Grados en Informática A y Software A

Métodos Estadísticos Control Marzo/Abril 2015

- **Tiempo: 1 horas 45 minutos**.
- Dejar DNI encima de la mesa. **Apagar y guardar el MÓVIL**.

APELLIDOS, NOMBRE:
DNI: Grupo: Titulación:

1. El bombardeo mediante rayos X hacia un punto determinado del plano, da lugar a los siguientes datos: (X valor en el que la distancia D al foco supera el valor mínimo de un metro (X=D-1) e Y desviación al punto en micras ($\mu m.$):

$X \backslash Y$	$[0, 0.5]$	$[0.5, 1.5]$	$(1.5, \infty)$
0	2	1	0
1	1	2	2
2	0	0	2

   a) Usar el método de los minimos cuadrados para determinar el sistema de ecuaciones normales del model $Y = \frac{1}{1+aX^2}$

   b) Realizar dicho ajuste y determinar su fiabilidad mediante el coeficiente de determinación.

   c) ¿Es este ajuste mejor o peor que el lineal?

   d) Predecir mediante el modelo $Y = \frac{1}{1+aX^2}$ la desviación para $X = 2.5$.

   e) Representar gráficamente la variable Y condicionada al valor 1 de la variable X.

   f) Calcular la media, moda y mediana de la variable Y condicionada al valor 1 de la variable X.

(0.75+1.25+0.75+0.25+0.5+(0.75+0.75+0.5)=5.5 Puntos)

2. En la Central Lechera "LA BLANCA", la producción semestral de leche de cabra en millones de litros fué:

Año-Semestre	$2007-I$	$2007-II$	$2008-I$	$2008-II$	$2009-I$	$2009-II$	$2010-I$	$2010-II$
Producción	3	3.7	3.4	3.8	3.5	4.0	3.5	4.3
Precio/l.	0.89	0.75	0.90	0.80	0.92	0.79	0.93	0.80
IPC	3.0	3.01	3.02	3.08	3.10	3.15	3.30	3.37

   Se pide:

   a) Calcular los índices "simples de cadena"para la **producción anual** de leche.

   b) Calcular la tendencia de la Producción mediante el método de las medias móviles y hallar los índices de variación estacional (semestrales).

   c) Calcular los precios reales del la leche con base al primer semestre de 2007, teniendo en cuenta la evolución del IPC.

(0.5+1+1=2.5 Puntos)

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI: Grupo: Titulación:

==================== **Entregar en folio aparte** ====================

Indicar, tan solo, las órdenes necesarias (MATLAB o lenguaje equivalente) para resolverlos, pero sin usar calculadora ni tablas.

3. Dados los puntos: $P = \{(x_i, y_i, z_i\} = \{(40, 6.3, 13), (45, 6.2, 42), (6, 3.7, -78), (45, 5.5, 62), (31, 2.1, 94), (4, 5.9, -155), (13, 1.2, 32), (27, 2.9, 50), (47, 1.3, 199), (48, 1.6, 194), (7, 6.7, -163), (48, 5.8, 68), (47, 3.2, 142), (24, 7.6, -105), (40, 1.2, 167), (7, 4.0, -82), (21, 3.6, 0), (45, 6.3, 38), (39, 6.5, 2), (47, 2.3, 168), (32, 4.4, 31), (1, 4.1, -116), (42, 5.5, 48), (46, 5.9, 55), (33, 6.2, -18)\}$
la tabla bidimensional:
   a) Ajustar un plano de la forma $Z = a + bX + cXY$ a los datos.
   b) Hallar el coeficiente de determinación y la varianza residual del ajuste realizado.
   c) Estimar el valor de z cuando x=22, y=1.7.

(0.5+(0.2+0.2)+0.1=1 Punto)

4. Durante el mes de febrero, una granja inglesa ha envasado las cantidades expresadas en la tabla (n_i indica el número de gruesas 12x12=144 huevos)

Categoria	Peso en gr./pieza	n_i
Peewee	Menor o igual de 40	3466
Small	$(40, 45]$	12447
Medium	$(45, 55]$	24776
Large	$(55, 60]$	11372
Extra Large	$(60, 68]$	3567
Jumbo	Más de 68	678

Calcular:
   a) La moda
   b) la entropía.
   c) En un pais se estudia establecer una modalidad XL que debe contener al 5 % más grande. ¿Dónde debe ponerse el límite?

