

# Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

## Estructuras Algebraicas para la Computación

16 de abril de 2015

---

Apellidos y Nombre: ..... Grupo: .....

DNI: ..... Titulación: .....

---

1. Considere los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{R}$

$$\mathbb{Q}; \mathbb{R}; A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\} \quad B = \{b_n = \frac{3n}{n+8} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

y determine los cardinales de los siguientes conjuntos:

$$a) A \cap B; \quad b) B - A; \quad c) A \times B; \quad d) \mathbb{Q}^- - A; \quad e) \mathbb{R}^- \cup A$$

2. Conteste razonadamente si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos.

a) Si  $A$  y  $B$  son conjuntos no numerables, entonces  $A - B$  es no numerable.

b) Existe un conjunto  $X$  tal que  $|2^X| = 10$

c) Existe un conjunto  $X$  tal que  $|2^X| = \aleph_1$

3. Para cada uno de los siguientes ítems, de un ejemplo de un conjunto ordenado  $(A, \leq)$  satisfaciendo la propiedad indicada:

a)  $(A, \leq)$  sin elementos maximales

b)  $(A, \leq)$  tiene más de un elemento maximal

c)  $(A, \leq)$  tiene un único elemento maximal,  $x_0$ , pero no es máximo de  $A$ .

4. Consideremos el contexto  $(O, A, R_I)$  con  $O = \{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5\}$ ,  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  y  $R_I \subseteq O \times A$  la relación de incidencia dada por la tabla

$R_I$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$o_1$	×	×	×	×
$o_2$	×		×	×
$o_3$		×	×	×
$o_4$		×	×	×
$o_5$	×			

Conteste razonadamente si los siguientes pares son conceptos del contexto descrito por la tabla:

a)  $(\{o_1\}, A)$ ; b)  $(\{o_1, o_2\}, \{a_1, a_3, a_4\})$ ; c)  $(\{o_1, o_2, o_3, o_4\}, \{a_3, a_4\})$ ; d)  $(\{o_1, o_3, o_4\}, \{a_2, a_3\})$

5. Sea  $(D_{490}, |)$  el conjunto de todos los divisores de 490 con la relación divisibilidad
- Dibuje el diagrama de Hasse de  $(D_{490}, |)$ .
  - De una lista de los átomos y otra lista de los elementos  $\sqcup$ -irreducibles.
  - Expresa 10 y 245 mediante elementos  $\sqcup$ -irreducibles (en más de una forma si es posible).
  - Determine los elementos que tienen complemento.
6. Define una función booleana de  $\mathbb{B}^3$  en  $\mathbb{B}$  y halla su forma normal disyuntiva y su forma normal conjuntiva.
7. Se define en el conjunto  $G = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  la siguiente operación asociativa  $a * b = c$  siendo  $c$  la cifra de las unidades del producto usual  $a \cdot b$
- ¿Es  $(G, *)$  un grupo?
  - Halle un subconjunto  $G'$  de  $G$  que con la operación inducida  $*$  sea un grupo.
  - Resolver en  $G$ , si es posible, la ecuación  $5 * x = 3$
8. Sea la función de codificación  $\mathcal{C}_{\mathcal{G}} : \mathbb{Z}_2^3 \rightarrow \mathbb{Z}_2^6$  dada por la matriz generadora

$$\mathcal{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Determine los elementos del código  $C$  y hasta cuántos errores se pueden detectar y corregir.
- Determine la clase lateral del elemento 100111. Sin hallarlas, razones cuántas clases laterales hay.
- Calcule la tabla de los síndromes y úsela para corregir y decodificar las palabras 011011 y 100010.