



## IEL – protokol k projektu

Ladislav, Vašina  
xvasin11

14. prosince 2020

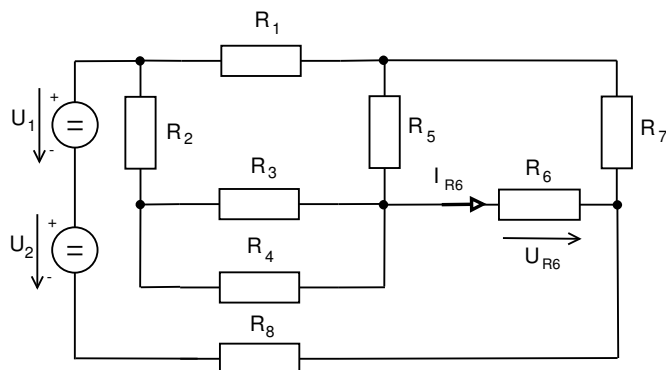
### Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	6
3	Příklad 3	9
4	Příklad 4	11
5	Příklad 5	14
6	Shrnutí výsledků	17

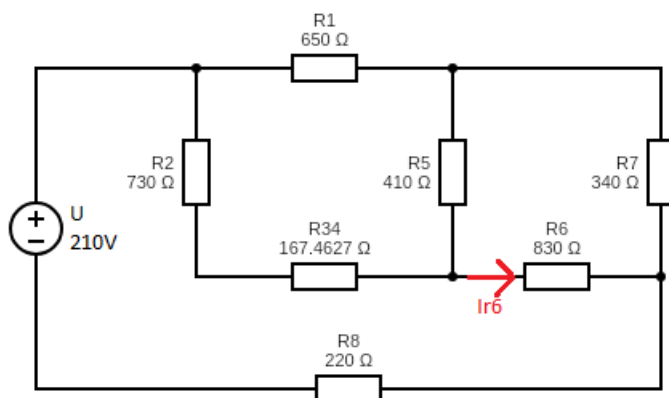
## Příklad 1

Stanovte napětí  $U_{R6}$  a proud  $I_{R6}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
B	95	115	650	730	340	330	410	830	340	220



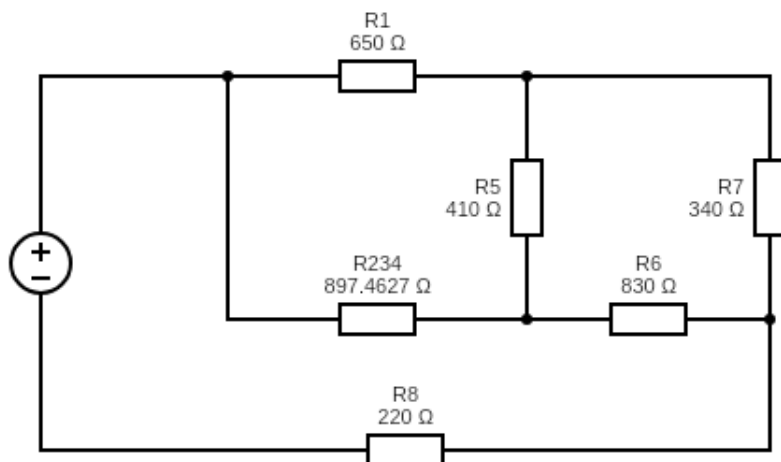
**Krok 1** - Zjednodušíme  $R_3$ ,  $R_4$  a  $U_1$ ,  $U_2$