(0.5+0.25+0.25=1 Punto)

Grados en Informática B, Computadores A y Software C

Métodos Estadísticos   Control Marzo/Abril 2015

- **Tiempo: 1 horas 45 minutos**.
- Dejar DNI encima de la mesa. **Apagar y guardar el MÓVIL**.

APELLIDOS, NOMBRE:
DNI: Grupo: Titulación:

---

1. Consideremos la siguiente tabla de frecuencias absolutas, donde la variable X representa el ángulo de incidencia de los meteoritos caidos en el primer y segundo semestre del año 2014 (variable Y=1: Primero, Y=2: Segundo), respecto a la trayectoria terrestre. (Realizar los cálculos con 2 decimales y redondeo).

$Y\backslash X$	$(-\infty, \frac{\pi}{16}]$	$(\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}]$	$(\frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$	$(\frac{7\pi}{16}, \infty)$
1	8	0	0	6
2	2	2	5	0

a) Usar el método de los minimos cuadrados para determinar el sistema de ecuaciones normales del modelo $Y = e^{-1+b \operatorname{sen} X}$

b) Realizar dicho ajuste y determinar su fiabilidad mediante el coeficiente de determinación.

c) Comentar el resultado anterior.

d) Predecir mediante el modelo ajustado el ángulo (medio) previsto para en el primer semestre del 2015 (Y=3).

e) Representar gráficamente la variable X condicionada al valor 2 de la variable Y.

f) Calcular la media, moda y mediana de la variable X condicionada al valor 2 de la variable X.

(0.75+1.25+0.5+0.5+0.5+(0.75+0.75+0.5)=5.5 Puntos)

2. En España, el consumo per cápita de maíz (número de Kg. por persona y mes) fué:

Año	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Consumo	37	36	38	34	40	40	44
Precio/kg.	0.40	0.40	0.42	0.48	0.50	0.50	0.52
IPC	2.42	2.53	2.54	2.56	2.59	3.07	3.11

Se pide:

a) Calcular los índices "simples de cadena"para el consumo.

b) Calcular la recta de tendencia del Consumo respecto al tiempo, mediante el método de mínimos cuadrados y estimar el consumo para 2015.

c) Calcular los precios reales del Kg. de maíz con base en 2014, teniendo en cuenta la evolución del IPC.

(0.5+1+1=2.5 Puntos)

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI: Grupo: Titulación:

==================== **Entregar en folio aparte** ====================

Indicar, tan solo, las órdenes necesarias (MATLAB o lenguaje equivalente) para resolverlos, pero sin usar calculadora ni tablas.

3. Dados los puntos: $P = \{(x_i, y_i, n_i\} = \{(0.40, 2, 13), (0.45, 6, 42), (0.6, 4, 78), (0.45, 55, 62),$ $(0.31, 21, 94), (0.04, 59, 155), (0.13, 12, 32), (0.27, 29, 50), (0.47, 13, 199), (0.48, 16, 194), (0.07, 67, 163),$ $(0.24, 76, 105), (0.40, 12, 167), (0.07, 40, 82), (0.21, 36, 0), (0.45, 63, 38), (0.39, 65, 2), (0.47, 23, 168),$ $(0.01, 41, 116), (0.42, 55, 48), (0.46, 59, 55), (0.33, 62, 18), (0.48, 58, 68), (0.47, 32, 142), (0.32, 44, 31)\}$ donde la tercera componente es su frecuencia absoluta:

   a) Ajustar un plano de la forma $Y = a + b\text{sen}(X) + c\text{sen}^2(X)$ a los datos.

   b) Hallar el coeficiente de determinación y la varianza residual del ajuste realizado.

   c) Estimar el valor de Y cuando x=22, y cuando x=13.

(0.5+(0.2+0.2)+0.1=1 Punto)

4. Durante el mes de febrero, una granja inglesa ha envasado las cantidades expresadas en la tabla (n_i indica el número de gruesas 12x12=144 huevos)

Categoria	Peso en gr./pieza	n_i
Peewee	Menor o igual de 40	3466
Small	$(40, 45]$	12447
Medium	$(45, 55]$	24776
Large	$(55, 60]$	11372
Extra Large	$(60, 68]$	3567
Jumbo	Más de 68	678

   Calcular:

   a) La mediana.

   b) Estimar la frecuencia absoluta prevista para el tipo ”M”de la Unión europea que exige que debe encontrarse entre 44 y 57 gr.

   c) El coeficiente de curtosis de Fisher.

