UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Departamento de Matemática Aplicada

Primer apellido: ....

Segundo apellido: ....

Nombre: ....

DNI: ....

Titulación y grupo: ....

Cálculo para la Computación – E. T. S. I. Informática – Curso 2017/2018

Examen Parcial Temas 1 y 4 – Grupo: 1º A de Ing. Informática – 24/01/2018

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas e indicar los resultados más importantes que se aplican en cada momento.
- Se debe escribir con bolígrafo azul o negro (no usar lápiz).
- No se puede utilizar la calculadora.

---

1. (3 p.) Consideremos al serie numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n-1)!}$$

   a) Determine la convergencia de la serie.

   b) Determine una cota del error cometido si sólo sumamos los 10 primeros términos de la serie.

   c) Calcule la suma exacta de la serie.

2. (3.5 p.) Consideremos la función $f(x) = \ln(1-x)$

   a) Determine el desarrollo en serie de potencias de la función $f(x)$ y su intervalo de convergencia.

   b) Utilice la serie de potencias obtenida en el apartado anterior para sumar la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+1)5^n}$$

   c) Calcule $\ln\frac{6}{5}$ con un error menor que una centésima.

3. (3.5 p.) **Criterio de la raíz**: *Sea $\sum a_n$ una serie de términos positivos y sea $\ell = \lim \sqrt[n]{a_n}$ Si $\ell < 1$ entonces la serie es convergente y si $\ell > 1$ entonces la serie es divergente.*

   Utilice el criterio de la raíz (sólo este criterio) para determinar, si es posible, el carácter de las siguientes series numéricas:

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[8]{n^8-1} - n\right)^n$ *b*) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ *c*) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n^2+7}{n^2+2}\right)^{n^3}$ *d*) $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{\log n}{n}$

Primer apellido: ....

Segundo apellido: ....

Nombre: ....

DNI: ....

Titulación y grupo: ....

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Departamento de Matemática Aplicada

Cálculo para la Computación – E. T. S. I. Informática – Curso 2017/2018

Examen Parcial Temas 1 y 4 – Grupo: Tarde 1º Ing. Inf/Soft/Comp – 24/01/2018

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas e indicar los resultados más importantes que se aplican en cada momento.
- Se debe escribir con bolígrafo azul o negro (no usar lápiz).
- No se puede utilizar la calculadora.

---

1. (1.5 p.) Determine la convergencia y sume, si es posible, la serie numérica:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{4\cdot 6\cdot 8\cdot \ldots \cdot (2n+2)}$$

2. (1.5 p.) Determine el intervalo de convergencia de la serie de portencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}}{n^3}(x-5)^n$$

sabiendo que $a_n = \ln n$ y $b_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}$ son dos infinitos equivalentes.

3. (3.5 p.) Consideremos la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$

   a) Determine el campo de convergencia de la serie.

   b) Consideremos $x = -1/2$. Determine la suma parcial que aproxima el valor de la serie numérica correspondiente, con un error menor que $0{,}01$.

   c) Consideremos $x = 2$. Determine la suma parcial que aproxima el valor de la serie numérica correspondiente, con un error menor que $0{,}01$.

   d) Determine una función cuyo desarrollo en serie de Taylor corresponda con la serie de potencias del enunciado y utilice el resultado para calcular la suma

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n3^n}$$

4. (3.5 p.) **Criterio de la raíz**: *Sea $\sum a_n$ una serie de términos positivos y sea $\ell = \lim \sqrt[n]{a_n}$ Si $\ell < 1$ entonces la serie es convergente y si $\ell > 1$ entonces la serie es divergente.*

   Utilice el criterio de la raíz (sólo este criterio) para determinar, si es posible, el carácter de las siguientes series numéricas:

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[8]{n^8-1}-n\right)^n$ *b*) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ *c*) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{n^2+7}{n^2+2}\right)^{n^3}$ *d*) $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty}(-1)^n\frac{\log n}{n}$