

Univ.-Prof. Dr. Alfred Endres
Akad. Oberrat Dr. Jörn Martiensen

Theorie der Marktwirtschaft (Mikroökonomik)

Kurseinheit 2:
Theorie des Haushalts

wirtschafts
wissenschaft



9611711

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung und des Nachdrucks, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung der FernUniversität reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Inhaltsübersicht

Abbildungsverzeichnis	III
Kurseinheit 2: Theorie des Haushalts	1
2.1. Einführung	1
2.1.1 Arten von Entscheidungen	1
2.1.2 Gegenstände von Haushaltsentscheidungen	3
2.1.3 Überblick	5
2.1.4 Zusammenfassung	6
2.2. Autonome Entscheidungen unter Sicherheit	7
2.2.1 Rationalverhalten	7
2.2.2 Präferenzordnung	11
2.2.2.1 Axiome des Rationalverhaltens	14
2.2.2.2 Grafische Darstellung der Präferenzordnung	19
2.2.3 Nutzen und Nutzenfunktion	34
2.2.3.1 Der Begriff des Nutzens	34
2.2.3.2 Abbildung der Präferenzordnung durch eine Nutzenfunktion	36
2.2.4 Nutzenmaximierung	40
2.2.4.1 Die Budgetrestriktion	40
2.2.4.2 Grafische Analyse der Haushaltsentscheidung für den 2-Güter-Fall	44
2.2.4.3 Formale Analyse der Haushaltsentscheidung für den n -Güter-Fall	48
2.2.5 Zusammenfassung	50
2.3. Autonome Entscheidungen unter Unsicherheit	51
2.3.1 Entscheidungen unter Risiko	51
2.3.1.1 Die Erwartungsnutzenfunktion	54
2.3.1.2 Die Maximierung des Erwartungsnutzens	69
2.3.2 Entscheidungen unter Ungewissheit	80
2.3.3 Zusammenfassung	82
2.4. Entscheidungen über die Güternachfrage	85
2.4.1 Komparative Statistik der Konsumentscheidung	86
2.4.1.1 Einkommensänderungen	90
2.4.1.2 Preisänderungen	96
2.4.2 Nachfragekurven	105
2.4.3 Weitere Möglichkeiten zur Beschreibung des Nachfrageverhaltens: Ausgabenfunktion und indirekte Nutzenfunktion	110
2.4.4 Das Unmögliche möglich machen: Den Nutzen „messen“	116
2.4.5 Was tun, wenn die Nachfrageanalyse nicht zu eindeutigen Ergebnissen führt?	125
2.4.6 Alternative Nachfragetheorien	131
2.4.6.1 Die Theorie offenerbarter Präferenzen (revealed preferences)	131
2.4.6.2 Konsum als Kombination von Attributen: Die Theorie von Lancaster	132
2.4.7 Zusammenfassung	136
2.5. Die Entscheidung über das Arbeitsangebot	140
2.5.1 Die Wahl zwischen Freizeit und Konsum: Das Grundmodell der Zeitallokation	140
2.5.2 Güterallokation und Zeitallokation simultan betrachtet	147

2.5.3	Die Entscheidung über die Arbeitsmarktbeteiligung	150
2.5.4	Steuern, Transfers und Arbeitsangebot	152
2.5.5	Der Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Berufsleben	154
2.5.6	Zusammenfassung	156
2.6.	Die Sparentscheidung	158
2.6.1	Der Einfluss der Sparentscheidung auf die Budgetrestriktion	158
2.6.2	Ersparnis und Kreditaufnahme simultan betrachtet	164
2.6.3	Zusammenfassung	166
2.7.	Die Anlageentscheidung	167
2.8.	Sonstige Entscheidungen	171
	Lösungen zu den Übungsaufgaben	177
	Index	215
	Autorenverzeichnis	219
	Literatur zu Kurseinheit 2	222

9611711

Abbildungsverzeichnis

Abbildung (A 2.2-1):	Indifferenzkurve	20
Abbildung (A 2.2-2):	Lexikografische Präferenzen	22
Abbildung (A 2.2-3):	Verlauf einer Indifferenzkurve	25
Abbildung (A 2.2-4):	Gemischte Bündel werden „reinen“ Bündeln gegenüber vorgezogen	27
Abbildung (A 2.2-5):	Indifferenzkurve und Grenzrate der Substitution	28
Abbildung (A 2.2-6):	Grafische Darstellung der Substitutionselastizität	31
Abbildung (A 2.2-7):	Intransitive Präferenzordnung	32
Abbildung (A 2.2-8):	Das Indifferenzkurvensystem eines 2-dimensionalen Güterraums	33
Abbildung (A 2.2-9):	Stetige, aber nicht differenzierbare Indifferenzkurve	38
Abbildung (A 2.2-10):	Die Budgetgerade	41
Abbildung (A 2.2-11):	Verlagerung der Budgetgeraden bei einer Reduzierung des Budgets	42
Abbildung (A 2.2-12):	Drehung der Budgetgeraden bei einer Preissteigerung für das Gut 2	43
Abbildung (A 2.2-13):	Drehung der Budgetgeraden bei einer Preissenkung für das Gut 1	43
Abbildung (A 2.2-14):	Die Auswahl des optimalen Güterbündels	45
Abbildung (A 2.3-1):	Erwartungsnutzenfunktion im Falle der Risikoscheu	62
Abbildung (A 2.3-2):	Erwartungsnutzenfunktion im Falle von Risikofreude	63
Abbildung (A 2.3-3):	Erwartungsnutzenfunktion im Falle von Risikoneutralität	64
Abbildung (A 2.3-4):	Risiko-Indifferenzkurve	67
Abbildung (A 2.3-5):	Die Budgetgerade beim Abschluss einer Versicherung	71
Abbildung (A 2.3-6):	Der optimale Versicherungsschutz	72
Abbildung (A 2.3-7):	Das optimale Bündel zweier Zustandsgüter auf einem fairen Markt	76
Abbildung (A 2.3-8):	Das optimale Bündel zweier Zustandsgüter auf einem unfairen Markt	77
Tabelle (T 2.3-6):	Beispiel für die Anwendung der Maximin-Strategie	80
Abbildung (A 2.4-1):	Die Auswirkungen einer Einkommensänderung auf die Wahl des Güterbündels	90
Abbildung (A 2.4-2):	Die Einkommens-Konsum-Kurve	91
Abbildung (A 2.4-3):	Die Nachfrage nach einem normalen, notwendigen Gut	92
Abbildung (A 2.4-4):	Die Nachfrage nach einem normalen, nicht notwendigen Gut (Luxusgut)	92
Abbildung (A 2.4-5):	Verlauf der Indifferenzkurven, wenn Gut 2 inferior ist	93
Abbildung (A 2.4-6):	Die Engelkurve eines inferioren Gutes	94
Abbildung (A 2.4-7):	Die Auswirkung einer Preiserhöhung für das Gut 1 auf die Wahl des Güterbündels	96
Abbildung (A 2.4-8):	Die Auswirkung einer Preissenkung für das Gut 2 auf die Wahl des Güterbündels	98

Abbildung (A 2.4-9):	Indifferenzkurven bei vollständiger Substituierbarkeit und vollständiger Komplementarität	102
Abbildung (A 2.4-10):	Slutsky-Kompensation und Hicks-Kompensation von Preisänderungen	103
Abbildung (A 2.4-11):	Grafische Ableitung einer nicht kompensierten (Marshall'schen), einer einkommenskompensierten (Slutsky'schen) und einer nutzenkompensierten (Hicks'schen) Nachfragekurve	107
Abbildung (A 2.4-12):	Das Optimierungsproblem des Konsumenten als Minimierungsproblem	112
Abbildung (A 2.4-13):	Äquivalente und kompensatorische Einkommensvariation und die Konsumentenrente	120
Abbildung (A 2.5-1):	Die optimale Allokation der Zeit auf Arbeit und Muße	143
Abbildung (A 2.5-2):	Beispiel für den Verlauf einer individuellen Arbeitsangebotskurve	145
Abbildung (A 2.5-3):	Arbeitszeit ist nicht frei wählbar	151
Abbildung (A 2.5-4):	Auswirkung einer Steuererhöhung auf das Arbeitsangebot	153
Abbildung (A 2.5-5):	Der optimale Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Erwerbsleben	155
Abbildung (A 2.6-1):	Die Zwei-Perioden-Budgetbeschränkung bei Ersparnisbildung	160
Abbildung (A 2.6-2):	Alternative Verläufe der Sparkurven	163
Abbildung (A 2.6-3):	Die Zweiperioden-Budgetbeschränkung für Ersparnis und Kreditaufnahme	165
Abbildung (L 18):	Lösung zu Übungsaufgabe 18	180
Abbildung (L 25a):	Lösung zu Übungsaufgabe 25a	182
Abbildung (L 25b)	Lösung zu Übungsaufgabe 25b	183
Abbildung (L 25c):	Lösung zu Übungsaufgabe 25c	183
Abbildung (L 25d):	Lösung zu Übungsaufgabe 25d	184
Abbildung (L 26):	Lösung zu Übungsaufgabe 26	184
Abbildung (L 27):	Lösung zu Übungsaufgabe 27	186
Abbildung (L 29):	Lösung zu Übungsaufgabe 29	187
Abbildung (L 30):	Lösung zu Übungsaufgabe 30	187
Abbildung (L53):	Lösung zu Übungsaufgabe 53	195
Abbildung (L 55):	Lösung zu Übungsaufgabe 55	196
Abbildung (L 78):	Lösung zu Übungsaufgabe 78	200
Abbildung (L 79):	Lösung zu Übungsaufgabe 79	201
Abbildung (L 83):	Lösung zu Übungsaufgabe 83	203

Kurseinheit 2: Theorie des Haushalts

2.1. Einführung

2.1.1 Arten von Entscheidungen

Begriff „Haushalt“

Unter einem Haushalt verstehen wir eine Wirtschaftseinheit, welche

- aus einer oder mehreren natürlichen (also keinen juristischen) Personen besteht;
- für alle Mitglieder einen gemeinsamen Wirtschaftsplan aufstellt, welcher die geplanten Einnahmen und Ausgaben umfasst;
- keine Güter für den Markt, sondern nur für den eigenen Konsum produziert.

Den Prototyp eines Haushalts stellt die Familie dar. Dieser Haushalt umfasst mehrere Personen, er stellt für alle Mitglieder einen gemeinsamen Wirtschaftsplan auf und er produziert keine Güter für den Markt. Er produziert allerdings eine ganze Reihe von Gütern (wobei der Begriff der Güter auch Dienstleistungen umfasst) für seine Mitglieder, die alternativ auch am Markt gekauft werden könnten. Denken Sie z.B. an Verpflegungsleistungen, an Reinigungsleistungen, an Erziehungsleistungen usw. Neben dem Familien-Haushalt gibt es aber auch Ein-Personen-Haushalte oder Mehr-Personen-Haushalte, welche sich zur gemeinsamen Haushaltsführung zusammengeschlossen haben, ohne eine Familie zu bilden.

Übungsaufgabe 1

Drei Studentinnen bewohnen eine WG. Zum Kauf der Lebensmittel und der Dinge, die sie gemeinsam für die WG brauchen, führen sie eine gemeinsame Kasse, in welche jede Studentin monatlich 100 € einzahlt. Alle anderen Dinge kauft jede von ihrem eigenen Geld. Wie viele Haushalte bilden die drei Studentinnen?

Mit Hilfe dieser Merkmale lässt sich ein Haushalt von anderen Wirtschaftseinheiten unterscheiden. Ein Unternehmen kann zwar ebenfalls die ersten beiden Merkmale aufweisen, es produziert aber stets für den Markt. Ein öffentlicher Haushalt, z.B. eine staatliche Universität, unterscheidet sich von einem privaten Haushalt in ökonomischer Sicht vor allem dadurch, dass er überwiegend öffentliche Güter produziert. Derartige Güter weisen besondere Eigenschaften auf, welche in dem Kurs „Marktversagen“ behandelt werden.

Unterschied zwischen privaten und öffentlichen Haushalten sowie Unternehmen

Neben den Haushalten, den Unternehmen und dem Staat existiert eine vierte Gruppe wirtschaftlicher Entscheidungsträger, welche als Private Organisationen ohne Erwerbscharakter bezeichnet werden. Hierzu gehören Vereine, Kirchen,

Private Organisationen ohne Erwerbscharakter

Gewerkschaften, Verbände etc. Im Allgemeinen sind derartige Organisationen juristische Personen und schon deshalb keine (privaten) Haushalte. Falls derartige Organisationen Güter für den Markt produzieren, rechnen wir sie zu den Unternehmen. Hierzu zählen z.B. solche gemeinwirtschaftlichen Unternehmen wie die Genossenschaften, die Sparkassen, aber auch der ADAC oder viele Sportvereine. Produzieren sie nur für ihre Mitglieder Güter, so bezeichnen wir sie als Klubs. Erfüllen sie im Grenzfall einmal alle drei Merkmale eines Haushalts, so zählen wir sie zu den Haushalten.

Klassifizierungskriterien für Haushaltsentscheidungen

Die große Anzahl von Entscheidungen, die ein Haushalt im Laufe der Zeit zu treffen hat, lässt sich unter verschiedenen Gesichtspunkten klassifizieren. Unter dem Gesichtspunkt, welches Verfahren anzuwenden ist, um zu möglichst guten Entscheidungen zu kommen, können wir zwischen autonomen und interaktiven Entscheidungen differenzieren. Eine Entscheidung ist autonom, wenn der Entscheider¹ sich nicht darum kümmert, wie seine Umwelt auf diese Entscheidung reagieren wird. Ein Akteur kümmert sich nicht um die Reaktionen seiner Umwelt, wenn er nicht glaubt, dass diese sein Wohlbefinden merklich beeinflussen werden. Beispiel: Wenn ich mir ein Auto kaufe, wird dies zwar möglicherweise Einfluss auf die Entscheidungen anderer Akteure (z.B. des Autohändlers oder des Autoherstellers) haben, ich gehe aber nicht davon aus, dass deren Reaktionen auf mein Handeln einen merklichen Einfluss auf mein Wohlbefinden haben.

Interaktive Entscheidungen

Eine Entscheidung ist interaktiv, wenn der Akteur bei seiner Entscheidung die voraussichtlichen Reaktionen anderer Akteure berücksichtigt. Beispiel: Ein Bäcker überlegt, ob er seinen Brötchenpreis senken soll, um seinen Absatz zu erhöhen. Er rechnet damit, dass seine beiden Konkurrenten dann ebenfalls ihre Preise senken werden. In diesem Fall würde eine Preissenkung aber eher zu einer Gewinnsenkung als zu einem Gewinnanstieg führen.

Übungsaufgabe 2

In der WG aus Übungsaufgabe 1 überlegt die Studentin Gabi, ob sie noch heute die Küche aufräumen soll oder erst morgen. Sie vermutet, dass ihre Entscheidung das Verhalten der beiden Mitbewohnerinnen bezüglich des Küchendienstes beeinflussen wird. Ihr ist es allerdings egal, wie die beiden anderen reagieren werden. Ist ihre Entscheidung unter diesen Umständen autonom oder interaktiv?

¹ Obgleich wir uns in diesem Teil des Kurses vorwiegend mit den Entscheidungen von Haushalten beschäftigen werden, gilt vieles von dem, was wir erörtern werden, ganz allgemein für jedes Wirtschaftssubjekt, sei es ein einzelner Konsument, eine Firma oder eine Organisation. Wir werden deshalb oftmals von dem *Entscheider* an Stelle von einem *Haushalt* sprechen. Synonym hiermit werden auch die Bezeichnungen *Wirtschaftssubjekt* oder *Akteur* verwendet. Interaktive Entscheidungssituationen werden wir mit Hilfe spieltheoretischer Begriffe analysieren. In diesem Zusammenhang werden wir die Akteure zuweilen auch als *Spieler* bezeichnen.

Der Entscheider kann sowohl eine einzelne Person als auch eine Gruppe von Personen sein. In der Haushaltstheorie werden die Abstimmungsprozesse zwischen den Gruppen- (Familien-) Mitgliedern, die einer einheitlichen Entscheidung vorangehen, nicht modelliert. Hier betrachten wir eine Gruppe, welche eine gemeinsame Konsumententscheidung trifft, als einen einzigen Entscheider, einen Haushalt. Gruppenentscheidungen (kollektive Entscheidungen) sind schwieriger zu treffen als individuelle Entscheidungen, da zusätzlich zu jenen Problemen, die bei individuellen Entscheidungen gelöst werden müssen, auch noch die Wünsche der Gruppenmitglieder in Übereinstimmung gebracht werden müssen, damit eine gemeinsame Entscheidung zustande kommt. Die Auswahl des Urlaubziels ist schon für einen einzelnen Konsumenten schwierig genug, um wie viel schwieriger ist es, die Urlaubswünsche einer mehrköpfigen Familie unter einen Hut zu bringen. Jener Zweig der ökonomischen Theorie, der sich mit Abstimmungsprozessen innerhalb von Gruppen beschäftigt, heißt *Social-Choice-Theorie*.

Kollektive
Entscheidungen

2.1.2 Gegenstände von Haushaltsentscheidungen

Im Zentrum der ökonomischen Analyse von Haushaltsentscheidungen stehen das Angebot der Haushalte an Faktorleistungen und die Nachfrage der Haushalte nach Konsumgütern und Vermögensgegenständen (Aktiva). Für die meisten Haushalte stellt das Angebot an Arbeitsleistungen (d.h. das Angebot des Produktionsfaktors Arbeit) die wichtigste Einkommensquelle dar. Aber auch das Angebot an Kapitalleistungen hat für viele Haushalte eine erhebliche Bedeutung. Das Einkommen, welches aus diesen Quellen fließt, wird einerseits zum Kauf von Konsumgütern, andererseits zur Akkumulation von Vermögen verwendet. Obgleich es in Zeiten hoher Arbeitslosigkeit müßig erscheinen könnte, von einem Entscheidungsproblem bezüglich des Arbeitsangebots zu sprechen, werden wir weiter unten sehen, dass dieses Angebot mehrere Facetten hat, so dass auch bei angespanntem Arbeitsmarkt viele Alternativen bestehen, die einer Entscheidung durch den Haushalt bedürfen.

Arbeitsangebot und
Güternachfrage

Die Entscheidung über die Höhe der Ersparnisbildung ist identisch mit der Entscheidung über die Höhe des Konsumbudgets, denn die Ersparnis ist nichts anderes als jener Teil des Einkommens, der nicht für Konsumzwecke verwendet wird. Die Frage, welche Güter in welchen Mengen im Rahmen dieses Budgets erworben werden sollen, stellt sich jedem Haushalt täglich, so dass dieses Entscheidungsproblem allgegenwärtig ist.

Ersparnisbildung

Für die Ersparnis existieren eine Reihe unterschiedlicher Anlagemöglichkeiten, die sich in die breiten Kategorien: Finanzkapital, Humankapital und Sachkapital aufteilen lassen. Innerhalb dieser Kategorien existieren wiederum mehr oder minder viele Anlagealternativen.

Anlagemöglichkeiten

Neben den bisher genannten Entscheidungen, die traditionell im Zentrum der ökonomischen Analyse stehen, trifft ein Haushalt eine erhebliche Zahl weiterer Entscheidungen, die grundsätzlich ebenfalls einer ökonomischen Analyse

Weitere Entscheidungen

zugänglich sind und welche für den einzelnen Haushalt u.U. von viel weiter reichender Bedeutung sind, als die bisher besprochenen, relativ kurzfristig revidierbaren Entscheidungen. Beispiele hierfür sind: Die Entscheidung, welchen Beruf man erlernen soll, welchen (Ehe-) Partner man wählt, ob und wenn ja, wie viele Kinder man haben möchte oder in welcher Gegend man leben möchte, also die Frage nach dem Wohnsitz.

Wahl des Charakters

In gewisser Weise gehört auch die Frage, inwieweit man bestehende Rechtsnormen oder Verhaltensnormen als Handlungsbeschränkungen akzeptiert, zu diesen weit reichenden Entscheidungen. Obgleich die Entscheidung bezüglich der Normbeachtung im Einzelfall (Soll ich im überfüllten Bus meinen Sitzplatz einem älteren Fahrgäst anbieten?) möglicherweise nur sehr kurzfristige Folgen hat, beschreibt das generelle Verhalten in Bezug auf die Beachtung von Normen einen wichtigen Teil des Charakters. Mit diesen Fragen stößt die ökonomische Analyse in ganz neue Bereiche vor: Inwieweit ist der Mensch Herr seines Charakters? Kann er diesen aus einem Katalog möglicher Charaktere wählen und wenn ja, wodurch wird die Entscheidung determiniert? Arbeiten zur *ökonomischen Theorie der Moral* und zur strategischen Bedeutung von Emotionen weisen den Weg. Suggestiv für das dort bearbeitete ökonomische Programm ist der Aufsatztitel von FRANK (1987) „If Homo Economicus Could Choose His Own Utility Function, Would He Want One with a Conscience?“² Außerdem fragt die Wirtschaftswissenschaft, welche Charaktereigenschaften sich in gesellschaftlichen Selektionsprozessen am besten durchsetzen. Diese aus der Evolutionsbiologie entlehnte Fragestellung wird mit den Mitteln der evolutionären Spieltheorie untersucht.³

Mitwirkung an kollektiven Entscheidungen

Neben den bisher aufgezählten Entscheidungen, welche der Haushalt (auch wenn er mehrere Personen umfasst) quasi als Individuum trifft, wirkt er – zumindest in einem demokratischen Gemeinwesen – an einer Reihe kollektiver Entscheidungen mit. Am deutlichsten wird dies bei den periodisch stattfindenden Wahlen und bei den fallweise stattfindenden Volksbefragungen, Bürgerbegehren oder ähnlichen Formen der direkten Demokratie. Direkt oder indirekt entscheidet der Haushalt auf diesem Wege mit über die Art, den Umfang und die Finanzierung öffentlicher Güter, die Umverteilung der Einkommen mit Hilfe des staatlichen Steuer- und Transfersystems (Sozialleistungen, Renten) und über die Einrichtung und Ausgestaltung von gesellschaftlichen Institutionen aller Art.

Ziel der Analyse

Dieser kurze Überblick zeigt uns, dass ein Haushalt ständig eine Vielzahl unterschiedlichster Entscheidungen zu treffen hat. Den Ökonomen interessiert vor allem die Frage, ob diese Entscheidungssituationen eine gemeinsame Grundstruktur besitzen. Nur wenn dies der Fall ist, besteht die Aussicht, Entscheidungen in einer

² Beispiele für weitere Arbeiten sind COOTER (1991) oder KLIEMT (1993).

³ Vgl. z.B. die Beiträge in dem von ROSSER (2004) herausgegebenen Sonderheft des *Journal of Economic Behavior and Organization* über „Evolution und Altruismus“ sowie ALGER (2010).

bestimmten Situation voraussagen zu können, und dies ist letzten Endes das Ziel der ökonomischen Analyse.

Übungsaufgabe 3

Angenommen, zwei Güter X_1 und X_2 seien im Überfluss vorhanden, sie seien also nicht knapp. Trotzdem muss sich ein Konsument entscheiden, welche Menge des Gutes X_1 und welche Menge des Gutes X_2 er konsumieren möchte. Ist eine solche Situation vorstellbar?

2.1.3 Überblick

In den beiden folgenden Kapiteln werden wir uns mit der Frage befassen, wie sich *autonome* Entscheidungen modellhaft abbilden lassen. Dabei werden wir zunächst (Kapitel 2.2) unterstellen, alle für die Entscheidung relevanten Größen seien dem Haushalt bekannt. Wir sprechen in diesem Zusammenhang von Entscheidungen unter Sicherheit. Anschließend (Kapitel 2.3) werden wir uns der Frage zuwenden, welche Entscheidungsverfahren ein Haushalt anwendet, wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, wenn die Entscheidungen also unter Unsicherheit zu treffen sind. Nach dieser Einführung in die Grundlagen der Entscheidungstheorie, können wir in Kapitel 2.4 diese Theorie anwenden, um die *Güternachfrage-Entscheidungen* der Haushalte zu analysieren. Im Zentrum steht dabei die Frage, wie sich derartige Entscheidungen ändern, wenn sich die Preise ändern, oder sich das für Konsumzwecke zur Verfügung stehende Einkommen der Haushalte, das Konsumbudget, ändert. In Kapitel 2.5 werden wir Entscheidungen betrachten, die sich auf die Aufteilung des Zeitbudgets beziehen. Wir werden sehen, dass derartige Entscheidungen eine ganz ähnliche Struktur besitzen wie Entscheidungen, die sich auf die Aufteilung eines Konsumbudgets beziehen. Die in Kapitel 2.6 zu behandelnden Sparentscheidungen besitzen sowohl einen Einkommens- als auch einen Zeitaspekt. Betrachtet man mehrere Perioden, so stellt das Einkommen keine gegebene Größe dar, sondern hängt von den Sparentscheidungen der Haushalte ab. Wird in der ersten Periode ein Teil des Einkommens gespart, also nicht zum Kauf von Konsumgütern verwendet, so erzielt der Haushalt Kapitalerträge, die in der nächsten Periode für Konsumzwecke zusätzlich zur Verfügung stehen. Welche Größen bestimmen seine Sparentscheidung und wie reagiert der Haushalt auf Änderungen dieser Größen? Je nachdem, wie der Haushalt seine Ersparnisse anlegt, wird er unterschiedlich hohe Kapitalerträge erzielen. Diese Erträge sind aber stets mit Unsicherheiten behaftet, so dass der Haushalt zwischen den Gesichtspunkten des Ertrags und des Risikos abwägen muss. In Kapitel 2.7 werden wir uns mit einigen dieser Anlageentscheidungen beschäftigen, wobei wir sowohl die Anlage in Finanzkapital als auch die in Sachkapital als auch die in Humankapital betrachten werden. Schließlich werden wir in Kapitel 2.8 noch kurz auf jene eingangs erwähnten Entscheidungen eingehen, welche von Nicht-Ökonomen oftmals fälschlicherweise als einer ökonomischen Betrachtung nicht zugänglich angesehen

werden. Nicht-Ökonomen neigen dazu, den Begriff des Ökonomischen auf Aspekte des Angebots und der Nachfrage von Gütern und Dienstleistungen auf Märkten zu beschränken. In der wissenschaftlichen Terminologie verwendet man den Begriff jedoch überall dort, wo es um Entscheidungen unter Knappheitsbedingungen geht. So ist es für den Ökonomen mittlerweile nicht mehr ungewöhnlich, die ökonomische Methode auf Probleme anzuwenden, die jenseits des vorbezeichneten Feldes liegen. Gelegentlich werden sie deshalb von Vertretern anderer Gesellschaftswissenschaften, wie z.B. der Soziologie, der Psychologie oder der Politologie, die damit ihr ureigenes Terrain gefährdet sehen, des „ökonomischen Imperialismus“ geziehen. Wir werden uns überlegen, inwieweit unser Entscheidungsmodell das zu beobachtende Entscheidungsverhalten zumindest teilweise zu erklären vermag.

2.1.4 Zusammenfassung

Wir haben drei Gruppen von Entscheidungsträgern unterschieden, nämlich private Haushalte, Unternehmen und öffentliche Haushalte. Alle Entscheidungsträger haben gemeinsam, dass sie Entscheidungen über die Verwendung (Allokation) knapper Ressourcen treffen. Wir haben dabei individuelle und kollektive, autonome und interaktive sowie sichere und unsichere Entscheidungen unterschieden. Die Entscheidungen der privaten Haushalte beziehen sich auf folgende Problemkreise:

1. das Angebot an Produktionsfaktoren,
2. die Aufteilung des Einkommens auf Gegenwartskonsum und Ersparnis (= Zukunftskonsum),
3. die Aufteilung des Gegenwartskonsums auf die verschiedenen Güter,
4. die Aufteilung der Ersparnis auf verschiedene Anlagemöglichkeiten,
5. eine Reihe weiterer Handlungsoptionen, welche vordergründig als nicht-ökonomisch motiviert erscheinen mögen, welche letzten Endes aber doch eine Entscheidung über die optimale Verwendung knapper Ressourcen implizieren.

2.2. Autonome Entscheidungen unter Sicherheit

2.2.1 Rationalverhalten

Alle empirischen Wissenschaften, die sich mit dem Verhalten von Menschen befassen, verfolgen das Ziel, dieses Verhalten verstehbar und damit vorhersagbar zu machen.⁴ Sie bedienen sich dabei unterschiedlicher Modellvorstellungen. Die Ökonomik bedient sich vor allem des *Modells des Rationalverhaltens*. Dabei wird Rationalität in einem ganz bestimmten Sinne aufgefasst. Die Erörterung dieses speziellen Rationalitätsbegriffes wird im Mittelpunkt unserer Darstellung der Präferenzordnung im Abschnitt 2.2.2 stehen. Doch zunächst wollen wir einige grund-sätzliche Überlegungen zum Begriff der Rationalität anstellen.

Begriff der Rationalität

Eine Minimalforderung, die nach SEN (1986) an rationales Verhalten gestellt werden muss, ist die der Konsistenz. Damit ist gemeint, dass die gleiche Auswahlregel auf alle paarweisen Vergleiche zwischen Alternativen⁵ angewendet werden muss. Fordert man zusätzlich, dass die Auswahlregel auf *alle* Alternativen ange-wendet wird und dass die Anwendung in sich widerspruchsfrei ist, so entsteht eine Ordnung. Was dies bedeutet, werden wir bei der Behandlung der Präferenzord-nung sehen.