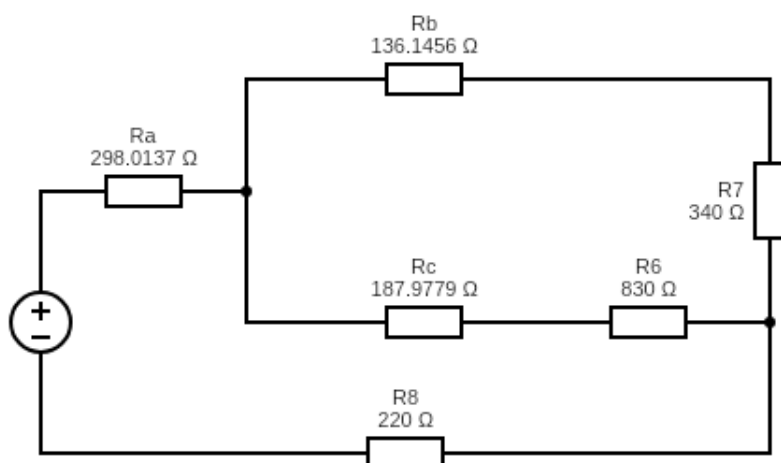
$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} = \frac{340 * 330}{340 + 330} = 167,4627 \Omega$$

$$U = U_1 + U_2 = 95 + 115 = 210V$$

**Krok 2** - Provedeme transfiguraci trojúhelník-hvězda



$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 730 + 167,4627 = 897,4627\Omega$$

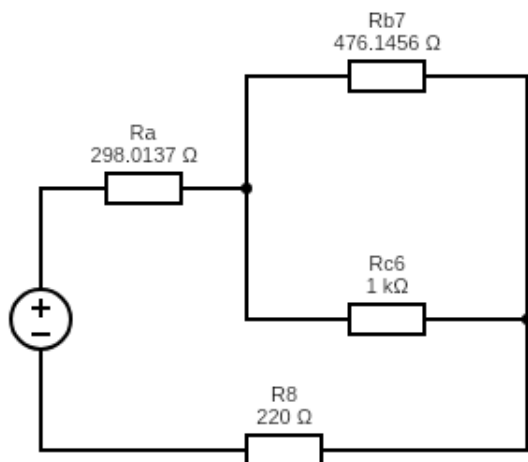


$$R_a = \frac{R_1 * R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{650 * 897,4627}{650 + 897,4627 + 410} = 298,0137\Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{650 * 410}{650 + 897,4627 + 410} = 136,1456\Omega$$

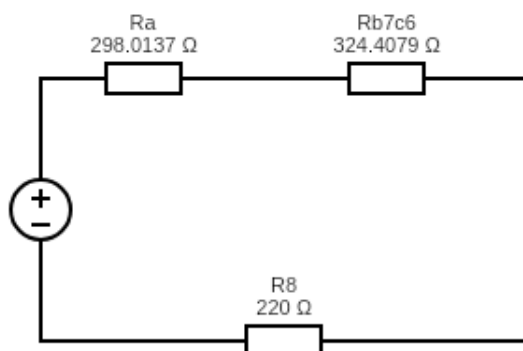
$$R_c = \frac{R_{234} * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{897,4627 * 410}{650 + 897,4627 + 410} = 187,9779\Omega$$

**Krok 3** - Dále zjednodušujeme obvod

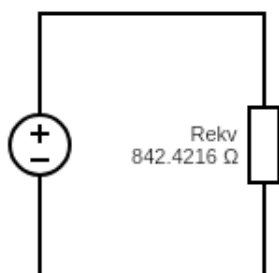


$$R_{b7} = R_b + R_7 = 136,1456 + 340 = 476,1456\Omega$$

$$R_{c6} = R_c + R_6 = 187,9779 + 830 = 1017,9779\Omega$$



$$R_{b7c6} = \frac{R_{b7} * R_{c6}}{R_{b7} + R_{c6}} = \frac{476,1456 * 1017,9779}{476,1456 + 1017,9779} = 324,4079\Omega$$



$$R_{ekv} = R_a + R_{b7c6} + R_8 = 298,0137 + 324,4079 + 220 = 842,4216\Omega$$

**Krok 4** - Dopočítáme požadované hodnoty

$$I = \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{210}{842,4216} = 0,2493A$$

