

Elektronika pro informační technologie

SEMESTRÁLNÍ PROJEKT

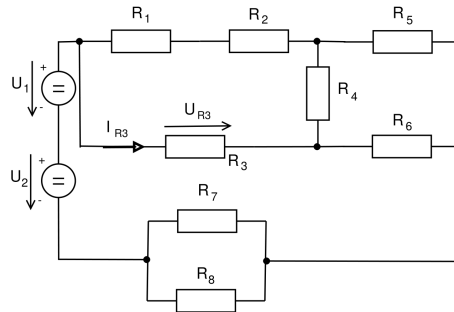
Ladislav Ondris (xondri07)

20. 12. 2018

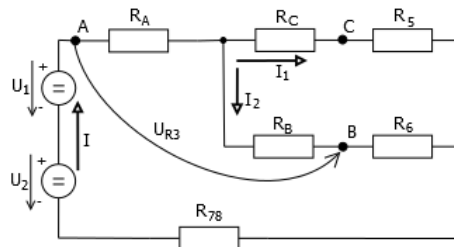
1 Úloha 1 - varianta C

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

$U_1 = 100 \text{ V}$, $U_2 = 80 \text{ V}$, $R_1 = 450 \Omega$, $R_2 = 810 \Omega$, $R_3 = 190 \Omega$, $R_4 = 220 \Omega$, $R_5 = 220 \Omega$, $R_6 = 720 \Omega$, $R_7 = 260 \Omega$, $R_8 = 180 \Omega$



Nejprve obvod zjednodušíme do následujícího tvaru.



R_1 a R_2 jsou sériově.

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 450 + 810 = 1260 \Omega$$

Nyní můžeme převést rezistory R_{12} , R_3 a R_4 z trojúhelníku na hvězdu.

$$R_A = \frac{R_{12} * R_3}{R_{12} + R_3 + R_4} = \frac{1260 * 190}{1670} = 143.3533 \Omega$$

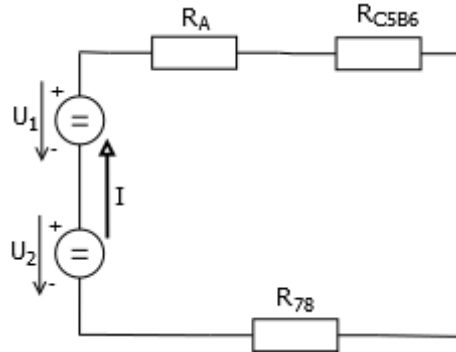
$$R_B = \frac{R_3 * R_4}{R_{12} + R_3 + R_4} = \frac{190 * 220}{1670} = 25.0299 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_{12} * R_4}{R_{12} + R_3 + R_4} = \frac{1260 * 220}{1670} = 165.9880 \Omega$$

Rezistory R_7 a R_8 jsou paralelně.

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{260 * 180}{260 + 180} = 106.3636 \Omega$$

Obvod dále zjednodušíme.



R_C a R_5 jsou zapojeny sériově, stejně tak R_B s R_6 .

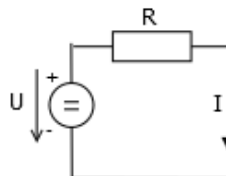
$$R_{C5} = R_C + R_5 = 385.9880 \Omega$$

$$R_{B6} = R_B + R_6 = 745.0299 \Omega$$

R_{C5} a R_{B6} jsou paralelně.

$$R_{C5B6} = \frac{R_{C5} * R_{B6}}{R_{C5} + R_{B6}} = 254.2600 \Omega$$

Nyní máme obvod, kde jsou tři odpory, všechny sériově. Můžeme je tedy zjednodušit na jediný odpor v obvodu.



$$R = R_A + R_{C5B6} + R_{78} = 143.3533 + 254.2600 + 106.3636 = 506.9769 \Omega$$

Zdroje napětí můžeme sečíst, neboť jsou zapojeny sériově.

$$U = U_1 + U_2 = 100 + 80 = 180 \text{ V}$$

Ohmovým zákonem můžeme spočítat proud.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{180}{506.9769} = 0.357\,159\,\text{A}$$