Minimalanforderung an rationales Verhalten

Übungsaufgabe 4

Ein Konsument möchte ein Auto kaufen. Er hat die Wahl zwischen 100 Model- len. Um sich konsistent zu verhalten, vergleicht er jeweils zwei Modelle mitei- nander im Hinblick darauf, welches ihm besser gefällt. Verhält sich dieser Kon- sument konsistent?

Konsistentes Verhalten ist nicht an die Verfolgung irgendeines Ziels gebunden. Zielloses Handeln ist nach diesem Kriterium rational, solange es nur konsistent ist. Wird mit der Entscheidung ein bestimmtes Ziel verfolgt, welches unabhängig von dieser Entscheidung definiert ist, so spricht man von *instrumenteller Rationalität*. Angenommen, der Entscheider stünde vor der Alternative, *A* oder *B* zu wählen. Beide seien geeignet, dem Ziel *Z* zu dienen. Der Entscheider wählt *A*. Wenn seine Entscheidung konsistent ist, handelt er instrumentell rational. Er be-

Konsistentes Verhalten

⁴ Außer der Wirtschaftswissenschaft gehören hierzu vor allem die Soziologie, die Psychologie und die Politologie. In diesem Sinne für die Wirtschaftswissenschaft programmatisch ist der Titel des von RAMB/TIETZEL (1993) herausgegebenen Bandes „Ökonomische Verhaltenstheorie“.

⁵ Der Duden definiert eine Alternative als eine „freie, aber unabdingbare Entscheidung zwi-schen zwei Möglichkeiten“. Im allgemeinen Sprachgebrauch wird „Alternative“ aber immer mehr mit der Möglichkeit selber gleichgesetzt. Wir folgen dieser Entwicklung und verwen-den den Begriff Alternative sowohl zur Bezeichnung der Entscheidungssituation als auch zur Bezeichnung der Handlungsmöglichkeit.

nutzt die Ratio, um ein Ziel zu erreichen. Würde er dagegen nicht das Ziel *Z*, sondern ein Ziel verfolgen, welches selber davon abhängt, ob er *A* oder *B* wählt, könnte seine Entscheidung nicht als instrumentell rational betrachtet werden. Die Entscheidung würde in diesem Fall nämlich nicht der Erreichung eines *gegebenen* Ziels dienen. Die Frage, ob die Entscheidung der Erreichung eines gegebenen Ziels dient, ist zu unterscheiden von der Frage, ob das Ziel selber Bestandteil des Rationalitätskalküls ist, also rational gewählt wird. Falls dies nicht der Fall ist, sind konsistente Entscheidungen, welche nutzenminimal sind, ebenso rational wie Entscheidungen, die nutzenmaximal sind.⁶

Übungsaufgabe 5

Nehmen Sie Stellung zu folgender Behauptung:

„Konsistentes Verhalten ist stets notwendig zielgerichtet, also instrumentell rational, da jedem Verhalten ein Ziel zugeordnet werden kann.“

SubstanzIELLE
Rationalität

Wird das Ziel selber zum Bestandteil des Rationalitätskalküls, spricht man von *substanzIELLER Rationalität*. In diesem Fall besteht Rationalität nicht in der konsistenten Verfolgung eines beliebigen Ziels, sondern in der eines ganz bestimmten Ziels. In der Ökonomik wird im Allgemeinen unterstellt, die Akteure verfolgten das Ziel der *Maximierung ihres eigenen Nutzens*. Dieses Ziel ist dann Bestandteil des ökonomischen Rationalitätskonzepts.⁷ Damit wird allerdings der Entscheidungsträger nicht in ein so enges Korsett gezwängt, wie es auf den ersten Blick scheinen könnte. Die Wirtschaftswissenschaft maßt sich nämlich nicht an, festzu-

⁶ Dazu BECKER (1993), S. 385, 386: „... the economic approach I refer to does not assume that individuals are motivated solely by selfishness or material gain. It is a *method* of analysis, not an assumption about particular motivations. Along with others, I have tried to pry economists away from narrow assumptions about self-interest. Behavior is driven by a much richer set of values and preferences. The analysis assumes that individuals maximize welfare as they conceive it, whether they be selfish, altruistic, loyal, spiteful, or masochistic.”

⁷ SEN (1995), S. 15 schreibt hierzu:

“Efforts to explain every socially motivated action as some kind of a cunning attempt at maximization of purely private gain are frequent in part of modern economics. There is an interesting question as to whether the presumption of exclusive self-interestedness is a more common belief in America than in Europe, without being a general characteristic of actual behavior.” Er zitiert hierzu eine bemerkenswerte Passage aus ALEXIS DE TOCQUEVILLE (1840, Book II, Chapter VIII; in the 1945 edition, p.122):

“The Americans...are fond of explaining almost all the actions of their lives by the principle of self-interest rightly understood; they show with complacency how an enlightened regard for themselves constantly prompts them to assist one another and inclines them willingly to sacrifice a portion of their time and property to the welfare of the state. In this respect, they frequently fail to do themselves justice; for in the United States as well as elsewhere people are sometimes seen to give way to those disinterested and spontaneous impulses that are natural to man; but the Americans seldom admit that they yield to emotions of this kind; they are more anxious to do honor to their philosophy than to themselves.”

legen, was dem Entscheidungsträger nützlich ist. Dies bleibt dem Individuum selbst überlassen (*Konsumentensouveränität*).

Der Spielraum der im Rahmen der ökonomischen Theorie „zugelassenen“ Nutzenvorstellungen endet lediglich dort, wo diese mit den weiter unten erklärten Axiomen und Annahmen der Nutzentheorie in Konflikt geraten. Besonders deutlich wird dieses instrumentelle Verständnis der Rationalität mit dem von David HUME⁸ in seinem Werk „Treatise on Human Nature“ (1739/1740) gewählten Beispiel:

„Es läuft der Vernunft nicht zuwider, wenn ich lieber die Zerstörung der ganzen Welt will, als einen Ritz an meinem Finger. Es widerspricht nicht der Vernunft, wenn ich meinen vollständigen Ruin auf mich nehme, um das kleinste Unbehagen eines Indianers oder einer mir gänzlich unbekannten Person zu verhindern.“

Bandbreite zulässigen Rationalverhaltens

Übungsaufgabe 6

Nehmen Sie Stellung zu folgender Behauptung:

„Das Verhalten ist nur dann substanzial rational, wenn das verfolgte Ziel rational aus einer gegebenen Menge möglicher Ziele ausgewählt worden ist.“

Das ökonomische Rationalitätskonzept ist zwar nicht auf das Ziel der Eigennutzmaximierung beschränkt, fast alle wichtigen Theoreme der Ökonomik basieren aber auf dieser Annahme. Diese Annahme ist wahrscheinlich eine gute Approximation der Realität in Situationen, in denen persönliche Beziehungen zwischen den Akteuren keine große Rolle spielen. Dies dürfte typischerweise bei Markttransaktionen der Fall sein. Auf Konkurrenzmärkten kann der Wettbewerbsdruck sogar dazu zwingen, sich eigennützig zu verhalten, will man nicht über kurz oder lang von diesen Transaktionen ausgeschlossen werden. Mit anderen Worten: Der institutionelle Rahmen kann ein eigennütziges Verhalten erzwingen. Andererseits ergeben sich oftmals Situationen, in denen uneigennütziges Verhalten für die Beteiligten von Vorteil wäre. Gruppen von Individuen, die gegenüber den eigenen Gruppenmitgliedern uneigennützig sind, könnten sich dann gegenüber Gruppen mit eigennützigen Mitgliedern im Gruppenwettbewerb als überlegen erweisen (FEHR und FISCHBACHER, 2003). Die Frage, ob eigennütziges oder uneigennütziges Verhalten langfristig dominiert, ist deshalb nicht a priori (a priori = vor aller Erfahrung) zu entscheiden. Die Erfahrung lehrt uns aber, dass eigennütziges Verhalten bei marktvermittelten Transaktionen dominiert. Anders ist dies beim individuellen Verhalten in kleinen Gruppen, in denen sich die Beteiligten (womöglich sogar auf längere Sicht) „Auge in Auge“ gegenüberstehen, wie z.B. der Familie. In der ökonomischen Literatur liegt der Schwerpunkt bei den marktvermittelten

Bedeutung der Eigennutzannahme

⁸ David HUME, 1711-1776, Wegbereiter des Utilitarismus und kritischen Rationalismus.

Transaktionen, andere institutionelle Rahmenbedingungen werden aber durchaus betrachtet.⁹

Übungsaufgabe 7

Nehmen Sie Stellung zu folgender Behauptung:

„Wenn man es dem Handelnden überlässt festzulegen, was er als nützlich ansieht, ist uneigennütziges Verhalten definitionsgemäß unmöglich, da eine Handlung nur gewählt wird, wenn sie für den Handelnden nützlich ist.“

Perfekte, unbeschränkte und beschränkte Rationalität

Verhält sich ein Akteur substanzial rational i.S. der Maximierung seines eigenen Nutzens, und verursacht der Entscheidungsprozess selber keine Kosten, so spricht man auch von *perfekter Rationalität*. Dabei sind Entscheidungskosten als weitgehend identisch mit den Kosten der Informationsbeschaffung zu betrachten. Anders ausgedrückt könnte man auch sagen: Perfekte Rationalität ist gleichbedeutend mit unbeschränkter Rationalität bei vollständiger Information.

Bestehen dagegen Kosten der Informationsbeschaffung, ist die Information im Allgemeinen unvollständig, und die Suche nach jener Lösung, die bei vollständiger Information optimal wäre, wird möglicherweise zu teuer. In einer derartigen Situation kann ein Verhalten, welches sich an Regeln oder an Vorbildern orientiert, sinnvoller sein. Man bezeichnet solche Verhaltensweisen als *beschränkt rational*. Dieser Begriff ist von SIMON¹⁰ eingeführt worden und hat sich durchgesetzt, obgleich er etwas irreführend ist, denn nicht die Rationalität, sondern die Information ist beschränkt. So plausibel beschränkt rationales Verhalten auch sein mag, so ist es bis heute doch nicht gelungen, eine Theorie beschränkt rationalen Verhaltens zu entwickeln, welche auch nur annähernd von gleicher Praktikabilität wie die Theorie unbeschränkt rationalen Verhaltens ist. Wir werden uns deshalb

⁹ BECKER (1993): „The interactions among husbands, wives, parents and children are more likely to be motivated by love, obligation, guilt, and a sense of duty than by self-interest narrowly interpreted“ (S. 398, Hervorhebung hinzugefügt). Jenseits des engen Verständnisses von Eigennutz bewegt sich auch die ökonomische Theorie der sozialen Beziehungen, die auf BOLTON/OCKENFELS (2000), FEHR/SCHMIDT (1999) sowie HENRICH et al. (2001) zurückgeht. Hier wird ein Bedürfnis nach Fairness in die Nutzenvorstellungen des Homo Oeconomicus integriert.

¹⁰ H. SIMON, 1916 bis 2001, erhielt 1976 den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften. Grundlegende Arbeiten zum Verhalten des Menschen als einem problembezogenen und um Zweck-Mittel-Rationalität bemühten Handelnden. Simons verhaltensanalytischer (*behavioral*) Ansatz wurde zum Ausgangspunkt einer konzeptionellen Revolution in der Mikroökonomie, der Organisationswissenschaft und Managementlehre, der empirischen Politikwissenschaft sowie der allgemeinen Sozialtheorie. Hauptwerk (1957): *Models of Man. Social and Rational*.

in diesem Kurs ausschließlich mit Theorien beschäftigen, die auf dem Konzept der unbeschränkten Rationalität basieren.¹¹

2.2.2 Präferenzordnung

Ausgangspunkt für das Verständnis des ökonomischen Rationalitätsbegriffs ist die Vorstellung, jede Entscheidungssituation lasse sich wie folgt charakterisieren: Der Entscheider – in unserem Fall der Haushalt – sieht sich einer gegebenen Zahl von Alternativen gegenüber, zwischen denen er wählen muss.¹² Er wählt jene Alternative, welche er präferiert. Solange wir nichts darüber wissen, weshalb er die gewählte Alternative präferiert, ist diese Aussage eine Tautologie: Gewählt wird das, was präferiert wird, und es wird das präferiert, was gewählt wird. Wenn wir allerdings annehmen, dass jene Alternative präferiert wird, welche dem Haushalt das höchste *Befriedigungsniveau* verschafft, so erhält unsere Aussage Substanz. Wählen und präferieren sind nicht mehr notwendig identisch. Ein Haushalt könnte ja gerade jene Alternative wählen, welche er am wenigsten präferiert. Ob ein derartiges Verhalten in irgendeinem Sinne „vernünftig“ ist, soll uns an dieser Stelle nicht interessieren.

Charakterisierung einer Entscheidungssituation

Auch machen wir keine Aussage darüber, wovon die Höhe des Befriedigungsniveaus abhängig ist. Im Falle des Haushalts scheint es sehr plausibel, dass die Höhe seines Befriedigungsniveaus von der Gütersversorgung abhängig ist. Allerdings ist es nicht ausgeschlossen, dass sein Befriedigungsniveau nicht nur von der eigenen Gütersversorgung, sondern auch von jener anderer Haushalte abhängig ist. Falls er altruistisch denkt, fühlt er sich besser, wenn es anderen Haushalten ebenfalls gut geht. Wenn er neidisch oder missgünstig ist, fühlt er sich schlechter, wenn es anderen gut geht. An Stelle des Begriffs „Befriedigungsniveau“ werden wir im Folgenden den Begriff *Nutzen* verwenden, da er sich eingebürgert hat. Man sagt dann: Ein Haushalt präferiert jene Alternative, welche ihm einen höheren Nutzen stiftet. Dabei wird Nutzen im Allgemeinen im Sinne von Eigennutzen verstanden, obgleich dies begrifflich nicht notwendig ist. Zusammengefasst lautet unsere Verhaltenshypothese: Ein Haushalt wählt jene Alternative, welche er präferiert, und er präferiert jene Alternative, welche ihm den größeren Nutzen stiftet.

Nutzen und Befriedigungsniveau

Übungsaufgabe 8

Wie beurteilen Sie folgende Aussage: „In der Präferenztheorie wird der Begriff Präferenz im Sinne von „Wahl“ verstanden. Es ist deshalb unerheblich, ob man sagt: „Ich präferiere A“ oder ob man sagt: „Ich wähle A“?“

¹¹ Einen Überblick zu verschiedenen Varianten des Konzepts der beschränkten Rationalität enthält MARTENSEN (2000).

¹² Wir unterstellen, dass Entscheidungen auch ausgeführt werden, so dass Entscheidungen und Handlungen identisch sind. An Stelle von Entscheidungsalternativen können wir deshalb auch von Handlungsalternativen sprechen.

Symbolik

Zur Beschreibung der Wertschätzung (Präferenz) zwischen zwei Alternativen verwenden wir folgende Symbole: Präferiert ein Haushalt die Alternative A gegenüber der Alternative B , so schreiben wir: $A > B$. Ist er zwischen den beiden Alternativen indifferent, so schreiben wir $A \sim B$, und sieht er die Alternative A als mindestens so gut wie B an, so schreiben wir $A \geq B$. Das Symbol \succ heißt Präferenzrelation, das Symbol \sim Indifferenzrelation und das Symbol \geq Präferenz-Indifferenz-Relation.

Präferenzordnung

Ordnet ein Haushalt in einer Entscheidungssituation die Alternativen nach seinen Präferenzen, d.h. nach seinen Wertvorstellungen, so sprechen wir von einer *Präferenzordnung*. Wir können uns vorstellen, dass eine derartige Ordnung mit Hilfe eines paarweisen Vergleichs zwischen den Elementen der Alternativenmenge gefunden wird. Die Präferenzordnung ist Ausdruck der Wertvorstellung, mit welcher der Konsument Alternativen nach eigenem Gutdünken bewertet. Dabei ist es fundamental, dass diese Wertvorstellung von den bewerteten Alternativen ebenso unabhängig ist, wie die Einteilung eines Zollstocks davon unabhängig ist, ob die Entfernung zwischen den Punkten A und B oder zwischen den Punkten A und C gemessen wird. Ebenso unabhängig ist die Einteilung auf dem Zollstock davon, ob der Nullpunkt bei der Entfernungsmessung zwischen zwei Punkten A und B auf die Stelle A oder auf die Stelle B gelegt wird.

Übungsaufgabe 9

Angenommen, ein Konsument ziehe einen Regenschirm einem Sonnenschirm vor, wenn es regnet und umgekehrt, wenn die Sonne scheint. Widerspricht dieses Verhalten der Forderung, dass die Präferenzordnung unabhängig von den zu bewertenden Alternativen sein soll?

Ausstattungseffekt

Dies mag vielen Leserinnen und Lesern selbstverständlich erscheinen, ist es aber keineswegs. Vielmehr haben zahlreiche Studien im Bereich der *experimentellen Ökonomie* zu dem Ergebnis geführt, dass das subjektive Bewertungssystem von Individuen diesem Kriterium der „Autonomie“ des Bewertungsrasters nicht genügt.¹³ So wird z.B. beobachtet, dass die relative Bewertung zweier Zustände¹⁴ A und B davon abhängt, ob das Individuum sich in A oder in B befindet. Häufig bewerten Individuen den Zustand A höher als B , wenn sie sich in A befinden; wenn sie sich in B befinden, bewerten sie jedoch B höher. Man bezeichnet

¹³ Vgl. die bahnbrechenden Arbeiten von KAHNEMAN/TVERSKY (1979), (1984), und SMITH (1991), (2000). Kahneman und Smith erhielten im Jahre 2002 den Nobelpreis für Ökonomie. Professor Amos Tversky verstarb bereits im Jahre 1996. In seiner Rede anlässlich der Verleihung des Nobelpreises stellt Kahneman die hier kurz angesprochenen Effekte dar und würdigte den Beitrag Tverskys, vgl. KAHNEMAN (2003).

¹⁴ Der Begriff des Zustands ist hier sehr allgemein zu verstehen. In der Ökonomie wird er oftmals auf den Begriff des Güterbündels verengt.

dieses Phänomen als *Ausstattungseffekt* (*Endowment Effect*). Er ist nicht darauf zurückzuführen, dass das Individuum den Zustand, in dem es sich befindet, besser kennt, sondern er tritt auch bei vollständiger Information über beide Zustände auf. Vielmehr wird der realisierte Zustand sozusagen als Referenzpunkt für die Beurteilung alternativer Zustände gewählt und ist somit privilegiert.

Der Endowment Effect ist damit ein Spezialfall des *Anchoring-Effekts*, der die besondere Bedeutung von Referenzpunkten bei der Bewertung alternativer Zustände betont. Beim Endowment Effect ist der „Anker“ der jeweils realisierte Zustand. Natürlich können auch andere Zustände als Anker dienen. So wissen nicht nur Kenner Schubert'scher Lieder: „Da, wo Du *nicht* bist, ist das Glück.“ In diesem Fall würde der jeweils *nicht* realisierte Zustand eine höhere Präferenz erhalten, ganz gleich, ob das Individuum sich gerade in **A** oder in **B** befindet. Schließlich kann bei der Wahl zwischen **A** und **B** auch ein dritter Zustand als Referenzpunkt dienen. In diesem Fall könnte die Präferenzreihenfolge zwischen **A** und **B** davon abhängen, ob sie mit einem Referenzpunkt **C** oder einem Referenzpunkt **D** verglichen werden.

Anchoring-Effekt

Übungsaufgabe 10

Angenommen, ein Konsument zöge im Allgemeinen einen Sonnenschirm gegenüber einem Regenschirm vor. Wenn es jedoch am Vortag geregnet hat, zieht er den Regenschirm dem Sonnenschirm vor. Ließe sich ein derartiges Verhalten durch den Anker-Effekt erklären?

Viele Ökonomen sind der Auffassung, dass derartige Ergebnisse der experimentellen Wirtschaftsforschung die Standardtheorie, wie sie in diesem Kurs vorgetragen wird, so stark diskreditieren, dass diese nicht mehr verwendet werden sollte. Andere dagegen halten die hier angesprochenen Ergebnisse für interessante Randerscheinungen, die den Erklärungswert der traditionellen Theorie nicht wesentlich einschränken. Die hier zitierten Erscheinungen werden in der Literatur deshalb häufig etwas abschätzig als „Anomalien“ bezeichnet. Neben der (von den Autoren des Kurses geteilten) Auffassung, die traditionelle Theorie erkläre menschliches Verhalten „im Regelfall“ doch recht gut, gibt es ein weiteres Argument dafür, zumindest vorläufig an ihr festzuhalten: Die von der experimentellen Wirtschaftsforschung aufgedeckten Anomalien sind sehr heterogen. Es ist bisher nicht gelungen, daraus eine umfassende und konsistente Verhaltentheorie abzuleiten, welche die traditionelle Theorie ablösen könnte.

Verhaltensanomalien

2.2.2.1 Axiome des Rationalverhaltens

Axiome der ökonomischen Verhaltenstheorie

Diese traditionelle Verhaltenstheorie basiert auf drei Axiomen¹⁵ und drei ergänzenden Annahmen. Bei den Axiomen handelt es sich um:

1. das Axiom der Vollständigkeit
2. das Axiom der Transitivität und
3. das Axiom der Reflexivität

einer Präferenzordnung. Bei den ergänzenden Annahmen um:

4. die Annahme der Nicht-Sättigung („Unersättlichkeit“),
5. die Annahme der Stetigkeit und
6. der Konvexität der Indifferenzkurven.

In einigen Lehrbüchern werden die ergänzenden Annahmen ebenfalls als Axiome bezeichnet. Wir wollen diese Annahmen jedoch nicht in den Rang von Axiomen erheben, da die ökonomische Verhaltenstheorie in ihrem Kern auch ohne diese Annahmen auskäme. Sie wäre dann allerdings erheblich schwieriger zu handhaben.

Minimalanforderung an Präferenzordnung

Die Rationalitätsaxiome und die ergänzenden Annahmen beschreiben das Verhalten von Menschen in einer sehr allgemeinen Weise. Man möchte keine speziellen Annahmen über die Gestalt der Präferenzordnung treffen, um die Gültigkeit der aus der Theorie gewonnenen Aussagen nicht unnötig einzuschränken. Andererseits kommt man nicht völlig ohne Annahmen aus.¹⁶ Sie stellen so etwas wie *Minimalforderungen* an die Präferenzordnungen von individuellen Entscheidern dar. Da die Präferenztheorie das Verhalten von Individuen als Rationalverhalten erklärt, muss sie bestimmte Anforderungen an die Rationalität ihrer Untersuchungsobjekte stellen. Diese Anforderungen schlagen sich in den Axiomen der Vollständigkeit, der Transitivität und der Reflexivität nieder.

¹⁵ Unter einem Axiom versteht man „nach der auf Aristoteles zurückgehenden Wissenschaftsauffassung eine Aussage, die unbestreitbar wahr (evident) ist, so dass es keiner weiteren Prüfung ihrer Richtigkeit bedarf.“ (Vahlens Großes Wirtschaftslexikon, 1986). Nach heutiger Auffassung existieren Aussagen dieser Qualität in empirischen Wissenschaften nicht. Deshalb versteht man unter einem Axiom heute eher eine Hypothese, welche entweder empirisch gut fundiert oder nicht weiter begründbar und zentraler Bestandteil einer darauf basierenden Theorie ist.

¹⁶ Der Fortschritt in der ökonomischen Theorie besteht auch darin, dass es im Laufe der Forschungsanstrengungen gelingt, einmal gewonnene Aussagen unter immer allgemeineren Bedingungen zu begründen.

1. Das Axiom der Vollständigkeit

Dieses Axiom besagt, dass ein Haushalt in der Lage ist, alle Alternativen, die ihm in einer Entscheidungssituation zur Verfügung stehen, im Hinblick auf ihre Wünschbarkeit miteinander zu vergleichen und zu sagen, ob er eine Alternative als besser, schlechter oder als gleichwertig mit einer anderen Alternative ansieht. Formal: Für jedes Paar von Alternativen gilt: $A \succ B$, $B \succ A$ oder $A \sim B$. Das

Vergleich aller Alternativen miteinander

Axiom besagt nicht, dass der Haushalt bei der Abwägung zwischen den Alternativen stets in der Lage sei anzugeben, ob er die eine gegenüber der anderen vorzieht. Er erfüllt das Axiom auch dann, wenn er zwei Alternativen als gleich gut empfindet, wenn er also indifferent zwischen ihnen ist. Besteht eine Präferenzordnung ausschließlich aus \succ Zeichen, so nennt man sie eine *starke Präferenzordnung*. Besteht sie ausschließlich aus \sim Zeichen, nennt man sie eine *Indifferenzordnung*. Besteht sie aus \geq Zeichen (bzw. aus \succ Zeichen und \sim Zeichen), heißt sie *schwache Präferenzordnung*.

Ist dieses Axiom plausibel? Ist es empirisch gut fundiert? Jede(r) Leser(in) kennt wohl Situationen, in denen er sich zwischen vorgegebenen Alternativen nicht oder nur schwer entscheiden kann. Dieser Umstand kann zum einen damit erklärt werden, dass der Aufwand zur rationalen Fundierung einer Entscheidung in der Realität bisweilen sehr hoch ist. Die ökonomische Theorie unterstellt jedoch, dass der Entscheidungsprozess selbst keine Ressourcen bindet.¹⁷ Dies mag ebenso unrealistisch sein wie die Annahme fehlender Transaktionskosten auf Märkten oder die Annahme des freien Falls in der Physik. Akzeptiert man diese Voraussetzung jedoch, so wird das Axiom der Vollständigkeit plausibel. Ein anderer Grund für die in der Praxis oftmals zu beobachtende Entscheidungsunwilligkeit mag darin liegen, dass die Auswahl einer Alternative A , aus (im einfachen Fall) zwei Möglichkeiten, A , B , impliziert, dass die zweite Möglichkeit, B , nicht realisiert wird, der Konsument aber liebend gern beide Möglichkeiten simultan wahrnähme. Das Bewusstsein des schmerzlichen Verzichts auf B , der unweigerlich eintritt, wenn A gewählt wird, mag in besonders gravierenden Fällen zur Entscheidungsunfähigkeit führen, meistens wird dies jedoch nicht der Fall sein. Insbesondere dann nicht, wenn es nicht um *tragic choices* geht, sondern darum, dass im Alltag der Verwendung knapper Ressourcen nicht alles, was wünschenswert ist, simultan realisiert werden kann.¹⁸

Plausibilität des Vollständigkeitsaxioms

¹⁷ Hier gilt demnach nicht: „Wer die Wahl hat, hat die Qual.“

¹⁸ Bei der „tragischen Entscheidung“ macht sich der Agent so oder so schuldig, – und zerbricht daran. Dies verstanden die alten Griechen unter „Tragik“. Psychotherapeuten versuchen, extrem entscheidungsschwachen Patienten das Leben zu erleichtern, indem sie den Spieß umdrehen: Wer sagt: „Wie ich es mache, ist es verkehrt“ hat es doch eigentlich viel leichter als derjenige, der grübelt: „Wenn ich nur wüsste, wie ich es richtig mache.“

Unverzichtbarkeit des Vollständigkeitsaxioms

Auch wenn das Axiom der Vollständigkeit empirisch nicht besonders gut fundiert sein mag, so ist es für die ökonomische Verhaltenstheorie doch unverzichtbar, da ohne diese Annahme keine Prognose über das Verhalten eines Haushalts (oder allgemeiner: eines Entscheiders) möglich wäre. Aus diesem Grunde wird die Annahme der Vollständigkeit als Axiom bezeichnet.

Übungsaufgabe 11

Verstößt ein Autokäufer, der nur jene Kaufalternativen betrachtet, welche ihm an seinem Wohnort angeboten werden, gegen das Axiom der Vollständigkeit? Müsste er nicht zumindest auch jene Alternativen betrachten, welche im Internet angeboten werden?

2. Das Axiom der Transitivität

Aussage des Axioms

Dieses Axiom besagt Folgendes: Wenn der Haushalt die Alternative A als mindestens so gut wie (besser als, genauso gut wie) die Alternative B ansieht und B als mindestens so gut wie (besser als, genauso gut wie) die Alternative C , so ist seine Präferenzordnung transitiv, d.h. widerspruchsfrei, wenn er die Alternative A als mindestens so gut wie (besser als, genauso gut wie) die Alternative C ansieht. Formal schreibt man diese Annahme als: $A \geq B \geq C \Rightarrow A \geq C$, $A > B > C \Rightarrow A > C$, $A \sim B \sim C \Rightarrow A \sim C$.

Begründung des Axioms

Die Reihung zwischen A und C hängt nicht davon ab, mit welcher anderen Alternative A verglichen wird. Anders wäre es, wenn der Wert von A davon abhänge, ob A mit B oder mit C verglichen wird. Betrachten wir einen Konsumenten, der, vor die Wahl zwischen einer Melone (M) und einem Pfirsich (P) gestellt, die Melone (M) wählt. Kann er zwischen Pfirsich (P) und Apfel (A) wählen, wählt er den Pfirsich (P). Hängt nun seine Präferenz für das jeweils betrachtete Stück Obst nicht nur von dessen Eigenschaften ab, sondern auch von der Alternative, so kann man sich vorstellen (wenn dies auch den logisch denkenden Leserinnen und Lesern schwer fallen mag), dass der Wert der Melone (M) durch den Vergleich mit dem Apfel (A) so stark verfällt, dass ihr der Apfel vorgezogen wird. Genau dies wird jedoch im Hauptstrom der ökonomischen Theorie ausgeschlossen.¹⁹

Plausibilität des Transitivitätsaxioms

Auch diese Annahme steht empirisch gesehen nicht auf besonders festen Füßen, aber auch sie ist für das Modell des Rationalverhaltens unverzichtbar. Den Grund hierfür verstehen wir leicht, wenn wir uns für einen Moment vorstellen, es wäre anders: Wenn sich die Präferenzordnung des Konsumenten auf die beschriebene Weise mit den Alternativen, zu deren Bewertung es dient, „verbiegen“ würde,

¹⁹ Derartige Intransitivitäten treten besonders dann auf, wenn mehrere Personen an einer Entscheidung beteiligt sind.

wäre eine Prognose menschlichen Verhaltens nicht mehr möglich. Ein Konsument, für den die Präferenzordnung $A \succ B \succ C \succ A$ gilt, kann hinsichtlich seiner Entscheidung zwischen A , B und C nicht von der Theorie modelliert werden.

