

# Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

## Estructuras Algebraicas para la Computación

7 de mayo de 2014

---

Apellidos y Nombre: ..... Grupo: .....

DNI: ..... Titulación: ..... Firma: .....

---

1. (1 punto) En el conjunto  $\mathbb{R}$  de los números reales se consideran los subconjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\} \quad B = \left\{ b_n = \frac{3n}{n+6} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

Determina los cardinales de cada uno de los conjuntos:

$$(i) \quad A \quad (ii) \quad B \quad (iii) \quad A \cap B \quad (iv) \quad B - A$$

2. (1.5 puntos) Da ejemplos (si existen) de:

- a) Un conjunto parcialmente ordenado que no sea retículo ordenado.
- b) Un retículo distributivo que no sea complementado.
- c) Un retículo complementado que no sea distributivo.

3. (1.5 puntos) Se considera el conjunto parcialmente ordenado  $(D_{2310}, |)$ .

- a) Determina los elementos destacables del subconjunto  $B_2 = \{6, 14, 15, 42\}$ .
- b) Define operaciones tales que  $D_{2310}$  sea álgebra de Boole.
- c) Encuentra un conjunto  $S$  tal que  $\mathcal{P}(S)$  y  $D_{2310}$  sean isomorfos como álgebras de Boole.
- d) Define un isomorfismo.

4. (1 punto) Se sabe que la matriz generadora de un cierto código es

$$\mathcal{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

y se recibe el mensaje

000111 011100 000000 101101 001010 010011

- a) Determina qué palabras pertenecen o no al código calculando su síndrome.
- b) Decodifica y traduce el mensaje recibido usando la equivalencia

111 A   110 N   101 T   100 S   011 E   010 R   001 O   000 C

5. (1 punto) En el anillo unitario  $(\mathbb{Z}_{15}, +_{15}, \cdot_{15})$  se considera el subconjunto

$$S = \{[0]_{15}, [3]_{15}, [6]_{15}, [9]_{15}, [12]_{15}\}$$

- a) Estudia si es un anillo unitario.
- b) En caso afirmativo, señala el elemento unidad.

6. (2 puntos) Determina para qué valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  el vector  $(1, 1 + a, 1 + 2a, a)$  pertenece al subespacio  $\mathcal{U}(a)$  generado por el sistema de vectores

$$\{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 1 - a, 0), (0, a, 2a, 2), (1, 1 + a, 1 + a, 2)\}$$

7. (2 puntos) En el espacio vectorial real  $\mathbb{R}^4$  se considera el subespacio  $\mathcal{U}(0)$  generado por el sistema de vectores  $\{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 2), (1, 1, 1, 2)\}$  y el subespacio

$$\mathcal{W} = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0, z - t = 0\}$$

- a) Determina las ecuaciones cartesianas de  $\mathcal{U}(0) + \mathcal{W}$ .
- b) Halla una base de  $\mathcal{U}(0) \cap \mathcal{W}$ .

---

NORMAS DEL EXAMEN: Numera todos los folios y escribe tus datos en todos ellos, incluido éste.

Escribe en azul o negro.

**Razona** todas las respuestas.

No se puede usar calculadora.