Zpětně vyjádříme a vypočítáme proudy I_1 a I_2 poměrem:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{B6}}{R_{C5}} = \frac{745.0299}{385.9880}$$

$$I_1 = I * \frac{R_{B6}}{R_{B6} + R_{C5}} = 0.357159 * \frac{745.0299}{1131.0179} = 0.235\,269\,6\,\text{A}$$

$$I_2 = I * \frac{R_{C5}}{R_{B6} + R_{C5}} = 0.357159 * \frac{385.9880}{1131.0179} = 0.121\,889\,4\,\text{A}$$

A konečně, můžeme vypočítat U_{R3} a I_{R3} . Tady nám pomůže II. Kirchhoffův zákon.

$$IR_A + I_2R_B - U_{R3} = 0$$

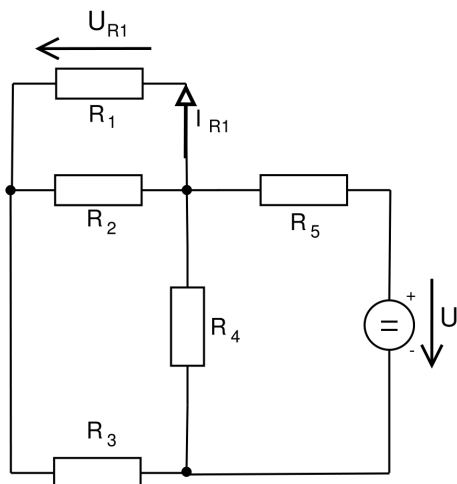
$$U_{R3} = IR_A + I_2R_B = \mathbf{54.2508\,V}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{54.2508}{190} = 0.285\,530\,5\,\text{A} = \mathbf{285.5305\,mA}$$

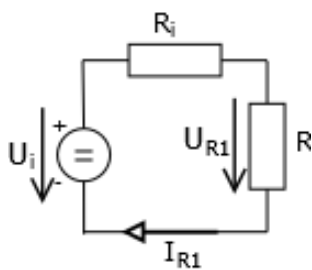
2 Úloha 2 - varianta D

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu Théveninovy věty.

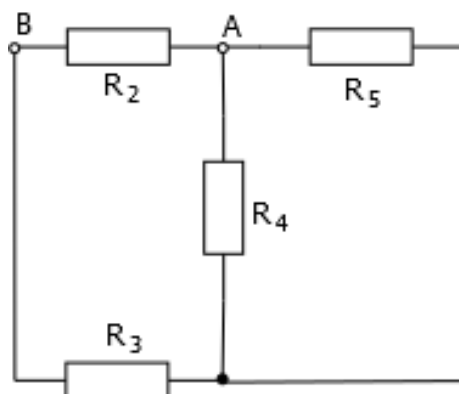
$U = 150 \text{ V}$, $R_1 = 200 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 660 \Omega$, $R_4 = 200 \Omega$, $R_5 = 550 \Omega$



Podle Thévinovy věty převedeme obvod na obvod náhradní, který bude vypadat následovně.



Odpor R_i určíme jako odpor mezi svorkami A, B naprázdno.

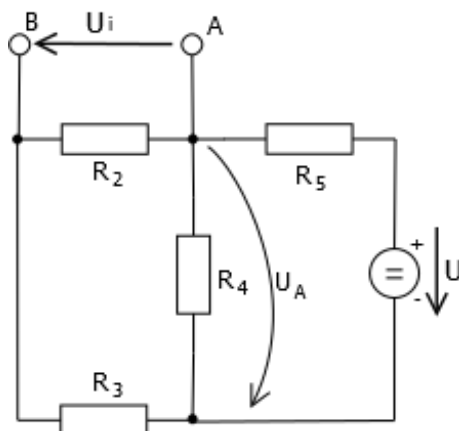


$$R_{45} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = \frac{200 * 550}{750} = 146.6667 \, \Omega$$

$$R_{345} = R_{45} + R_3 = 146.6667 + 660 = 806.6667 \, \Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 * R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{200 * 806.6667}{1006.6667} = 160.2649 \, \Omega$$

Dále určíme napětí U_i naprázdno mezi svorkami A, B.



Odpory R_2 , R_3 a R_4 zjednodušíme v jeden odpor R_{234} .