Übungsaufgabe 12

Ein Konsument, dessen Präferenzen dem Anker-Effekt unterliegen, besitze die Präferenzordnung $A \succ B \succ C$ und $A \succ C$, falls der Anker 1 wirksam ist, aber eine Präferenzordnung $A \prec B \prec C$ und $A \prec C$, falls der Anker 2 wirksam ist. Besitzt der Konsument transitive Präferenzen?

3. Das Axiom der Reflexivität

Dieses Axiom besagt, dass Alternativen (z.B. Güterbündel), die von dem Entscheider als identisch angesehen werden, von ihm auch als „gleich gut“ bewertet werden. Formal schreibt man diese Annahme als: $A \sim A$.

Gleches wird als gleich betrachtet

Das Axiom der Reflexivität scheint zunächst eine Trivialität oder gar Tautologie zu sein. Warum sollte eine Alternative vom Konsumenten anders bewertet werden als sie selbst? Hinter diesem Axiom steckt die Annahme, dass die Bewertung einer Alternative durch einen Entscheidungsträger nur von den Eigenschaften dieser Alternative abhängt.

Begründung

In ihren Aufsehen erregenden Arbeiten haben jedoch KAHNEMAN und TVERSKY (1979), (1984) nachgewiesen, dass die Präferenz der Entscheidungsträger häufig auch davon abhängt, wie die Alternativen präsentiert werden. Dieses Phänomen ist in der Literatur als *Framing-Effekt* bekannt. Vereinfacht gesagt haben die genannten Autoren nachgewiesen, dass die Wertschätzung eines halben Glases Wasser durch einen Konsumenten sehr stark davon abhängen kann, ob er dieses als halb voll oder als halb leer ansieht. Bezeichnen wir ein zur Hälfte gefülltes Glas Wasser mit A und irgendeine Vergleichsalternative (z.B. eine Scheibe Brot) mit B , so könnte es durchaus sein, dass er das halb volle Glas Wasser höher als die Vergleichsalternative einschätzt ($A \succ B$), jedoch das halb leere Glas Wasser schlechter als die Vergleichsalternative einstuft ($B \succ A$). Nach dem Transitivitätsaxiom folgt aus diesen beiden Relationen, dass er das halb volle Glas dem halb leeren Glas vorzieht ($A \succ A$) und sich damit in einen Widerspruch zur Reflexivität der Präferenzordnung setzt.

Framing-Effekt

Der „Widerspruch“ zwischen dem Reflexivitätsaxiom und dem Framing-Effekt ist wie folgt zu erklären: In der traditionellen Haushaltstheorie, die das Reflexivitätsaxiom verwendet, wird davon abgesehen, dass es Unterschiede zwischen den objektiven Eigenschaften eines Gutes und der Wahrnehmung dieser Eigenschaften durch den Konsumenten geben kann.²⁰ Die Konsumenten besitzen unbegrenzte

²⁰ Anders ist dies in der Informationsökonomik, die in Kurseinheit 4 des Kurses „Marktversagen“ behandelt wird.

kognitive Fähigkeiten. Die Ursache des Framing-Effekts liegt in der *Begrenztheit der kognitiven Fähigkeiten*. Diese Begrenzung führt zu einer in der traditionellen Theorie ausgeschlossenen Abweichung zwischen Sein und Schein. Da der Hauptstrom der ökonomischen Theorie Unterschiede zwischen der Wahrnehmung und den objektiven Eigenschaften nicht betrachtet, ist der Framing-Effekt, der zu Problemen mit der Reflexivitätseigenschaft der Präferenzordnung führt, ein Fremdkörper in dieser Theorie.

Psychologische Ökonomie

Begrenzte Problemverarbeitungskapazität steht dagegen im Zentrum der mit den Arbeiten der oben genannten Autoren begründeten *psychologischen Ökonomie*.²¹ In der Regel unterscheiden sich der Hauptstrom der Wirtschaftstheorie und die psychologische Ökonomie dadurch, dass über das Ausmaß der kognitiven Fähigkeiten qua Annahme entschieden wird: Der Mainstream nimmt an, sie sei unbeschränkt, die psychologische Ökonomie, sie sei beschränkt. FREY und EICHENBERGER (2001) argumentieren, dass Kognitionsfähigkeiten auch als endogen bestimmt angesehen (und modelliert) werden können: Entscheidungsträger mit schlechten kognitiven Fähigkeiten sind im Wettbewerbsprozess Objekte der Ausbeutung. Damit werden Selektionsprozesse zu ihren Ungunsten wirksam. Da sowohl die Verbesserung der kognitiven Fähigkeiten als auch die Ausbeutung schlechter kognitiver Fähigkeiten mit Kosten verbunden sind, führen Wettbewerbsprozesse in Wirtschaft und Gesellschaft allerdings nicht zum Verschwinden der Differenzen zwischen Wahrnehmung und objektiven Eigenschaften, sondern sie begrenzen diese Differenz lediglich.²²

Wie im Falle des Transitivitätsaxioms ergibt sich auch beim Reflexivitätsaxiom dessen Unerlässlichkeit aus dem Zweck der Theorie. Die Erklärungs- und insbesondere die Prognosefähigkeit der ökonomischen Theorie als Verhaltenstheorie würden zerstört, wenn man allgemein zuließe, dass Konsumenten ein beliebiges Gut sich selbst strikt vorzögen.

Präferenzordnung und substanzelle Rationalität

Wir hatten eingangs unterschiedliche Rationalitätsbegriffe angesprochen. Welche Art von Rationalität wird durch die drei behandelten Axiome impliziert? Das Vollständigkeitsaxiom stellt sicher, dass auf alle paarweisen Vergleiche dieselbe Auswahlregel angewendet wird, nämlich eine Auswahl gemäß den Präferenzen. Dadurch entsteht eine Menge binärer Relationen, welche zunächst ungeordnet ist. Das Transitivitäts- und das Reflexivitätsaxiom stellen sicher, dass aus der Menge der binären Relationen eine Ordnung, in diesem Fall eine Präferenzordnung wird, da die Relation \succeq eine Präferenzrelation darstellt. Aus diesem Grunde bezeichnen wir die drei Axiome als die Rationalitätsaxiome. Wenn man zusätzlich fordert,

²¹ Viele Beiträge zu dieser Denkrichtung werden in der Zeitschrift *Journal of Economic Psychology* veröffentlicht.

²² Die von Frey und Eichenberger argumentierte Begrenzung durch Wettbewerbsprozesse und ökonomische Anreize gilt nicht nur für den Framing Effect, sondern auch für andere von der experimentellen Ökonomik entdeckte „Anomalien“.

dass der Haushalt jene Alternative präferieren soll, welche ihm den höheren Eigennutzen sichert, handelt er rational im Sinne substanzialer Rationalität. Sieht man von etwaigen Kosten der Entscheidungsfindung ab, handelt er *perfekt rational*.

Übungsaufgabe 13

Der Framing-Effekt bewirkt, dass sich die Präferenzen bezüglich zweier Güterbündel ändern, wenn sich der „Rahmen“ ändert, in welchem die Alternativen präsentiert werden. Handelt es sich hierbei um das gleiche Problem wie bei der Änderung der Umweltbedingungen in dem Schirm-Beispiel aus Übungsaufgabe 9?

2.2.2.2 Grafische Darstellung der Präferenzordnung

Die auf der Basis der Rationalitätsaxiome entstehende Präferenzordnung lässt sich grafisch darstellen. Da wir hierbei auf zwei Dimensionen beschränkt sind, wollen wir eine Präferenzordnung über *Güterbündel* betrachten, welche aus unterschiedlichen Mengen zweier Güter bestehen. Das Güterbündel A enthalte die Menge $X_1^{(A)}$ des Gutes 1 und die Menge $X_2^{(A)}$ des Gutes 2. Ein anderes Güterbündel B enthalte die Menge $X_1^{(B)}$ des Gutes 1 und die Menge $X_2^{(B)}$ des Gutes 2. Soweit nicht ausdrücklich etwas anderes gesagt wird, sei in diesem Kurs stets angenommen, dass die Güter beliebig teilbar sind. Unter dieser Annahme können wir uns beliebig viele derartige Güterbündel vorstellen, welche sich aus unterschiedlichen Mengenkombinationen dieser beiden Güter zusammensetzen. Tragen wir in Abbildung (A 2.2-1) auf der Abszisse die Menge des Gutes 1 und auf der Ordinate die Menge des Gutes 2 ab, so repräsentiert jeder Punkt in diesem Koordinatensystem ein bestimmtes Güterbündel. Greifen wir beispielsweise das Bündel A heraus und fragen den Haushalt, welche anderen Bündel er als gleichwertig zu A ansieht, so erhalten wir eine Menge von Punkten. Die Kurve, welche diese Punkte verbindet, bezeichnen wir als *Indifferenzkurve*.

Indifferenzkurven

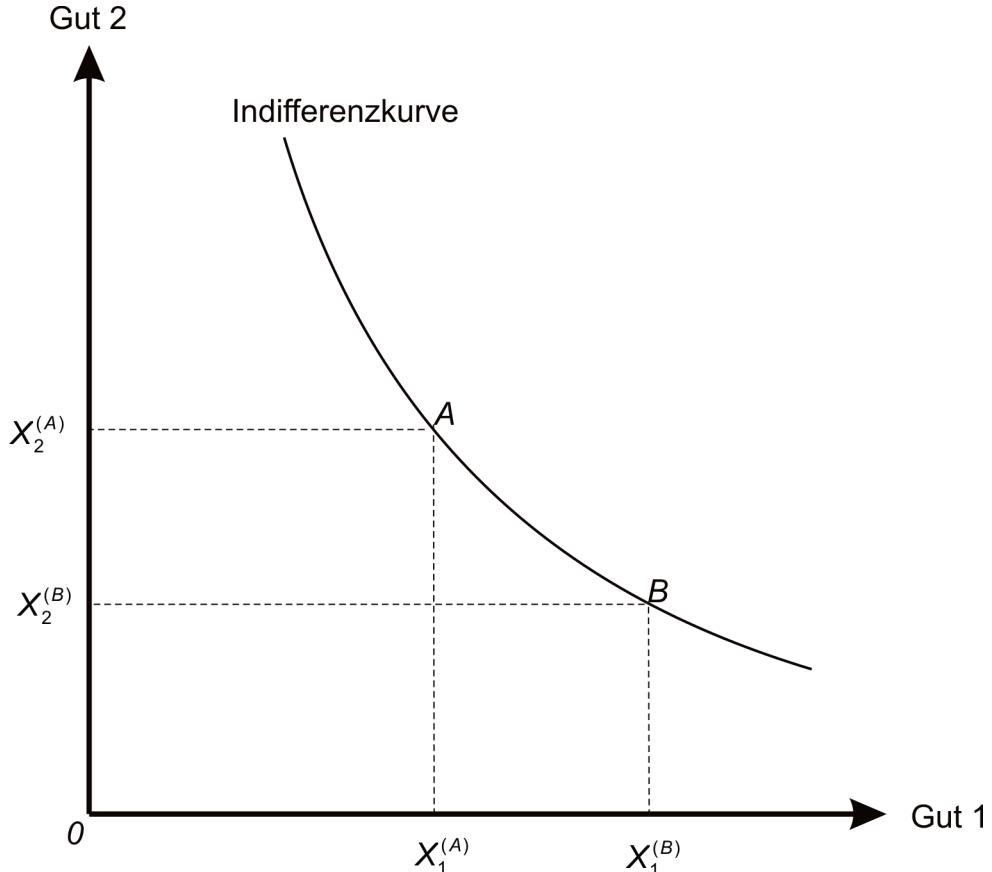


Abbildung (A 2.2-1): Indifferenzkurve

Indifferenzklassen

Könnte es nicht aber sein, dass es gar kein Bündel gibt, welches der Haushalt als gleichwertig mit Bündel A ansieht? Streng genommen ist dies nicht möglich, da wegen der Geltung des Reflexivitätsaxioms zumindest Bündel A als gleichwertig zu sich selbst angesehen wird. Jedes Bündel ist deshalb zumindest zu sich selbst indifferent oder anders ausgedrückt: Jedes Bündel ist Element einer Indifferenzklasse. Aus den Axiomen folgt aber nicht, dass eine Indifferenzklasse grafisch eine zusammenhängende Kurve ergeben muss. Es folgt nicht einmal, dass überhaupt mehrelementige Indifferenzklassen existieren. Hierzu benötigen wir eine zusätzliche Annahme, nämlich die *Annahme der Stetigkeit* der Präferenzen. Was bedeutet dies?

Annahme der Stetigkeit der Präferenzen

Angenommen, der Haushalt zöge das Bündel A dem Bündel B und dieses einem Bündel C vor, es gelte also $A \succ B \succ C$. Sollte man dann nicht erwarten, dass es eine „Mischung“ der Bündel A und C gibt, welche der Haushalt als gleichwertig mit B ansieht? Da das Axiom der Vollständigkeit sicherstellt, dass der Haushalt alle Bündel ordnen kann, also auch solche, welche infinitesimal kleine Unterschiede aufweisen, ist bei beliebiger Teilbarkeit der Gütermengen eine derartige Annahme recht plausibel. Wir bezeichnen sie als die *Annahme der Stetigkeit* der Präferenzordnung. Wäre die Präferenzordnung nicht stetig, würde sie bei bestimmten Güterbündeln einen „Sprung“ aufweisen. Dieser Fall trüte z.B. ein, falls der Haushalt bis zu einem bestimmten „Mischungsverhältnis“ das Bündel AC für

besser ansähe als B , sobald dieser Punkt aber überschritten ist, das Bündel B für besser als AC . Es gäbe dann kein aus A und C gemischtes Bündel, welches der Haushalt als gleichwertig mit B ansähe. Die Annahme der Stetigkeit sichert, dass alle Güterbündel, welche der Haushalt als gleichwertig ansieht, eine zusammenhängende Kurve bilden, die *Indifferenzkurve*. Über die Form und die Lage dieser Kurve können wir an dieser Stelle noch keine Aussage machen. Hierzu benötigen wir weitere Annahmen.

Übungsaufgabe 14

Angenommen, die beiden Güter X_1 und X_2 seien nicht teilbar.

- Welche Form hätten die Indifferenz-, „Kurven“?
- Welche Form hätte die nutzenmaximale Indifferenz-, „Kurve“, falls für jede gegebene beliebige Konsummenge des einen Gutes der Nutzen maximal wird, wenn vom anderen Gut genau eine Einheit konsumiert wird?

Exkurs: Lexikografische Präferenzen

So plausibel die *Annahme der Stetigkeit* auf den ersten Blick auch erscheinen mag, so besitzen doch nicht alle Präferenzordnungen, welche die ersten drei Axiome erfüllen, und welche wir deshalb als rational bezeichnen, Güterbündel, zwischen denen ein Konsument indifferent ist. Betrachten wir hierzu folgendes Beispiel: Ein Güterbündel $X^{(A)}$, bestehend aus den beiden Gütermengen $X_1^{(A)}$ und $X_2^{(A)}$, wird dem Güterbündel $X^{(B)}$ vorgezogen, wenn es entweder eine größere Menge des Gutes 1 enthält oder – bei gleicher Menge des Gutes 1 – eine größere Menge des Gutes 2. Die beiden Güterbündel werden als gleich gut erachtet, wenn beide die gleiche Menge beider Güter enthalten, wenn sie also identisch sind. Formal können wir diese Präferenzordnung schreiben als:

Hierarchie von Entscheidungskriterien

$X^{(A)} \succ X^{(B)}$, falls entweder $X_1^{(A)} > X_1^{(B)}$ oder $X_1^{(A)} = X_1^{(B)}$ und $X_2^{(A)} > X_2^{(B)}$

$X^{(A)} \sim X^{(B)}$, falls $X_1^{(A)} = X_1^{(B)}$ und $X_2^{(A)} = X_2^{(B)}$.

Kann es vorkommen, dass in dieser Präferenzordnung zwei Güterbündel, die nicht identisch sind, als gleich gut betrachtet werden? Sehen wir uns hierzu einmal Abbildung (A 2.2-2) an.

Nichtexistenz von mehrelementigen Indifferenzkurven

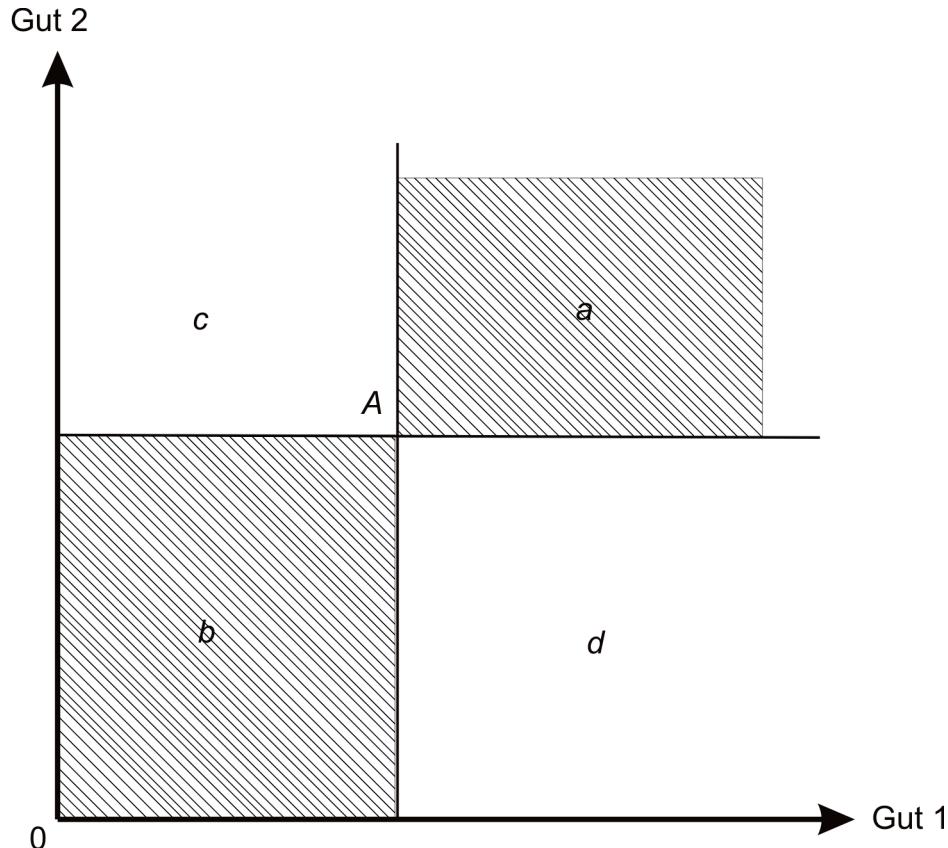


Abbildung (A 2.2-2): Lexikografische Präferenzen

Ausgangspunkt sei das durch Punkt A repräsentierte Güterbündel. Alle Güterbündel in dem schraffierten Bereich a werden vorgezogen, und alle Bündel in dem schraffierten Bereich b werden als schlechter erachtet, da im Bereich a die Mengen beider Güter größer und im Bereich b kleiner als im Punkt A sind. Die Güterbündel auf der durch A gehenden Senkrechten oberhalb von A enthalten die gleiche Menge des Gutes 1 wie das Bündel A , aber eine größere Menge des Gutes 2. Sie werden deshalb gegenüber A präferiert. Für die Bündel auf der Geraden unterhalb von A gilt das Gegenteil. Alle Bündel auf der durch A gehenden Waagerechten rechts von A werden gegenüber A vorgezogen, da die Menge des Gutes 1 größer ist. Das Gegenteil gilt für die links von A auf der Waagerechten liegenden Bündel. Bündel, die als gleichwertig betrachtet werden, könnten also nur in den Bereichen c und d liegen. Aber alle Bündel, die links von A liegen, enthalten eine kleinere Menge des Gutes 1 als A , werden deshalb als schlechter als das Bündel A betrachtet. Alle Bündel, die rechts von A liegen, enthalten eine größere Menge des Gutes 1, werden deshalb als besser betrachtet. Also existieren auch in den Bereichen c und d keine Bündel, die als indifferent zu A betrachtet werden. Mit anderen Worten: Es existiert kein Bündel, welches mit A indifferent ist, außer A selber.

Plausibilität von lexikografischen Präferenzen

Erscheint Ihnen eine derartige Präferenzordnung abwegig? Kann es vernünftig sein, dass eine beliebig kleine Differenz in Bezug auf die Menge des Gutes 1 (z.B. Freizeit) durch keine noch so große Differenz beim Gut 2 (z.B. Komfort des

Wohnens) ausgeglichen werden kann? Denken Sie aber z.B. an den Kauf eines Autos. Ein Auto kann als ein Güterbündel betrachtet werden, welches viele Eigenschaften in sich vereinigt, u.a. den Kaufpreis. Ist es sehr unvernünftig zu sagen: „Für mich ist das Wichtigste erst einmal der Preis des Autos, dann die Qualität, dann der Benzinverbrauch, dann ... usw.“? Wohl kaum. Viele Konsumenten werden sich in bestimmten Situationen vermutlich so verhalten. Derartige Präferenzordnungen erleichtern das Entscheidungsproblem, oder könnten Sie angeben, wie viel Prozent mehr Qualität Sie gegen ein Prozent weniger Geschwindigkeit eintauschen würden? Das Konzept der Budgetierung, also der festen Aufteilung einer Ausgabensumme auf bestimmte Verwendungszwecke ohne Möglichkeit der gegenseitigen Kompensation, kann ebenfalls Ausdruck einer derartigen Präferenzordnung sein: Zunächst wird ein bestimmter Betrag für jene Ausgaben reserviert, die am wichtigsten erscheinen, z.B. für Ernährung, dann für Bekleidung, Wohnung, Auto, Unterhaltung, usw. Man nennt eine derartige Präferenzordnung eine lexikografische Präferenzordnung, weil die optimale Lösung auf ähnliche Weise gefunden wird wie das gesuchte Stichwort in einem Lexikon. Wenn es zutrifft, dass eine lexikografische Präferenzordnung das Entscheidungsproblem vereinfacht, wird es verständlich, dass in der Realität derartige Präferenzordnungen sehr häufig anzutreffen sind, sie reduzieren nämlich die Entscheidungskosten. In dem bei weitem überwiegenden Teil der Wirtschaftstheorie (*mainstream economics*), werden die Kosten der Entscheidungsfindung aus Vereinfachungsgründen vernachlässigt. Bei fehlenden Entscheidungskosten sind lexikografische Präferenzen aber nicht länger „vernünftig“. Wir werden diese Präferenzen deshalb nicht weiter verfolgen.²³

Übungsaufgabe 15

Erfüllt eine lexikografische Präferenzordnung

- a) die Annahme der Nichtsättigung?
- b) die Annahme der Transitivität?

Exkurs Ende

Kehren wir jetzt wieder zur Darstellung der Präferenzordnung mit Hilfe von Indifferenzkurven zurück. Benötigen wir hierzu mehrere Indifferenzkurven, oder lässt sich eine Präferenzordnung durch eine einzige Indifferenzkurve abbilden? Falls der Haushalt alle Güterbündel als gleichwertig betrachten würde, reichte zur Abbildung seiner Präferenzordnung tatsächlich eine einzige „Indifferenzkurve“ aus,

Wie viele Indifferenzkurven werden zur Abbildung der Präferenzordnung benötigt?

²³ Eine eingehende Darstellung lexikografischer Ordnungen im Bereich der Wohlfahrtstheorie findet sich bei SEN (1986).

die in diesem Fall eigentlich als Indifferenzfläche zu bezeichnen wäre. In diesem Fall käme es dem Haushalt nicht darauf an, ob ein Güterbündel eine große oder eine kleine Menge eines Gutes enthielte. Da streng genommen auch jenes Güterbündel einbezogen werden muss, welches die Menge null von beiden Gütern enthält, könnte man auch sagen, diesem Haushalt sei alles recht. Eine derartige Präferenzordnung widersprüche zwar nicht unseren Rationalitätsaxiomen oder der Annahme der Stetigkeit, sie wäre aber äußerst unwahrscheinlich. Die meisten Haushalte werden eine größere Menge eines Gutes einer kleineren Menge vorziehen. Man könnte sagen, dieser Umstand käme eigentlich schon in dem Wort „Gut“ zum Ausdruck.

Annahme der Unersättlichkeit

Diese Beobachtung führt uns zur zweiten zusätzlichen Annahme an die Präferenzordnung: *Mehr ist besser*.²⁴ Man bezeichnet diese Annahme auch als die Annahme der Nicht-Sättigung oder – etwas plastischer – als das *Unersättlichkeitsaxiom*. Tatsächlich kann diese Annahme aber nicht den Rang eines Axioms beanspruchen, da sie nicht in gleicher Weise fundamental für die ökonomische Verhaltenstheorie ist wie die Rationalitätsaxiome. Das Verhalten könnte nämlich auch dann erklärt und prognostiziert werden, wenn die Eigenschaft „Mehr ist besser“ nur bis zu einer bestimmten Menge gelten und nach Überschreiten dieser Menge zu einem „Mehr ist schlechter“ würde. Die Annahme der Unersättlichkeit hat aber eine für die weitere Analyse sehr vorteilhafte Konsequenz: Unter dieser Bedingung (und den weiter oben bereits besprochenen Annahmen) lassen sich Präferenzentscheidungen als Maximierungen von Zielfunktionen unter Nebenbedingungen modellieren, und hierfür stehen mathematische Standardverfahren zur Verfügung.

Plausibilität der Unersättlichkeitsannahme

Die Annahme der Nicht-Sättigung erscheint auf den ersten Blick vielleicht als nicht besonders plausibel, wenn man daran denkt, wie oft von der Sättigung eines Marktes gesprochen wird. Eine derartige Beobachtung hat aber im Allgemeinen nichts mit Sättigung im eigentlichen Sinne, sondern mit zu hohen Preisen zu tun. Von einer Sättigung kann man nämlich erst sprechen, wenn ein Gut zu einem Preis von null nicht nachgefragt wird, wenn es also auch niemand geschenkt haben will. Dabei kann ein „Geschenk“ durchaus einen impliziten Preis haben, wenn nämlich Unterhalts-, Entsorgungs- oder sonstige Kosten bestehen, welche mit der Annahme des Geschenks verbunden sind. Die Annahme „Mehr ist besser“ gilt nur für jene Güter, bei denen keine derartigen Kosten mit der Annahme eines Geschenks verbunden sind.

Situationen der Sättigung

Aber selbst wenn der Preis eines Gutes wirklich null ist, wird es Situationen geben, in denen ein derartiges Gut abgelehnt wird. Jede(r) Leser(in) kennt vermutlich die Situation, in welcher man als Gast von dem Gastgeber oder der Gastgebe-

²⁴ Formal bedeutet diese Annahme: $X^{(A)} \succ X^{(B)}$, falls $X_i^{(A)} \geq X_i^{(B)}$ und $X_j^{(A)} > X_j^{(B)}$, $i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$. Verbal: Wenn das Bündel A von einem Gut mehr enthält als das Bündel B und von keinem Gut weniger, so wird A gegenüber B vorgezogen.

rin bei Tische gedrängt wird, doch noch zuzugreifen, obgleich man bereits bis an den Rand seiner Aufnahmefähigkeit gesättigt ist. Die Annahme der Nichtsättigung wird durch dieses Beispiel aber nicht widerlegt, sondern lediglich sein Anwendungsbereich eingeschränkt. Situationen, in denen es tatsächlich zu einer Sättigung kommt, dürften relativ selten sein, so dass ihre Vernachlässigung den Anwendungsbereich der Theorie nicht wesentlich beeinträchtigt.

Die Annahme, dass eine größere Gütermenge einer kleineren vorgezogen wird, hat eine wichtige Konsequenz für die Lage der Indifferenzkurve: Sie muss eine negative Steigung haben. Betrachten wir hierzu Abbildung (A 2.2-3). Ausgehend von dem Punkt A ist jedes Güterbündel, welches sich in dem schraffierten Bereich a befindet, besser als das Güterbündel A , da jedes dieser Güterbündel von beiden Gütern eine größere Menge enthält. Wegen der *Annahme der Nichtsättigung* müssen diese Güterbündel präferiert werden. Analoges gilt für jene Güterbündel, die oberhalb von A auf der durch A gehenden Senkrechten bzw. rechts von A auf der durch A gehenden Waagerechten liegen. Hier ist jeweils die Menge des einen Gutes gleich, die des anderen Gutes aber größer als in A . Also zieht der Haushalt auch diese Güterbündel gegenüber A vor.