$$U_{rb7c6} = R_{b7c6} * I = 324,4079 * 0,2493 = 80,8749V$$

$$I_{rc6} = U_{rb7c6} * R_{c6} = 80,8749 * 1017,9779 = 0,0794A$$

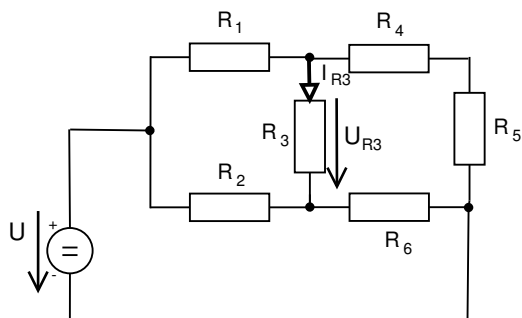
$$U_{r6} = R_6 * I_{rc6} = 830 * 0,0794 = 65,902V$$

$$I_{r6} = U_{r6} * R_6 = 65,902/930 = 0,0794A$$

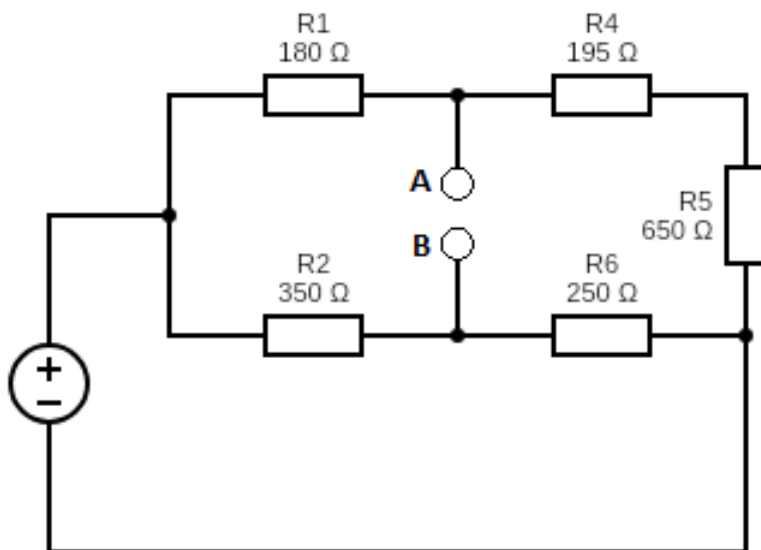
## Příklad 2

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

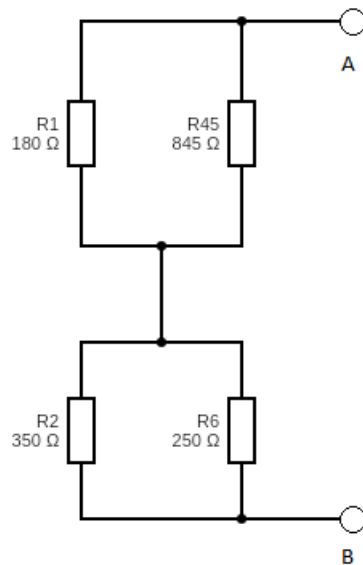
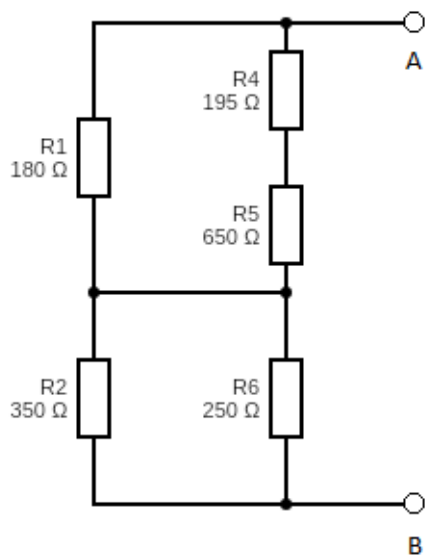
sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]
F	130	180	350	600	195	650	250



