



Apellidos:..... Nombre:

DNI: Grado/Grupo:

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas, indicando los resultados más importantes que se aplican en cada momento.
- Se debe escribir con bolígrafo azul o negro (no usar lápiz).
- No se puede utilizar la calculadora.
- La puntuación máxima de cada ejercicio es la siguiente:
1a = 1 pto., 1b = 2 ptos., 2a = 1 pto., 2b = 2 ptos., 3a = 2 ptos., 3b = 1 pto., 4 = 1 pto.

1. a) Determina los valores de las constantes reales A , B y C tales que el polinomio

$$P(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 - 7x + 3$$

se pueda escribir como $(x^2 + Ax + B)(x^2 + Cx - A)$, indicando claramente todos los posibles valores de la terna (A, B, C)

- b) Demuestra que $1 + 2i$ es raíz del polinomio $Q(x) = x^4 - x^3 + 4x^2 + 3x + 5$, y deduce de ahí que $Q(x)$ no tiene raíces reales.

2. a) Sabiendo que $\sin \theta = \frac{1}{3}$, calcula $\cos 3\theta$

- b) Calcula todos los números complejos w tales que $w^6 = 1$ y exprésalos en su forma binómica.

3. a) Construye el polinomio de Taylor de orden 5, $T_5(x)$, de la función $f(x) = \frac{1}{1+x}$ desarrollado en $x_0 = 0$, y exprésalo utilizando un sumatorio de la forma $\sum_{k=3}$

- b) Evalúa dicho polinomio en $x = 2$ y en $x = \frac{1}{2}$, compara $T_5\left(\frac{1}{2}\right)$ con $f\left(\frac{1}{2}\right)$, compara $T_5(2)$ con $f(2)$, e interpreta los resultados obtenidos.

4. Siendo $f(x) = x^2 \cdot e^x$, calcula $f^{(100)}(1)$



Apellidos:..... Nombre:.....

DNI: Grado/Grupo:

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas, indicando los resultados más importantes que se aplican en cada momento.
- Se debe escribir con bolígrafo azul o negro (no usar lápiz).
- No se puede utilizar la calculadora.
- La puntuación máxima de cada ejercicio es la siguiente:
1a = 3 ptos., 1b = 1 pto., 2a = 1 pto., 2b = 1 pto., 3 = 4 ptos.

1. Siendo C_1 y C_2 las curvas

$$C_1 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tales que } 17x^2 + 12xy + 8y^2 - 22x + 4y - 87 = 0 \right\}$$

$$C_2 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tales que } x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 9 = 0 \right\}$$

- a) determina todos los elementos necesarios para representar cada una de ellas y represéntalas, dando una parametrización de cada una de ellas.
- b) ¿Es cierto que son ortogonales en todos los puntos de la intersección?

2. Siendo $f(x, y) = \sqrt{441 - x^2 - y^2}$, y considerando la superficie

$$\mathcal{S} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tales que } z = \sqrt{441 - x^2 - y^2} \right\}$$

- a) ¿Es cierto que el punto $(0, 0, 0)$ pertenece al plano tangente, en el punto $(4, 5, f(4, 5))$, a la superficie \mathcal{S} ?
- b) ¿Es cierto que el punto $(0, 0, 0)$ pertenece a la recta normal, en el punto $(6, 9, f(6, 9))$, a la superficie \mathcal{S} ?

3. Determinar, si existen, los extremos absolutos de la función

$$f(x, y) = 4y - 2x - x^2y$$

en la región \mathcal{R} siendo

$$\mathcal{R} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tales que } xy + 1 \leq 0 \right\}$$



Apellidos:..... Nombre:.....

DNI: Grado/Grupo:.....

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas, indicando los resultados más importantes que se aplican en cada momento.
 - Se debe escribir con bolígrafo azul o negro (no usar lápiz).
 - No se puede utilizar la calculadora.
 - La puntuación máxima de cada ejercicio es la siguiente:
1 = 3 puntos, 2 = 3 puntos, 3 = 4 puntos
-

1. Determina dos primitivas de cada una de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{1}{15x^2 - 34x + 15} \quad ; \quad g(x) = x^2 \ln x$$

2. Considerando la ecuación diferencial $8x^2 + 3y^2 - xy y' = 0$

- a) ¿es cierto que la función $\varphi(x) = 2x\sqrt{x^4 - 1}$ es una solución particular de dicha ecuación?
- b) ¿existe alguna solución de dicha ecuación diferencial que pase por el punto $(2, 0)$? En caso afirmativo determina cuántas y cuáles
- c) ¿existe alguna solución de dicha ecuación diferencial que pase por el punto $(1, 5)$? En caso afirmativo determina cuántas y cuáles

3. Siendo \mathcal{T} el triángulo de vértices $(0, 0)$, $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, y $(2\pi, 0)$

- a) determina el volumen engendrado al girar \mathcal{T} alrededor del eje Y
- b) calcula $\iint_{\mathcal{T}} \cos(x + y) dx dy$



Apellidos: Nombre:

DNI: Grado/Grupo:

- Se deben **justificar** adecuadamente las respuestas, indicando los resultados más importantes que se aplican en cada momento.
 - Se debe escribir con bolígrafo azul o negro (no usar lápiz).
 - No se puede utilizar la calculadora.
 - La puntuación máxima de cada ejercicio es la siguiente:
1 = 2 ptos., 2 = 3 ptos., 3 = 3 ptos., 4 = 2 ptos.
-

1. Encuentra un número natural k tal que, denotando por α a la raíz positiva del polinomio $P(x) = x^2 - 5$, se cumpla que $\alpha \in [k, k+1]$, y utilizando el método de Newton, determina una sucesión definida de forma recursiva y que converja a α , y determina con ella una aproximación de α con un error menor que tres milésimas.
2. a) Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{n!(2n+1)!}$ es convergente o no, y en caso afirmativo, determina su suma
b) Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$ es convergente o no, y en caso afirmativo, determina su suma
3. Expresa en términos de las funciones elementales y determina el campo de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{n+1}$
4. Construye el polinomio de Taylor de la función $f(x) = \sqrt{x}$ que, de menor orden posible y desarrollado en $x_0 = 4$, te permita aproximar $\sqrt{5}$ con un error menor que tres milésimas y determina dos números naturales a y b , primos entre sí, tales que $\frac{a}{b}$ sea la correspondiente aproximación.