

Ejercicios curiosos probabilidad

Probabilidad y oposiciones

En un examen de oposición de 100 temas, el candidato debe desarrollar un tema a elegir entre cuatro sorteados al azar. ¿Cuál es el número mínimo de temas que tiene que estudiar para garantizar que la probabilidad de que se sepa al menos uno de los cuatro temas sorteados sea de al menos un 75%?

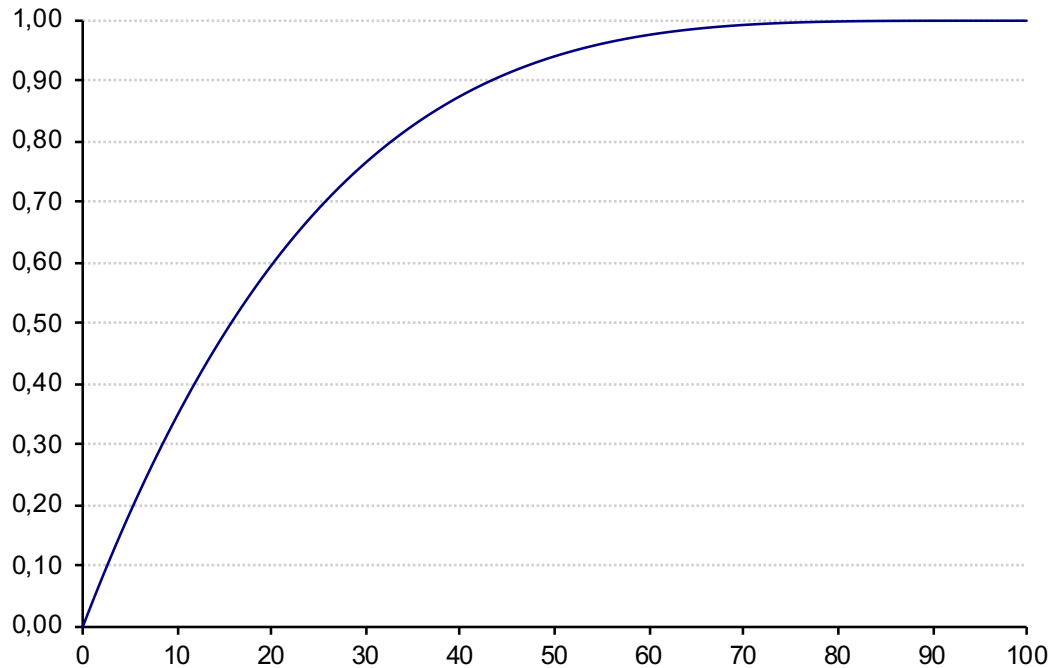
Sea x el número de temas que estudiamos.

$$P(\text{saber al menos un tema}) = 1 - P(\text{no saber ningún tema}) = 1 - \frac{(100-x)(99-x)(98-x)(97-x)}{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97}$$

Hay que encontrar un x entero tal que $p(x) \geq 0.75$.

En este caso, $x = 29$ temas.

Gráficamente



[Simulador para saber el número de temas que estudiar](#)

El problema del cumpleaños

Calcular la probabilidad de que en una clase de 40 personas dos de ellas al menos cumplan el mismo día.

$P(\text{al menos dos cumplan el mismo día}) =$

$1 - P(\text{ninguna cumpla el mismo día}) =$

$$1 - \frac{364}{365} \frac{363}{365} \cdots \frac{326}{365} \text{ aproximadamente } 0.9$$

Teorema de Bayes y probabilidad

Un análisis de sangre que te has realizado ha dado positivo para una rara enfermedad, que se manifiesta sólo en 1 de cada 10.000 personas. Los resultados del test son fiables al 99%, tanto en el caso de que sean positivos como negativos. ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad que tienes de padecer la enfermedad?

Sea A = padecer la enfermedad y B= dar positivo en el test
Según el Teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(A)P(B/A)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B/A)}{P(A)P(B/A) + P(\bar{A})P(B/\bar{A})} =$$
$$\frac{0.0001 * 0.99}{0.0001 * 0.99 + 0.9999 * 0.01} = 0.0098$$

¿Cómo cambia la probabilidad de estar enfermo con la prevalencia, la sensibilidad y la especificidad?

sensibilidad	0,99	0,0009890
prevalencia	0,00001	
especificidad	0,99	

sensibilidad	0,99	0,9166667
prevalencia	0,1	
especificidad	0,99	

sensibilidad	0,999	0,9098361
prevalencia	0,01	
especificidad	0,999	

sensibilidad	1	1,0000000
prevalencia	0,00001	
especificidad	1	

Problema de Monty Hall

En el concurso televisivo Let's Make a Deal, al concursante se le propone que elija una puerta entre tres. Su premio será lo que se encuentre detrás de la puerta elegida. Una de ellas oculta un coche, y las otras dos una cabra. Una vez que el concursante ha elegido una puerta, el presentador elige de las otras dos la que sabe que contiene una cabra, y la abre. En ese momento, el concursante tiene la opción de cambiar su puerta por la que aún continúa cerrada. ¿Debe el concursante mantener su elección original o escoger la otra puerta?

- Debe mantener su elección original
- Debe cambiar
- En realidad, da igual lo que haga

Monty Hall

Fuente: [Ask Marilyn \(Von Savant\)](#) (ver la discusión)

Simulador: [Rossman/Chance](#)

Películas: [21 Black Jack \(minuto 1.28\)](#)

Serie: [Numbers](#)

Libros: [The curious incident of the dog in the night-time](#)

Solución: si cambias la puerta duplicas la probabilidad de ganar



	DOOR 1	DOOR 2	DOOR 3	RESULT
GAME 1	AUTO	GOAT	GOAT	Switch and you lose.
GAME 2	GOAT	AUTO	GOAT	Switch and you win.
GAME 3	GOAT	GOAT	AUTO	Switch and you win.