(0.25+0.25+0.5=1 Punto)

Grados en Informática grupo tarde

Métodos Estadísticos   Control Marzo 2015

- **Tiempo: 2 horas 30 minutos**.
- Dejar DNI encima de la mesa. **Apagar y guardar el MÓVIL**.

APELLIDOS, NOMBRE:
DNI: Grupo: Titulación:

---

1. Consideremos la siguiente tabla de frecuencias absolutas, donde la variable Y representa el peso (en Tm.) de los meteoritos caidos en el primer y segundo semestre del año 2014 (variable X):

$X\backslash Y$	$[0,2]$	$(2,6]$	$(6,10]$
1	6	4	0
2	2	3	5

   a) Usar el método de los mínimos cuadrados para determinar el sistema de ecuaciones normales del model $Y = aX + bX^3$

   b) Realizar dicho ajuste y determinar su fiabilidad mediante el coeficiente de determinación.

   c) ¿Es este ajuste mejor o peor que el lineal?

   d) Predecir mediante el modelo $Y = aX + bX^3$ el peso en Tm. que se prevé caigan en el primer semestre del 2015.

   e) Representar gráficamente la variable Y condicionada al valor 2 de la variable X.

   f) Calcular la media, moda y mediana de la variable Y condicionada al valor 2 de la variable X.

(0.75+1.25+0.75+0.25+0.5+(0.75+0.75+0.5)=5.5 Puntos)

2. En España, el consumo per cápita de pan (número de Kg. por persona y mes) fué:

Mes	$Dic-2007$	$Ene-2008$	$Feb-2008$	$Mar-2008$	$Abr-2008$	$May-2008$	$Jun-2008$
Consumo	3	3.7	3.6	3.8	3.4	4	3.5
Precio/kg.	2.39	2.40	2.40	2.42	2.48	2.50	2.50
IPC	1.01	1.00	1.02	1.08	1.10	1.15	1.30

   Se pide:

   a) Calcular los índices "simples de cadena"para el consumo.

   b) Calcular la recta de tendencia del Consumo mediante el método de mínimos cuadrados y estimar el consumo para agosto de 2008.

   c) Calcular los precios reales del Kg. de pan con base en Junio de 2008, teniendo en cuenta la evolución del IPC.

(0.5+1+1=2.5 Puntos)

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI: Grupo: Titulación:

==================== **Entregar en folio aparte** ====================

Indicar, tan solo, las órdenes necesarias (MATLAB o lenguaje equivalente) para resolverlos, pero sin usar calculadora ni tablas.

3. Dados los puntos: $P = \{(40, 63, 13), (45, 62, 42), (6, 37, -78), (45, 55, 62), (31, 21, 94),$
$(4, 59, -155), (13, 12, 32), (27, 29, 50), (47, 13, 199), (48, 16, 194), (7, 67, -163), (48, 58, 68), (47, 32, 142),$
$(24, 76, -105), (40, 12, 167), (7, 40, -82), (21, 36, 0), (45, 63, 38), (39, 65, 2), (47, 23, 168), (32, 44, 31),$
$(1, 41, -116), (42, 55, 48), (46, 59, 55), (33, 62, -18)\}$
la tabla bidimensional:
   a) Ajustar un plano de la forma $Z = a + bX + cY$ a los datos.
   b) Hallar el coeficiente de determinación y la varianza residual del ajuste realizado.
   c) Estimar el valor de z cuando x=22, y=17.

(0.5+(0.2+0.2)+0.1=1 Punto)

4. Durante el mes de febrero, una granja inglesa ha envasado las cantidades expresadas en la tabla (n_i indica el número de gruesas 12x12=144 huevos)

Categoria	Peso en gr./pieza	n_i
Peewee	Menor o igual de 40	3466
Small	$(40, 45]$	12447
Medium	$(45, 55]$	24776
Large	$(55, 60]$	11372
Extra Large	$(60, 68]$	3567
Jumbo	Más de 68	678

Calcular:
   a) El cuartil 1.
   b) La moda.
   c) El coeficiente de sesgo de Fisher.