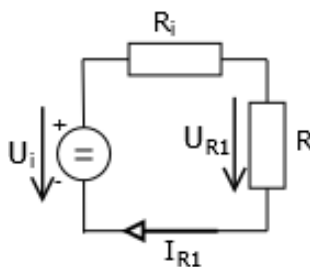
$$R_{234} = \frac{(R_2 + R_3) * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(200 + 660) * 200}{1060} = 162.2642 \, \Omega$$

Poměrem napětí mezi odporem R_{234} a R_5 zjistíme:

$$U_A = U * \frac{R_{234}}{R_{234} + R_5} = 150 * \frac{162.2642}{162.2642 + 550} = 34.1722 \, \text{V}$$

$$U_i = U_A * \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 34.1722 * \frac{200}{200 + 660} = 7.9470 \text{ V}$$

Nyní můžeme z náhradního obvodu spočítat I_{R1} a U_{R1} .



$$I_{R1} * R_i + I_{R1} * R_1 - U_i = 0$$

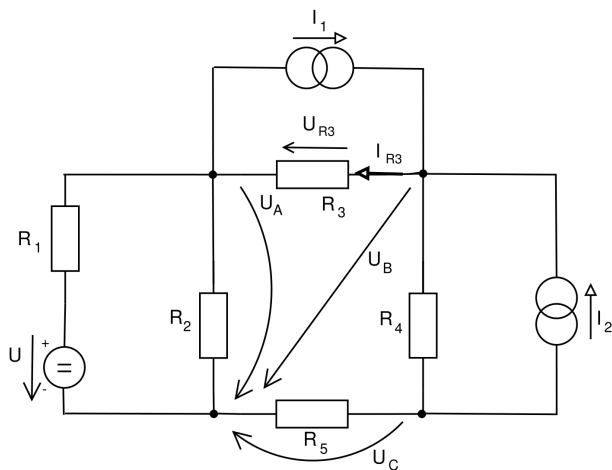
$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{7.9470}{160.2649 + 200} = 0.0220588 \text{ A} = \mathbf{22.0588 \text{ mA}}$$

$$U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 0.0220588 * 200 = \mathbf{4.4118 \text{ V}}$$

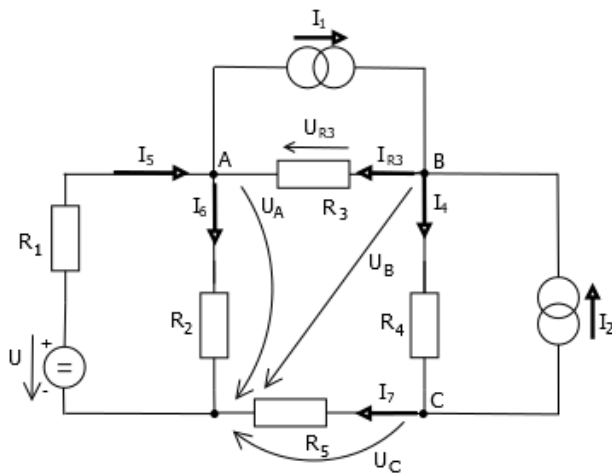
3 Úloha 3 - varianta G

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

$U = 160 \text{ V}$, $I_1 = 0.65 \text{ A}$, $I_2 = 0.45 \text{ A}$, $R_1 = 46 \Omega$, $R_2 = 41 \Omega$, $R_3 = 53 \Omega$, $R_4 = 33 \Omega$, $R_5 = 29 \Omega$



Nejprve doplníme náčrtek o uzlové proudy.



