução numérica em relação a solução analítica no regime estacionário.



(a) Perfil de velocidade. (b) Erro percentual em relação a solução analítica.

Figura 1.5 Comparação do perfil de velocidade.

EXERCÍCIOS

1.1 Execute o tutorial novamente porém, altere o número de Reynolds. Utilize a viscosidade cinemática `nu`, no dicionário `transportProperties` no diretório `constant`, para alterar o valor do Reynolds do escoamento. Verifique a convergência numérica, faça a comparação com a solução analítica e informe qual foi o tempo final necessário para atingir o estado estacionário.

a) Reynolds = 100;

b) Reynolds = 1000;

Referências Bibliográficas

[1] Donald F. Young, Bruce R. Munson,Theodore H. Okiishi, A Brief Introduction to Fluid Mechanics, Fifth Edition, John Wiley Sons, Inc.,pg 225, 2011.

[2] Christopher J. Greenshields, OpenFOAM,The OpenFOAM Foundation, User Guide, version 7, 2019.