(0.25+0.25+0.5=1 Punto)

SOLUCIONES:

Examen 1: Informática y Software A

Problema 1-a:

$y = \frac{1}{1+ax^2} \Rightarrow \frac{1}{y} = 1 + ax^2 \Rightarrow \frac{1}{y} - 1 = ax^2 \Rightarrow \left\{X = x^2, Y = \frac{1}{y} - 1\right\} \Rightarrow Y = aX$

Solo hay que determinar un parámetro y la base $\mathcal{B}$ solo tiene un elemento X:

$\mathcal{B} = \{X\} \Rightarrow \langle Y, X\rangle = a\langle X, X\rangle \Rightarrow \mathbf{\sum_i n_i Y_i X_i = a \sum_i n_i X_i^2 \Rightarrow a = \frac{\sum_i n_i Y_i X_i}{\sum_i n_i X_i^2}}$ que son las ecuaciones normales pedidas.

1-b:

Realizamos los cálculos:

x_i	y_i	n_i	$Y_i=\frac{1}{y_i}-1$	$X_i=x_i^2$	n_iY_i	$n_iY_iX_i$	$n_iX_i^2$	y^{est}	e_i	n_ie_i	$n_ie_i^2$	n_iy_i	$n_iy_i^2$	$n_ix_iy_i$
0	0.25	2	3	0	6	0	0	1	−0.75	−1.5	1.125	0.5	0.125	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
1	0.25	1	3	1	3	3	1	1.057	−0.807	0.651	0.651	0.25	0.062	0.2
1	1	2	0	1	0	0	2	1.057	−0.057	0.006	0.006	2	2	2
1	2	2	−0.5	1	−1	−1	2	1.057	0.943	1.886	1.778	4	8	4
2	2	2	−0.5	4	−0.5	−4	32	1.275	0.725	1.448	1.048	4	8	8
		10			4.5	−2	37			0.914	4.61	11.75	19.187	14.25

$$a = \frac{\sum_i n_i Y_i X_i}{\sum_i n_i X_i^2} = \frac{-2}{37} \approx -0.054 \Rightarrow \text{El ajuste es: } \mathbf{y} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 - \frac{2}{37}x^2}} \approx \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 - 0.054x^2}}$$

$V_r = \frac{4.61}{10} - \left(\frac{0.914}{10}\right)^2 \approx 0.4526, \quad V_y = \frac{19.187}{10} - \left(\frac{11.75}{10}\right)^2 \approx 0.538, \quad \mathbf{R^2 = 1 - \frac{0.4526}{0.538} \approx 0.1587}$

1-c: $Cov(x,y) \approx \frac{14.25}{10} - 0.9(1.175) = 0.3675, \quad Vx = \frac{13}{10} - 0.9^2 = 0.49, \quad r^2 = \frac{0.3675^2}{(0.49)(0.53)} = 0.52$ **luego es mejor ajuste el lineal**.

1-d: $\mathbf{y = \frac{1}{1-0.054(2.5)^2} = 1.509}$

1-e: La variable Y condicionada a X=1 es:

$Y/(X=1)$	n_i	a_i	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	y_i	n_iy_i	N_i
$[0-0.5]$	1	0.5	2	0.25	0.25	1
$(0.5, 1.5]$	2	1	2	1	2	3
$(1.5, \infty)$	2	1	2	2	4	5
	5			6.25		

por lo que la gráfica pedida será un **rectángulo (ó 3) de base [0,2.5] y altura 2**.

1-f: $\mathbf{\bar{Y}/(X=1) = \frac{6.25}{5} = 1.25}$.

Mediana: Buscamos cN=0.5*5=2.5 que estará en el intervalo central, luego el intervalo mediano es (0.5,1.5] y la mediana vale $\mathbf{Me = 0.5 + \frac{2.5-1}{2}1 = 1.25}$

Moda: Es el punto más alto del histograma y en este caso (igualdad de intervalos consecutivos) sería el punto medio del intervalo completo Mo=1.25. También se ve por la simetría del histograma.

Problema 2-a:

Año	2007	2008	2009	2010
Prod. anual	6.7	7.2	7.5	7.8
Ind. cadena	–	1.074	1.041	1.040

2-b:

t	I		II		I		II		I		II		I		II
X_t	3		3.7		3.4		3.8		3.5		4		3.5		4.3
$\hat{X}_t$		3.35		3.55		3.6		3.65		3.75		3.75		3.9	
$T = \hat{\hat{X}}_t$			3.45		3.575		3.625		3.7		3.75		3.825		
X_T/T			1.0724		0.9510		1.0482		0.9459		1.0666		0.9150		

Los índices sin corregir son: $VE(I) = (0.951+0.94591+0.915)/3 = 0.9373$ y $VE(II) = (1.0724+1.0482+1.0666)/3 = 1.0624$