**Krok 1** - Překreslíme obvod bez  $R_3$  a nahradíme napěťový zdroj zkratem



**Krok 2** - Spočítáme  $R_i$



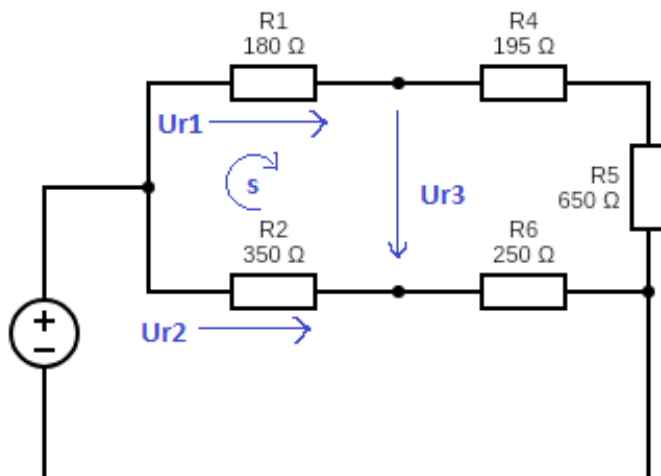
$$R_{45} = R_4 + R_5 = 195 + 650 = 845\Omega$$

$$R_{145} = \frac{R_1 * R_{45}}{R_1 + R_{45}} = \frac{845 * 180}{845 + 180} = 148,3902\Omega$$

$$R_{26} = \frac{R_2 * R_6}{R_2 + R_6} = \frac{350 * 250}{350 + 250} = 145,8333\Omega$$

$$R_i = R_{145} + R_{26} = 148,3902 + 145,8333 = 294,2235\Omega$$

**Krok 3** - Spočítáme  $U_{r3}$



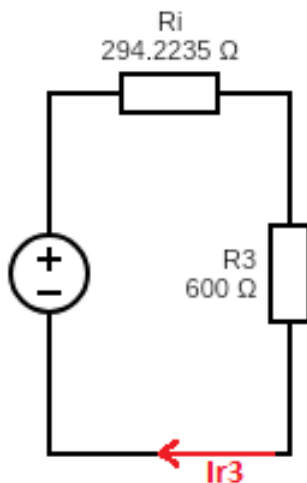
$$U_{r1} = U * \frac{R_1}{R_1 + R_4 + R_5} = 130 * \frac{180}{180 + 195 + 650} = 22,8293V$$

$$U_{r2} = U * \frac{R_2}{R_2 + R_6} = 130 * \frac{350}{350 + 250} = 75,8333V$$

$$S = U_{r1} + U_{r3} - U_{r2} = 0$$

$$U_{r3} = U_{r2} - U_{r1} = 75,8333 - 22,8293 = 53,004V$$

**Krok 4** - Spočítáme  $I_{r3}$



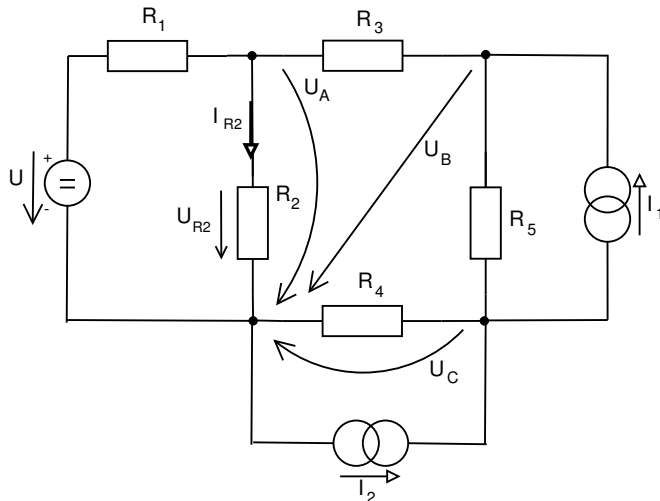
$$I_{r3} = \frac{U_{r3}}{R_i + R_3} = \frac{53,004}{294,2235 + 600} = 0,0593A$$



