



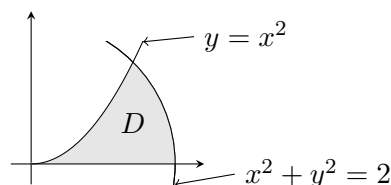
Apellidos: ..... Nombre: .....

DNI: ..... Grado/Grupo: .....

- Es obligatorio entregar esta hoja debidamente cumplimentada.
- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas.
- No se puede usar lápiz ni calculadora.

1. (Hasta 2 puntos) Determine los elementos necesarios para clasificar la siguiente cónica, parametrízela y dibújela:  $13x^2 - 18xy + 37y^2 - 10x + 50y + 8 = 0$ .
2. (Hasta 2 puntos) Determine los valores máximo y mínimo de  $f(x, y) = (4x + y - 16)^2 + (y + 2x^2)^2$  en la región del plano delimitada superiormente por  $y = 9 - 2x^2$ .
3. (Hasta 2 puntos) Utilice coordenadas polares para calcular la siguiente integral:

$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$$



4. (Hasta 1.5 puntos) Este es el enunciado del “criterio del segundo cociente” para el estudio de la convergencia de series:

**Teorema:** Sea  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  una serie de términos positivos y consideremos los siguientes límites:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{a_n}, \quad M = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n+1}}{a_n}$$

(1) Si  $L < \frac{1}{2}$ , la serie es convergente; (2) si  $M > \frac{1}{2}$ , la serie no es convergente.

Utiliza este criterio para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{n}} \quad b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n \log n}}$$

5. (Hasta 2.5 puntos)

- a) Calcule una primitiva de la función  $f(x) = \log(1 + x^2)$ .
- b) Utilice el apartado anterior para calcular la suma de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n(2n+1)}$$