Su suma es $IV(I) + IV(II) = 1.9997$ por lo que los índices corregidos son: $IV(I)^c = IV(I) * 2/1.9997 = 0.93744$ y $IV(II)^c = IV(II) * 2/1.9997 = 1.06256$

2-c:

	I	II	I	II	I	II	I	II
P	0.89	0.75	0.90	0.80	0.92	0.79	0.93	0.80
IPC^*	1	1.003	1.006	1.026	1.033	1.05	1.1	1.123
$Sol.$	0.89	0.747	0.894	0.779	0.89	0.752	0.845	0.721

Donde $IPC_i^* = IPC_i/3$ y $Sol_i = \frac{P_i}{IPC_i^*}$

La solución puede calcularse directamente mediante $Sol_i = P_i * 3/IPC_i$ donde 3=IPC(periodo base).

Problemas 3 y 4:

```
clear all, clc, format compact
disp('Problema 3')
x=[40,45,6,45,31,4,13,27,47,48,7,48,47,24,40,7,21,45,39,47,32,1,42,46,33]
y=[6.3,6.2, 3.7,5.5,2.1,5.9,1.2,2.9,1.3,1.6,6.7,5.8,3.2,7.6,1.2,4.0,3.6,6.3,6.5,2.3,4.4,4.1,5.5,5.9,6.2]
z=[13,42,-78,62,94,-155,32,50,199,194,-163,68,142,-105,167,-82,0,38,2,168,31,-116,48,55,-18]
u=x.*y
A=[length(x) sum(x) sum(u);sum(x) sum(x.^2) sum(u.*x);sum(u) sum(x.*u) sum(u.^2)]
B=[sum(z); sum(z.*x);sum(z.*u)]
sol=A\B, a=sol(1),b=sol(2), c=sol(3)
% La funcion ajustada z=a+b*x+c*x*y
disp('b')
zest=a+b*x+c*x.*y
e=z-zest, Vr=var(e,1), Vz=var(z,1), R2=1-Vr/Vz
disp('c')
valz=a+b*22+c*22*1.7

disp('Problema 4')
clear all
L=[35,40,45,55,60,68,76]
x=[37.5, 42.5, 50, 57.5, 64, 70]
n=[3466, 12447, 24776, 11372, 3567, 678]
a=[5,5,10,5,8,8]
h=n./a
[val,ii]=max(h)
h1=h(ii)-h(ii-1), h2=h(ii)-h(ii+1)
Mo=L(ii)+h1*a(ii)/(h1+h2)
disp('b')
N=sum(n), f=n/N
H=-sum(f.*log(f)/log(6))
disp('c')
cN=0.95*N, nac=cumsum(n)
K=find(nac>cN), ind=K(1),
LIM=L(ind)+(cN-nac(ind-1))*a(ind)/n(ind)
```

Examen 2: Informática B, Computadores A y Software C

Problema 1-a:

$y = e^{-1+b\mathrm{sen(x)}} \Rightarrow \mathrm{Ln(y)} = -1 + \mathrm{bsen(x)} \Rightarrow \mathrm{Ln(y)} + 1 = \mathrm{bsen(x)}$ y realizando los cambios: $Y = \mathrm{Ln(y)} + 1$, $X = \mathrm{sen(x)}$ el ajuste a realizar es: $Y = bX$

La base es $\mathcal{B} = \{X\}$ por lo que las ecuaciones normales son (solo 1 ecuación):

$$\langle Y, X\rangle = b\langle X, X\rangle \Rightarrow \sum_i n_i X_i Y_i = b \sum_i n_i X_i^2$$

b: Realizando los cálculos:

y_i	x_i	n_i	$Y_i = Ln(y_i) + 1$	$X_i = \mathrm{sen(x_i)}$	$n_i Y_i X_i$	$n_i X_i^2$	y^{est}	e_i	$n_i e_i$	$n_i e_i^2$	$n_i y_i$	$n_i y_i^2$
1	0	8	1	0	0	0	0.37	0.63	5.04	3.17	8	8
1	$\frac{9\pi}{16}$	6	1	0.98	5.88	5.76	0.41	0.59	3.54	2.09	6	6
2	0	2	1.69	0	0	0	0.37	1.63	3.26	5.31	4	8
2	$\frac{2\pi}{16}$	2	1.69	0.38	1.28	0.29	0.38	1.62	3.24	5.25	4	8
2	$\frac{5\pi}{16}$	5	1.69	0.83	7.01	3.44	0.41	1.59	7.95	12.64	10	20
		23			14.17	9.49			23.03	28.46	32	50