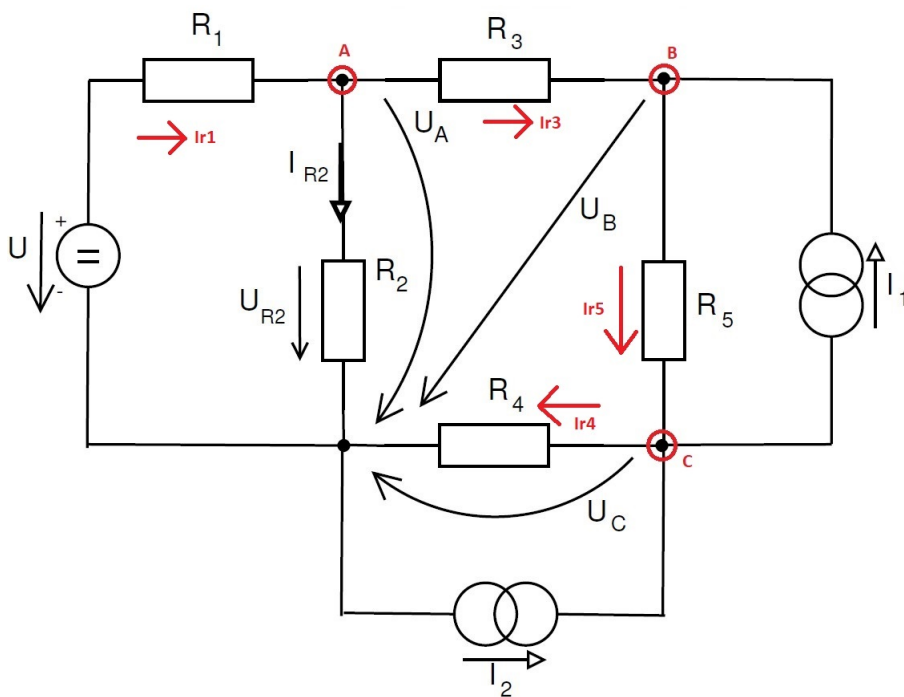
### Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R2}$  a proud  $I_{R2}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34



**Krok 1** - V obvodu si vyznačíme uzly A, B, C a vytvoříme pro ně rovnice pomocí I. Kirchhoffova zákona



$$A : I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} = 0$$

$$B : I_1 + I_{R3} - I_{R5} = 0$$

$$C : I_{R5} - I_1 + I_2 - I_{R4} = 0$$

$$A : \frac{U - U_A}{R_1} - \frac{U_B}{R_2} - \frac{U_A - U_B}{R_3} = 0$$

$$B : I_1 + \frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0$$

$$C : \frac{U_B - U_C}{R_5} - I_1 + I_2 - \frac{U_C}{R_4} = 0$$

**Krok 2** - Vytvoříme si matici rovnic a vyjádříme  $U_A, U_B, U_C$

$$\begin{pmatrix} \frac{-1}{R_1} + \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R_2} & \frac{1}{R_3} & 0 \\ \frac{1}{R_3} & \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R_5} & \frac{1}{R_5} \\ 0 & \frac{1}{R_5} & \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R_5} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,0612 \\ -0,7 \\ -0,1 \end{pmatrix}$$

$$U_A = U_{R2} = \mathbf{68,6069 \text{ V}}$$

$$U_B = \mathbf{60,2811 \text{ V}}$$

$$U_C = \mathbf{31,8406 \text{ V}}$$

**Krok 3** - Dopočítáme  $I_{R2}$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2} = \frac{68,6069}{45} = \mathbf{1,5246 \text{ A}}$$

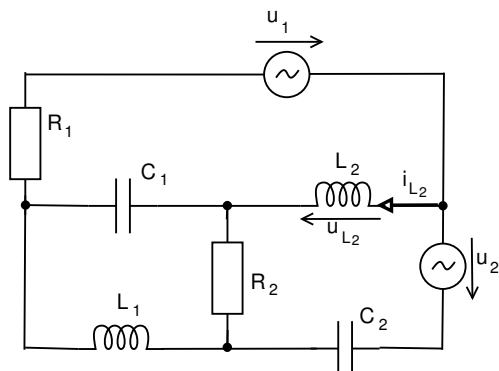
## Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
B	25	40	11	15	100	85	220	95	80