Implikation der Nichtsättigung: Fallender Verlauf der Indifferenzkurve

Gut 2

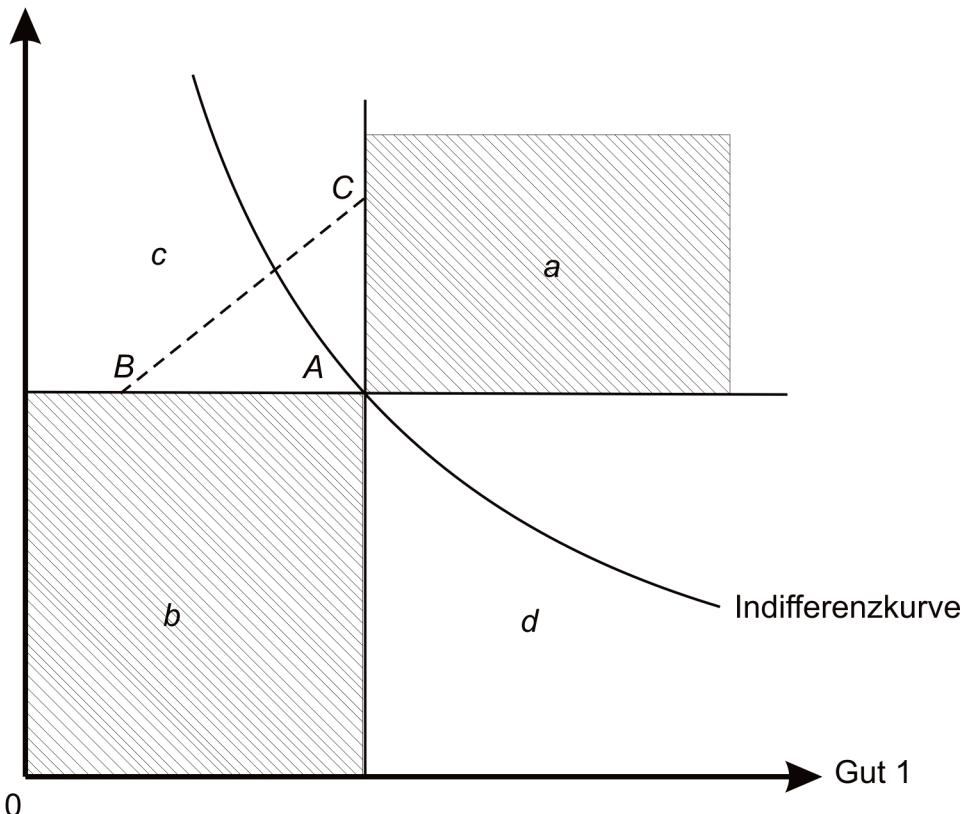


Abbildung (A 2.2-3): Verlauf einer Indifferenzkurve

Das Entgegengesetzte gilt für alle Güterbündel, die in dem schraffierten Bereich b und auf den unterhalb bzw. links von A liegenden Geraden durch A liegen. Diese Güterbündel sind schlechter als A . Indifferent im Vergleich zu A kann der

Haushalt deshalb nur im Hinblick auf jene Güterbündel sein, die in den Bereichen c und d liegen. Tatsächlich muss es in diesen Bereichen Güterbündel geben, die indifferent zu A sind. Die Bündel oberhalb von A sind besser, die links von A schlechter als A . Wegen der *Stetigkeit* der Präferenzen muss bei beliebiger Teilbarkeit der Güter irgendwo auf der Verbindungsgeraden zwischen solchen Punkten wie B und C ein Bündel liegen, welches indifferent zu A ist. Entsprechendes gilt für den Bereich d . Aus diesen Überlegungen folgt, dass die Indifferenzkurve einen fallenden Verlauf haben muss.

Übungsaufgabe 16

Überlegen Sie einmal, bei welchen Entscheidungen Sie Ihre Präferenzordnung eher als lexikografisch ansehen und bei welchen Entscheidungen Sie Ihre Präferenzordnung eher als stetig charakterisieren würden.

Annahme der Konvexität

Wie sieht dieser Verlauf aber aus? Ist die Kurve konvex, konkav oder wechselt konvexe und konkave Bereiche? Aus der Beobachtung wissen wir, dass Haushalte im Allgemeinen „gemischte“ Güterbündel gegenüber „einseitigen“ Bündeln vorziehen. Dies gilt zumindest dann, wenn die Güter nicht zu eng definiert sind. Kein Haushalt wird etwa sein ganzes Geld ausschließlich zum Kauf von Nahrungsmitteln verwenden. Er wird stets auch Geld für die Versorgung mit Kleidung, Wohnung, Transportmitteln etc. ausgeben. Betrachten wir dagegen sehr eng definierte Güterbündel wie z.B. alkoholische Getränke, dann kann es natürlich sein, dass der eine Haushalt nur Bier, der andere nur Wein trinkt. Immerhin dürfte selbst dieser Fall relativ selten sein. Wenn wir also vereinfachend annehmen, dass Haushalte generell gemischte Bündel gegenüber einseitigen Bündeln vorziehen, so impliziert dies eine bestimmte Form der Indifferenzkurve, wie sich aus Abbildung (A 2.2-4) ergibt.

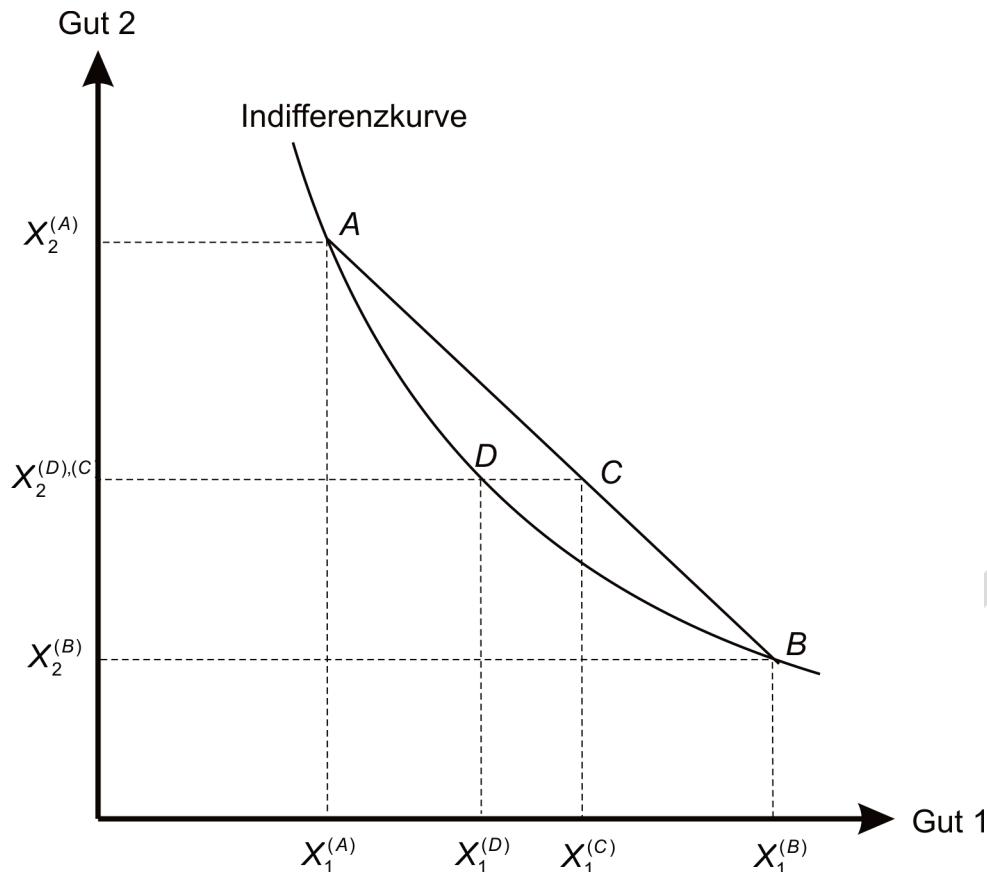


Abbildung (A 2.2-4): Gemischte Bündel werden „reinen“ Bündeln gegenüber vorgezogen

Das Güterbündel **C** enthält einen Anteil k , $0 < k < 1$ der Gütermengen des Bündels **A** und einen Anteil $(1-k)$ der Mengen des Bündels **B**, da es auf einer Geraden liegt, welche die Punkte **A** und **B** verbindet. Es enthält die gleiche Menge des Gutes 2 wie das Bündel **D**, aber eine größere Menge des Gutes 1. Wegen der *Annahme der Nicht-Sättigung* wird **C** gegenüber **D** vorgezogen. Da **D** aber auf einer Indifferenzkurve mit **A** und **B** liegt, heißt dies, dass **C** auch gegenüber **A** und **B** vorgezogen wird. Das aus **A** und **B** gemischte Bündel **C** wird also gegenüber den „einseitigen“ Bündeln **A** bzw. **B** vorgezogen. Wäre die Indifferenzkurve konkav gekrümmt, würde das Gegenteil gelten. Dann würden einseitige Bündel präferiert. Wäre die Indifferenzkurve eine Gerade, wäre der Haushalt indifferent zwischen einseitigen und gemischten Bündeln. Die Beobachtung, dass Haushalte im Allgemeinen gemischte Bündel wählen, spricht also für die Annahme konvexer Indifferenzkurven.

Übungsaufgabe 17

Angenommen, ein Konsument besäße für jedes Gut, welches er konsumieren möchte, eine Sättigungsgrenze. Diese sei aber nicht fix, sondern davon abhängig, welche Mengen der anderen Güter ihm zum Konsum zur Verfügung stehen. Je größer diese Mengen sind, desto weiter schiebt sich die Sättigungsgrenze hinaus. Streben die Mengen gegen unendlich, geht auch seine Sättigungsgrenze gegen unendlich. Gilt für diesen Konsumenten die Unersättlichkeitssannahme?

Grenzrate der Substitution

Diese Annahme wird noch durch eine zweite Eigenschaft streng konvexer Indifferenzkurven gestützt: Die *Grenzrate der Substitution* des Gutes 2 durch das Gut 1 nimmt bei fortlaufender Substitution des Gutes 2 durch das Gut 1 ab. Der Zusammenhang zwischen der Form der Indifferenzkurve und der Grenzrate der Substitution lässt sich mit Hilfe von Abbildung (A 2.2-5) verdeutlichen.

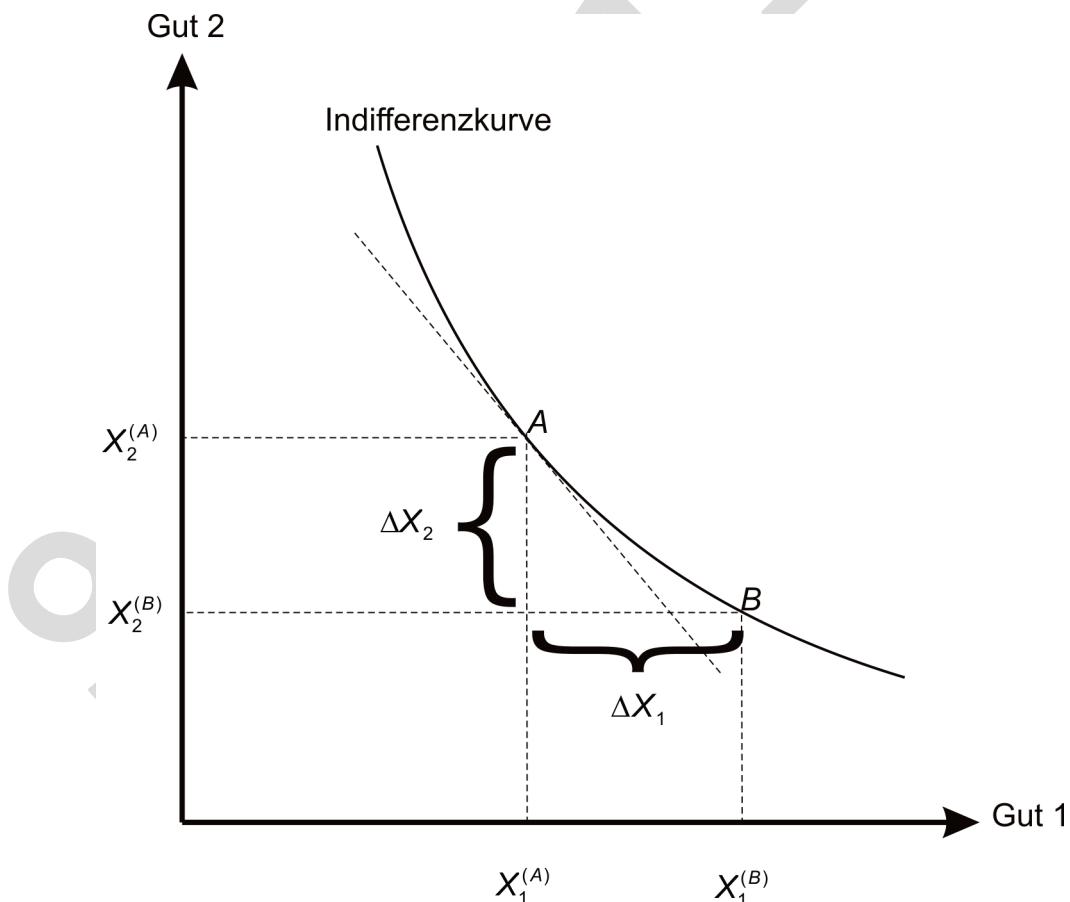


Abbildung (A 2.2-5): Indifferenzkurve und Grenzrate der Substitution

Auf den Achsen sind die Mengen der Güter 1 und 2 abgetragen. Wenn wir die Güter als beliebig teilbar annehmen, repräsentieren alle Punkte auf der Indifferenzkurve Gütermengenkombinationen, zwischen denen der Haushalt indifferent ist. Demnach ist der Haushalt zwischen den Güterbündeln **A** und **B** indifferent. Wenn der Haushalt, ausgehend von dem Güterbündel, welches durch den Punkt **A** bezeichnet wird, eine zusätzliche Menge des Gutes 1 in Höhe von ΔX_1 erhält,

heißt dies, er ist bereit, auf die Menge ΔX_2 des Gutes 2 zu verzichten.²⁵ Der Differentialquotient $\lim_{\Delta X_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}$ gibt an, auf welche Menge des Gutes 2 der Haushalt zu verzichten bereit ist, wenn, ausgehend von dem Punkt A , die Menge des Gutes 1 um eine *marginale* Einheit erhöht wird. Der Differentialquotient wird als die *Grenzrate der Substitution des Gutes 2 durch das Gut 1* bezeichnet.

Dass diese Implikation streng konvexer Indifferenzkurven recht plausibel ist, wird sofort klar, wenn man an breit definierte Konsumgüterbündel wie Nahrungsmittel oder Bekleidung denkt. Ausgehend von einer bisher als sinnvoll empfundenen Aufteilung des Haushaltsbudgets auf diese beiden Gütergruppen, ist der Haushalt bereit, sein Nahrungsmittelbudget einzuschränken, um mehr Geld für Bekleidung auszugeben, wenn hier besonders günstige Angebote locken. Diese Bereitschaft dürfte aber immer kleiner werden, je weiter der Haushalt sein Nahrungsmittelbudget bereits zu Gunsten des Bekleidungsbudgets reduziert hat.

Da die Indifferenzkurve stets fallend ist, wie wir gesehen hatten, ist der Differentialquotient negativ. Damit wir im weiteren Verlauf unserer Analyse nicht mit einer negativen Größe argumentieren müssen, definieren wir:

$$(2.2-1) \quad GRS(2,1) = - \lim_{\Delta X_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}.$$

Dann ist die Grenzrate der Substitution positiv. Wenn der Haushalt nach dem Gesagten für eine marginale zusätzliche Ausstattung mit Gut 1 maximal bereit ist, auf die bezeichnete kleine Menge ΔX_2 zu verzichten, so können wir auch sagen, der Haushalt sei für eine kleine zusätzliche Einheit des Gutes 1 bereit, die durch (2.2-1) bezeichnete Menge ΔX_2 „zu zahlen“. Wird das Gut 2 in dieser Weise als „Zahlungsmittel“ (Numéraire-Gut) interpretiert, so wird aus der Grenzrate der Substitution zwischen den Gütern 2 und 1 die *marginale Zahlungsbereitschaft (MZB)* für das Gut 1. Diese Terminologie ist in weiten Teilen der angewandten Mikroökonomie (z.B. im Bereich der Nutzen-Kosten-Analyse) weit verbreitet. (Wir verwenden sie auch in den folgenden Teilen dieses Kurses.)

Plausibilität der Konvexitätsannahme

Grenzrate der Substitution und marginale Zahlungsbereitschaft

²⁵ Man kann diesen Sachverhalt auch so ausdrücken: Wenn der Haushalt die Menge ΔX_1 zusätzlich erwerben möchte, entstehen ihm Opportunitätskosten in Höhe von ΔX_2 . Da der Begriff der Opportunitätskosten erst in Kurseinheit 3 ausführlich behandelt wird, wollen wir an dieser Stelle nicht weiter darauf eingehen.

Übungsaufgabe 18

Können Präferenzordnungen, welche den Rationalitätsaxiomen und den drei ergänzenden Annahmen genügen, Indifferenzkurven implizieren, welche die Achsen berühren?

Substitutionselastizität

Je „schwieriger“ es ist, das Gut 2 durch das Gut 1 zu substituieren, desto stärker ist die Indifferenzkurve gekrümmmt. Ein Maß für die Krümmung ist die *Substitutionselastizität*. Sie gibt das Verhältnis von relativer Änderung der nachgefragten Gütermengen zur relativen Änderung der Grenzrate der Substitution an. Bezeichnet man das Verhältnis, in welchem die beiden Güter nachgefragt werden, mit $v = \frac{X_2}{X_1}$, so gilt für die Substitutionselastizität:

$$(2.2-2) \quad \varepsilon_{Sub}(2,1) = \lim_{\Delta X_1 \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta v}{v}}{\frac{\Delta GRS}{GRS}}.$$

Werden Einheiten des Gutes 2 durch Einheiten des Gutes 1 ersetzt, ist $\Delta v (= v_{neu} - v_{alt})$ negativ. Die Grenzrate der Substitution wird kleiner, ΔGRS ist also ebenfalls negativ. Dann ist die Substitutionselastizität positiv. Die Grenzrate der Substitution und das Verhältnis, in welchem die beiden Gütermengen nachgefragt werden, ändern sich also stets in derselben Richtung. Je kleiner diese Elastizität, desto stärker ist die Indifferenzkurve gekrümmmt. Wäre die Indifferenzkurve eine Gerade, so bliebe die Grenzrate der Substitution bei fortlaufender Ersetzung des Gutes 2 durch das Gut 1 unverändert und der Nenner in obigem Ausdruck wäre null. Die Substitutionselastizität würde gegen unendlich streben. Hätte die Indifferenzkurve einen L-förmigen Verlauf, so wäre die Substitutionselastizität null.

Ausgehend vom Eckpunkt können bei einer Steigerung von Gut 1 um ΔX_1 die Einheiten von Gut 2 nicht gesenkt werden: $\Delta X_2 = 0$. Daraus folgt $GRS = 0$. Die Substitutionselastizität ist in diesem Fall per Definitionem ebenfalls gleich null.²⁶ Diese beiden Grenzfälle sind zwar durch die *Konvexitätsannahme* ausgeschlossen, sie machen aber die Aussage, dass die Substitutionselastizität ein Maß für die Krümmung der Indifferenzkurve ist, besser verständlich. Abbildung (A 2.2-6) veranschaulicht den Begriff der Substitutionselastizität grafisch.

²⁶ Da sowohl $GRS = 0$ als auch $\Delta GRS = 0$ lässt sich dieser Wert nicht mit Hilfe der Formel (2.2-2) ermitteln.

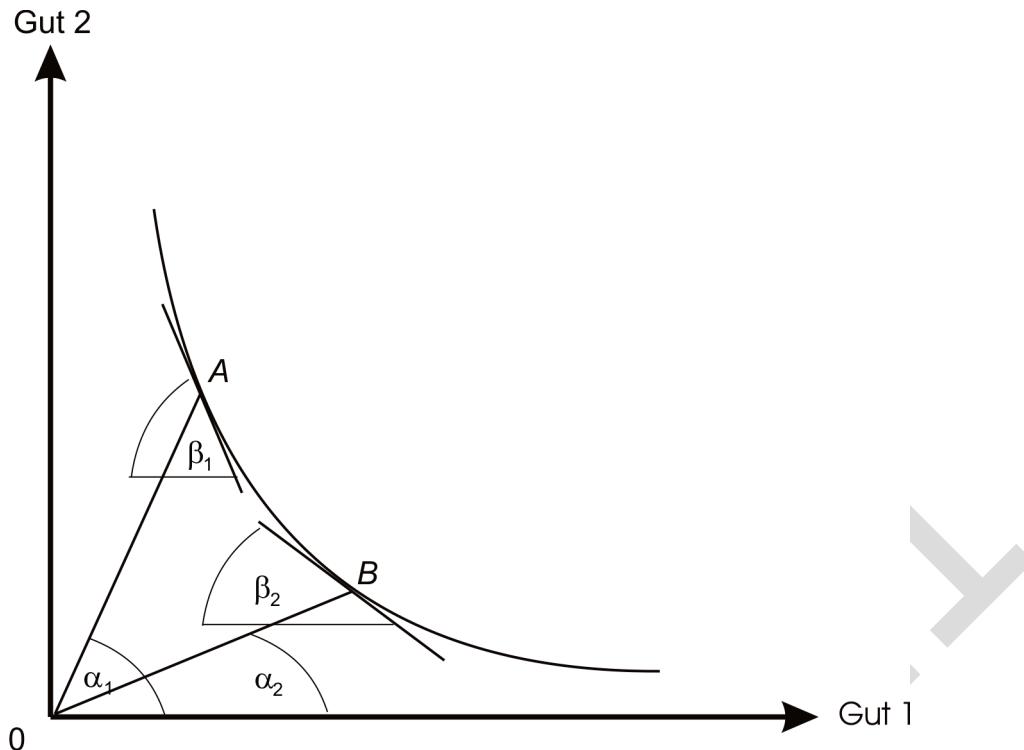


Abbildung (A 2.2-6): Grafische Darstellung der Substitutionselastizität

Die Winkel α geben das Nachfrageverhältnis ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{X_2}{X_1}$), die Winkel β

($\operatorname{tg} \beta = \left| \frac{\Delta X_2}{\Delta X_1} \right|$) die Grenzrate der Substitution für die beiden Güterbündel an. Bei

einer Substitution von X_2 durch X_1 werden beide Winkel kleiner. Mit zunehmender Krümmung der Indifferenzkurve ändert sich der Winkel β stärker als der Winkel α , wenn X_2 durch X_1 ersetzt wird.

Mit Hilfe des Begriffs der Indifferenzkurve können wir jetzt eine wichtige Implikation des Transitivitätsaxioms und der Unersättlichkeitssannahme für den Verlauf der Indifferenzkurven grafisch veranschaulichen. Betrachten wir hierzu Abbildung (A 2.2-7). In dieser Abbildung sind zwei Indifferenzkurven eingezeichnet, die sich schneiden. Die Güterbündel **A** und **B** werden als gleichwertig erachtet, da sie auf einer Indifferenzkurve liegen. Das Gleiche gilt für die Güterbündel **C** und **D**. Das Güterbündel **C** ist aber eindeutig besser als das Güterbündel **A**, da es die gleiche Menge des Gutes 2, aber eine größere Menge des Gutes 1 enthält („Mehr ist besser“).

Indifferenzkurven dürfen sich nicht schneiden

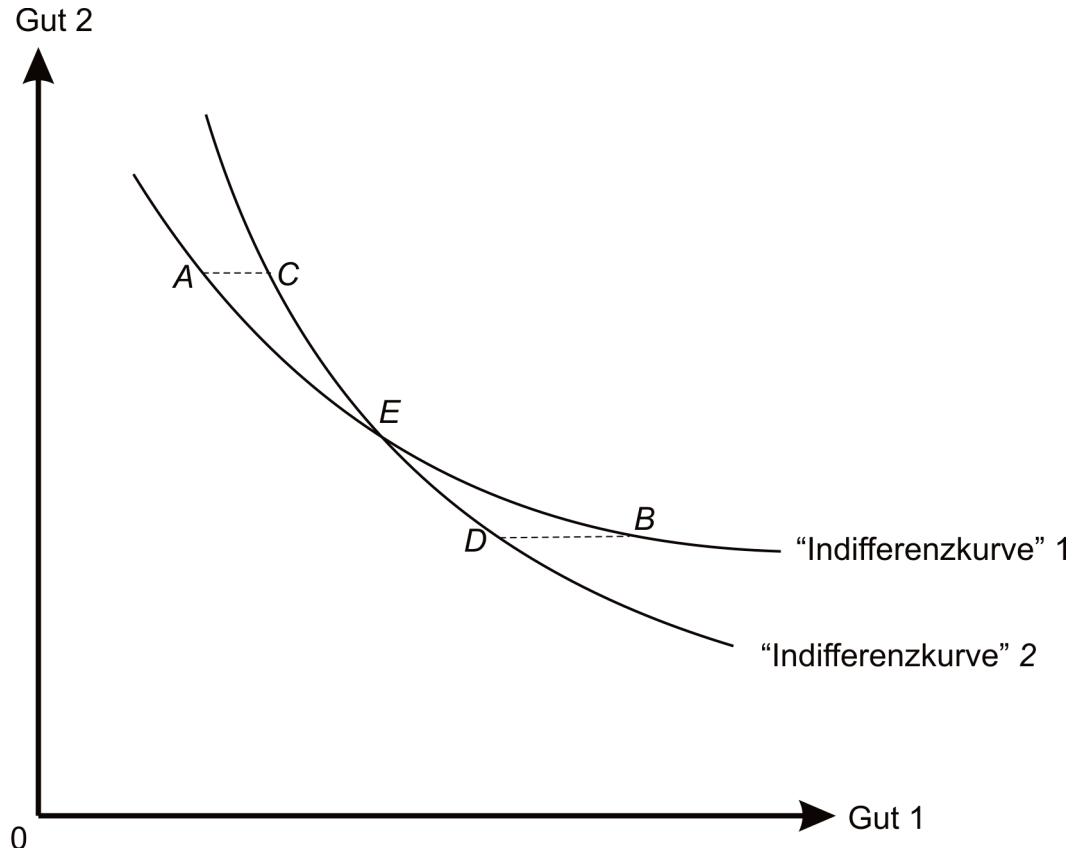


Abbildung (A 2.2-7): Intransitive Präferenzordnung

Entsprechendes gilt für das Güterbündel B im Vergleich zum Güterbündel D . Formal lässt sich dieser Sachverhalt als $A \sim E \sim C \Rightarrow A \sim C$ ausdrücken. Dies steht aber im Widerspruch zum Axiom der Unersättlichkeit, welches $C > A$ impliziert. Wenn Indifferenzkurven sich schneiden, ist die Präferenzordnung mithin widersprüchlich, also nicht transitiv. Anders formuliert: Wegen des Axioms der Transitivität (und der Unersättlichkeitsannahme), dürfen Indifferenzkurven sich nicht schneiden.

Übungsaufgabe 19

Falls die marginale Zahlungsbereitschaft für eine Einheit des Gutes 1 drei Einheiten des Gutes 2 beträgt (z.B. 3€, falls es sich bei dem Gut 2 um das Geldgut handelt), wie groß ist dann die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1?

Präferenzordnung wird durch ein System von Indifferenzkurven abgebildet

Wir haben bisher überwiegend von „der“ bzw. „einer“ Indifferenzkurve gesprochen. Wir hatten aber bereits darauf hingewiesen, dass eine Indifferenzkurve nur dann zur Beschreibung der Präferenzordnung ausreichen würde, wäre der Haushalt indifferent zwischen allen Güterbündeln. Wegen der *Annahme der Nicht-Sättigung* ist dies jedoch nicht möglich. Wie viele Indifferenzkurven benötigen wir dann aber zur Beschreibung der Präferenzordnung? Wegen der drei Rationalitätsaxiome und der drei zusätzlichen Annahmen liegt jedes Güterbündel, also je-

der Punkt in dem Koordinatensystem, einschließlich der Punkte auf den Achsen, auf einer Indifferenzkurve, welche einen fallenden Verlauf hat, konvex gekrümmmt ist und keine andere Indifferenzkurve schneidet. Zeichnen wir eine Gerade durch den Ursprung, so repräsentiert, ausgehend von dem Ursprungspunkt, jeder Punkt auf dieser Geraden wegen des *Vollständigkeitsaxioms* und der *Annahme der Unersättlichkeit* ein Güterbündel, welches gegenüber dem vorhergehenden präferiert wird. Je weiter das Güterbündel vom Ursprung entfernt ist, desto stärker wird es präferiert. Durch jeden einzelnen dieser Kurvenpunkte verläuft eine fallende, streng konvexe Indifferenzkurve. Wegen der *Annahmen der Stetigkeit* und der *Unersättlichkeit* sind diese Indifferenzkurven keine „Bänder“, sondern unendlich feine Linien, die sich wegen des *Transitivitätsaxioms* nicht schneiden. Das gesamte Koordinatensystem ist somit vollständig ausgefüllt durch eine Schar von dicht nebeneinander liegenden Indifferenzkurven. Das System der Indifferenzkurven ist im wahrsten Sinne des Wortes flächendeckend, denn es deckt die gesamte Fläche zwischen der Ordinate und der Abszisse. Es gibt keinen Punkt, der nicht auf einer Indifferenzkurve liegt. Da die Indifferenzkurven den Güterraum nach dem Kriterium der Präferenz für Güterbündel widerspruchsfrei ordnen, kann jedes beliebige Güterbündel mit jedem anderen beliebigen Güterbündel nach diesem Kriterium verglichen werden. Abbildung (A 2.2-8) veranschaulicht diese Aussage. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind allerdings nur sechs Indifferenzkurven eingezeichnet und auch diese nicht dicht beieinander.