$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{14.17}}{\mathbf{9.49}} \approx \mathbf{0.123}$ resultando el ajuste: $\mathbf{y} = \mathbf{e}^{\mathbf{-1+0.123}\mathrm{sen(x)}}$

$Vy = \frac{50}{23} - \left(\frac{32}{23}\right)^2 \approx 0.2381, \qquad V_r = \frac{28.46}{23} - \left(\frac{23.03}{23}\right)^2 \approx 0.2347$ luego $\mathbf{R^2} = \mathbf{1} - \frac{\mathbf{0.2347}}{\mathbf{0.2381}} \approx \mathbf{0}$.

c: Resulta un muy mal ajuste.

d: Para $y = 3$ resulta $3 = e^{-1+0.12\mathrm{sen(x)}} \Rightarrow \mathrm{Ln(3)} = -1 + 0.12\mathrm{sen(x)} \Rightarrow \mathrm{sen(x)} = \frac{\mathrm{Ln(3)}+1}{0.12} \approx 17.48$ que no tiene solución debido al mal ajuste.

e:

$X/(Y=2)$	n_i	$h_i = n_i/a_i$	N_i	$n_i x_i$
$(-\infty, \frac{\pi}{16}]$	2	$\frac{16}{\pi} = 5.09$	2	0
$(\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}]$	2	$\frac{16}{\pi} = 5.09$	4	$\frac{4\pi}{16}$
$(\frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$	5	$\frac{20}{\pi} = 6.37$	9	$\frac{25\pi}{16}$
	9			$\frac{29\pi}{16}$

Por lo que el histograma está compuesto por 3 rectángulos los 2 primeros de altura 5.09 y bases $[-\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{16}]$ y $[\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}]$, y el tercero de altura 6.37 y base $[\frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$.

f: $Mo = \frac{3\pi}{16} + \frac{4\pi}{16}\frac{\frac{20}{\pi}-\frac{16}{\pi}}{(\frac{20}{\pi}-\frac{16}{\pi})+(\frac{20}{\pi}-0)} \approx 0.72, \qquad Me = \frac{3\pi}{16} + \frac{4\pi}{16}\frac{9/2-4}{5} = \frac{17\pi}{80} \approx 0.667, \qquad \bar{x} = \frac{\frac{29\pi}{16}}{9} \approx 0.63$

Problema 2:

t_i	x_i	I_{cad}	$t'_i = t_i - 2011$	$t_i'^2$	$x_i t'_i$	p_i	IPC_i	IPC'_i	Prec Real 2014
2008	37	–	-3	9	-111	0.40	2.42	0.778	0.514
2009	36	0.973	-2	4	-72	0.40	2.53	0.814	0.491
2010	38	1.055	-1	1	-38	0.42	2.54	0.817	0.514
2011	34	0.8947	0	0	0	0.48	2.56	0.823	0.583
2012	40	1.1764	1	1	40	0.50	2.59	0.833	0.600
2013	40	1	2	4	80	0.50	3.07	0.987	0.507
2014	44	1.1	3	9	132	0.52	3.11	1.000	0.520
	269			28	31				

La solución al apartado a es la columna I_{cad}

b: $a = \frac{269}{7} = 38.42$, $b = \frac{31}{28} = 1.107$, $\Rightarrow \mathbf{x = 38.42 + 1.107(t - 2011)}$

Para 2015: $\mathbf{x(2015) = 38.42 + 1.107(2015 - 2011) = 42.848}$

c: La solución a este apartado es la columna Prec. Real. 2014.