**Krok 1** - Vypočítáme úhlovou rychlost  $\omega$  a impedance jednotlivých kondenzátorů a cívek.

$$\omega = 2 * \pi * f = 2 * \pi * 80 = \mathbf{502,6548 \text{ [rad/s]}}$$

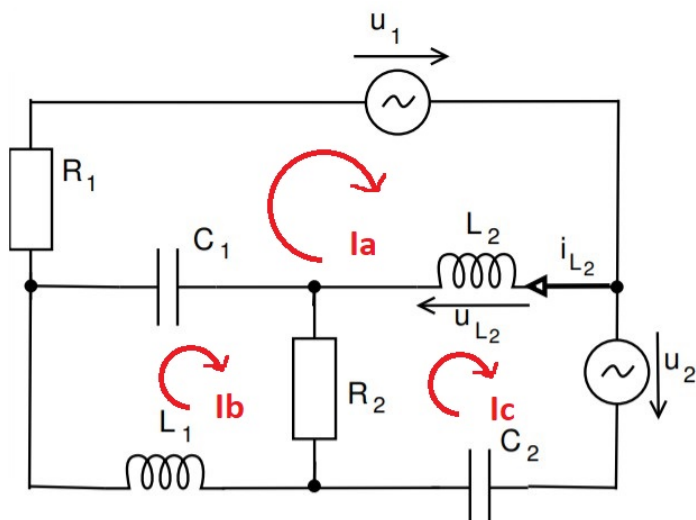
$$Z_{C1} = -j * \frac{1}{\omega * C_1} = \mathbf{-9,0430j \text{ } \Omega}$$

$$Z_{C2} = -j * \frac{1}{\omega * C_2} = \mathbf{-20,9417j \text{ } \Omega}$$

$$Z_{L1} = j * \omega * L_1 = \mathbf{50,2648j \text{ } \Omega}$$

$$Z_{L2} = j * \omega * L_2 = \mathbf{42,7251j \text{ } \Omega}$$

**Krok 2** - Sestavíme rovnice pro smyčkové proudy.



$$I_a : U_1 + Z_{L2} * (I_a - I_c) + Z_{C1} * (I_a - I_b) + R_1 * I_a = 0$$

$$I_b : Z_{C1} * (I_b - I_a) + R_2 * (I_b - I_c) + Z_{L1} * I_b = 0$$

$$I_c : Z_{L2} * (I_c - I_a) + U_2 + Z_{C2} * I_c + R_2 * (I_c - I_b) = 0$$

**Krok 3** - Vytvoříme matici rovnic.

$$\begin{pmatrix} R_1 + Z_{L2} + Z_{C1} & -Z_{C1} & -Z_{L2} \\ -Z_{C1} & R_2 + Z_{L1} + Z_{C1} & -R_2 \\ -Z_{L2} & -R_2 & R_2 + Z_{L2} + Z_{C2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

**Krok 4** - Pomocí Cramerova pravidla spočítáme hodnoty  $I_a$  a  $I_c$ .

$$|A| = ((R_1 + Z_{L2} + Z_{C1}) * (R_2 + Z_{L1} + Z_{C1}) * (R_2 + Z_{L2} + Z_{C2})) + ((-Z_{C1}) * (-R_2) * (-Z_{L2})) + ((-Z_{L2}) * (-Z_{C1}) * (-R_2)) - ((-Z_{L2}) * (R_2 + Z_{L1} + Z_{C1}) * (-Z_{L2})) - ((-R_2) * (-R_2) * (R_1 + Z_{L2} + Z_{C1})) - ((R_2 + Z_{L2} + Z_{C2}) * (Z_{C1}) * (Z_{C1}))$$

$$|A| = ((11 + 33,6821j) * (15 + 41,2218j) * (15 + 21,7834j)) + ((9,0430j) * (-15) * (-42,7251j)) + ((-42,7251j) * (9,0430j) * (-15)) - ((-42,7251j) * (15 + 41,2218j) * (-42,7251j)) - ((-15) * (-15) * (11 + 33,6821j)) - ((15 + 21,7834j) * (9,0430j) * (9,0430j))$$