Gut 2

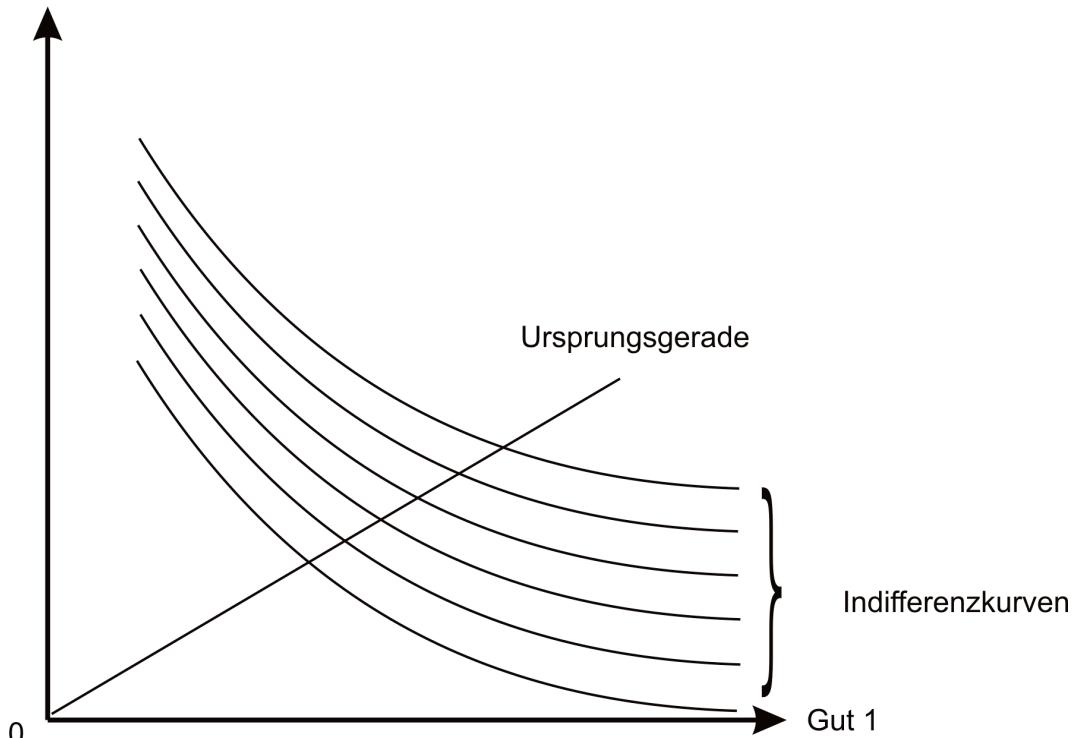


Abbildung (A 2.2-8): Das Indifferenzkurvensystem eines 2-dimensionalen Güterraums

Wir haben uns bei der Darstellung der Präferenzordnung auf den Fall von zwei Gütern beschränkt. Dadurch wird es möglich, die Axiome grafisch zu veranschau-

n-Güterfall

lichen. In einer formalen (mathematischen) Darstellung ist es kein großes Problem, die hier gegebenen Erläuterungen auf den n -Güterfall zu erweitern. Wir sehen hiervon jedoch ab, da eine derartige Erweiterung den Rahmen der für diesen Kurs gewählten Darstellung sprengen würde.²⁷ Zusammengefasst können wir feststellen:

Zusammenfassung

Die Rationalitätsaxiome bewirken zusammen mit den drei zusätzlichen Annahmen, dass wir die Präferenzordnung durch eine Schar von Indifferenzkurven, ein Indifferenzkurvenschema, abbilden können. Die Indifferenzkurven haben einen fallenden, streng konvexen Verlauf. Sie können keine Geraden sein. Indifferenzkurven, welche weiter vom Ursprung entfernt liegen, werden präferiert. Die höchste für den Haushalt erreichbare Indifferenzkurve ist die beste.

Übungsaufgabe 20

Muss sich eine Präferenzordnung stets auf Bündel von Gütern beziehen oder kann sie sich auch auf einzelne Güter beziehen?

2.2.3 Nutzen und Nutzenfunktion

2.2.3.1 Der Begriff des Nutzens

Nutzentheorie und Utilitarismus

Der Begriff des *Nutzens* geht auf Jeremy BENTHAM²⁸ und die von ihm begründete moralphilosophische Schule des Utilitarismus zurück. In der Ethik des *Utilitarismus* bestimmt sich der Wert einer Handlung durch den Nutzen, den diese Handlung für die Gesellschaft bewirkt. Dabei setzt sich der gesellschaftliche Nutzen aus der Summe der individuellen Nutzen zusammen. Nach dieser Vorstellung ist der Nutzen eine kardinal messbare Größe, ähnlich dem Gewicht, der Länge oder der Zeit. Unter dieser Bedingung kann ein Konsument angeben, welche Nutzenmenge ihm der Konsum einer Gütereinheit stiftet, und entsprechend lässt sich „der“ Nutzen, den ein Mensch insgesamt aus seinem Konsum zieht, aus der Summe seiner Konsumakte bestimmen. Die Utilitaristen nehmen zusätzlich an, dass die Nutzen unterschiedlicher Personen in den gleichen Einheiten gemessen werden. Dadurch sind die Nutzen unterschiedlicher Individuen auch interpersonell

²⁷ Eine stärker formal ausgerichtete Darstellung für den n -Güterfall findet sich z.B. bei HERBERG (1994).

²⁸ Jeremy BENTHAM, 1748-1832, englischer Philosoph und Ökonom, Mitbegründer des Utilitarismus. Durch ihn wurde die Formulierung populär, „der Staat solle das gesellschaftliche Leben so gestalten, dass „das größte Glück der größten Zahl“ erreicht werde. Als vorbildlich für jeden Wissenschaftler (vom Doktoranden bis zum emeritierten Professor) darf BENTHAMS Arbeitseinsatz gelten. So führt Gablars Wirtschaftslexikon aus, er habe bis ins hohe Alter „permanent und viel geschrieben (täglich 15 Seiten).“ Relativierend wird allerdings auch berichtet, ein ererbtes Vermögen habe es ihm erlaubt, „keinen Beruf auszuüben und seinen Neigungen nachzugehen.“ Da können wohl nur diejenigen mithalten, die keinerlei Unterschied zwischen Beruf und Neigung erblicken.

vergleichbar. Auf dieser Basis haben die Begründer der *Grenznutzenschule*, JEVONS, MENGER und GOSSEN²⁹, ihre *Nutzentheorie* entwickelt. Zwei zentrale Aussagen dieser Theorie lauten:

1. Mit zunehmendem Konsum nimmt der Nutzen, den die letzte konsumierte Einheit eines Gutes (*Grenznutzen*) stiftet, ab. (Man bezeichnet diese Aussage auch als das *1. Gossen'sche Gesetz oder als das Gesetz vom abnehmenden Grenznutzen.*)
2. Ein Konsument, der seinen Nutzen maximieren möchte, wird seine Konsumausgaben in der Weise auf die verschiedenen Konsumgüter verteilen, dass der Grenznutzen der letzten Geldeinheit in allen Verwendungen gleich ist (*2. Gossen'sches Gesetz oder Gesetz vom Ausgleich der Grenznutzen*).

Später setzte sich unter den Ökonomen die Ansicht durch, dass der Nutzen nicht kardinal, sondern nur ordinal messbar sei. Ein Konsument kann zwar angeben, ob er ein bestimmtes Güterbündel gegenüber einem anderen vorzieht oder nicht, er ist aber nicht in der Lage zu sagen, um wie viele „Einheiten“ sein Nutzen höher ist, wenn er das präferierte Bündel wählt. Mit anderen Worten: Ein *intrapersoneller Nutzenvergleich* ist nicht möglich. Wenn der Nutzen aber nicht kardinal messbar ist, besteht auch keine Möglichkeit, den Nutzen eines Konsumenten mit dem Nutzen eines anderen Konsumenten zu vergleichen, also einen *interpersonellen Nutzenvergleich* durchzuführen. Damit wurde der bis dahin vorherrschenden Nutzentheorie zunächst das Fundament entzogen. Es zeigte sich jedoch bald, dass es der Annahme einer kardinalen Messbarkeit des Nutzens nicht bedarf, um das Entscheidungsverhalten der Konsumenten mit Hilfe von Nutzenfunktionen zu beschreiben. Eine ordinale Messbarkeit des Nutzens ist hierfür ausreichend. Wie wir sehen werden, lässt sich das 2. Gossen'sche Gesetz, welches zunächst mit Hilfe kardinaler Nutzenfunktionen gewonnen wurde, auch mit Hilfe der Präferenztheorie ableiten. Diese basiert auf den Rationalitätsaxiomen und den zusätzlichen Annahmen und erfordert damit lediglich eine ordinale Messbarkeit des Nutzens. Durch den Übergang von der kardinalen zur ordinalen Nutzentheorie wird das Konzept der Nutzenfunktion deshalb nicht hinfällig.

1. Gossen'sches Gesetz

2. Gossen'sches Gesetz

Problem: Nutzen ist nicht kardinal messbar

²⁹ Hermann Heinrich GOSSEN, 1810-1858, Mitbegründer der neoklassischen Nutzen- und Preistheorie. Hauptwerk: „Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fließenden Regeln für menschliches Handeln“, 1854. Die Bedeutung der Arbeiten von Gossen für die Wirtschaftstheorie wurde erst nach seinem Tod (u.a. von Jevons und Walras) entdeckt.

William Stanley JEVONS, 1835-1882, Mitbegründer der neoklassischen Nutzentheorie, Hauptwerk: „The Theory of Political Economy“ (1871).

Carl MENGER, 1840-1921, Begründung der „Österreichischen Grenznutzenschule“, Hauptwerke: „Grundsätze der Volkswirtschaftslehre“, (1871), „Untersuchungen über die Methode der Sozialwissenschaft und Politischen Ökonomie insbes.“(1883).

Übungsaufgabe 21

Angenommen, der Nutzen jedes Konsumenten könne kardinal gemessen werden, für jeden Konsumenten bestünde aber ein eigener Maßstab. Wären die Nutzen dann interpersonell vergleichbar?

2.2.3.2 Abbildung der Präferenzordnung durch eine Nutzenfunktion

Kardinale
Nutzenfunktion

Gehen wir zum Einstieg „für einen Moment“ vom kardinalen Nutzenverständnis der oben zitierten Begründer der neoklassischen Nutzentheorie aus, so wird mit einer *Nutzenfunktion* die Befriedigung gemessen, die der Konsum dem betreffenden Konsumenten stiftet. Die unabhängigen Variablen sind hierbei die Mengen der verschiedenen konsumierten Güter, abhängige Variable ist der Nutzen, der einen Ausdruck für den Grad der erreichten Befriedigung bildet.

Ordinale
Nutzenfunktion

Rücken wir von der kardinalen Nutzenvorstellung ab und gehen zur ordinalen Nutzentheorie über, so fragt sich, was eine Nutzenfunktion in diesem Kontext noch zu leisten vermag. Ein Befriedigungsniveau kann sie per definitionem nicht mehr messen. Sie ist aber immer noch Ausdruck der Ordnung zwischen verschiedenen Güterbündeln, die der Konsument nach Maßgabe seiner Vorlieben (also: seiner Präferenz) herstellt. Eine Funktion stellt eben diese Ordnung her, wenn sie von zwei verschiedenen Güterbündeln stets demjenigen einen höheren Funktionswert zuordnet, welches vom Konsumenten dem anderen vorgezogen wird. Ist ein Konsument indifferent zwischen zwei Güterbündeln, so muss die Funktion diesen beiden Güterbündeln denselben Funktionswert zuordnen, um sich als „Nutzenfunktion“ zu qualifizieren. Etwas strenger formuliert bedeutet dies:

Unter einer Nutzenfunktion $U(X)$ versteht man eine Funktion, welche jedem Güterbündel X eine reelle Zahl derart zuordnet, dass ein Bündel, welches von einem Konsumenten als besser erachtet wird, eine höhere Zahl erhält und ein Bündel, welches als gleich gut erachtet wird, die gleiche Zahl.

Nutzenzahlen

Wir wollen diese Zahlen im Folgenden *Nutzenzahlen* nennen. Formal lautet die Definition:

$$(2.2-3) \quad U(X^{(A)}) > U(X^{(B)}) \text{ dann und nur dann, wenn } X^{(A)} \succ X^{(B)};$$

$$U(X^{(A)}) = U(X^{(B)}) \text{ dann und nur dann, wenn } X^{(A)} \sim X^{(B)}.$$

Übungsaufgabe 22

Angenommen, ein Konsument besitze eine Präferenzordnung über Güterbündel, welche aus den beiden Gütern X_1 und X_2 bestehe. Wird seine Nutzenfunktion dann als $U = U(X_1, X_2)$ und/oder als $U = U(X)$ geschrieben? X soll ein Güterbündel repräsentieren, welches aus den Gütermengen X_1 und X_2 besteht.

Diese Nutzenfunktion ist ordinal, d.h. sie ordnet die Güterbündel in der Reihenfolge ihrer Bewertung durch den Konsumenten. Die Abstände zwischen den Nutzenzahlen sind ohne Bedeutung. Dies impliziert, dass ein und dieselbe Präferenzordnung durch unendlich viele unterschiedliche Nutzenfunktionen ausgedrückt werden kann. Angenommen, die Nutzenfunktion $U = U(X)$ bilde eine bestimmte Präferenzordnung ab. Dann bildet die Funktion $V(X) = F[U(X)]$ dieselbe Präferenzordnung ab, vorausgesetzt, es gilt $F' > 0$, d.h. wenn U steigt, muss auch V steigen. Mit anderen Worten: Jede streng monoton steigende Transformation einer Nutzenfunktion ist ebenfalls eine Nutzenfunktion, welche geeignet ist, die gegebene Präferenzordnung zu beschreiben. Zwei alternative Formulierungen, welche oft gebraucht werden und das Gleiche besagen, lauten: $U = U(X)$ ist eindeutig bis auf eine positive streng monotone Transformation oder: bis auf eine streng monoton steigende Transformation.³⁰

Implikation der
Ordinalität

Übungsaufgabe 23

Angenommen, die Funktion $U = X_1^2 + X_2^2$ beschreibe eine Präferenzordnung. Beschreibt die Funktion $V = (X_1 + X_2)^2$ dann die gleiche Präferenzordnung?

Es lässt sich zeigen, dass jede Präferenzordnung, welche den *Rationalitätsaxiomen* und der *Stetigkeitsannahme* genügt, durch eine Nutzenfunktion dargestellt werden kann.³¹ Dass die Rationalitätsaxiome notwendig sind, ist leicht einzusehen: Bei Unvollständigkeit der Präferenzordnung blieben Alternativen ungeordnet, es könnten ihnen keine Nutzenzahlen zugeordnet werden. Bei Intransitivität erhalten Güterbündel, die als gleichwertig angesehen werden, unterschiedliche und solche, die als unterschiedlich bewertet werden, gleiche Nutzenzahlen. Bei fehlender Reflexivität erhalten identische Güterbündel unterschiedliche Nutzenzahlen.

Präferenzordnung und
Nutzenfunktion

Die Stetigkeitsannahme ist notwendig, damit die Nutzenfunktion ebenfalls stetig ist. Dadurch wird die Anwendung vergleichsweise einfacher mathematischer Optimierungsverfahren möglich. Zur Anwendung der Differentialrechnung ist allerdings zusätzlich die Annahme der Differenzierbarkeit der Nutzenfunktion erforderlich. Abbildung (A 2.2-9) stellt eine Indifferenzkurve dar, welche im Punkt a einen Knick aufweist. Sie ist zwar stetig, im Punkt a aber nicht differenzierbar, da die linksseitige und die rechtsseitige Ableitung unterschiedliche Werte haben, wie man an den Steigungen der Tangenten erkennen kann.

Annahme der Stetigkeit
und Differenzierbarkeit

³⁰ Manchmal findet sich diese Aussage ohne den Zusatz „streng“. Dies ist aber mathematisch eigentlich nicht korrekt.

³¹ Ein Beweis findet sich z.B. bei GRAVELLE/REES (2004), S. 43 ff.

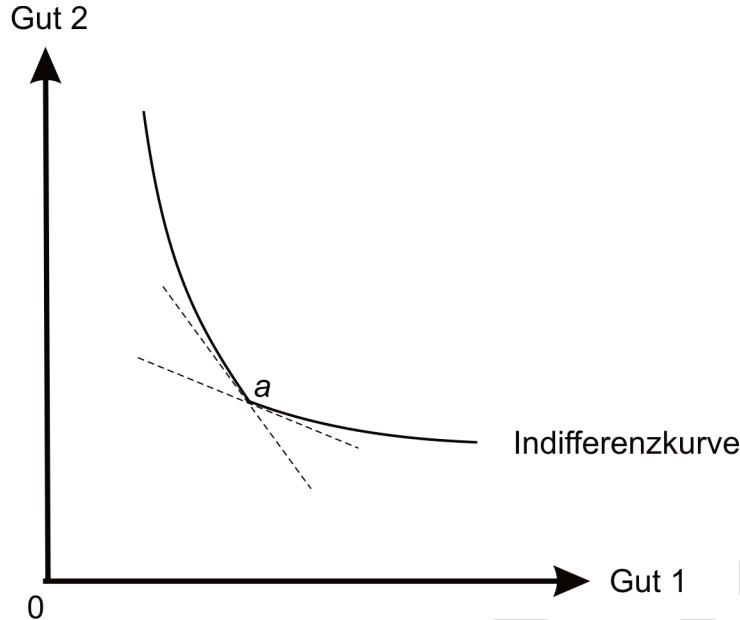


Abbildung (A 2.2-9): Stetige, aber nicht differenzierbare Indifferenzkurve

Indifferenzkurve ist Kontur der Nutzenfunktion

Jene Kombinationen von Werten der unabhängigen Variablen in einer Funktion, welche zu einem konstanten Funktionswert führen, heißen *Kontur* dieser Funktion. Bei der Nutzenfunktion hat diese Kontur einen besonderen Namen, sie heißt *Indifferenzkurve*. Formal schreiben wir die Indifferenzkurve als:

$$(2.2-4) \quad U(X_1, X_2) = \bar{U} \text{ oder } X_1 = F(X_2, \bar{U}).$$

Sie gibt die Menge aller Werte X_1 und X_2 an, welche zu einem konstanten Nutzen in Höhe von \bar{U} führen.

Ableitung der Grenzrate der Substitution

Die Grenzrate der Substitution, die wir vorher aus der Indifferenzkurve grafisch abgeleitet hatten, lässt sich unter Verwendung der Nutzenfunktion jetzt analytisch ableiten. Dazu bilden wir das totale Differenzial der Nutzenfunktion:

$$(2.2-5) \quad dU = \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2} dX_2.$$

Der Ausdruck $\frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1}$ gibt die Änderung des Nutzens – genauer: der Nutzenzahl – bei einer marginalen Änderung der Menge des Gutes 1 an. Man bezeichnet ihn als Grenznutzen dieses Gutes. Entsprechendes gilt für das Gut 2. Wegen der *Annahme der Nichtsättigung* ist dieser Grenznutzen stets positiv.

Da wir im Augenblick nur solche Änderungen der Gütermengen betrachten wollen, welche den Nutzen unverändert lassen (Indifferenzkurve!), gilt:

$$(2.2-6) \quad \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2} dX_2 = 0.$$

Daraus ergibt sich die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 zu

$$(2.2-7) \quad GRS(2,1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{\frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1}}{\frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2}} = \frac{U_1}{U_2}.^{32}$$

Übungsaufgabe 24

Berechnen Sie die Grenzrate der Substitution für die Nutzenfunktion $U = X_1^\alpha X_2^\beta$.

Trotz der Ordinalität der Nutzenfunktion bleibt das *Vorzeichen* des Grenznutzens bei einer monoton steigenden Transformation der Nutzenfunktion erhalten, nicht aber der *Wert* des Grenznutzens:

$$(2.2-8) \quad V(X) = F[U(X)]$$

$$\frac{\partial V(X)}{\partial X_1} = F'[U(X)] \left[\frac{\partial U(X)}{\partial X_1} \right] = F'U_1.$$

Wegen $F' > 0$ hat $\frac{\partial V(X)}{\partial X_1}$ das gleiche Vorzeichen wie $\frac{\partial U(X)}{\partial X_1}$, aber einen anderen Wert. Für die zweite partielle Ableitung der transformierten Nutzenfunktion gilt:

$$(2.2-9) \quad V_{11} = F''U_1^2 + F'U_{11}.$$

Die zweite Ableitung der transformierten Nutzenfunktion hätte nur dann das gleiche Vorzeichen wie die der ursprünglichen Nutzenfunktion, wenn $F'' = 0$ gelten würde, wenn also nur lineare Transformationen zulässig wären. Eine derartige Eigenschaft wird aber durch die Definition der Nutzenfunktion nicht impliziert. Im Gegensatz zum Vorzeichen des Grenznutzens selber ist das Vorzeichen der Änderung des Grenznutzens also nicht invariant gegenüber einer monoton steigenden Transformation der Nutzenfunktion. Aussagen über Änderungen des Grenznutzens sind deshalb sinnlos. Wir könnten stets eine zulässige Transformation der Nutzenfunktion finden, welche einer derartigen Aussage widerspräche. Aus diesem Grund lässt sich das 1. Gossen'sche Gesetz (Gesetz vom abnehmenden Grenznutzen) nicht aus der Definition der Nutzenfunktion ableiten.

Die Grenzrate der Substitution bleibt dagegen unverändert, wenn die Nutzenfunktion transformiert wird. Aus (2.2-7) und (2.2-8) ergibt sich nämlich:

³² Wenn es die Übersichtlichkeit erfordert, werden wir im Folgenden zur Kennzeichnung einer partiellen Ableitung der Funktion $f(x_1, \dots, x_n)$ nach dem i -ten Argument neben der Schreibweise $\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i}$ auch die Schreibweise $f_i(x_1, \dots, x_n)$ oder einfach f_i verwenden.

Grenznutzen und GRS bei Nutzentransformation

$$(2.2-10) \quad GRS(2,1) = \frac{V_1}{V_2} = \frac{F'U_1}{F'U_2} = \frac{U_1}{U_2}.$$

Übungsaufgabe 25

Zeichnen Sie die Indifferenzkurven zu folgenden Nutzenfunktionen:

- a) $U = 3X_1 + X_2$
- b) $U = (X_1 X_2)^2$
- c) $U = (X_1^2 + X_2^2)^{\frac{1}{2}}$
- d) $U = \ln X_1 + \ln X_2$

und berechnen Sie die zugehörigen Grenzraten der Substitution.

2.2.4 Nutzenmaximierung

2.2.4.1 Die Budgetrestriktion

Beschränkung der Alternativenmenge durch das Budget

Wir hatten postuliert, dass ein rational entscheidender Haushalt in der Lage sei, die ihm zur Verfügung stehenden Alternativen gemäß seinen Präferenzen zu ordnen. Dann hatten wir gesehen, dass diese Präferenzordnung durch eine ordinale Nutzenfunktion abgebildet werden kann. Während wir bei der Modellierung des Entscheidungsverhaltens eines rationalen Haushalts mit Hilfe der Präferenztheorie von einer gegebenen Alternativenmenge ausgegangen sind, fehlt uns bei der Modellierung mit Hilfe der Nutzenfunktion bisher eine derartige Beschränkung der Auswahlmöglichkeiten. Wir führen sie jetzt unter dem Begriff der *Budgetrestriktion* ein. Man versteht darunter jene Geldsumme, die dem Haushalt zum Kauf der von ihm begehrten Güter in der betrachteten Periode zur Verfügung steht. Der Haushalt kann nicht mehr ausgeben, er wird aber auch nicht weniger ausgeben, wenn er seinen Nutzen maximieren möchte, da dieser Betrag nur für Konsumzwecke zur Verfügung steht und für sonst nichts. Deshalb sprechen wir auch von einem *Konsumbudget*.³³ Solange nichts anderes gesagt ist, unterstellen wir, dass das Budget und die Güterpreise für den Haushalt gegeben sind. Die Gütermengen kann er dagegen im Rahmen seiner Budgetbeschränkung frei wählen, sie dürfen allerdings nicht negativ sein. Der Haushalt kann also keine Güter verkaufen.

³³ Nach dieser Lesart ist die Aufteilung des Gesamtbudgets in Konsumbudget und „Restbudget“ exogen gegeben. Man könnte sich daran stören und fordern, dass auch diese Aufteilung endogen, d.h. über die Nutzenmaximierung, bestimmt werden müsse. Diesen Weg können wir jedoch an dieser Stelle noch nicht gehen, weil wir Sparentscheidungen erst später (in Kapitel 2.7) behandeln. Häufig wird der oben erklärte Zusammenhang deshalb auch so eingeführt: Das oben betrachtete Budget ist das gesamte dem Haushalt zur Verfügung stehende Budget. Dass der Haushalt etwas spart oder sich verschuldet, wird qua Annahme aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Bezeichnen wir das Budget mit B , den Preis eines Gutes i , welches der Haushalt kaufen möchte, mit P_i , und die Menge dieses Gutes mit X_i , so können wir die Budgetrestriktion schreiben als

$$(2.2-11) \quad B = P_1 X_1 + P_2 X_2 + \dots + P_n X_n.$$

Beschränken wir uns auf die Betrachtung des 2-Güter-Falls und lösen die Gleichung nach dem Gut 2 auf, so erhalten wir die Geradengleichung

$$(2.2-12) \quad X_2 = \frac{B}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} X_1.$$

Der Graph dieser Gleichung heißt *Budgetgerade*. Abbildung (A 2.2-10) stellt diesen Graphen dar.

Alle Konsumgüterbündel, die auf oder unter der Budgetgeraden liegen, einschließlich jener, die auf den Achsen liegen, kann sich der Haushalt mit seinem Budget „leisten“. Die Menge dieser Konsumbündel nennt man die *Konsummöglichkeitsmenge*. Die Budgetgerade bildet die Obergrenze dieser Menge. Die Steigung der Budgetgeraden beträgt $-tg\alpha = \frac{dX_2}{dX_1} = -\frac{P_1}{P_2}$. Sie gibt das Verhältnis an,

in welchem die beiden Güter am Markt getauscht werden: Eine Einheit des Gutes 1 wird gegen $\frac{P_1}{P_2}$ Einheiten des Gutes 2 getauscht.

Budgetbeschränkung
und Budgetgerade

Konsummöglichkeitsmenge

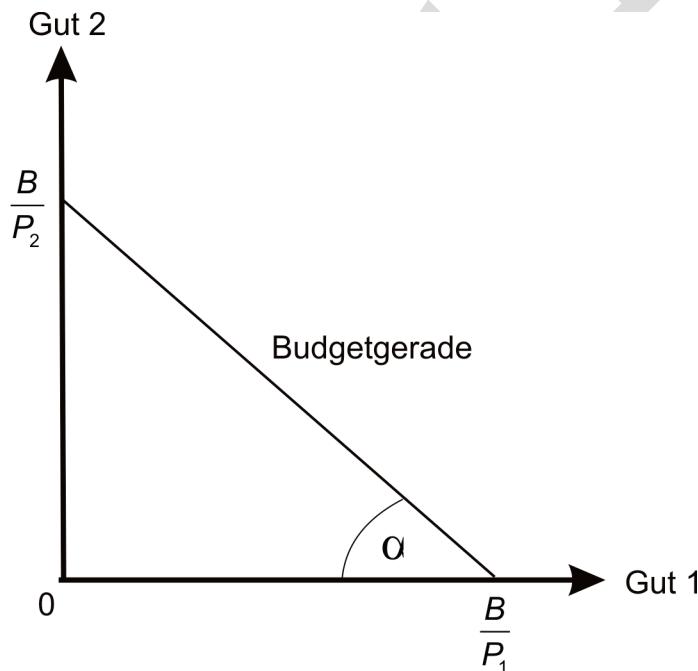


Abbildung (A 2.2-10): Die Budgetgerade

Betrachten wir zur Verdeutlichung ein Beispiel. Bei dem Gut 1 handele es sich um Wein, bei dem Gut 2 um Bier. Es gelte $P_1 = 4$ und $P_2 = 2$. Dann ist

$dX_2 = -\frac{4}{2} dX_1$. Für $dX_1 = 1$ gilt also $dX_2 = -2$, d.h. um eine zusätzliche Einheit

Beispiel

Wein zu erhalten, muss der Haushalt zwei Einheiten Bier hergeben. Die Preisrelation (oder der relative Preis) $\frac{P_1}{P_2}$ gibt also an, wie viele Einheiten des im Nenner stehenden Gutes man hergeben muss, wenn man eine Einheit des im Zähler stehenden Gutes erhalten will.

Auswirkungen von Preis- und Budgetänderungen auf die Lage der Budgetgeraden

Überlegen wir jetzt noch kurz, wie sich die Budgetgerade verlagert, wenn sich das Budget oder die Preise ändern. Eine Erhöhung des Budgets führt zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden nach oben (man kann auch sagen: nach rechts), eine Reduzierung zu einer entsprechenden Verschiebung nach unten. Eine Erhöhung des Preises für das erste Gut bewirkt eine Drehung der Budgetgeraden im Uhrzeigersinn um den Ordinatenschnittpunkt, eine Preissenkung eine Drehung entgegengesetzt zum Uhrzeigersinn. Analoges gilt für Änderungen des Preises des zweiten Gutes. In den Abbildungen (A 2.2-11 bis A 2.2-13) sind die drei Fälle dargestellt.