Problemas 3 y 4:

```
clear all, clc, format compact
disp('Problema 3')
x=[0.40,0.45,0.6,0.45,0.31,0.04,0.13,0.27,0.47,0.48,0.07,0.24,0.40,0.07,0.21,0.45,0.39,0.47,...
0.01,0.42,0.46,0.33,0.48.0.47,0.32]
y=[2,6,4,55,21,59,12,29,13,16,67,76,12,40,36,63,65,23,41,55,59,62,58,32,44]
n=[13,42,78,62,94,155,32,50,199,194,163,105,167,82,0,38,2,168,116,48,55,18,68,142,31]
X=sin(x), X2=X.^2, X3=X.^3, X4=X.^4, N=sum(n)
A=[N sum(n.*X) sum(n.*X2);sum(n.*X) sum(n.*X2) sum(n.*X3);sum(n.*X2) sum(n.*X3) sum(n.*X4)]
B=[sum(n.*z); sum(n.*z.*X);sum(n.*z.*X2)]
sol=A\B, a=sol(1),b=sol(2), c=sol(3)
% El plano ajustado es z=a+b*sen(x)+c*(sen(x))^2
disp('b')
zest=a+b*X+c*X2
e=z-zest, Vr=var(e,1), Vz=var(z,1), R2=1-Vr/Vz
disp('c')
val22=a+b*sin(22)+c*sin(22)^2
val17=a+b*sin(17)+c*sin(17)^2

disp('Problema 4')
clear all
L=[35,40,45,55,60,68,76]
x=[37.5, 42.5, 50, 57.5, 64, 70]
n=[3466, 12447, 24776, 11372, 3567, 678]
a=[5,5,10,5,8,8]
N=sum(n)
[val,ii]=max(h)
h1=h(ii)-h(ii-1), h2=h(ii)-h(ii+1)
Mo=L(ii)+h1*a(ii)/(h1+h2)
disp('b')
f=n/N, cN=N/2
nac=cumsum(n)
K=find(nac>cN), ind=K(1),
Me=L(ind)+(cN-nac(ind-1))*a(ind)/n(ind)
disp('b')
h=n./a
Fabs=(45-44)*h(2)+n(3)+(57-55)*h(4)
disp('c')
m1=sum(n.*x)/N,m2=sum(n.*x.^2)/N,m3=sum(n.*x.^3)/N,m4=sum(n.*x.^4)/N
V=m2-m1^2,s=sqrt(V),mu4=m4-4*m3*m1+6*m2*m1^2-3*m1^4
g2=mu4/s^4-3
```

Examen 3: Mixto de tarde

Problema 1:

La base es $\mathcal{B} = \{x, x^3\}$, por lo que las ecuaciones normales son:

$\langle y, x\rangle = \langle x, x\rangle + \langle x^3, x\rangle$ e $\langle y, x^3\rangle = \langle x, x^3\rangle + \langle x^3, x^3\rangle$

luego las ecuaciones normales son:

$$\left.\begin{array}{l} \sum_i n_i y_i x_i = a \sum_i n_i x_i^2 + b \sum_i x_i^4 \\ \sum_i n_i y_i x_i^3 = a \sum_i n_i x_i^4 + b \sum_i x_i^6 \end{array}\right\}$$

b:

Realizamos los cálculos en la tabla:

x_i	y_i	n_i	n_ix_i	$n_ix_i^2$	$n_ix_i^3$	$n_ix_i^4$	$n_ix_i^6$	n_iy_i	$n_iy_ix_i$	$n_iy_ix_i^3$	y_i^{est}	e_i	n_ie_i	$n_ie_i^2$	$n_iy_i^2$
1	1	6	6	6	6	6	6	6	6	6	2.2	-1.2	-7.2	8.64	6
1	4	4	4	4	4	4	4	16	16	16	2.2	1.8	7.2	12.96	64
2	1	2	4	8	16	32	128	2	4	16	5.4	-4.4	-8.8	38.72	2
2	4	3	6	12	24	48	192	12	24	96	5.4	-1.4	-4.2	5.88	48
2	8	5	10	20	40	80	320	40	80	320	5.4	2.6	13.0	33.8	320
		20	30	50	90	170	650	76	130	454			0	100	440

Las ecuaciones normales son:

$$\left.\begin{array}{r} 130 = 50a + 170b \\ 454 = 170a + 650b \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 2.0333 \\ b = 0.1667 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{y = 2.0333x + 0.1667x^3}$$

$Vr = \frac{100}{20} - \left(\frac{0}{20}\right)^2 = 5,\qquad Vy = \frac{440}{20} - (3.8)^2 = 7.56,\qquad \mathbf{R^2 = 1 - \frac{5}{7.56} = 0.3386}$

c:

$cov = \frac{130}{20} - (1.5)(3.8) = 0.8$, $Vx = \frac{50}{20} - 1.5^2 = 0.25 \Rightarrow r^2 = \frac{0.8^2}{(0.25)(7.56)} = 0.3386$ luego tiene la misma bondad el ajuste propuesto que el lineal.

d: $y(3) = 2.0333(3) + 0.1667(3)^3 = 10.6$

e: La variable Y/(X=2) es:

