UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA
Departamento de Matemática Aplicada

Primer apellido: ....

Segundo apellido: ....

Nombre: ....

DNI: ....

Titulación y grupo: ....

Cálculo para la computación – E. T. S. I. Informática – Curso 2016/2017

Primera Convocatoria Ordinaria (FEBRERO) – 17/02/2017

Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas. No se puede utilizar ningún dispositivo electrónico. Se debe escribir con bolígrafo azul o negro.

---

1. (Hasta 1 punto) Consideramos la ecuación

$$(x+3y+2)^2 - 4(3x-y-1)^2 + 1 = 0$$

   a) ¿Es la ecuación normalizada de una cónica? Razone la respuesta.

   b) Si es degenerada, descríbala. Si es una elipse, determine sus ejes. Si es una hipérbola, determine sus asíntotas. Si es una parábola, determine la recta tangente al vértice.

2. (Hasta 1.5 puntos) Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange para hallar la distancia entre la curva $x^2+y^2=1$ y la recta $x+y=2$.

   Recuerde que la distancia d entre un punto (a,b) y una recta $Ax+By+C=0$ es $d = \dfrac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

3. (Hasta 1 punto) Clasifique el punto crítico (a,b,c) del campo escalar $f(x,y,z)$ sabiendo que

$$\nabla^2 f(a,b,c) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 11 \end{pmatrix}$$

4. (Hasta 1 punto) Corolario del Teorema de Green: Si C es una curva regular, cerrada y simple, entonces el área de la región encerrada por C es:

$$A = \frac{1}{2}\left| \oint_C -y\,\mathsf{d}x + x\,\mathsf{d}y \right|$$

   Utilice el corolario anterior para calcular el área encerrada por la curva

$$(x+y)^2 + (x-y)^2 = 4$$

Continúa por detrás.

5. (Hasta 1.5 puntos) Utilice el cambio de variable $y = (x-3)\cdot z$ para resolver la ecuación diferencial

$$y'\sqrt{6x-x^2} - \frac{x-3+\sqrt{6x-x^2}}{x-3}y = (x-3)\exp\left(\operatorname{arc\,sen}\frac{x-3}{3}\right)$$

y encontrar la solución particular que pasa por el punto $(6\pi+3, 2\pi)$.

6. (Hasta 1 punto) Calcule $\displaystyle\iint_R 2xy\,dx\,dy$ siendo R la región plana del primer cuadrante, delimitada por la recta $x+y-2=0$ y la circunferencia centrada en el origen y de radio 2.

7. (Hasta 1 punto)

   a) Compruebe que $a_n = \sqrt{n^2+1}-n$ y $b_n = \dfrac{1}{2n}$ son dos infinitésimos equivalentes.

   b) Estudie el carácter de la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\sqrt{n^2+1}-n)$

8. (Hasta 2 puntos) Consideremos la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{n+1}x^n$

   a) Determine el campo de convergencia de la serie.

   b) Consideremos $x = -1/10$. Determine la suma parcial que aproxima el valor de la serie numérica correspondiente, con un error menor que una milésima.

   c) Consideremos $x = 2$. Determine la suma parcial que aproxima el valor de la serie numérica correspondiente, con un error menor que una milésima.

   d) Determine una función cuyo desarrollo en serie de Taylor corresponda con la serie de potencias del enunciado y utilice el resultado para calcular la suma

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n-1}{n2^n}$$