Napíšeme rovnice pro uzly A, B a C podle I. KZ.

$$A : I_5 + I_{R3} - I_1 - I_6 = 0$$

$$B : I_2 + I_1 - I_{R3} - I_4 = 0$$

$$C : I_4 - I_2 - I_7 = 0$$

Proudy ve větvích uzlu vyjádříme pomocí uzlových napětí a odporů.

$$I_4 * R_4 + U_C - U_B = 0 \implies I_4 = \frac{U_B - U_C}{R_4}$$

$$I_5 * R_1 + U_A - U = 0 \implies I_5 = \frac{U - U_A}{R_1}$$

$$I_6 = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_7 = \frac{U_C}{R_5}$$

$$I_{R3} * R_3 + U_A - U_B = 0 \implies I_{R3} = \frac{U_B - U_A}{R_3}$$

Dosadíme do rovnic.

$$\frac{U - U_A}{R_1} + \frac{U_B - U_A}{R_3} - I_1 - \frac{U_A}{R_2} = 0$$

$$I_2 + I_1 - \frac{U_B - U_A}{R_3} - \frac{U_B - U_C}{R_4} = 0$$

$$\frac{U_B - U_C}{R_4} - I_2 - \frac{U_C}{R_5} = 0$$

Dosadíme hodnoty a upravíme.

$$\frac{160 - U_A}{46} + \frac{U_B - U_A}{53} - 0,65 - \frac{U_A}{41} = 0 \quad / * 99958$$

$$1,1 - \frac{U_B - U_A}{53} - \frac{U_B - U_C}{33} = 0 \quad / * 1749$$

$$\frac{U_B - U_C}{33} - 0,45 - \frac{U_C}{29} = 0 \quad / * 957$$

$$347680 - 2173U_A + 1886U_B - 1886U_A - 64972,7 - 2438U_A = 0$$

$$1923,9 + 33U_A - 33U_B + 53U_C - 53U_B = 0$$

$$29U_B - 29U_C - 430,65 - 33U_C = 0$$

Soustavu lineárních rovnic vyřešíme Cramerovým pravidlem.

$$\begin{array}{rcl}
-6497 U_A & +1886 U_B & = -282707,3 \\
33 U_A & - 86 U_B & + 53 U_C = -1923,9 \\
& 29 U_B & - 62 U_C = 430,65
\end{array}$$

$$|U| = \begin{vmatrix} -6497 & 1886 & 0 \\ 33 & -86 & 53 \\ 0 & 29 & -62 \end{vmatrix} = -20797359$$

$$|U_A| = \frac{\begin{vmatrix} -282707,3 & 1886 & 0 \\ -1923,9 & -86 & 53 \\ 430,65 & 29 & -62 \end{vmatrix}}{|U|} = \frac{-1.25479 * 10^9}{-20797359} = 60.3341 \text{ V}$$

$$|U_B| = \frac{\begin{vmatrix} -6497 & -282707,3 & 0 \\ 33 & -1923,9 & 53 \\ 0 & 430,65 & -62 \end{vmatrix}}{|U|} = \frac{-1.20510 * 10^9}{-20797359} = 57.9449 \text{ V}$$

Nyní se můžeme vrátit k výpočtu I_{R3} . Dříve jsme si ho vyjádřili, nyní můžeme dosadit a spočítat.

$$I_{R3} = \frac{U_B - U_A}{R_3} = \frac{57,9449 - 60,3341}{53} = -0.0450792 \text{ A} = \mathbf{-45.0792 \text{ mA}}$$

Proud vyšel záporný, a tudíž proud teče opačným směrem, než je nakresleno v obrázku.

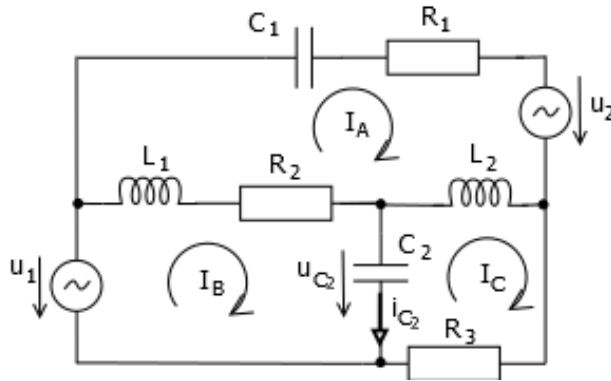
Podle Ohmova zákona spočítáme napětí U_{R3} .

$$U_{R3} = I_{R3} * R_3 = -0,0450792 * 53 = \mathbf{-2.3892 \text{ V}}$$

4 Úloha 4 - varianta C

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$. Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