$Y/(x=2)$	n_i	y_i	n_iy_i	a_i	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	N_i
$[0,2]$	2	1	2	2	1	2
$(2,6]$	3	4	12	4	0.75	5
$(6,10]$	5	8	40	4	1.25	10
	10		54			

Luego la gráfica estarái formada por 3 rectángulos, el primero de base [0,2] y altura 1, el segundo de base [2,6] y altura 0.75 y el tercero de base [6,10] y altura 1.25.

f:

$Media = \frac{54}{10} = 5.4,\qquad Mo = 6 + \frac{0.5}{0.5+1.25}4 = 7.1429,\qquad Me = 6.$

Problema 2:

$Ic(2008) = 3.7/3 = 1.2333$, $Ic(2009) = 3.6/3.7 = 0.9730$, $Ic(2010) = 3.8/3.6 = 1.0556$, $Ic(2011) = 3.4/3.6 = 0.8947$, $Ic(2012) = 4/3.4 = 1.1765$, $Ic(2013) = 3.5/4 = 0.8750$.

b:

Mes	t_i	C_i	t_iC_i	t_i^2	P_i^{real}
$Dic07$	-3	3.0	-9.0	9	3.0762
$Ene08$	-2	3.7	-7.4	4	3.1200
$Feb08$	-1	3.6	-3.6	1	3.0588
$Mar08$	0	3.8	0.0	0	2.9130
$Abr08$	1	3.4	3.4	1	2.9309
$May08$	2	4.0	8.0	4	2.8261
$Jun08$	3	3.5	10.5	9	2.5000
	0	25.0	1.9	28	

$$\Rightarrow a = \frac{\sum_i C_i}{N} = \frac{25}{7} = 3.5714,\qquad b = \frac{\sum_i t_iC_i}{\sum_i t_i^2} = \frac{1.9}{28} = 0.0679$$

Luego la recta de tendencia es: $\mathbf{C = 3.5714 + 0.0679t}$

Con esa notación el valor de t para Agosto de 2008 es 5, así: $C(5) = 3.5714 + 0.0679(5) = 3.9107$

c:

El precio real pedido para cada mes se obtiene mediante $P_i^{real} = P_i \frac{1.3}{IPC_i}$ (en la tabla)

Problemas 3 y 4:

```
clear all, clc, format compact
disp('Problema 3')
x=[40,45,6,45,31,4,13,27,47,48,7,48,47,24,40,7,21,45,39,47,32,1,42,46,33]
y=[6.3,6.2, 3.7,5.5,2.1,5.9,1.2,2.9,1.3,1.6,6.7,5.8,3.2,7.6,1.2,4.0,3.6,6.3,6.5,2.3,4.4,4.1,5.5,5.9,6.2]
z=[13,42,-78,62,94,-155,32,50,199,194,-163,68,142,-105,167,-82,0,38,2,168,31,-116,48,55,-18]
```

```
A=[length(x) sum(x) sum(y);sum(x) sum(x.^2) sum(y.*x);sum(y) sum(y.*u) sum(y.^2)]
B=[sum(z); sum(z.*x);sum(z.*y)]
sol=A\B, a=sol(1),b=sol(2), c=sol(3)
% El plano ajustado es z=a+b*x+c*y
disp('b')
zest=a+b*x+c*y
e=z-zest, Vr=var(e,1), Vz=var(z,1), R2=1-Vr/Vz
disp('c')
valz=a+b*22+c*17

disp('Problema 4')
clear all
L=[35,40,45,55,60,68,76]
x=[37.5, 42.5, 50, 57.5, 64, 70]
n=[3466, 12447, 24776, 11372, 3567, 678]
a=[5,5,10,5,8,8]
N=sum(n),cN=0.25*N, nac=cumsum(n)
K=find(nac>cN), ind=K(1),
Q1=L(ind)+(cN-nac(ind-1))*a(ind)/n(ind)
disp('b')
h=n./a
[val,ii]=max(h)
h1=h(ii)-h(ii-1), h2=h(ii)-h(ii+1)
Mo=L(ii)+h1*a(ii)/(h1+h2)
disp('c')
m1=sum(n.*x)/N,m2=sum(n.*x.^2)/N,m3=sum(n.*x.^3)/N
V=m2-m1^2,s=sqrt(V),mu3=m3-3*m2+m1+2*m1^3
g1=mu3/s^3
```