$$|I_a| = ((-U_1) * (R_2 + Z_{L1} + Z_{C1}) * (R_2 + Z_{L2} + Z_{C2})) + ((0) * (-R_2) * (-Z_{L2})) + ((-U_2) * (-Z_{C1}) * (-R_2)) - ((-Z_{L2}) * (R_2 + Z_{L1} + Z_{C1}) * (-U_2)) - ((-R_2) * (-R_2) * (U_1)) - ((R_2 + Z_{L2} + Z_{C2}) * (-Z_{C1}) * (0))$$

$$|I_a| = ((-25) * (15 + 41,2218j) * (15 + 21,7834j)) + ((0) * (-15) * (-42,7251j)) + ((-40) * (9,0430j) * (-15)) - ((-42,7251j) * (15 + 41,2218j) * (-40)) - ((-15) * (-15) * (25)) - ((15 + 21,7834j) * (9,0430j) * (0))$$

$$|A| = -24692,414337 + 57180,0223319j \quad |I_a| = 92896,9950402 - 43836,21j$$

$$I_a = \frac{|I_a|}{|A|} = \mathbf{-1,2374509 - 1,0902644j \text{ A}}$$

$$|I_c| = ((R_1 + Z_{L2} + Z_{C1}) * (R_2 + Z_{L1} + Z_{C1}) * (-U_2)) + ((-Z_{C1}) * (-R_2) * (-U_1)) + ((-Z_{L2}) * (-Z_{C1}) * (0)) - ((-U_1) * (R_2 + Z_{L1} + Z_{C1}) * (-Z_{L2})) - ((0) * (-R_2) * (R_1 + Z_{L2} + Z_{C1})) - ((-U_2) * (-Z_{C1}) * (-Z_{C1}))$$

$$|I_c| = ((11 + 33,6821j) * (15 + 41,2218j) * (-40)) + ((9,0430j) * (-15) * (-25)) + ((-42,7251j) * (9,0430j) * (0)) - ((-25) * (15 + 41,2218j) * (-42,7251j)) - ((0) * (-15) * (11 + 33,6821j)) - ((-40) * (9,0430j) * (9,0430j))$$

$$|I_c| = 89696,5758107 - 50977,6395j$$

$$I_c = \frac{|I_c|}{|A|} = \mathbf{-1,3223434 - 0,9976338j \text{ A}}$$

**Krok 5** - Vypočítáme  $|U_{L2}|$  a  $\varphi_{L2}$ .

$$I_{L2} = I_a - I_c = 0,0848925 - 0,0926306j \text{ A}$$

$$U_{L2} = I_{L2} * Z_{L2} = 3,9576516 + 3,6270406j \text{ V}$$

$$|U_{L2}| = \sqrt{(3,9576516)^2 + (3,6270406)^2} = \mathbf{5,368279957 \text{ V}}$$

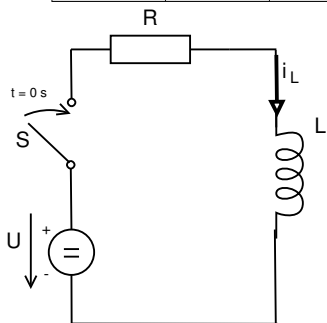
$$\varphi = \arctan \frac{3,6270406}{3,9576516} = \mathbf{0.74183649 \text{ rad}}$$

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0[\text{s}]$  sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $i_L = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U$ [V]	$L$ [H]	$R$ [ $\Omega$ ]	$i_L(0)$ [A]
G	20	50	25	8



**Krok 1** - Napíšeme si základní rovnice

$$\begin{aligned} 1) \quad i_L &= \frac{U_R}{R} \\ 2) \quad U_R + U_L - U &= 0 \\ 3) \quad i'_L &= \frac{U_L}{L}, i_L(0) = i_{LP} \end{aligned}$$

