

Prácticas de Estadística

Práctica 5: Contraste de Hipótesis.

Rutinas Matlab relacionadas:

1: [H,P]=ztest(X,M,sigma,alfa,tipo)

Implementa el contraste paramétrico de la media de una Normal con desviación típica conocida.

Parámetros:

H: Resultado del contraste. Si $H=0$ se acepta la hipótesis nula y si $H=1$ se rechaza.

P: Significación. Es la probabilidad de equivocarnos al rechazar H_0 , así si $p \geq \alpha$ aceptamos H_0 .

X: Son los datos del test.

M: Es el valor medio contrastado.

sigma: Desviación típica poblacional.

alfa: Es el nivel de significación del test.

tipo: Es el tipo de contraste. Si ponemos como región crítica:

- 'both' es bilateral ($\mu \neq M$).
- 'right' es unilateral ($\mu > M$).
- 'left' es unilateral ($\mu < M$).

Ejercicio 10: Queremos contrastar si el valor 10 es la media de los datos $x = \{6.4106, 11.6808, 8.2239, 10.2002, 8.9109, 10.6070, 8.7993, 10.9799, 11.4787, 13.4238\}$, conocido que provienen de una normal de desviación típica $\sigma = 2$.

X=[6.4106 11.6808 8.2239 10.2002 8.9109 10.6070 8.7993 10.9799 11.4787 13.4238]

[H,P]=ztest(X,10,2,0.05,'both')

produce la salida $H=0$, $p=0.91$ que se interpreta como que debemos aceptar la hipótesis nula pues tenemos el 91% de probabilidad de equivocarnos al rechazarla. (NOTA: Los datos x fueron obtenidos mediante $x=\text{randn}(1,10)*2+10$)

2: [H,P]=ttest(X,M,alfa,tipo)

Implementa el contraste paramétrico de la media de una Normal con desviación típica desconocida.

Los parámetros tienen el mismo significado que en 'ztest'.

Ejercicio 11: Un servicio de pizzas asegura que atiende una petición en menos de 40 minutos. Se hace una prueba obteniendo los valores (en min.) $\{53,29,65,60,17,27,42,37\}$. ¿Podemos rechazar la afirmación al 5%?

X=[53,29,65,60,17,27,42,37]

[H,p]=ttest(X,40,0.05,'left')

produce la salida $H = 0$ y $P = 0.5796$, que se interpreta como que no rechazamos la hipótesis nula.

3: [H,P]=ttest2(X,Y,alfa,tipo)

Implementa el contraste paramétrico de la diferencia de medias entre dos distribuciones normales con desviaciones típicas desconocidas. Los parámetros X e Y son los datos, el resto tienen el mismo significado que en 'ztest'.

En tipo distinguimos cuál es la región crítica: 'both' contrasta que $\mu_X \neq \mu_Y$; 'right' que $\mu_X > \mu_Y$, y mediante 'left' que $\mu_X < \mu_Y$.

Ejercicio 12: Dos rutinas A y B resuelven el mismo problema, los tiempos de ejecución de la primera son: $t_A = \{5.6118, 1.7233, 4.3208, 8.7092, 3.8557, 7.9219, 6.2481, 8.8734, 2.0782, 5.6046, 3.5843, 11.8160, 7.6504, 8.7579, 3.8836, 5.0628\}$ y los de la segunda: $t_B = \{7.7275, 9.0984, 7.7221, 8.7015, 5.9482, 7.6462, 7.1764, 6.4229\}$ ¿Podemos, al 5% de significación, rechazar la afirmación de que A es más rápida que B?

X=[5.6118, 1.7233, 4.3208, 8.7092, 3.8557, 7.9219, 6.2481, 8.8734, 2.0782, 5.6046, 3.5843, 11.8160, 7.6504, 8.7579, 3.8836, 5.0628]

Y=[7.7275, 9.0984, 7.7221, 8.7015, 5.9482, 7.6462, 7.1764, 6.4229]

[H,p]=ttest2(X,Y,0.05,'left')

produce la salida $H = 0$ y $P = 0.0699$, que se interpreta como que no rechazamos la hipótesis nula pero que ha faltado muy poco para hacerlo, por ejemplo se rechazaría al 7% de significación.

4: [H,P]=vartest(X,V,alfa,tipo)

Realiza un contraste paramétrico de la varianza. El valor de la varianza a contrastar es el parámetro V. El contraste será de una o dos colas según el parámetro tipo. Si tipo es 'both' se contrastará si el verdadero valor de la varianza σ^2 es distinto V, si 'right' se contrasta si $\sigma^2 > V$ y si 'left', si $\sigma^2 < V$.

5: [H,P]=vartest2(X,Y,alfa,tipo)

Realiza un contraste paramétrico (F) de la igualdad de varianzas. Si tipo es 'both' se contrastará si $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$, si 'right' se contrasta si $\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$ y si 'left', si $\sigma_X^2 < \sigma_Y^2$.

Ejercicio 13: Una máquina envasadora debe hacer paquetes con 1000 g. de peso. Una vez calibrada se miden los 10 primeros paquetes envasados obteniendo (en Kg.): $X = \{1.0001, 1.0039, 1.0019, 1.0000, 0.9993, 1.0011, 1.0021, 1.0000, 1.0032, 0.9984\}$. Cuando lleva 10 semanas funcionando se vuelve a hacer una revisión tomando 8 medidas: $Y = \{0.9900, 0.9963, 0.9990, 0.9981, 0.9958, 1.0067, 0.9919, 0.9975\}$. Estudiar al 5%:

1. Si la media de los nuevos datos es 1Kg.=1000g.
2. Si las varianzas son iguales.
3. Si la máquina está sufriendo de holguras ($V_Y > V_X$)

4. Si la nueva varianza es el doble, o más del doble, que la anterior.

Solución: **1:** `[H,P]=ttest(Y,1,0.05,'both')`

Sale H=0, p=0.1255 y aceptamos la hipótesis nula.

2: `[H,P]=varTest2(X,Y,0.05,'both')`

Sale H=1, p=0.0054, indicando que son diferentes.

3: `[H,P]=varTest2(X,Y,0.05,'left')`

Sale H=1, p=0.0027, indicando que son diferentes.

4: `[H,P]=varTest2(sqrt(2)*X,Y,0.05,'left')`

Sale H=1, p=0.0270, indicando que rechazamos la nula de que $2\sigma_X^2 \geq \sigma_Y^2$.

NOTAS:

1) Nos hemos apoyado en el contraste de igualdad de varianzas para contrastar que $\sigma_Y^2 \geq 2\sigma_X^2$.

2) Podemos usar el contraste de diferencias de medias para contrastar, por ejemplo, que:

$\mu_X = \mu_Y + 6$, mediante: `[H,P]=ttest2(X,Y+6,alfa,'both')`

3) Podemos usar el contraste de la media “ttest” para contrastar la igualdad de medias para datos pareados, calculando previamente $D=X-Y$.

4) Todos los contrastes mostrados pueden devolver 4 variables, las H y P comentadas y además I y par. En I se devuelve el intervalo de confianza y en par los parámetros usados en el contraste.