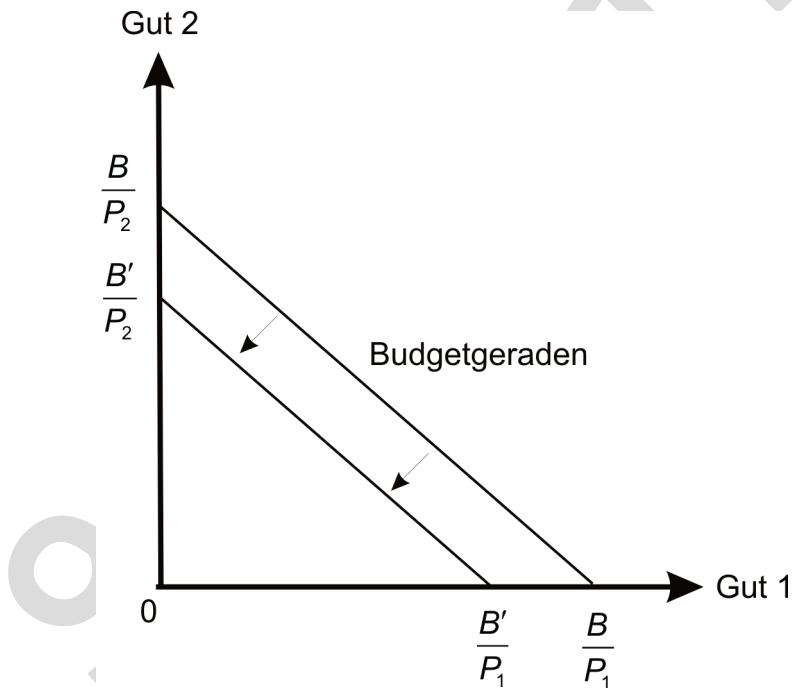


Abbildung (A 2.2-11): Verlagerung der Budgetgeraden bei einer Reduzierung des Budgets

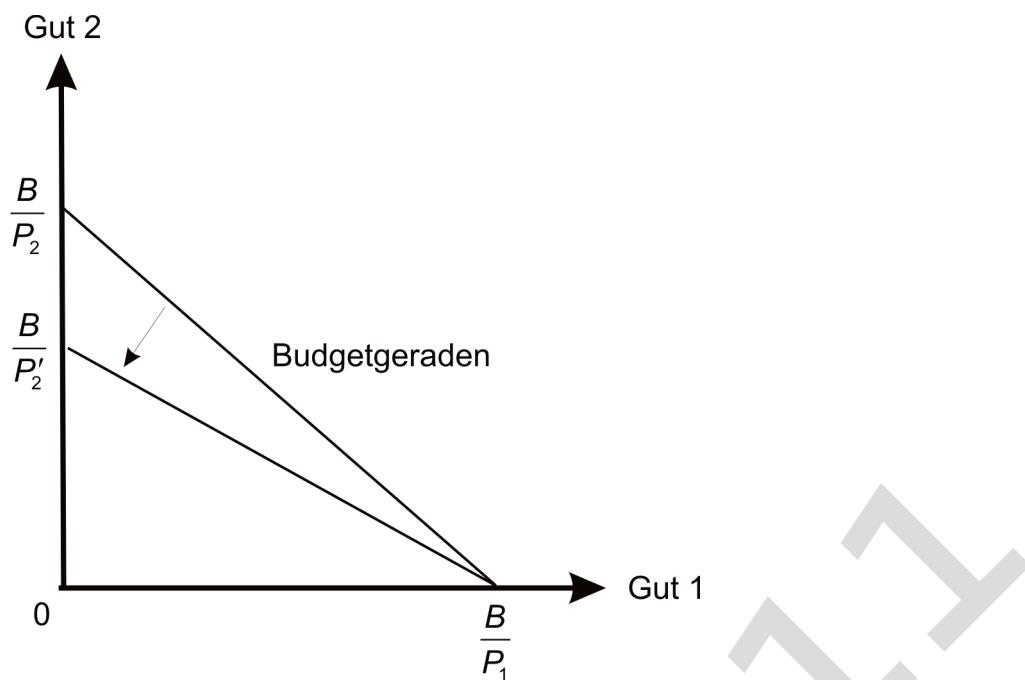


Abbildung (A 2.2-12): Drehung der Budgetgeraden bei einer Preissteigerung für das Gut 2

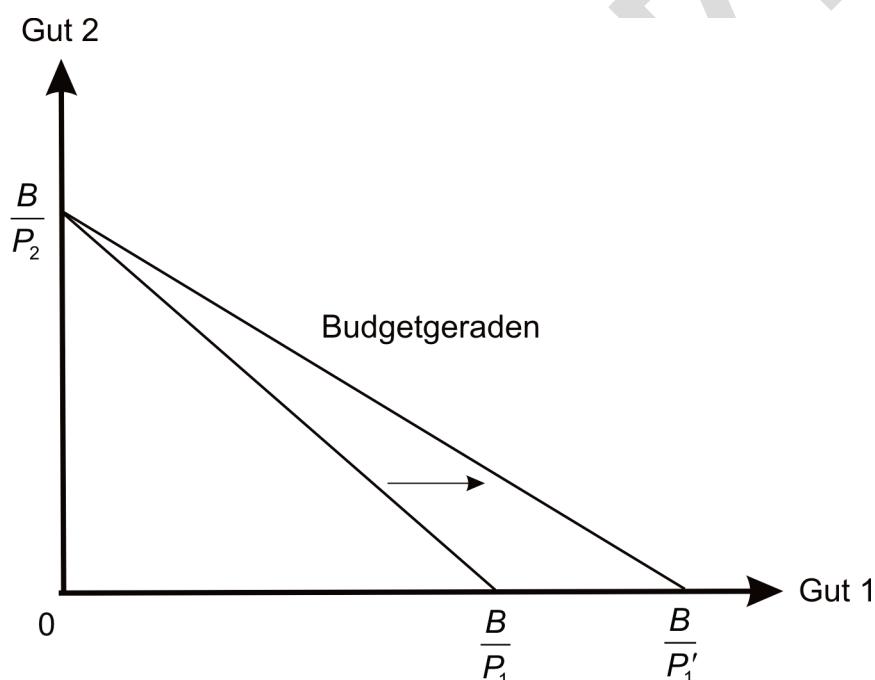


Abbildung (A 2.2-13): Drehung der Budgetgeraden bei einer Preissenkung für das Gut 1

Übungsaufgabe 26

Stellen Sie die drei folgenden Budgetgeraden grafisch dar!

- a) $B = P_1 X_1 + P_2 X_2$
- b) $2B = P_1 X_1 + P_2 X_2$
- c) $\frac{1}{2}B = \frac{1}{2}P_1 X_1 + P_2 X_2$

Übungsaufgabe 27

Eine Autoverleihfirma bietet folgenden Tarif an:

- Grundgebühr: 50 €
- Preis für die ersten 100 km: 0,10 € pro km
- Preis für alle weiteren Kilometer: 0,05 € pro km

Wie sieht die Budgetrestriktion eines Haushalts aus, der die beiden Güter: „Mietwagen“ und „sonstige Konsumgüter“ nachfragt?

Welche maximale Kilometerzahl kann sich der Konsument leisten, wenn er keine „sonstigen Konsumgüter“ nachfragt und sein Budget mehr als 60 € beträgt?

Übungsaufgabe 28

Die Budgetgerade eines Haushalts laute: $B = P_1 X_1 + P_2 X_2$. P_1 und P_2 sind die Geldpreise. Wie hoch ist der Preis des Gutes 1, wenn man ihn in Einheiten des Gutes 2 ausdrückt?

2.2.4.2 Grafische Analyse der Haushaltsentscheidung für den 2-Güter-Fall

Suche nach dem optimalen Güterbündel

Der Haushalt steht vor dem Problem, ein gegebenes Budget derart auf die verschiedenen Gütermengen aufzuteilen, dass sein Nutzen maximal wird. Wenn er dieses Bündel realisiert hat, befindet er sich in seinem *individuellen Gleichgewicht* (oder im *Haushaltsgleichgewicht*, wie man auch sagt). Ganz allgemein bezeichnen wir einen Zustand als Gleichgewicht, wenn kein Akteur seine Lage durch eine Revision seiner Entscheidung verbessern kann. Die Suche eines Haushalts nach seinem optimalen Güterbündel ist somit identisch mit der Suche nach seinem individuellen Gleichgewicht. Wir wollen zunächst versuchen, dieses Problem intuitiv zu lösen. Betrachten wir hierzu Abbildung (A 2.2-14). In dieser Abbildung sind drei Indifferenzkurven und eine Budgetgerade eingezeichnet. Welches Konsumgüterbündel wird der nach Nutzenmaximierung strebende Haushalt aus der großen Menge möglicher Bündel auswählen? Zunächst einmal können wir alle Bündel ausschließen, die nicht zur Konsummöglichkeitsmenge gehören, die also oberhalb der Budgetgeraden liegen. Damit scheidet ein Punkt wie D aus. So schön es aus der Sicht des Haushalts auch wäre:

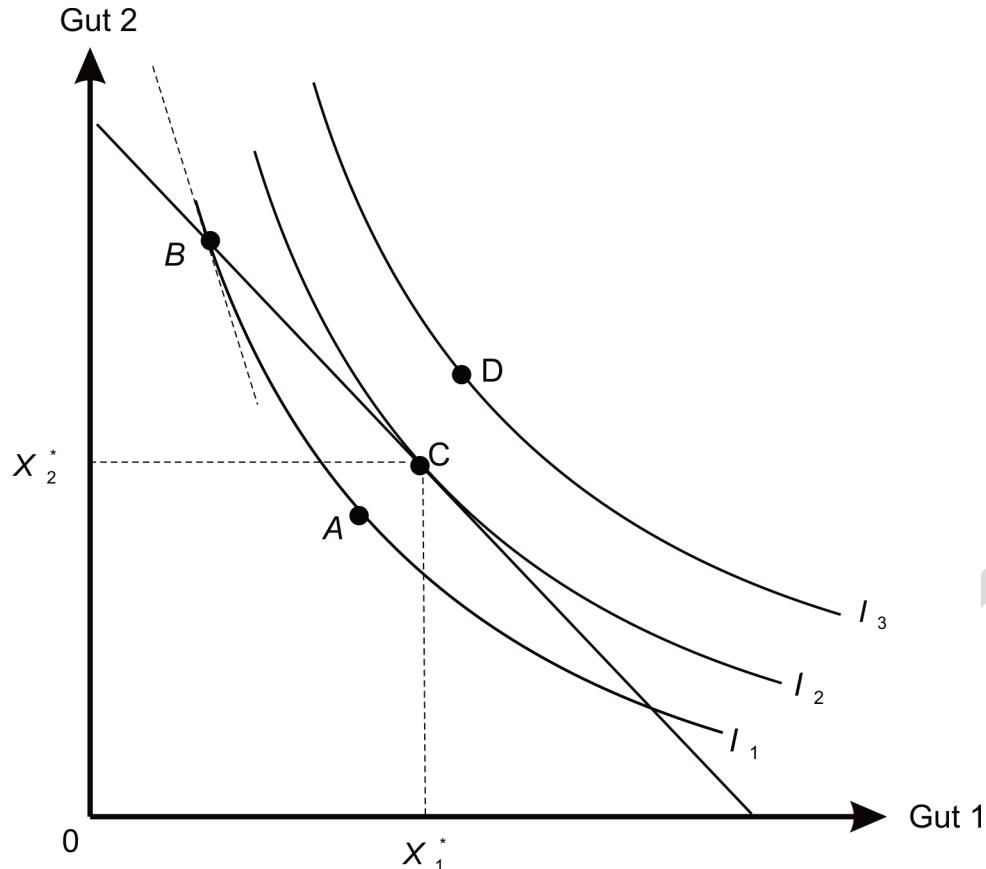


Abbildung (A 2.2-14): Die Auswahl des optimalen Güterbündels

Er kann sich die Realisierung von Punkten jenseits der Budgetgeraden einfach nicht leisten. Andererseits schöpfen Punkte unterhalb der Budgetgeraden das Budget nicht aus. Würde der Haushalt eines dieser Bündel wählen, würde er auf möglichen Nutzen verzichten. Da er seinen Nutzen aber maximieren möchte, scheiden diese Punkte ebenfalls aus. Damit entfällt z.B. das Bündel **A**. Es verbleiben also nur die auf der Budgetgeraden liegenden Bündel. Betrachten wir zunächst den Punkt **B**. Er liegt zwar auf der Budgetgeraden, aber auf einer niedrigeren Indifferenzkurve als der Punkt **C**, in welchem die Budgetgerade eine Indifferenzkurve tangiert. Das Bündel **C** wird also vom Haushalt gegenüber dem Bündel **B** präferiert. Wegen der strikten *Konvexität* der Indifferenzkurven kann es kein Bündel geben, welches für den Haushalt erreichbar ist und welches besser als **C** ist.

Zusammengefasst wird die Haushaltsentscheidung in der Theorie der Marktwirtschaft also wie folgt stilisiert: Der Haushalt verfügt über ein festes Bewertungssystem, nach dem er alternative Güterbündel ihrer Erwünschtheit entsprechend ordnen kann. Formal stellen wir diese „Landkarte der Begehrlichkeiten“ durch eine Schar von Indifferenzkurven dar. Dabei gilt: Je höher, desto besser! Ergebnis

Zu seinem Leidwesen lebt der Konsument jedoch nicht im Schlaraffenland. Vielmehr wird er durch die rauen Realitäten daran gehindert, Güterkombinationen zu realisieren, die auf beliebig hohen Indifferenzkurven repräsentiert sind. Die „rauen

Realitäten“ bestehen darin, dass erstens das Budget des Haushalts begrenzt ist und zweitens die Konsumgüter positive Preise haben. Ebenso wie die Schar von Indifferenzkurven den *Raum des* für den Konsumenten *Wünschbaren* strukturiert, strukturiert die Budgetgerade den *Raum des Realisierbaren*. Die Budgetgerade markiert sozusagen gerade die Demarkationslinie zwischen dem Möglichen und dem Unmöglichen. Damit ist es intuitiv klar, dass der Konsument das Beste aus der Situation macht, wenn er von den „gerade eben“ realisierbaren Alternativen diejenige wählt, die so tief wie möglich in den Raum des Wünschbaren vorstößt. Technisch gesprochen liegt er also dort richtig, wo die Budgetgerade eine Indifferenzkurve tangiert. Da die Budgetgerade ihrem Namen insofern Ehre macht, als sie eine Gerade ist und die Indifferenzkurven qua Annahme konvex sind, markiert der Tangentialpunkt gerade die höchste erreichbare Indifferenzkurve und damit das Nutzenmaximum unter der Restriktion der Budgetbeschränkung.

Bedeutung der Unersättlichkeitsannahme

Würde die *Annahme der Unersättlichkeit* nicht gelten, so würden Indifferenzkurven zunächst (wie oben) ein umso höheres Nutzenniveau anzeigen, je weiter „nordöstlich“ sie liegen. Ab einer bestimmten Indifferenzkurve fiele die Nutzenzahl weiter nordöstlich liegender Indifferenzkurven dagegen wieder ab. Der nicht der Unersättlichkeitssannahme unterliegende Konsument wäre jenseits dieser Schwelle eben „übersättigt“. Stellen wir uns zur Vereinfachung vor, in der obigen Abbildung sei die höchste Nutzenzahl schon bei der Indifferenzkurve I_1 erreicht. Dann wäre es für den Haushalt optimal, eine Güterkombination zu wählen, die auf dieser Indifferenzkurve repräsentiert ist und nicht oberhalb der Budgetgeraden liegt. Es gäbe keine eindeutige Lösung, und wir fänden die Elemente der Lösungsmenge nicht mit dem oben beschriebenen Optimierungsverfahren.

Objektives und subjektives Tauschverhältnis

Im Punkt **C** ist die Steigung der Budgetgeraden gleich der Steigung der Indifferenzkurve. Damit ist das am Markt herrschende „objektive“ Tauschverhältnis zwischen den beiden Gütern gleich der Grenzrate der Substitution, also gleich dem „subjektiven“ Tauschverhältnis. Im Punkt **B** ist die Grenzrate der Substitution (dem Betrag nach) größer als die Steigung der Budgetgeraden. Der Haushalt ist also bereit, eine größere Menge des Gutes 2 zu opfern, um eine zusätzliche Einheit des Gutes 1 zu erhalten, als dies am Markt verlangt wird. Er stünde sich deshalb besser, wenn er die Menge des Gutes 2 zugunsten des Gutes 1 reduzieren würde. Auf Grund dieser Überlegung können wir schließen, dass nur jenes Güterbündel optimal sein kann, bei welchem die Grenzrate der Substitution mit dem am Markt herrschenden Tauschverhältnis übereinstimmt. Wenn die Indifferenzkurven strikt konvex sind, was wir vorausgesetzt haben, ist diese Bedingung auch hinreichend.

Bedeutung der Konvexitätsannahme

Würden die Indifferenzkurven dagegen auch Bereiche aufweisen, in denen die Grenzrate der Substitution zunimmt, so könnten die Tangentenpunkte auch Minima darstellen, wie durch Abbildung (A 2.2-15) illustriert wird.

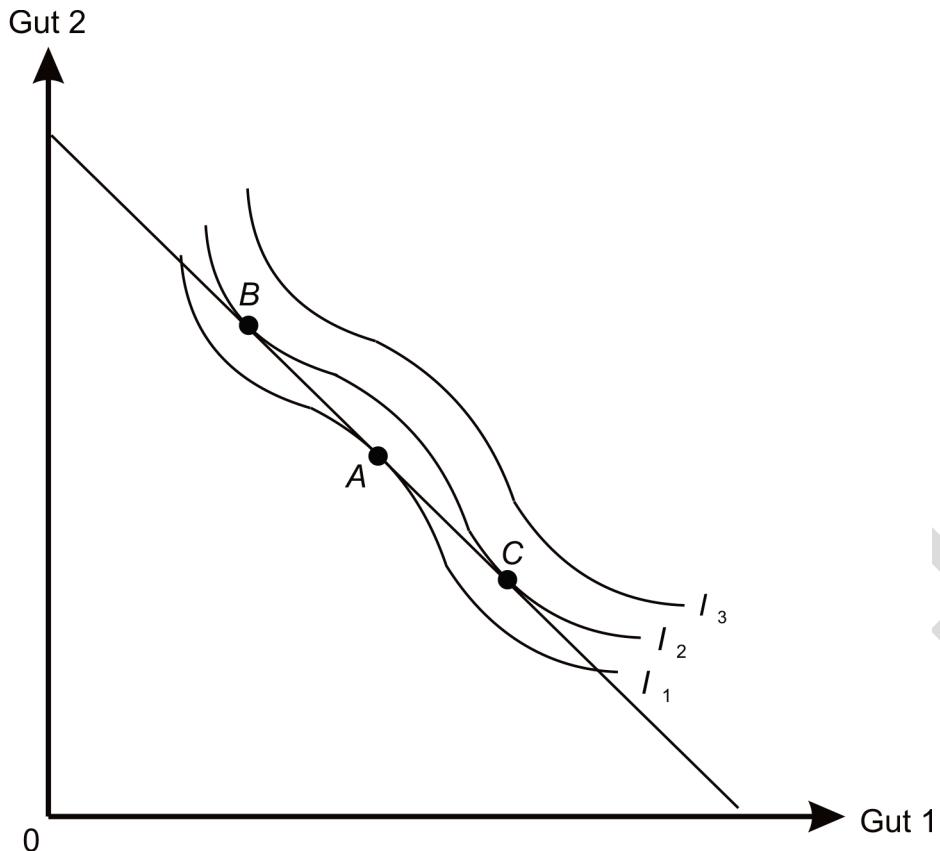


Abbildung (A 2.2-15): Optimale Güterbündel, wenn die Indifferenzkurven nicht streng konvex sind

Im Punkt **A** ist die Grenzrate der Substitution gleich der Steigung der Budgetgeraden. Trotzdem ist dieser Punkt nicht optimal, sondern stellt ein (lokales) Nutzenminimum dar. Die Punkte **B** und **C** liegen auf einer höheren Indifferenzkurve. Diese stellen die nutzenmaximalen Punkte bei gegebenem Budget dar. Infolge der mangelnden Konvexität der Indifferenzkurve ist dieses Nutzenmaximum allerdings nicht mehr eindeutig.

Übungsaufgabe 29

Angenommen, ein Haushalt besitze streng konkave Indifferenzkurven und er verfüge über ein Budget in Höhe von **B**, welches er vollständig zum Kauf der beiden Güter X_1 und X_2 ausgeben möchte. Stellen Sie die optimale Konsumententscheidung für den Fall grafisch dar, dass der Haushalt seinen Nutzen

- a) minimieren
 - b) maximieren
- möchte.

Übungsaufgabe 30

Zeichnen Sie eine mögliche Indifferenzkurve für den 2-Güter-Fall, falls Gut X_1 ein „Übel“ ist, also einen negativen Nutzen erzeugt.

2.2.4.3 Formale Analyse der Haushaltsentscheidung für den n -Güter-Fall

Anwendung des Lagrange-Verfahrens

Unsere grafische Analyse wollen wir jetzt durch eine formale Analyse ergänzen. Dabei gehen wir von dem allgemeineren Fall aus, dass sich der Haushalt nicht nur für zwei, sondern für n Güter interessiert. Die Nutzenfunktion und die Budgetrestriktion des Haushalts lauten in diesem Fall:

$$(2.2-13) \quad U = U(X_1, X_2, \dots, X_n) \text{ und}$$

$$(2.2-14) \quad B = P_1 X_1 + P_2 X_2 + \dots + P_n X_n.$$

Zur Lösung des Problems verwenden wir das *Lagrange-Verfahren*. Die Lagrange-Funktion lautet

$$(2.2-15) \quad \Lambda = U(X_1, X_2, \dots, X_n) + \lambda [B - P_1 X_1 - P_2 X_2 - \dots - P_n X_n].$$

Die notwendigen Bedingungen für ein Maximum erhält man, indem man die Lagrange-Funktion nach den Entscheidungsvariablen, d.h. den Gütermengen, und dem Lagrange-Multiplikator λ partiell differenziert und null setzt.

$$(2.2-16) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial X_i} = U_i(X_1, X_2, \dots, X_n) - \lambda P_i = 0 \quad \text{für alle } i \in \{1, \dots, n\}.$$

$$(2.2-17) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = B - (P_1 X_1 + P_2 X_2 + \dots + P_n X_n) = 0.$$

An dieser Stelle wird die Bedeutung unserer zusätzlichen Annahmen deutlich. Ohne *Stetigkeit* und *Differenzierbarkeit* ließe sich die Differenzialrechnung überhaupt nicht anwenden. Ohne die *Annahme der Konvexität* könnte das Optimum nicht mit Hilfe des Lagrange-Verfahrens ermittelt werden. Zugleich sichert diese Annahme, dass die notwendigen Bedingungen (2.2-16 und 2.2-17) auch hinreichend sind. Aus diesen Bedingungen ergeben sich folgende Implikationen:

Implikationen der Bedingungen erster Ordnung

1. Im Optimum ist das Verhältnis der Grenznutzen gleich dem Verhältnis der Preise: $\frac{U_i}{U_j} = \frac{P_i}{P_j}$.

2. Im Optimum ist die Grenzrate der Substitution des Gutes i durch das Gut j gleich dem reziproken Preisverhältnis dieser beiden Güter:

$$GRS(i, j) = \frac{P_j}{P_i}. \text{ Diese Aussage folgt aus } \frac{U_j}{U_i} = -\frac{dX_i}{dX_j} = GRS(i, j) \text{ (vgl. 2.2-6).}$$

3. Im Optimum ist der Nutzen einer marginalen Ausgabeeinheit in allen Verwendungen gleich:

$$\lambda = \frac{U_i}{P_i} = \frac{U_j}{P_j}.$$

Der Quotient $\frac{U_i}{P_i}$ stellt den Nutzen einer marginalen Ausgabeeinheit dar, wie folgende Überlegung zeigt: U_i gibt den Nutzenzuwachs an, den eine Einheit des Gutes i bewirkt. $\frac{1}{P_i}$ gibt die Menge des Gutes i an, die man für eine Geldeinheit erhält. Dann gibt der Quotient $\frac{U_i}{P_i}$ den Nutzenzuwachs an, den eine Geldeinheit bewirkt. Da dieser Nutzenzuwachs im Optimum für alle Güter gleich ist, kann man auch sagen: λ gibt den Grenznutzen des Geldes an, und dieser Grenznutzen ist im Optimum in allen Verwendungen gleich.³⁴ Wir können also auch sagen: $\lambda = \frac{dU}{dB}$.

Übungsaufgabe 31

Ist der Grenznutzen des Geldes invariant gegenüber streng monoton steigenden Transformationen der Nutzenfunktion?

4. Eine letzte Beschreibung des Haushaltsgleichgewichts lautet schließlich: Im Optimum ist der Preis eines Gutes proportional zu dem Grenznutzen dieses Gutes:

$$P_i = \frac{1}{\lambda} U_i.$$

Das Haushaltsgleichgewicht lässt sich also auf vier verschiedene Arten beschreiben. Die dritte Formulierung hatten wir weiter oben als das 2. *Gossen'sche Gesetz* bezeichnet. GOSSEN war zu diesem „Gesetz“ gelangt, indem er eine kardinale Nutzenfunktion angenommen hatte. Wir haben das Gesetz aus einer ordinalen Nutzenfunktion abgeleitet. Die Maximierung dieser Nutzenfunktion unter der Nebenbedingung der Budgetrestriktion ist äquivalent zur Ordnung einer gegebenen Alternativenmenge mit Hilfe der schwachen Präferenzrelation.

³⁴ Ganz allgemein gibt der Lagrange-Multiplikator λ an, um wie viele Einheiten die Zielgröße sich ändert, wenn die Restriktion um eine Einheit „gelockert“ wird. In unserem Fall stellt der Nutzen die Zielgröße und das Budget die Restriktion dar. Betrachtet man den Nutzen als ein „Gut“, welches der Konsument erwerben möchte, und das Budget als die hierfür verfügbaren Mittel, so gibt der Multiplikator λ an, wie viele Budgeteinheiten, d.h. Geldeinheiten, eine zusätzliche Einheit des „Gutes“ kostet. In dieser Interpretation stellt λ so etwas wie einen fiktiven Preis dar. Man bezeichnet ihn als *Schattenpreis*, in diesem Fall als Schattenpreis des Nutzens.

Äquivalenz von Präferenzordnung und Nutzenfunktion

Die Rationalitätsaxiome bilden zusammen mit den ergänzenden Annahmen über die Präferenzordnung ein Modell des menschlichen Verhaltens, welches sich bei der Analyse von Entscheidungen über die Verwendung knapper Ressourcen bewährt hat. Die Vorstellung, Haushalte würden in einer derartigen Entscheidungssituation eine Nutzenfunktion unter Nebenbedingungen maximieren, stellt im Grunde selbst wieder ein Modell dar, und zwar ein Modell des Präferenzmodells, allerdings eines, welches dem Präferenzmodell äquivalent ist: Alle Aussagen, die mit Hilfe des Präferenzmodells gewonnen werden können, lassen sich auch – aber auf einfacherem Wege – durch die Maximierung einer Nutzenfunktion unter Nebenbedingungen erzielen. Ob Haushalte oder andere Akteure sich tatsächlich so verhalten, wie es das Nutzenmaximierungsmodell suggeriert, mag dahingestellt bleiben. Dem Ökonomen genügt die Tatsache, dass sich Haushalte sehr oft so verhalten, *als ob* sie eine Nutzenfunktion unter Nebenbedingungen maximieren würden. Man bezeichnet die ordinale Nutzentheorie deshalb auch als eine „*als ob*-Theorie“.

Übungsaufgabe 32

Die Nutzenfunktion eines Haushalts laute $U = X_1^{0,8} X_2^{0,4}$. Seine Budgetrestriktion werde gegeben durch $60 = 5X_1 + 10X_2$.

- a) In welchem Verhältnis fragt er die Güter X_1 und X_2 nach, wenn er seinen Nutzen maximieren möchte?
- b) Wie lauten die nachgefragten Mengen?

2.2.5 Zusammenfassung

Gegenstand dieses Kapitels war die Frage, auf welche Weise autonome Entscheidungen unter Sicherheit bestimmt werden. Unsere zunächst sehr allgemeine Antwort lautete: Sie werden rational getroffen. Eine Entscheidung besteht in der Wahl einer Alternative aus einer Alternativenmenge. Sie ist rational, wenn die Präferenzordnung über die Alternativenmenge vollständig, transitiv und reflexiv ist. Die Präferenzordnung lässt sich im 2-Güter-Fall durch ein System von Indifferenzkurven grafisch darstellen. Nimmt man zusätzlich an, dass die Präferenzordnung stetig sei, so lässt sie sich durch eine ordinale Nutzenfunktion abbilden. Unter den beiden ergänzenden Annahmen der Unersättlichkeit und der Konvexität lässt sich das Entscheidungsproblem als Maximierung einer Nutzenfunktion unter der Nebenbedingung einer Budgetbeschränkung formulieren. Grafisch stellt sich dieses Problem im 2-Güter-Fall als die Suche nach jenem Güterbündel dar, bei welchem eine Indifferenzkurve die Budgetgerade tangiert. In diesem Punkt stimmen Grenzrate der Substitution und (inverses) Preisverhältnis überein. Nimmt man ergänzend zur Stetigkeit auch die Differenzierbarkeit der Nutzenfunktion an, so lässt sich das optimale Güterbündel unter Anwendung der Differenzialrechnung mit Hilfe des Lagrange'schen Multiplikatorverfahrens analytisch ermitteln.

