QUESTÕES

1. Seja a matriz $B = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$.

   (a) Mostre que $B^2 = \begin{bmatrix} cos(2\theta) & -sen(2\theta) \\ sen(2\theta) & cos(2\theta) \end{bmatrix}$. (Valor: 1,0).

   (b) Determinar B^n. (Valor: 1,5).

2. Descrevendo as propriedades utilizadas, determinar:

   (a) a matriz $\mathbf{A}$, sabendo que $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 0 & \alpha & 0 \\ \beta & 0 & \lambda \end{bmatrix}$. (Valor: 1,5)

   (b) λ de forma que $det(A - \lambda I) = -1$. Sabendo-se que $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ e I a matriz identidade. (Valor: 1,5).

3. Mostrar que a equação da circunferência que passa por três pontos $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ e $P_3(x_3, y_3)$ no plano xy é $\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$. (Valor: 2,5).

4. Seja a relação linear $\dfrac{\mathbf{E(x_i-1)-2E(x_i)+E(x_i+1)}}{\mathbf{\Delta x^2}} + \dfrac{\mathbf{E(x_i)-E(x_i-1)}}{\mathbf{\Delta x}} + \mathbf{2E(x_i)} = \mathbf{3x_i^2}$.

   Onde: $\mathbf{\Delta x = x_i - x_{i-1}, E(x_0) = 0}$ e $\mathbf{E(x_5) = 1}$.

   Determinar os valores de $\mathbf{E(x_i)}$ para $\mathbf{x = (1, 2, 3, 4)}$. Apresentar os desenvolvimentos teórico e de cálculo. (Valor: 2,0).