

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ФН
КАФЕДРА «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

Дисциплина: Основы методов конечных элементов

Отчет по выполнению лабораторной работы №2

Группа: ФН11-72Б
Вариант 6

Студент: Ладыгина Л.В.
Преподаватель: Захарова Ю.В.

Москва, 2022

Лабораторная работа 2_Колебания пружин

Пример 4.1. Составить уравнение движения для системы, показанной на рис.4.24. Как видно из рисунка, система состоит из четырех дискретных элементов (две пружины и два демпфера) и обладает двумя степенями свободы (перемещения u_1 и u_2).

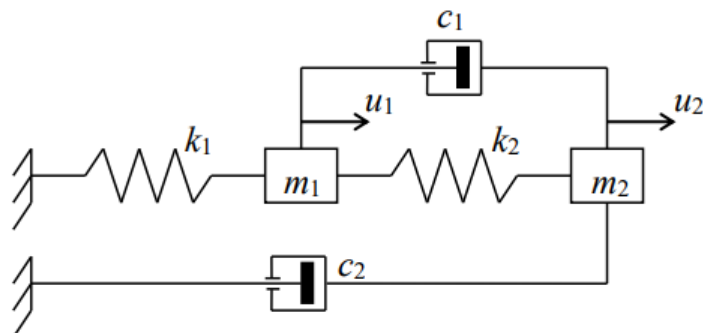
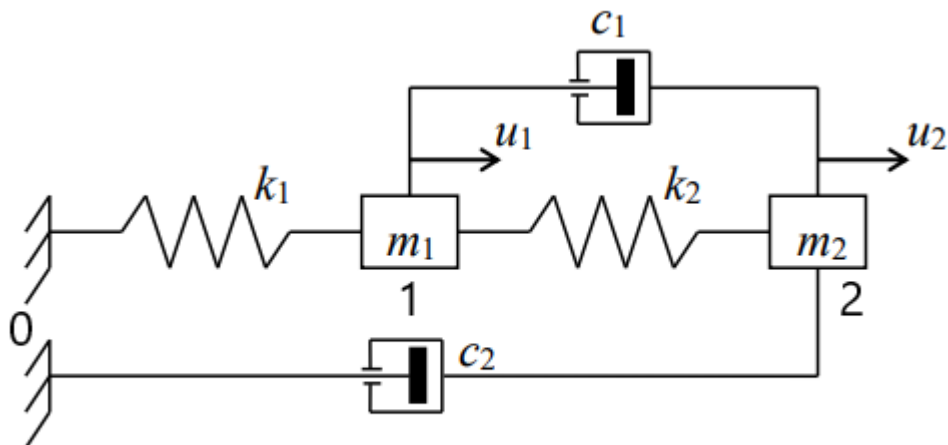


Рис.4.24. Продольные колебания системы (с двумя степенями свободы) с демпфированием

Обозначим 3 узла:



и составим таблицу элементов

№ элемента	первый узел	второй узел	жесткость
1	0	1	k_1

2	1	2	k2
3	1	2	c1
4	2	2	c2

Матрица масс M:

$$M := \begin{bmatrix} m1 & 0 \\ 0 & m2 \end{bmatrix} :$$

Записываем матрица жесткости K для пружин и матрицу жесткости C для демпферов, суммируя участвующие компоненты для каждого из узлов :

$$C := \begin{bmatrix} c1 & -c1 \\ -c1 & c1 + c2 \end{bmatrix} :$$

$$K := \begin{bmatrix} k1 + k2 & -k2 \\ -k2 & k2 \end{bmatrix}$$

Уравнение движения имеет вид:

