ANALISIS DE ALGORITMOS

Nombre: Lady Robalino

TALLER

- Dado: $(f(n) = n^3 + 9n^2\log(n)$ y $g(n) = n^2\log(n)$
  - Comprobar $f(n) \in O(g(n))$
  - Comprobar $f(n) \notin O(n^2)$

- Demostrar formalmente si existe relación de pertenencia entre *f(n)* y *O(g(n))* y también entre *g(n)* y *O(f(n))* considerando $f(n) = 2^n$ y $g(n) = 2^{2n}$

1. Comparación entre $f(n) = n^3 + 9n^2 \log n$ y $g(n) = n^2 \log n$

a) Comprobar si $f(n) \in O(g(n))$

Queremos determinar si existen constantes $c > 0$ y n_0 tales que para todo $n \geq n_0$:

$$f(n) = n^3 + 9n^2 \log n \leq c \cdot g(n) = c \cdot n^2 \log n$$

Reescribimos f(n) como:

$$f(n) = n^3 + 9n^2 \log n = n^2 \log n \cdot (n / \log n + 9)$$

Para valores grandes de n, el término n/log n domina la expresión (n/log n + 9), y crece sin estar limitado.
Por lo tanto, no existe un c finito que satisfaga la desigualdad para todo n suficientemente grande.

Conclusión: $f(n) \notin O(g(n))$

b) Comprobar si $f(n) \in O(n^2)$

Queremos ver si existen constantes $c > 0$ y n_0 tales que:

$$n^3 + 9n^2 \log n \leq c \cdot n^2, \text{ para todo } n \geq n_0$$

Dividimos entre n^2:

$$n + 9 \log n \leq c$$

El lado izquierdo crece sin límite cuando $n \to \infty$, por lo que no existe un c que cumpla la desigualdad.

Conclusión: $f(n) \notin O(n^2)$

2. Relaciones de pertenencia para funciones exponenciales

Sea:

$f(n) = 2^n$ y $g(n) = 2^{2n} = 4^n$

a) ¿$f(n) \in O(g(n))$?

Buscamos constantes c, n_0 tales que:

$2^n \leq c \cdot 4^n$, para todo $n \geq n_0$

Esto es equivalente a:

$(2^n)/(4^n) = (1/2)^n \leq c$

Como $(1/2)^n \to 0$ cuando $n \to \infty$, existe un n_0 tal que para todo $n \geq n_0$:

$(1/2)^n \leq 1$

Podemos elegir $c = 1$ y cualquier n_0.

Conclusión: $f(n) \in O(g(n))$

b) ¿$g(n) \in O(f(n))$?

Buscamos c, n_0 tales que:

$4^n \leq c \cdot 2^n$, para todo $n \geq n_0$

Esto equivale a:

$4^n / 2^n = 2^n \leq c$

Pero $2^n \to \infty$ cuando $n \to \infty$, por lo que no existe un c finito que acote 2^n para todo n grande.

Conclusión: $g(n) \notin O(f(n))$