$U_1 = 35 \text{ V}$, $U_2 = 45 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 13 \Omega$, $R_3 = 11 \Omega$, $L_1 = 220 \text{ mH}$, $L_2 = 70 \text{ mH}$, $C_1 = 230 \mu\text{F}$, $C_2 = 85 \mu\text{F}$, $f = 75 \text{ Hz}$



Víme, že impedance kondenzátoru je

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$$

a impedance cívky je

$$Z_L = j\omega L$$

Spočítáme si úhlovou frekvenci

$$\omega = 2\pi f = 150 \text{ rad/s}$$

Sestavíme rovnice pro smyčkové proudy.

$$I_A : Z_{C1}I_A + R_1I_A + U_2 + Z_{L2}I_A - Z_{L2}I_C + R_2I_A - I_BR_2 + Z_{L1}I_A - Z_{L1}I_B = 0$$

$$I_B : -U_1 + Z_{L1}I_B - Z_{L1}I_A + R_2I_B - R_2I_A + Z_{C2}I_B - Z_{C2}I_C = 0$$

$$I_C : R_3 I_C + Z_{C2} I_C - Z_{C2} I_B + Z_{L2} I_C - Z_{L2} I_A = 0$$

Upravíme do maticového tvaru a za impedanci dosadíme.

$$\begin{bmatrix} -\frac{j}{\omega C_1} + R_1 + j\omega L_2 + R_2 + j\omega L_1 & -R_2 - j\omega L_1 & -j\omega L_2 \\ -j\omega L_1 - R_2 & j\omega L_1 + R_2 - \frac{j}{\omega C_2} & \frac{j}{\omega C_2} \\ -j\omega L_2 & \frac{j}{\omega C_2} & R_3 - \frac{j}{\omega C_2} + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_2 \\ U_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dosadíme hodnoty a upravíme.

$$\begin{bmatrix} 23 + 127.4329j & -13 - 33\pi j & -\frac{21}{2}\pi j \\ -13 - 33\pi j & 13 + 78.7071j & 24.9655j \\ -\frac{21}{2}\pi j & 24.9655j & 11 + 8.0212j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -45 \\ 35 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Soustavu lineárních rovnic vyřešíme Cramerovým pravidlem a determinanty matic Sarusovým pravidlem.

$$|M| = \begin{vmatrix} 23 + 127.4329j & -13 - 33\pi j & -\frac{21}{2}\pi j \\ -13 - 33\pi j & 13 + 78.7071j & 24.9655j \\ -\frac{21}{2}\pi j & 24.9655j & 11 + 8.0212j \end{vmatrix} = 10210.96939 + 9602.47036j$$

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{\begin{vmatrix} 23 + 127.4329j & -45 & -\frac{21}{2}\pi j \\ -13 - 33\pi j & 35 & 24.9655j \\ -\frac{21}{2}\pi j & 0 & 11 + 8.0212j \end{vmatrix}}{|M|} = \\ &= \frac{5090.74178 - 491.58550j}{10210.96939 + 9602.47036j} = 0.24055 - 0.27436j \\ I_C &= \frac{\begin{vmatrix} 23 + 127.4329j & -13 - 33\pi j & -45 \\ -13 - 33\pi j & 13 + 78.7071j & 35 \\ -\frac{21}{2}\pi j & 24.9655j & 0 \end{vmatrix}}{|M|} = \\ &= \frac{-7981.3724 - 9780.68397j}{10210.96939 + 9602.47036j} = -0.89283 - 0.11823j \end{aligned}$$

Vypočítáme proud na kondenzátoru.

$$i_{C2} = I_B - I_C = (0.24055 - 0.27436j) - (-0.89283 - 0.11823j) = 1.13338 - 0.15613j$$

Spočítáme napětí U_{C2} .

$$U_{C2} = i_{C2} * Z_{C2} = i_{C2} * \left(-\frac{j}{\omega C_2}\right) = (1.13338 - 0.15613j)(-24.96548j) = -3.89786 - 28.29538j$$

Vypočítáme $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Protože jsme ve 3. kvadrantu, nesmíme zapomenout připočítat 180 stupňů.