2.3. Autonome Entscheidungen unter Unsicherheit

Entscheidungen unter Sicherheit zeichnen sich dadurch aus, dass der Entscheidung ein eindeutiges Ergebnis zugeordnet ist und dass dieses Ergebnis dem Entscheider zum Zeitpunkt seiner Entscheidung bekannt ist. *Entscheidungen unter Unsicherheit* zeichnen sich dadurch aus, dass der Entscheidung mehrere mögliche Ergebnisse zugeordnet sind, die mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten eintreten können. Ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt, sprechen wir im Folgenden von *Entscheidungen unter Risiko*, ist sie unbekannt, von *Entscheidungen unter Ungewissheit*.³⁵ In der Realität sind objektive Wahrscheinlichkeiten jedoch relativ selten, so dass vielfach subjektive Wahrscheinlichkeiten an ihre Stelle treten. Andererseits ist es fast immer möglich, subjektive Wahrscheinlichkeiten anzugeben, wenn auch oftmals nur in sehr grober Form. Die Wahrscheinlichkeitsaussage kann sich z.B. darauf beschränken, dass von zwei möglichen Ereignissen das eine für wahrscheinlicher als das andere gehalten wird. Insofern ist die Unterscheidung zwischen Risiko und Ungewissheit eher theoretischer Natur. Aus didaktischen Gründen wollen wir im Folgenden aber deutlich zwischen diesen beiden Formen der Unsicherheit unterscheiden, wobei das Verhalten bei Entscheidungen unter Risiko im Vordergrund steht.

Risiko und
Ungewissheit

Übungsaufgabe 33

Die in Hamburg wohnende Fernstudentin Ina Bleich möchte im Urlaub Sonnen tanken. Sie zieht verschiedene Urlaubsziele in Betracht und weiß nicht, wie sie sich entscheiden soll. Handelt es sich hierbei um eine Entscheidung unter Risiko oder um eine Entscheidung unter Ungewissheit?

2.3.1 Entscheidungen unter Risiko³⁶

Von *Risiko* sprechen wir, wenn einer Entscheidung mehrere mögliche Ergebnisse zugeordnet sind, für deren Eintreten bestimmte Wahrscheinlichkeiten bestehen. Dabei werden Letztere als relative Häufigkeiten interpretiert. Wenn eine Entscheidung z.B. einhundert Mal wiederholt wird und dabei siebzig Mal das Ergebnis „niedriger Ertrag“ und dreißig Mal das Ergebnis „hoher Ertrag“ erzielt wird, beträgt die Wahrscheinlichkeit für einen hohen Ertrag 0,3 und für einen niedrigen Ertrag 0,7. Die möglichen Ergebnisse und deren Eintrittswahrscheinlichkeiten

Wahrscheinlichkeit und
Erwartungswert

³⁵ Die Verwendung der Begriffe Unsicherheit, Risiko und Ungewissheit ist uneinheitlich in der Literatur. Die Einteilung von Situationen der Nicht-Sicherheit in solche unter *risk* und *uncertainty* geht auf den amerikanischen Ökonomen Frank KNIGHT (1885-1972) zurück. Je nachdem, ob man uncertainty mit Ungewissheit oder mit Unsicherheit übersetzt, bildet Unsicherheit oder Ungewissheit den Oberbegriff und der verbleibende Begriff den Unterbegriff.

³⁶ Die hier gewählte Darstellung folgt teilweise GRAVELLE/REES (2004). Der Intention unseres Kurses entsprechend, ist sie jedoch weniger formal und appelliert stärker an das intuitive Verständnis.

werden durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben. Für unsere nachfolgenden Überlegungen ist der *Erwartungswert* einer Verteilung von besonderer Wichtigkeit. Er beschreibt, welchen Wert eine Zufallsgröße im „gewichteten Durchschnitt“ hat. Die Gewichte werden dabei durch die Wahrscheinlichkeiten gebildet, mit denen die einzelnen Werte auftreten. Beträgt bei einem Investitionsprojekt die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn G von 10 Mio. € z.B. 0,3 und die für einen Gewinn von 2 Mio. € 0,7, so beträgt der Erwartungswert $E(G)$ dieses Investitionsprojekts $E(G) = 0,3 \times 10 + 0,7 \times 2 = 4,4$ Mio. €.

Definition des Erwartungswertes

Bezeichnet man die Ereignisse (oder Handlungsergebnisse), die eintreten können, mit y_i und die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieser Ereignisse mit w_i , so gilt für den Erwartungswert:

$$(2.3-1) \quad E(y) = \sum_i w_i y_i .$$

Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung

Über die Wahrscheinlichkeitsverteilung werden wir folgende Annahmen machen:

1. Die Ereignisse schließen sich gegenseitig aus.
2. Ein Ereignis muss eintreten: $\sum_i w_i = 1$.
3. Es existieren keine negativen Wahrscheinlichkeiten : $0 \leq w_i \leq 1$.

Zustand der Welt

Für die Modellierung des Entscheidungsverhaltens unter Risiko unterstellen wir, dass die Ergebnisse einer Entscheidung vom *Zustand der Welt* abhängig sind. Der Zustand der Welt wird durch Variablen beschrieben, welche für das betrachtete Problem exogen sind. Der Wert dieser Variablen wird durch die Entscheidung nicht beeinflusst. Die Zahl der exogenen Variablen und ihrer möglichen Werte sei endlich, so dass die Zahl der möglichen Zustände der Welt ebenfalls endlich ist. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines bestimmten Zustandes sei bekannt. Während wir bei der Analyse von Entscheidungen unter Sicherheit keinen Unterschied zwischen der Entscheidung (= Handlung) und dem Ergebnis der Handlung gemacht haben, müssen wir bei Entscheidungen unter Risiko zwischen diesen beiden Größen differenzieren. Zu welchem Ergebnis eine Entscheidung führt, lässt sich nicht mit Sicherheit angeben. Bekannt ist lediglich, welche Ergebnisse überhaupt eintreten können und welche Wahrscheinlichkeiten hierfür bestehen. Die Auswahl einer Alternative aus einem Alternativenbündel wird entsprechend schwieriger.

Mögliche Erträge

Wir wollen zunächst annehmen, dass sich das Entscheidungsproblem auf eine einzige Größe bezieht, die wir als „Erträge“ bezeichnen werden. Die Höhe der Erträge ist vom Zustand der Welt abhängig. Falls der Zustand der Welt z eintritt, erzielt ein Akteur Erträge in Höhe von Y_z . Die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Zustand eintritt, beträgt nach Schätzung des betreffenden Akteurs w_z . Wenn die Zahl der möglichen Zustände der Welt n beträgt, lautet der Vektor aller möglichen zustandsabhängigen Erträge, welche der Akteur erzielen kann,

$$(2.3-2) \quad Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n]$$

und der Vektor der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten

$$(2.3-3) \quad w = [w_1, w_2, \dots, w_n].$$

Die Kombination eines zustandsabhängigen Ertragsvektors mit dem zugehörigen Wahrscheinlichkeitsvektor bezeichnet man als einen *Prospekt* Begriff des Prospekts:

$$(2.3-4) \quad \{PP\} = (w, Y).$$

Anders ausgedrückt: Ein Prospekt ist eine Handlungsalternative, welcher eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung möglicher Erträge zugeordnet ist. Das Entscheidungsproblem eines Akteurs unter Risiko lässt sich als Wahl zwischen verschiedenen Prospekten auffassen. Der Prospekt einer Investition in Aktien wird anders aussehen als der einer Investition in festverzinsliche Wertpapiere. Der Prospekt einer Investition in Forschung und Entwicklung wird anders sein als der in eine Kapazitätserweiterung. Der Prospekt „Karriere im öffentlichen Dienst“ unterscheidet sich von dem Prospekt „Karriere in der Wirtschaft“ usw.

Übungsaufgabe 34

Ein Kleinanleger steht vor der Entscheidung, welche Aktien er kaufen soll. Er zieht insgesamt zehn Unternehmen in Erwägung und überlegt sich, wie die Aktienkursentwicklung der zehn Unternehmen von den Zuständen der Welt abhängen könnte. An welche Zustände könnte er dabei denken? Sind diese Zustände für die zehn Unternehmen identisch?

Zur Erklärung der Entscheidungen unter Sicherheit haben wir eine Theorie der Präferenzen über Alternativen entwickelt und diese schließlich durch eine ordinale Nutzenfunktion abgebildet. Jetzt werden wir eine Theorie der Präferenzen über Prospekte entwickeln und diese durch eine *Erwartungsnutzenfunktion*, welche teilweise kardinale Eigenschaften besitzt, abbilden. Dabei werden wir analog zu Kapitel 2.2 vorgehen. Zunächst werden wir die grundlegenden Annahmen (Axiome) der Theorie darstellen, welche es erlauben, eine Präferenzordnung über Prospekte zu formulieren. Mit Hilfe einiger zusätzlicher Annahmen ist es dann möglich, die Präferenzordnung über Prospekte durch eine spezielle Nutzenfunktion, die sogenannte Erwartungsnutzenfunktion, abzubilden. Ein Akteur, dessen Präferenzordnung diesen Axiomen genügt, wird jenen Prospekt wählen, der seinen erwarteten Nutzen unter Berücksichtigung seiner Budgetrestriktion maximiert. Wir werden das Entscheidungsproblem zunächst am Beispiel eines Versicherungsvertrages und anschließend am Beispiel einer Konsumententscheidung studieren. Dabei wird die Parallelität zwischen Entscheidungen bei Sicherheit und solchen bei Risiko deutlich werden. Es wird sich zeigen, dass Entscheidungen unter Risiko formal auf die gleiche Weise behandelt werden können wie Entscheidungen unter Sicherheit.

Weiteres Vorgehen

Übungsaufgabe 35

Lassen sich auch sichere Erträge als Prospekte beschreiben und falls ja, wie sieht ein derartiger Prospekt aus?

2.3.1.1 Die Erwartungsnutzenfunktion

Axiome

Standardprospekt

Zur Formulierung einiger der folgenden Axiome benötigen wir den Begriff eines *Standardprospekts*. Ein derartiger Prospekt enthält lediglich die beiden Erträge Y^u (u für unten) und Y^o (o für oben). Y^u ist der niedrigste und Y^o der höchste Ertrag, der in irgendeinem Zustand der Welt möglich ist.³⁷ Mit Wahrscheinlichkeit w hat der Ertrag den Wert Y^o , mit Wahrscheinlichkeit $(1-w)$ hat er den Wert Y^u . Zur Ableitung der Erwartungsnutzenfunktion werden jetzt folgende fünf Axiome benötigt:

Rationalität

Axiom 1: Die Konsumenten besitzen eine Präferenzordnung über Prospekte, welche vollständig, transitiv und reflexiv ist. Dieses Axiom ist identisch mit den Rationalitätsaxiomen für Entscheidungen unter Sicherheit, d.h. den dort aufgeführten Axiomen 1 bis 3.

Nichtsättigung

Axiom 2: Die Präferenzen steigen mit zunehmender Wahrscheinlichkeit, dass in einem Standardprospekt das Ereignis Y^o eintritt. Bei gleicher Wahrscheinlichkeit ist ein Konsument indifferent zwischen zwei Standardprospekt. Dieses Axiom entspricht der *Annahme der Nichtsättigung*.

Stetigkeit

Axiom 3: Zu jedem Prospekt existiert ein eindeutiger, äquivalenter Standardprospekt. Dieses Axiom entspricht der *Annahme der Stetigkeit*.

Keine Risikoillusion

Axiom 4: Zu jedem *einfachen Prospekt* existiert ein äquivalenter *kumulierter Prospekt*, dessen Erträge die Form von Standardprospekt haben. Bei einem einfachen Prospekt haben die möglichen Erträge die Form von Geld oder geldwerten Äquivalenten. Es steht zwar ex ante (d.h. bevor die Welt ihren Zustand offenbart hat) nicht fest, wie hoch die Erträge sind, ex post ist der Ertrag aber nicht länger mit irgendeiner Unsicherheit behaftet. Bei einem kumulierten Prospekt bestehen die Erträge dagegen zumindest teilweise selbst wieder aus Prospekten. Beispiel: Der Gewinn einer Lotterie kann selbst wieder in einem Lotterielos bestehen. Dieses Axiom besagt letztlich, dass Prospekte, die nach der Wahrscheinlichkeitstheorie äquivalent sind, von den Konsumenten ebenfalls als äquivalent betrachtet werden. Konsumenten unterliegen also keiner „Risikoillusion“.

Unabhängigkeit

Axiom 5: Die Wahl zwischen zwei Prospekten ist unabhängig davon, ob die Erträge ex post sicher sind oder ob sie in Form äquivalenter Prospekte anfallen (*Unabhängigkeitsaxiom*). Damit ist Folgendes gemeint: Der Konsument ist indif-

³⁷ Wir hatten ja vorausgesetzt, dass die Zahl der möglichen Zustände der Welt, n , endlich ist.

ferent zwischen einem einfachen Prospekt auf der einen Seite und einem kumulierten Prospekt auf der anderen Seite, wenn Letzterer folgende Eigenschaften besitzt: Die Erträge des kumulierten Prospektes bestehen aus Standardprospekten, welche jeweils äquivalent zu den sicheren Erträgen des einfachen Prospektes sind.

Dieses Axiom lässt sich am besten an Hand eines Zahlenbeispiels verdeutlichen. Für einen Konsumenten gelte:³⁸

$$(2.3-5) \quad \{A\} = \{0,5 \cdot 200\text{€} + 0,5 \cdot 10\text{€}\} \sim 70\text{€},$$

d.h. er ist indifferent zwischen einem Prospekt $\{A\}$ mit dem Erwartungswert $0,5 \cdot 200\text{€} + 0,5 \cdot 10\text{€}$ und einem sicheren Ertrag in Höhe von 70 €. Weiterhin soll gelten:

$$(2.3-6) \quad \{B\} = \{0,75 \cdot 200\text{€} + 0,25 \cdot 10\text{€}\} \sim 100\text{€}.$$

Er ist also ebenfalls indifferent zwischen einem Prospekt $\{B\}$ und einem sicheren Ertrag in Höhe von 100 €.

Falls Axiom 5 gilt, folgt, dass der Konsument dann auch indifferent sein muss zwischen den beiden folgenden Prospekten $\{C\}$ und $\{D\}$:

$$(2.3-7) \quad \{C\} = \{0,5 \cdot 70\text{€} + 0,5 \cdot 100\text{€}\} \sim \{D\} = \{0,5 \cdot \{A\} + 0,5 \cdot \{B\}\}.$$

In Prospekt $\{D\}$ sind die „sicheren“ Erträge in Höhe von 70 € bzw. 100 € ersetzt worden durch die Prospekte $\{A\}$ und $\{B\}$, welche von dem Konsumenten ja als gleichwertig zu den sicheren Erträgen angesehen werden.

Das Verhalten eines Konsumenten in Situationen des Risikos, dessen Präferenzen diesen fünf Axiomen genügen, kann jetzt dargestellt werden, als ob er seinen erwarteten Nutzen maximieren würde. Diese Darstellung erfolgt in drei Schritten:

1. Schritt:

Zunächst wird den beiden Erträgen Y^u und Y^o des Standardprospekts eine Nutzenzahl zugewiesen, wobei $V(Y^u) < V(Y^o)$ gilt. Üblicherweise wird hier die Normierung $V(Y^u) = 0$ und $V(Y^o) = 1$ gewählt, da dies die nachfolgenden Rechnungen vereinfacht. Dann wird ein paarweiser Vergleich zwischen allen möglichen Erträgen in dem Intervall $[Y^u, Y^o]$ einerseits und dem Standardprospekt $\{P\}$ andererseits durchgeführt. Dabei wird die Größe der Wahrscheinlichkeit in dem Standardprospekt (gedanklich) so lange variiert, bis Indifferenz zwischen einem sicheren Ertrag und dem Standardprospekt erreicht ist. Diesem Ertrag wird

Beispiel für
Unabhängigkeit

Entwicklung der Erwartungsnutzenfunktion

³⁸ Streng genommen müssten wir hier schreiben $\{A\} = ([0,5; 0,5], [200\text{€}; 10\text{€}]) \sim 70\text{€}$. Die obige Darstellung erscheint aber intuitiv leichter zu verstehen.

der erwartete Nutzen des Standardprospekts als *Nutzenzahl* zugeordnet. Auf diese Weise wird die Nutzenfunktion $V = V(Y)$ ermittelt.³⁹

Beispiel

Betrachten wir folgendes Beispiel: Nehmen wir an, eine Handlungsalternative könne zu n unterschiedlichen Erträgen Y_1, \dots, Y_n führen, wobei $Y_i < Y_{i+1}$ für alle i gelten soll. Dem niedrigsten und dem höchsten Ertrag ordne der Konsument jeweils eine Nutzenzahl zu, üblicherweise

$$V(Y_1) = 0 \text{ und}$$

$$V(Y_n) = 1.$$

Um Nutzenzahlen für die dazwischen liegenden Erträge zu ermitteln, werde der Konsument gefragt (bzw. frage er sich selber), bei welcher Wahrscheinlichkeit w er indifferent zwischen einem Ertrag in Höhe von Y_i und einem Standardprospekt (z.B. einem Lotterielos) sei, bei dem er mit einer Wahrscheinlichkeit w den Betrag Y_n erhalte und mit einer Wahrscheinlichkeit $(1-w)$ den Betrag Y_1 . Für diese Wahrscheinlichkeit gilt dann:

$$(2.3-8) \quad V(Y_i) = w_i V(Y_n) + (1-w_i) V(Y_1).$$

(2.3-8) besagt: Falls die Wahrscheinlichkeit für einen Lotteriegewinn in Höhe von Y_n den Wert w_i hat, ist der Nutzen eines sicheren Ertrages in Höhe von Y_i gleich dem *erwarteten Nutzen* des Lotterieloses. Setzt man für $V(Y_n)$ und $V(Y_1)$ die normierten Werte 1 bzw. 0 ein, ergibt sich:

$$(2.3-9) \quad V = V(Y_i) = w_i.$$

Die Nutzenzahl, welche ein Entscheider einem Geldbetrag Y_i zuordnet, ist also identisch mit der Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn in einer äquivalenten Lotterie. Die Funktion $V = V(Y_i) = w_i$ wird als *v. Neumann-Morgenstern-* oder als *Erwartungsnutzenfunktion* bezeichnet.⁴⁰

Kardinalität der Erwartungsnutzenfunktion

Diese Funktion ordnet – für gegebene Nutzenzahlen des niedrigsten und des höchsten Ertrages – jedem dazwischen liegenden Ertrag eine eindeutige Nutzenzahl zu. Insofern ist die Erwartungsnutzenfunktion kardinal. Da die Wahl der Nutzenzahlen für den niedrigsten und den höchsten Ertrag willkürlich ist, sind die Nutzenzahlen aber nicht eindeutig. Insofern stehen wir vor dem gleichen Problem wie bei den Nutzenzahlen der ordinalen Nutzenfunktion für Entscheidungen unter Sicherheit. Letztere konnten jeder beliebigen, streng monoton steigenden Transformation unterworfen werden, die Reihenfolge der Alternativen änderte sich dadurch nicht. Die Nutzenzahlen der Funktion $V = V(Y)$ können nicht derart be-

³⁹ Wir verwenden für diese Nutzenfunktion das Symbol V , um sie von der früher abgeleiteten ordinalen Nutzenfunktion zu unterscheiden.

⁴⁰ John v. NEUMANN (1903-1957) und Oskar MORGENSTERN (1902 – 1977) sind die Begründer der Spieltheorie. Ihr bahnbrechendes Werk ist 1944 unter dem Titel „Theory of Games and Economic Behavior“ erschienen.

liebig verändert werden. Die Reihenfolge der Alternativen bleibt im Allgemeinen nur bei *linear* steigenden, nicht jedoch bei beliebigen, streng monoton steigenden Transformationen erhalten.

Übungsaufgabe 36

Gegeben seien die beiden Prospekte

$$\{A\} = \left(\left[\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right], \left[0, \frac{1}{2}, 1 \right] \right) \text{ und}$$

$$\{B\} = \left([0, 1, 0], \left[0, \frac{1}{2}, 1 \right] \right),$$

sowie die Erwartungsnutzenfunktionen

a) $V(Y) = Y$

b) $\tilde{V}(Y) = F[V(Y)]$ mit $F(x) = x^2$, also

$$\tilde{V}(Y) = Y^2.$$

Zeigen Sie, dass unter a) der Konsument indifferent zu den beiden Prospekten ist und unter b) den Prospekt $\{A\}$ präferiert.

Die Erwartungs-Nutzenzahlen verhalten sich damit ganz ähnlich wie die Zahlen bei einer Temperaturmessung. Wenn man verschiedene Objekte nach der Höhe ihrer Temperatur ordnet, bleibt die Reihenfolge unverändert, unabhängig davon, ob man die Temperatur in Celsius, Fahrenheit oder Kelvin misst.⁴¹ Solange man aber nicht weiß, in welcher Einheit eine Temperatur gemessen wird, macht es keinen Sinn zu sagen, die Differenz zwischen zwei Messungen betrage 10 Grad. Entsprechendes gilt für die Erwartungsnutzenfunktion. Wären Anfangs- und Endpunkt eindeutig, könnte man sagen, die Differenz zwischen einer Nutzenzahl von 0,4 und einer Nutzenzahl von 0,3 betrüge 0,1 „Nutzeneinheiten“. Da Anfangs- und Endpunkt aber willkürlich sind, könnte man sie auch mit dem Faktor 100 multiplizieren. Dann betrüge dieselbe Nutzendifferenz 10 „Nutzeneinheiten“.

2. Schritt:

In einer Entscheidungssituation steht der Konsument vor der Wahl zwischen verschiedenen Prospekten. In jedem dieser Prospekte werden die möglichen Erträge durch die in Schritt 1 ermittelten zugehörigen Nutzenzahlen ersetzt. Dann kann für jeden Prospekt der Erwartungswert der Nutzenzahlen oder kurz: der erwartete Nutzen ermittelt werden.

Ermittlung des erwarteten Nutzens eines Prospekts

⁴¹ Bei einer Messung in Celsius werden die Eckpunkte der Temperaturmessung durch den Gefrier- bzw. Siedepunkt von Wasser angegeben und zwar als 0 bzw. 100 °C. Bei einer Messung in Fahrenheit wird als Nullpunkt die tiefste Temperatur verwendet, die der deutsche Wissenschaftler Fahrenheit im Jahre 1714 erzeugen konnte. Bei einer Messung in Kelvin bildet die theoretisch tiefstmögliche Temperatur den Nullpunkt. Für die Umrechnung von Celsius in Fahrenheit gilt $F = C \cdot 1,8 + 32$. Für die Umrechnung von Celsius in Kelvin $K = C + 273,15$.

Entscheidung

3. Schritt:

Der Entscheider wählt den Prospekt mit dem höchsten erwarteten Nutzen.

Übungsaufgabe 37

Wie lautet die Erwartungsnutzenfunktion eines Haushalts, dessen Risikonutzen durch die Angaben in der folgenden Tabelle beschrieben wird, wenn die Normierung $V(0) = 0$ und $V(100) = 1$ gewählt wird? Die erste Spalte enthält verschiedene Werte sicherer Erträge. Die zweite Spalte gibt die Wahrscheinlichkeiten für den Eintritt des günstigeren Ereignisses in einem Standardprospekt an, welchen der Akteur für äquivalent ansieht.

Sicherer Ertrag in Höhe von	Wahrscheinlichkeit
0	0
20	0,2
40	0,4
60	0,6
80	0,8
100	1,0

Übungsaufgabe 38

Angenommen, für einen Prospekt würden die folgenden Erträge und Wahrscheinlichkeiten gelten:

Erträge	Wahrscheinlichkeiten
53	0,02
96	0,35
1024	0,57
6237	0,06

Wie hoch ist der Erwartungsnutzen dieses Prospekts für einen Haushalt, dessen Erwartungsnutzenfunktion jener aus Übungsaufgabe 37 entspricht?

Eigenschaften der Erwartungsnutzenfunktion

Die oben beschriebenen fünf Axiome implizieren folgende drei Eigenschaften der Nutzenfunktion $V = V(Y)$:

- a) Die Nutzenzahlen nehmen mit steigenden sicheren Erträgen zu.
- b) Die Nutzenzahlen (und damit die Nutzenfunktion) sind eindeutig definiert, sobald dem niedrigsten und dem höchsten möglichen Ertrag Nutzenzahlen zugeordnet sind.

Durch die fünf Axiome implizierte Eigenschaften

- c) Der Definitionsbereich der Nutzenfunktion wird durch diese beiden Werte begrenzt.

Um mit der Nutzenfunktion sinnvoll arbeiten zu können, reichen diese Eigenschaften aber noch nicht aus. Zusätzlich werden wir annehmen, dass die Funktion zweimal differenzierbar sei. Den Ausdruck $V'(Y)$ nennen wir Grenznutzen des Ertrages. Der Ausdruck $V''(Y)$ stellt entsprechend die marginale Änderung des Grenznutzens des Ertrages dar.

Annahme der Differenzierbarkeit

Im Falle der ordinalen Nutzenfunktion, die wir für die Analyse von Entscheidungen unter Sicherheit abgeleitet haben, ist es nicht sinnvoll, Annahmen über die Form der Nutzenfunktion zu treffen. Eine zulässige Transformation kann eine konkave in eine konvexe Nutzenfunktion umwandeln und umgekehrt. Deshalb mussten wir eine Annahme über die Form der Indifferenzkurve treffen. Diese Annahme ist invariant gegenüber zulässigen Transformationen der Nutzenfunktion. Wir hatten angenommen (zusätzliche Annahme 3), dass die Indifferenzkurven streng konvex sind. Diese Annahme ist plausibel, weil sie eine abnehmende Grenzrate der Substitution und eine Präferenz für gemischte Güterbündel impliziert. Beide Implikationen lassen sich oftmals beobachten.

Annahme über die Form einer ordinalen Nutzenfunktion

Im Falle der Erwartungsnutzenfunktion ist es dagegen sinnvoll, Annahmen über die Form der Nutzenfunktion zu treffen. Eine konkav Nutzenfunktion bleibt konkav, wenn sie einer linearen Transformation unterworfen wird. Entsprechendes gilt für eine konvexe Nutzenfunktion. Deshalb brauchen keine zusätzlichen Annahmen über die Form der zugehörigen Indifferenzkurve getroffen zu werden.

Annahmen über die Form einer Erwartungsnutzenfunktion

Welche Form der Erwartungsnutzenfunktion und der zugehörigen Indifferenzkurven erscheint plausibel? Welche Implikationen ergeben sich daraus für das beobachtbare Verhalten der Entscheider? Um diese Frage zu beantworten, betrachten wir einen Prospekt

Form der Erwartungsnutzenfunktion beschreibt das Risikoverhalten

$$(2.3-10) \quad \{PP\} = (w, Y_1, Y_2).$$

w bezeichne die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Zustands 1, $(1-w)$ die für den des Zustands 2. Der Erwartungswert $E(Y)$ dieses Prospekts beträgt

$$(2.3-11) \quad E(Y) = wY_1 + (1-w)Y_2.$$

Jenen sicheren Ertrag, den der Entscheider als äquivalent zu $\{PP\}$ betrachtet, bezeichnen wir als *Sicherheitsäquivalent* und schreiben dafür:

$$(2.3-12) \quad Y_s \sim \{PP\}.$$

Auf Grund der Axiome 1-5 muss der Nutzen des sicheren Ertrages Y_s gleich dem erwarteten Nutzen des Prospekts $\{PP\}$ sein:

$$(2.3-13) \quad \bar{V} = V(Y_s) = wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2).$$

Die entscheidende Frage ist jetzt, in welcher Beziehung der erwartete Nutzen, und damit das Sicherheitsäquivalent Y_s , und der Erwartungswert eines Prospekts zu-

einander stehen, d.h. ob $V(Y_s)$ kleiner, gleich oder größer als $V[E(Y)]$ ist, oder, was gleichbedeutend ist, ob $Y_s \geq E(Y)$ gilt. Wie wir sehen werden, beschreibt dieser Vergleich nämlich das Verhalten eines Akteurs bei Risiko (= Risikoverhalten oder Risikopräferenz).

Übungsaufgabe 39

Die Nutzenfunktion eines Haushalts laute: $U = \sqrt{X}$, wobei X die Erträge einer Investition sind. Bei „guter“ Konjunktur erwartet der Anleger einen Ertrag von 25, bei schlechter Konjunktur einen Ertrag von 9. Die Wahrscheinlichkeit für eine gute Konjunktur betrage 0,4, für eine schlechte 0,6.

- Wie groß ist der erwartete Ertrag einer Investition?
- Wie groß ist der erwartete Nutzen der Investition?
- Wie groß ist das Sicherheitsäquivalent?

Risikoneutralität

- Betrachten wir zunächst den Fall $Y_s = E(Y)$.

Das Sicherheitsäquivalent ist also gleich dem Erwartungswert des Prospekts. Dann gilt $V(Y_s) = V[E(Y)]$ und damit (wegen (2.3-13))

$$(2.3-14) \quad wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2) = V[wY_1 + (1-w)Y_2].$$

Da das Entscheidungskriterium für die Wahl zwischen Prospekten die Höhe des erwarteten Nutzens ist, und dieser im Fall $Y_s = E(Y)$ identisch mit dem Nutzen des Erwartungswerts ist, reduziert sich die Entscheidung auf den Vergleich der Erwartungswerte der Prospekte. Der Entscheider ist indifferent zwischen einem Ertrag Y_s , den er mit Sicherheit erhält, und einem Prospekt, der im Durchschnitt zu einem gleich großen Ertrag $E(Y)$ führt, auch wenn dieser mit einem Risiko behaftet ist. Ein derartiges Verhalten gegenüber dem Risiko bezeichnet man als *Risikoneutralität*.

