



Apellidos y Nombre: .....

DNI: ..... Especialidad/Grupo: .....

Normas para la realización del examen:

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas.
- No se puede usar lápiz.
- No se puede usar calculadora.
- Es obligatorio entregar esta hoja debidamente cumplimentada.

1. (Hasta 1,5 puntos) Estudia la convergencia de la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{3^{n+1}(n+2)!}$  y, si es convergente, calcula su suma.
2. (Hasta 1,5 puntos) Determina para qué valores reales de  $b$ , la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n(n+2)}{2^n(n+1)}$  es convergente y expresa su suma en función de  $b$  y en términos de funciones elementales.
3. (Hasta 1,5 puntos) Determina el menor número de sumandos necesarios para aproximar de forma numérica (sin calcular la primitiva) la integral  $\int_1^3 \frac{x^2 dx}{x^2-1}$  con un error menor que  $10^{-4}$ . Escribe la correspondiente expresión (no es necesario evaluarla).
4. (Hasta 2 puntos) Consideramos los campos  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2xy + 4x + 2y + 7$  y  $g(x, y) = 4x^2 + 4xy$ .
  - a) Determina todas las características necesarias para identificar, dibujar y parametrizar la curva  $g(x, y) = 1$ .
  - b) Determina y clasifica los puntos críticos de  $f(x, y)$  tales que  $g(x, y) = 1$
5. (Hasta 1,5 puntos) Resuelve la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{y' - \cos 4x}{y} = 4 + 32 \sin^4 x - 32 \sin^2 x$$

6. (Hasta 2 puntos) Consideramos la curva polar definida por la función  $r(\theta) = \frac{16}{5 - 3 \cos \theta}$  para  $\theta \in [0, 2\pi]$ .
  - a) Demuestra que la curva polar es una elipse.
  - b) Calcula el área encerrada por ella.