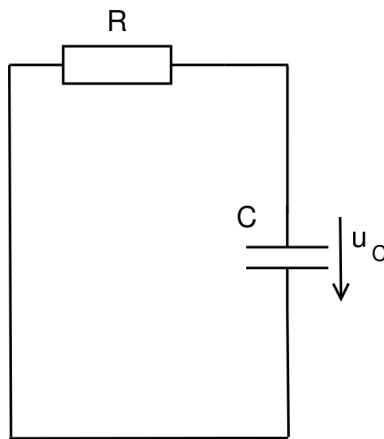
$$|U_{C2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(U_{C2})^2 + \operatorname{Im}(U_{C2})^2} = \sqrt{(-3.89786)^2 + (-28.29538)^2} = \mathbf{28.562\ 595\ 15\ V}$$

$$\varphi_{C2} = \arctan \frac{\operatorname{Im}(U_{C2})}{\operatorname{Re}(U_{C2})} = 180 + \arctan \frac{-28.29538}{-3.89786} = 180 + 82.15652519 = \mathbf{262.156\ 525\ 19^\circ}$$

5 Úloha 5 - varianta D

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

$$C = 5 \text{ F}, R = 25 \Omega, u_C(0) = 6 \text{ V}$$



Než diferenciální rovnici budeme řešit, nejprve ji musíme sestavit. Víme následující:

1. $i = \frac{u_R}{R}$
2. $u_R + u_C = 0$
3. $u'_C = \frac{1}{C}i_C = \frac{i}{C}$

Počáteční podmínka: $u_C(0) = u_{cp}$

Budeme dosazovat tyto rovnice vzájemně do sebe takovým způsobem, abychom dostali jedinou rovnici, v které bude u_C a u'_C .

a) dosadíme 1. rovnici do 3.

$$u'_C = \frac{i}{C} = \frac{u_R}{RC}$$

b) vyjádříme u_R z 2. rovnice a dosadíme do a)

$$u_R = -u_C$$

$$u'_C = \frac{u_R}{RC} = -\frac{u_C}{RC}$$

$$u'_C + \frac{u_C}{RC} = 0$$

Získali jsme homogenní diferenciální rovnice 1. řádu.
Nyní diferenciální rovnici vyřešíme.

$$\mu(t) = e^{\int \frac{1}{RC} dt} = e^{\frac{t}{RC}}$$

Vynásobíme celou rovnici $e^{\frac{1}{RC}t}$

$$e^{\frac{t}{RC}} \cdot u'_C + \frac{1}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}} \cdot u_C = 0$$

Podle product rule z pravidel pro derivace můžeme rovnici zapsat ve tvaru

$$(e^{\frac{t}{RC}} \cdot u_C)' = 0$$

Když rovnici zintegrujeme, dostaneme:

$$e^{\frac{t}{RC}} u_C = k$$

Obecné řešení rovnice je:

$$u_C(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dosadíme do počáteční podmínky $u_C(0) = u_{cp}$

$$u_{cp} = e^{-\frac{0}{RC}}$$

$$u_{cp} = k$$

Skutečné řešení je tedy:

$$u_C(t) = u_{cp} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Po dosazení konkrétních hodnot dostáváme výsledné řešení:

$$\mathbf{u_C(t) = 6 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}$$

Provedeme zkoušku, zda skutečné řešení je opravdu naším řešením. Dosadíme do počáteční rovnice $u_C(t)$ a $u'_C(t)$.

Dosadíme tedy

$$u_C(t) = u_{cp} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u'_C(t) = -\frac{u_{cp}}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

do

$$u'_C = -\frac{u_C}{RC}$$

a dostaneme

$$-\frac{u_{cp}}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{u_{cp}}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Řešení je tedy správné.

6 Tabulka s variantami úloh a výsledky

Úloha	Varianta	Výsledky
1	C	$I_{R3} = 285.5305 \text{ A}, U_{R3} = 54.2508 \text{ V}$
2	D	$I_{R1} = 22.0588 \text{ mA}, U_{R1} = 4.4118 \text{ V}$
3	G	$I_{R3} = -45.0792 \text{ mA}, U_{R3} = -2.3892 \text{ V}$
4	C	$ U_{C2} = 28.5625 \text{ V}, \varphi_{C2} = 262.1565^\circ$
5	D	$u_C(t) = 6 \cdot e^{-\frac{t}{125}}$