2. 2. 4 Contrastes múltiples simultáneos a posteriori

Inferencia sobre los parámetros en un ADEVA significativo: Modelo de efectos fijos

Un ANOVA significativo indica que algunas de las medias son distintas entre sí. Deben estimarse los siguientes parámetros:

La media general μ, que se estima con la media $\bar{X}$

La media de los grupos μ_i que se estima con las medias $\bar{X}_i$

Los efectos α_i de los niveles A_i, que se estiman con las diferencias$\hat{\alpha}_i = \bar{X}_i - \bar{X}$

La varianza de los errores, σ_e^2 que se estima con la media de cuadrados MCD

Deben realizarse contrastes simultáneos múltiples entre parejas de medias, para decidir entre cuáles existen diferencias significativas, al mismo nivel α del ANOVA

NOTA: El problema de la realización simultánea de estas comparaciones es que el nivel de significación conjunto de todas las comparaciones es diferente del nivel de significación real con el que se hace cada comparación. Este problema se debe a que el nivel de significación conjunto de varias pruebas es la máxima probabilidad de rechazar equivocadamente una, al menos, de las hipótesis nulas del contraste múltiple, y no la máxima probabilidad de cometer un erro de tipo I en una prueba concreta

Para resolver este problema se han diseñado varias pruebas estadísticas, llamadas pruebas a posteriori sobre las medias. Cada una de estas pruebas contrasta la hipótesis nula $\mu_i = \mu_j$, comparando el valor absoluto de la diferencia $\bar{x}_i - \bar{x}_j$ con un límite crítico.

El límite crítico, L, depende de la prueba, del nivel de significación, de los tamaños muestrales y de la estimación de la varianza común, $\sigma_e^2 = MCD$

Entre todas estas pruebas destacamos:

1. Prueba de mínima diferencia significativa (DMS o LSD): Sólo sirve para comparar entre sí las medias de dos niveles fijados

$$L_D = \left(t_{N-I,1-(\alpha/2)}\right) \sqrt{\sigma_e^2 \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

2. Prueba de Bonferroni: Se utiliza cuando sólo se quieren comparar entre sí las medias de varios (m) pares de niveles

$$L_m = \left(t_{N-I,1-(\alpha/2m)}\right) \sqrt{\sigma_e^2 \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

3. Prueba de Tukey: Se utiliza cuando se quieren comparar entre sí las medias de todos los pares de niveles

$$L_T = Q_{\alpha,N-I,I}\sqrt{\frac{\sigma_e^2}{2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}$$

4. Prueba de Scheffé: Se utiliza cuando se quieren comparar entre sí las medias de todos los pares de niveles y todas las combinaciones lineales entre esas medias

$$L_S = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)(I-1)F_{I-1,N-I;(1-\alpha)}}$$

Inferencia sobre los parámetros en un ADEVA significativo: Modelo de efectos aleatorios

Una ANOVA significativa para este modelo indica que la varianza de los efectos de los niveles es $\sigma_A^2 > 0$.

Deben estimarse las componentes de la varianza:

$$\sigma_e^2 \quad \text{con} \quad \hat{\sigma}_e^2 = MCD$$

$$\sigma_A^2 \quad \text{con} \quad \hat{\sigma}_A^2 = \frac{MCE - MCD}{n_0}, \quad \text{donde} \quad n_0 = \begin{cases} \dfrac{N}{I} & \text{si el diseño es equilibrado} \\[2ex] \dfrac{N^2 - \sum_{i=1}^{I} n_i^2}{N(I-1)} & \text{si el diseño no es equilibrado} \end{cases}$$

La varianza total: $\sigma_T^2 = \sigma_A^2 + \sigma_e^2$ se estima mediante $\hat{\sigma}_T^2 = \hat{\sigma}_e^2 + \hat{\sigma}_A^2$

Las proporciones en que influyen las componentes de la varianza en la varianza total se estiman mediante los cocientes $\hat{\sigma}_A^2/\hat{\sigma}_T^2$ y $\hat{\sigma}_e^2/\hat{\sigma}_T^2$