



Apellidos y Nombre: .....

DNI: ..... Titulación: ..... Grupo: .....

**Normas para la realización del examen:**

- Se deben justificar adecuadamente las respuestas.
- Se debe escribir con bolígrafo azul o negro; no usar lápiz.
- No se puede usar calculadora.

1. (1.5 p.) El *Criterio del logaritmo* para el estudio del carácter de una serie de términos positivos  $\sum a_n$  dice:

$$\text{Si } k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\log a_n}{\log n} \text{ entonces } \begin{cases} \text{la serie diverge si } k < 1 \\ \text{la serie converge si } k > 1 \text{ (incluido } k = \infty) \end{cases}$$

Para cada una de las siguientes series, analice si es aplicable el criterio del logaritmo y diga cual es la conclusión para cada una.

a)  $\sum \frac{(-1)^n}{n^2}$       b)  $\sum \frac{n}{2^n}$       c)  $\sum n$       d)  $\sum \frac{1}{n}$

2. (1.5 p.) Estudie la convergencia y sume, si es posible, la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$

3. (2 p.) Represente gráficamente la curva polar  $r = \frac{1}{\sqrt{\cos 2\theta}}$ , determine las asíntotas y los puntos de la curva donde la recta tangente sea horizontal o vertical, e identifique la ecuación de la cónica que representa.

4. (1.5 p.) Encuentre el máximo y el mínimo absoluto del campo

$$f(x, y) = \frac{-1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

en el conjunto de puntos tales que  $(x - 5)^2 + y^2 \leq 1$ .

5. (1.5 p.) Calcule  $\iint_D \frac{y}{x} e^x dx dy$ , siendo  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 1 - x, x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

6. (2 p.) Determine la solución general de la ecuación diferencial

$$xy' = y + x^2 \sin^6 x$$

y proporcione una solución particular que verifique la condición  $y(\pi/2) = 0$ .