$$M \cdot \ddot{u} + C \cdot \dot{u} + K \cdot u = 0$$

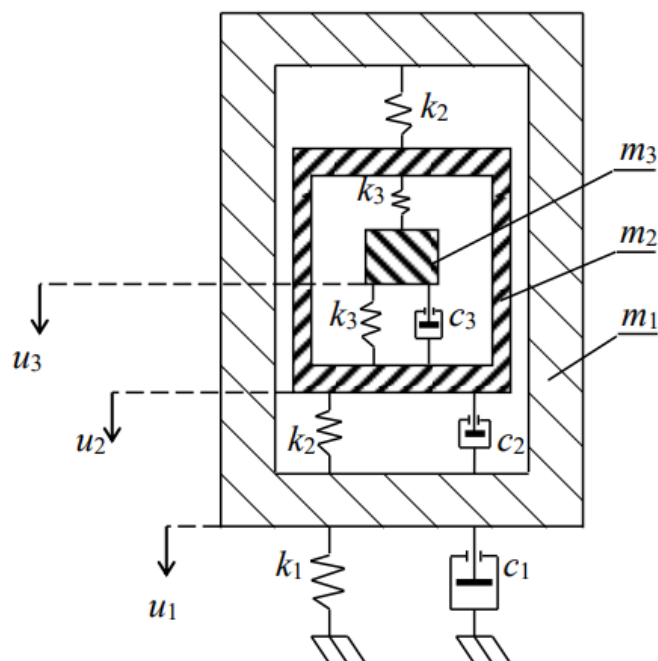
где

$$u = \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix}$$

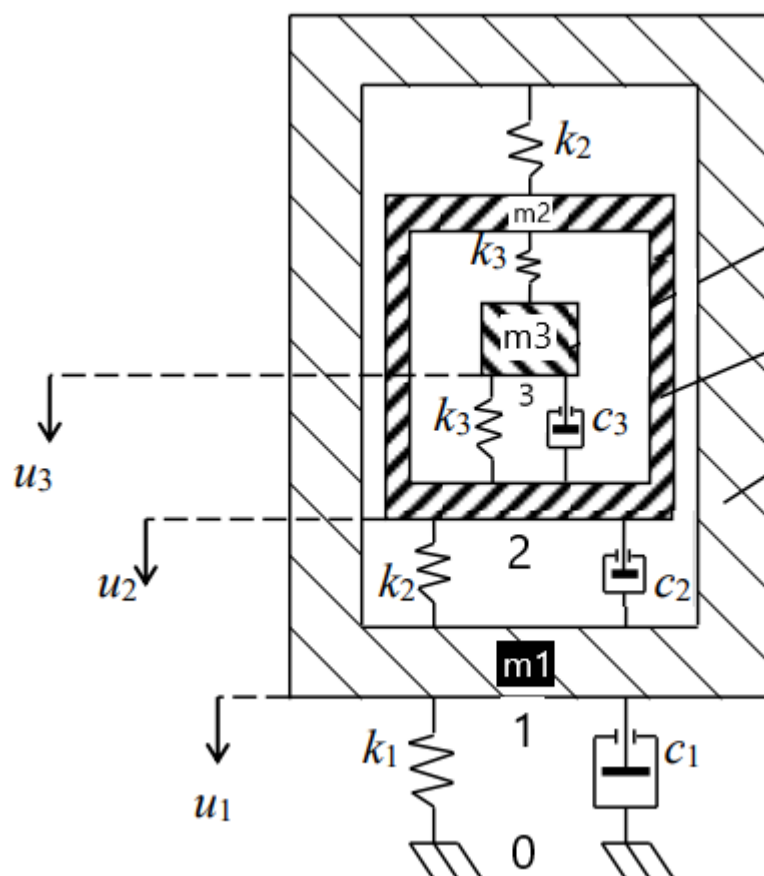
- перемещения u1, u2 -неизвестные переменные

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{u1} \\ \dot{u2} \end{bmatrix} ; \quad \ddot{u} = \begin{bmatrix} \ddot{u1} \\ \ddot{u2} \end{bmatrix}$$

Пример 4.2. Составить уравнения движения колебательной системы, показанной на рис.4.25. Внутренний контейнер, имеющий массу m_2 , подвешен на двух пружинах k_2 и имеет демпфер c_2 . Аналогичным образом подвешен полезный груз m_3 . Рассмотреть вертикальные колебания системы без учета сил тяжести.



Обозначим 3 узла и составим таблицу элементов:



№ элемента	первый узел	второй узел	жесткость
1	0	1	k_1
2	0	1	c_1
3	1	2	$2k_2$
4	1	2	c_2
5	2	3	$2k_3$
6	2	3	c_3

Матрица масс:

$$M := \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{bmatrix} :$$

Матрица жесткости для пружин:

$$K := \begin{bmatrix} k_1 + 2 k_2 & -2 k_2 & 0 \\ -2 k_2 & 2 k_2 + 2 k_3 & -2 k_3 \\ 0 & -2 k_3 & 2 k_3 \end{bmatrix} :$$

Матрица жесткости для демпферов:

$$C := \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} :$$

Вектор неизвестных перемещений u и его производные:

$$u := \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} :$$

$$\dot{u} := \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} :$$

$$\ddot{u} := \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix}$$

$$M \cdot \ddot{u} + C \cdot \dot{u} + K \cdot u = 0$$