**Krok 2** - Vyjádříme si z 1)  $U_R$  a ze 3)  $U_L$  a dosadíme do 2)

$$\begin{aligned} 1) \quad U_R &= R * i_L \\ 3) \quad U_L &= L * i'_L \\ 2) \quad R * i_L + L * i'_L &= U \end{aligned}$$

**Krok 3** - Očekávané řešení  $i_L = K(t) * e^{\lambda t}$

$$\begin{aligned}\lambda &= ? \\ R + L * \lambda &= 0 \\ \lambda &= -\frac{R}{L}\end{aligned}$$

**Krok 4** - Dosadíme do očekávaného řešení a derivujeme  $i_L$

$$\begin{aligned}i_L(t) &= K(t) * e^{\lambda t} = K(t) * e^{-\frac{R}{L}t} \\ i_L'(t) &= K'(t) * e^{-\frac{R}{L}t} + K(t) * \left(-\frac{R}{L}\right) * e^{-\frac{R}{L}t}\end{aligned}$$

**Krok 5** - Dosadíme do  $R * i_L + L * i_L'$

$$\begin{aligned}R * K(t) * e^{-\frac{R}{L}t} + L * (K'(t) * e^{-\frac{R}{L}t} + K(t) * \left(-\frac{R}{L}\right) * e^{-\frac{R}{L}t}) &= U \\ R * K(t) * e^{-\frac{R}{L}t} + L * K'(t) * e^{-\frac{R}{L}t} - \cancel{R} * K(t) * \left(\frac{\cancel{R}}{\cancel{L}}\right) * e^{-\frac{R}{L}t} &= U \\ \cancel{R * K(t) * e^{-\frac{R}{L}t}} + L * K'(t) * e^{-\frac{R}{L}t} - \cancel{R * K(t) * e^{-\frac{R}{L}t}} &= U \\ L * K'(t) * e^{-\frac{R}{L}t} &= U \\ K'(t) &= \frac{U}{L} * e^{\frac{R}{L}t} / \int \\ K(t) &= \frac{\frac{U}{L}}{\frac{R}{L}} * e^{\frac{R}{L}t} + k \\ K(t) &= \frac{U}{R} * e^{\frac{R}{L}t} + k\end{aligned}$$

**Krok 6** - Dosadíme do  $i_L = K(t) * e^{-\frac{R}{L}t}$

$$i_L = \left(\frac{U}{R} * e^{\frac{R}{L}t} + k\right) * e^{-\frac{R}{L}t}$$
$$i_L = \frac{U}{R} + k * e^{-\frac{R}{L}t}$$

**Krok 7** - Určíme integrační konstantu z počátečních podmínek  $i_L(0) = i_{LP}$   $t = 0s$

$$i_{LP} = \frac{U}{R} + k * e^0$$
$$k = i_{LP} - \frac{U}{R}$$

**Krok 8** - Analytické řešení  $i_L = f(t)$

$$i_L = \frac{U}{R} + \left(i_{LP} - \frac{U}{R}\right) * e^{-\frac{R}{L}t}$$

**Krok 9** - Zkouška - dosadíme hodnoty ze zadání  $i_L(0) = i_{LP}$   $t = 0s$

$$i_L = \frac{U}{R} + \left(i_{LP} - \frac{U}{R}\right) * e^{-\frac{R}{L}t}$$
$$8 = \frac{20}{25} + \left(8 - \frac{20}{25}\right) * e^0$$
$$8 = \frac{20}{25} - \frac{20}{25} + 8$$
$$\mathbf{8 = 8}$$
$$i_L(0) = i_{LP}$$



## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	B	$U_{R6} = 65,902V$	$I_{R6} = 0,0794A$
2	F	$U_{R3} = 53,004V$	$I_{R3} = 0,0593A$
3	B	$U_{R2} = 68,6069V$	$I_{R2} = 1,5246A$
4	B	$ U_{L2}  = 5,368279957V$	$\varphi_{L2} = 0,74183649rad$
5	G	$i_L = \frac{U}{R} + (i_{LP} - \frac{U}{R}) * e^{-\frac{R}{L}t}$	