Risikoscheu

- Im Fall $Y_s < E(Y)$ ist das Sicherheitsäquivalent kleiner als der Erwartungswert des Prospekts. Es gilt also:

$$(2.3-15) \quad \bar{V} = V(Y_s) = wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2) < V[E(Y)].$$

Der erwartete Nutzen unterscheidet sich von dem Nutzen des Erwartungswertes. In diesem Fall kann ein Vergleich der erwarteten Nutzen der Prospekte nicht durch einen Vergleich der Erwartungswerte der Prospekte ersetzt werden. Will man die Entscheidung eines Akteurs prognostizieren, muss die Nutzenfunktion bekannt sein. Der Entscheider zieht einen Ertrag Y_s , den er mit Sicherheit erhält, einem gleich großen erwarteten Ertrag $E(Y)$, der mit einem Risiko behaftet ist, vor. Ein derartiges Verhalten bezeichnet man als *Risikoscheu*.

Risikofreude

3. Im Fall $Y_s > E(Y)$ ist das Sicherheitsäquivalent größer als der Erwartungswert des Prospekts. Es gilt also:

$$(2.3-16) \quad \bar{V} = V(Y_s) = wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2) > V[E(Y)].$$

Auch in diesem Fall basiert die Entscheidung nicht auf einem Vergleich der Erwartungswerte der Prospekte, sondern der erwarteten Nutzen. Um die Entscheidung prognostizieren zu können, muss auch in diesem Fall die Nutzenfunktion bekannt sein. Der Entscheider zieht einen Ertrag, der mit einem Risiko behaftet ist, einem gleich großen sicheren Ertrag vor. Anders ausgedrückt: Der erwartete Nutzen eines Prospekts ist größer als der Nutzen des Erwartungswertes. Ein derartiges Verhalten bezeichnet man als *Risikofreude*.

Übungsaufgabe 40

Die Risikopräferenzen eines Anlegers werden durch seine Erwartungsnutzenfunktion $V = X^2$ beschrieben. Diesem Anleger wird eine Anlagemöglichkeit angeboten, welche mit einer Wahrscheinlichkeit α einen Ertrag von 20 und mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1-\alpha)$ einen Ertrag von 10 einbringen wird. Eine sichere Anlage brächte einen Ertrag von 15 ein.
Wie groß muss α mindestens sein, damit der Anleger bereit ist, die Anlage zu tätigen?

Welche Implikationen ergeben sich aus diesen drei unterschiedlichen Verhaltensweisen gegenüber dem Risiko für die Form der Nutzenfunktion? Ist sie konvex oder konkav? Eine Funktion $f(x)$ heißt streng konkav, wenn gilt:

$$(2.3-17) \quad f(\bar{x}) > kf(x_1) + (1-k)f(x_2), \text{ wobei} \\ \bar{x} = kx_1 + (1-k)x_2 \text{ ist und } 0 < k < 1, \quad x_1, x_2 \in X.$$

Dies bedeutet, dass die Verbindungsgerade zwischen zwei Kurvenpunkten x_1 und x_2 unterhalb der Kurve verläuft, die durch $f(x)$ gegeben wird. Ersetzen wir das allgemeine Funktionssymbol f durch das Symbol für die Erwartungsnutzenfunktion V , das Argument x durch das Symbol für den Ertrag Y und den Gewichtungsparameter k durch das Symbol w für die Wahrscheinlichkeit, so erkennt man, dass die Ungleichung (2.3-17) formal identisch ist mit der Bedingung für Risikoscheu:

$$(2.3-18) \quad V[E(Y)] > wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2).$$

Wir können also schließen, dass die Nutzenfunktion streng konkav ist, falls der Nutzen eines sicheren Ertrages in Höhe von $E(Y)$ größer ist als der erwartete Nutzen eines im Durchschnitt gleich hohen unsicheren Ertrages. Abbildung (A 2.3.1) stellt eine derartige Kurve dar.

Implikationen der Risikopräferenz für die Form der Erwartungsnutzenfunktion

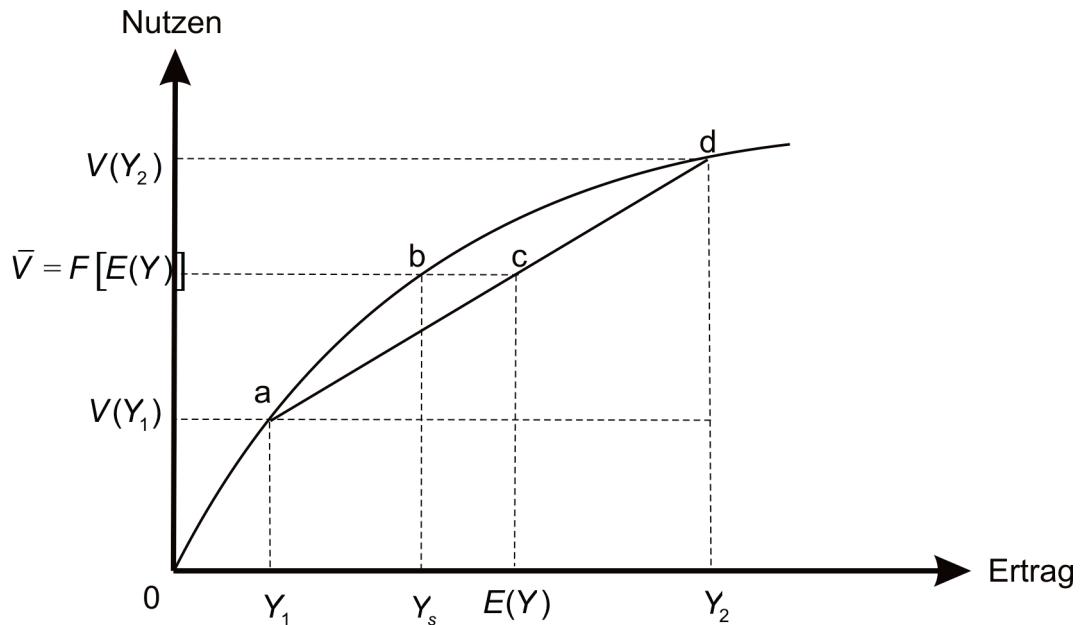


Abbildung (A 2.3-1): Erwartungsnutzenfunktion im Falle der Risikoscheu

Die Steigung der Geraden, welche die Punkte **a** und **d** verbindet, beträgt $\frac{V(Y_2) - V(Y_1)}{Y_2 - Y_1}$. Dann ist der Ordinatenwert der Geradenfunktion $F(Y)$ an der Stelle $E(Y)$ identisch mit dem Erwartungsnutzen \bar{V} des Prospekts.⁴² Es gilt also:

$$(2.3-19) \quad F[E(Y)] = \bar{V}.$$

Der erwartete Nutzen ist aber definitionsgemäß gleich dem Nutzen des Sicherheitsäquivalents. Deshalb gibt Punkt **b** die Höhe des Nutzens des Sicherheitsäquivalents \bar{V} an. Daraus ergibt sich schließlich die Höhe des Sicherheitsäquivalents Y_s .

Ergebnis

Wir kommen also zu dem Ergebnis, dass die Annahme $Y_s < E(Y)$ äquivalent zur Annahme einer strengen Konkavität der Nutzenfunktion ist.

Die Annahme der Risikoaversion kann sowohl durch die Ungleichung $Y_s < E(Y)$ als auch durch die Form der Nutzenfunktion ausgedrückt werden, und Risikoaversion kann mit einem abnehmenden Grenznutzen des Ertrages gleichgesetzt wer-

⁴² $F[E(Y)] = V(Y_1) + \frac{V(Y_2) - V(Y_1)}{Y_2 - Y_1}(E(Y) - Y_1)$ oder wegen $E(Y) = wY_1 + (1-w)Y_2$:

$$\begin{aligned} &= V(Y_1) + \frac{V(Y_2) - V(Y_1)}{Y_2 - Y_1}[wY_1 + (1-w)Y_2 - Y_1] \\ &= V(Y_1) + \frac{V(Y_2) - V(Y_1)}{Y_2 - Y_1}(1-w)[Y_2 - Y_1] \\ &= V(Y_1) + (1-w)[V(Y_2) - V(Y_1)] \\ &= wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2) = \bar{V} \end{aligned}$$

den. Wird der Ertrag in Geldeinheiten gemessen, können wir auch sagen, dass die Annahme der Risikoaversion gleichbedeutend mit der Annahme eines abnehmenden Grenznutzens des Geldes ist.⁴³

Analog lässt sich zeigen, dass Risikofreude eine streng konvexe und Risikoneutralität eine lineare Nutzenfunktion implizieren. Die Abbildungen (A 2.3-2) bzw. (A 2.3-3) stellen den Verlauf der Erwartungsnutzenfunktion eines risikofreudigen bzw. eines risikoneutralen Akteurs dar.

Alternatives
Risikoverhalten

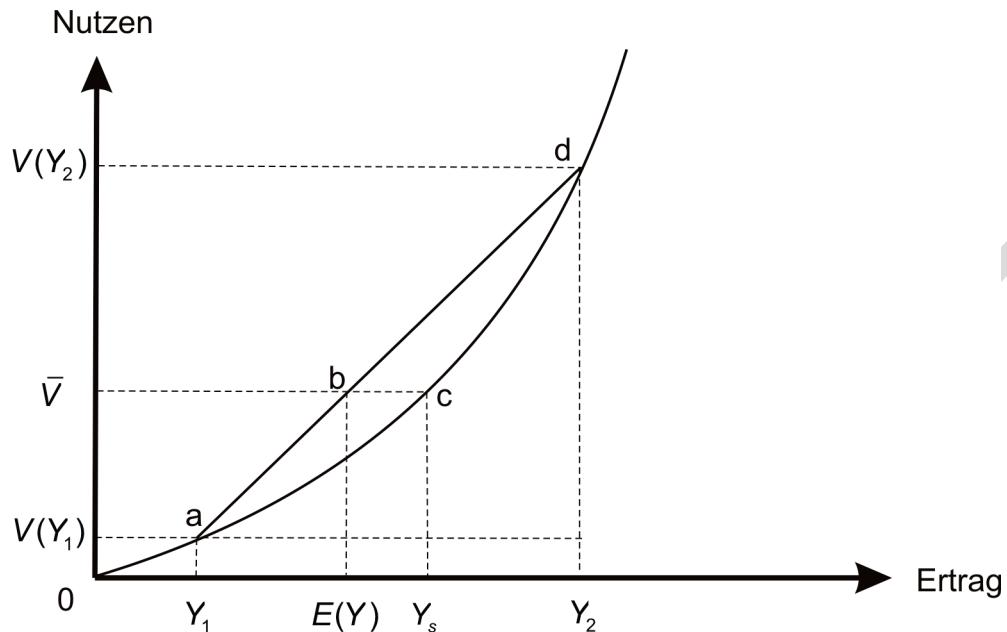


Abbildung (A 2.3-2): Erwartungsnutzenfunktion im Falle von Risikofreude

⁴³ Die These von einem abnehmenden Grenznutzen des Geldes ist schon mehr als 200 Jahre vorher von dem Schweizer Mathematiker Daniel BERNOULLI (1700-1782) vertreten worden. Er hat mit dieser These zu erklären versucht, weshalb kein Spieler bereit ist, einen unendlich hohen, ja nicht einmal einen hohen endlichen Einsatz in dem St. Petersburg-Spiel zu wagen, welches einen unendlich hohen Erwartungswert besitzt.

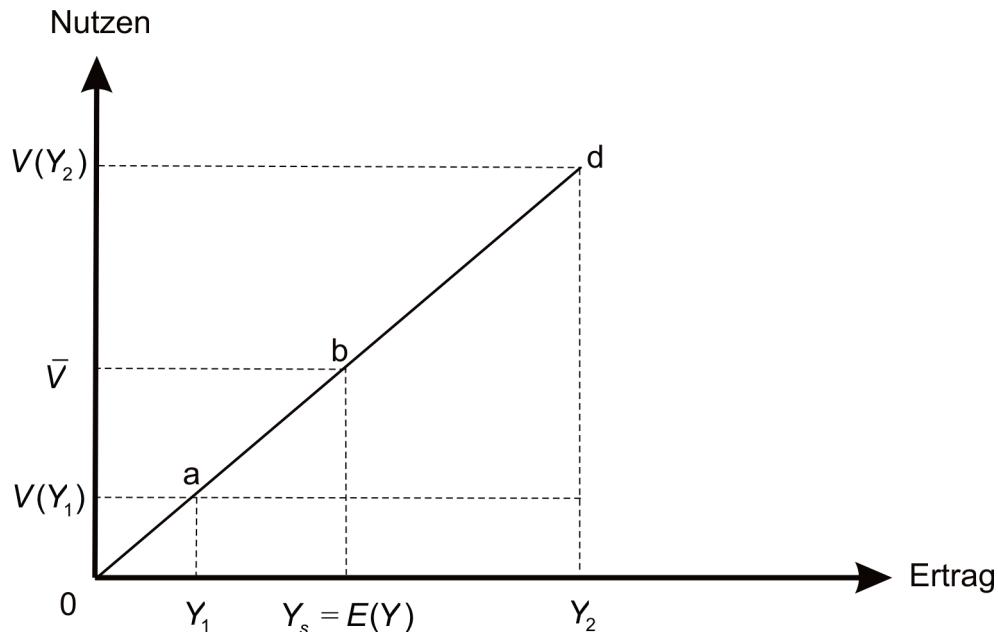


Abbildung (A 2.3-3): Erwartungsnutzenfunktion im Falle von Risikoneutralität

Risikoprämie

Ein risikoscheuer Akteur ist bereit, auf einen Teil des erwarteten Ertrages eines Prospektes zu verzichten, wenn er stattdessen einen sicheren Ertrag erhält. Die Differenz zwischen dem Erwartungswert des Ertrages und dem Sicherheitsäquivalent bezeichnet man als *Risikoprämie*. Sie ist definiert als

$$(2.3-20) \quad R = E(Y) - Y_s.$$

Ein risikoneutraler Akteur ist dagegen nicht bereit, eine Risikoprämie zu zahlen, d.h. für ihn gilt $R = E(Y) - Y_s = 0$, und ein risikofreudiger Akteur wäre nur dann bereit, einen Prospekt gegen einen sicheren Ertrag einzutauschen, wenn der sichere Ertrag höher ist als der Erwartungswert des Prospekts, wenn also gelten würde $R = E(Y) - Y_s < 0$.

Maß für die Risikoprämie

Für viele Zwecke ist es ausreichend, das Risikoverhalten rein qualitativ als risikoscheu, risikoneutral oder risikofreudig anzunehmen. Für andere Zwecke ist es wünschenswert, das Risikoverhalten genauer zu charakterisieren. Eine Möglichkeit hierfür bietet der *Arrow-Pratt-Koeffizient der absoluten Risikoaversion* (PRATT 1964). Er ist definiert als:

$$(2.3-21) \quad A(Y) = -\frac{V''(Y)}{V'(Y)}.$$

Es ist der Quotient aus zweiter und erster Ableitung der Erwartungsnutzenfunktion. Der Koeffizient ist abhängig von der Höhe des erwarteten Ertrages. Im Falle der Risikoscheu ($V'' < 0$) ist der Koeffizient positiv, im Falle der Risikofreude negativ und im Falle der Risikoneutralität ist er null. Mit Hilfe dieses Koeffizienten lässt sich folgendes approximatives Maß für die Risikoprämie angeben:

$$(2.3-22) \quad R \sim -\frac{1}{2} \frac{V''(Y)}{V'(Y)} \sigma^2 = \frac{1}{2} A(Y) \sigma^2 .^{44}$$

σ^2 ist die Varianz der Erträge. Die Risikoprämie ist demnach eine Funktion der Höhe und der Varianz der Erträge.

Bei einem Anstieg von Y kann die Risikoprämie steigen, sinken oder konstant bleiben, da $A'(Y) \geq 0$ gilt. Die wichtigste Eigenschaft besteht jedoch darin, dass

Eigenschaft der Risikoprämie

A (und damit R) unabhängig von der speziellen Form der Nutzenfunktion ist. Steigende lineare Transformationen lassen A nämlich unverändert.⁴⁵

Der Risikokoeffizient ist eingeführt worden, um ein approximatives Maß für die Risikoprämie zu erhalten. Wie bereits erklärt, gibt Letztere an, auf welchen erwarteten Geldbetrag ein risikoscheuer Akteur verzichten würde, um einen sicheren Ertrag zu erhalten. Die Höhe des Risikokoeffizienten ist deshalb von der Wahl der Einheiten abhängig, in denen der Ertrag gemessen wird. Um diesen Effekt auszuschalten, kann man den Koeffizienten durch den erwarteten Ertrag dividieren und erhält dann den Arrow-Pratt-Koeffizienten der *relativen* Risikoaversion:

$$(2.3-23) \quad A_r(Y) = \frac{A(Y)}{E(Y)} .$$

Dieser Koeffizient ist dimensionslos.

Wir erhalten somit folgendes wichtige Ergebnis: *Die der Erwartungsnutzenfunktion zu Grunde liegenden Axiome gestatten es, Annahmen über die Krümmung der Erwartungsnutzenfunktion zu machen, da diese invariant gegenüber zulässigen Transformationen der Nutzenfunktion sind.* Bei einer ordinalen Nutzenfunktion ist dies nicht möglich.

Ergebnis

Übungsaufgabe 41

Einem Fernstudenten wird folgende Wette angeboten:

Wenn er die Klausur Theorie der Marktwirtschaft besteht, erhält er 100 €, wenn er durchfällt, muss er 90 € bezahlen. Er lehnt die Wette ab. Welche der folgenden Gründe für die Ablehnung stehen im Einklang mit der Erwartungsnutzentheorie?

- a) Er schätzt die Wahrscheinlichkeit für das Bestehen der Klausur auf weniger als 0,5 ein.

⁴⁴ Zur Ableitung vgl. z.B. GRAVELLE/REES (2004), S. 463.

⁴⁵ Falls $F[V(Y)]$ eine steigende lineare Transformation von $V(Y)$ ist, wenn also $F(Y) = a + bV(Y)$, mit $b > 0$, dann gilt $F'(Y) = bV'(Y)$, $F''(Y) = bV''(Y)$ und somit:

$$A(Y) = -\frac{F''(Y)}{F'(Y)} = -\frac{bV''(Y)}{bV'(Y)} = -\frac{V''(Y)}{V'(Y)} .$$

- b) Er schätzt die Wahrscheinlichkeit für das Bestehen der Klausur auf 0,8 ein.
 c) Er lehnt die Wette ab, da er sich einen Verlust von 90 € nicht leisten kann.
 d) Er lehnt die Wette ab, weil ihm jemand anderes eine bessere Wette anbietet.

Die Indifferenzkurven der Erwartungsnutzenfunktion

Die Indifferenzkurven einer Erwartungsnutzenfunktion lassen sich auf die gleiche Weise ableiten wie die der Nutzenfunktion für Entscheidungen unter Sicherheit. Für einen konstanten Nutzen lautet die Erwartungsnutzenfunktion:

$$(2.3-24) \quad \tilde{V} = wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2).$$

Bilden wir das totale Differential dieser Funktion, so erhalten wir

$$(2.3-25) \quad d\tilde{V} = wV'(Y_1)dY_1 + (1-w)V'(Y_2)dY_2 = 0,$$

da \tilde{V} auf der Indifferenzkurve konstant ist. Die Steigung der Indifferenzkurve ergibt sich dann zu

$$(2.3-26) \quad \frac{dY_2}{dY_1} = -\frac{wV'(Y_1)}{(1-w)V'(Y_2)}.$$

Das Verhältnis $\frac{dY_2}{dY_1}$ gibt an, auf welche Reduzierung des Ertrages Y_2 der Akteur zu verzichten bereit ist, falls der Ertrag Y_1 um eine Einheit steigt. Wir können $\frac{dY_2}{dY_1}$ als die Grenzrate der Substitution eines Prospekts $\{PP_2\} = (w, Y_1^{(2)}, Y_2^{(2)})$ durch einen Prospekt $\{PP_1\} = (w, Y_1^{(1)}, Y_2^{(1)})$ betrachten. Bei den Erträgen Y bezeichnet der untere Index den Zustand der Welt, der in Klammern gesetzte obere den zugehörigen Prospekt. Beide Prospekte besitzen einen erwarteten Nutzen in Höhe von \tilde{V} . Auf der in Abbildung (A 2.3-4) eingezeichneten Indifferenzkurve liegen alle Prospekte, zwischen denen der Akteur indifferent zu $\{PP_1\}$ und $\{PP_2\}$ ist.

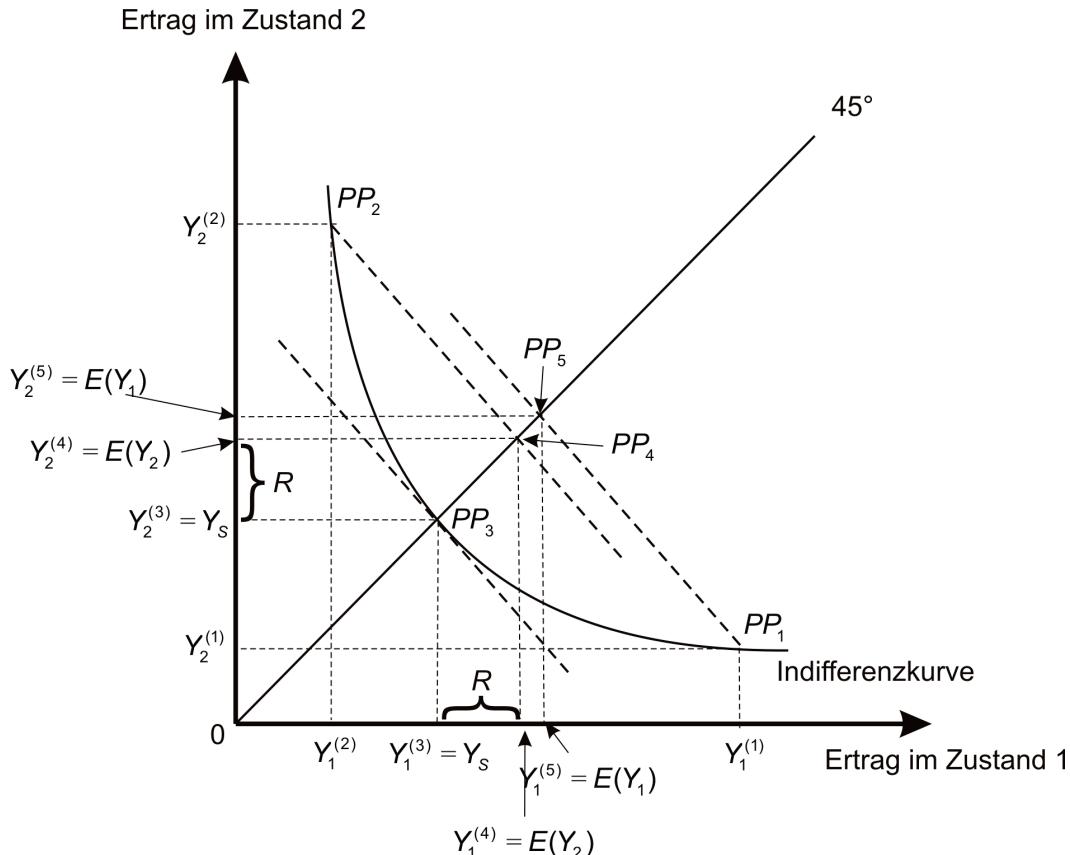


Abbildung (A 2.3-4): Risiko-Indifferenzkurve

Punkt PP_3 repräsentiert einen Prospekt, der in beiden Zuständen der Welt den gleichen Ertrag, also einen sicheren Ertrag Y_s erbringt. Auf der 45° -Linie gilt in jedem Punkt $Y_1 = Y_2$, also auch $V(Y_1) = V(Y_2)$ und damit $V'(Y_1) = V'(Y_2)$. Dann gilt für die Steigung der Indifferenzkurve im Schnittpunkt mit der 45° -Linie:

$$\frac{dY_2}{dY_1} = -\frac{w}{1-w} \frac{V'(Y_1)}{V'(Y_2)} = -\frac{w}{1-w}$$

Sie gibt also die Wahrscheinlichkeitserwartungen an, welche der Akteur hält. Je wahrscheinlicher der Zustand 1 erscheint, je größer also w ist, desto steiler ist die Indifferenzkurve im Schnittpunkt mit der 45° -Linie.

Die Prospekte, zwischen denen der Akteur indifferent ist, unterscheiden sich nur durch die Höhe der Erträge in den beiden Zuständen der Welt, nicht durch die Höhe der Wahrscheinlichkeit w , mit welcher die Zustände eintreten, da die Zustände der Welt für alle Prospekte identisch sind. Weil die Erwartungsnutzenfunktion bei Risikoscheu streng konkav ist, hat die zugehörige Indifferenzkurve einen streng konvexen Verlauf.

Die beiden Maße zur Beschreibung des Risikoverhaltens, nämlich das Sicherheitsäquivalent und die Risikoprämie, lassen sich an Hand der Indifferenzkurve ermitteln. Das Sicherheitsäquivalent eines Prospekts ergibt sich aus dem Schnittpunkt der zugehörigen Indifferenzkurve mit der 45° -Linie. So ist Y_s das Sicherheitsäquivalent zu den Prospekten $\{PP_1\}$ und $\{PP_2\}$.

Sicherheitsäquivalent

Risikoprämie

Die Risikoprämie ist die Differenz zwischen dem Erwartungswert eines Prospekts und seinem Sicherheitsäquivalent. Der Erwartungswert eines auf der Indifferenzkurve liegenden Prospekts wird durch $E(Y) = wY_1 + (1-w)Y_2$ gegeben. Auf einer durch $E(Y) = wY_1 + (1-w)Y_2$ definierten Geraden ist der Erwartungswert konstant. Diese Gerade besitzt die Steigung $\frac{dY_2}{dY_1} = -\frac{w}{1-w}$, also die gleiche Steigung wie die Indifferenzkurve im Schnittpunkt mit der 45° -Linie. Die durch die Punkte PP_2 und PP_4 verlaufende Parallele zur Tangente an die Indifferenzkurve im Punkt PP_3 gibt mithin alle Prospekte an, die den gleichen Erwartungswert haben wie der Prospekt $\{PP_2\}$. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der 45° -Linie bezeichnet einen Prospekt $\{PP_4\}$, welcher einen sicheren Ertrag in Höhe von $E(Y^{(2)})$ ergibt. Dieser Ertrag kann sowohl an der Abszisse als auch an der Ordinate abgelesen werden. Die Differenz zwischen dem Abszissen- bzw. Ordinatenwert des Punktes PP_4 und dem Sicherheitsäquivalent Y_s gibt die Risikoprämie R für den Prospekt $\{PP_2\}$ an: $R_2 = E(Y^{(2)}) - Y_s$. Analog lässt sich die Risikoprämie für den Prospekt $\{PP_1\}$ ermitteln.

Präferenz für gemischte Portfolios bei Risikoscheu

Die Indifferenzkurve enthüllt noch einen weiteren wichtigen Aspekt der Risikoscheu, nämlich eine Präferenz für Diversifikation. Ganz ähnlich wie ein Haushalt im Falle einer ordinalen konkaven Nutzenfunktion für Entscheidungen unter Sicherheit gemischte Güterbündel gegenüber „reinen“ oder „einseitigen“ Güterbündeln vorzieht, zieht ein Akteur im Falle einer konkaven Risikopräferenzfunktion gemischte Portfolios gegenüber „reinen“ Portfolios vor. Diese Feststellung ergibt sich aus folgender Überlegung: Falls die beiden „reinen“ Prospekte $\{PP_1\}$ und $\{PP_2\}$ erreichbar und beliebig teilbar sind, sind auch alle gemischten Prospekte erreichbar, die auf einer Geraden liegen, welche die Punkte PP_1 und PP_2 verbindet.

$$(2.3-27) \quad \{P_g\} = (Y_1^{(g)}, Y_2^{(g)}) = [kY_1^{(1)} + (1-k)Y_1^{(2)}; kY_2^{(1)} + (1-k)Y_2^{(2)}], \\ \text{mit } 0 \leq k \leq 1.^{46}$$

Der Prospekt $\{P_g\}$ stellt ein gemischtes Portfolio dar, welches den Anteil k des Prospekts $\{PP_1\}$ und den Anteil $(1-k)$ des Prospekts $\{PP_2\}$ enthält. Diese Verbindungsgerade liegt „nord-östlich“ von PP_3 und repräsentiert deshalb ein

⁴⁶ $\{PP_g\} = (Y_1^{(g)}, Y_2^{(g)}) = k\{PP_1\} + (1-k)\{PP_2\}$
 $= k(Y_1^{(1)}, Y_2^{(1)}) + (1-k)(Y_1^{(2)}, Y_2^{(2)})$
 $= (kY_1^{(1)}, kY_2^{(1)}) + (Y_1^{(2)}, Y_2^{(2)}) - (kY_1^{(2)}, kY_2^{(2)})$
 $= (kY_1^{(1)} + (1-k)Y_1^{(2)}); (kY_2^{(1)} + (1-k)Y_2^{(2)})$

höheres Nutzenniveau als der Punkt PP_3 . Die Erkenntnis, dass ein gemischtes Portfolio für risikoscheue Akteure einen höheren Nutzen repräsentiert als ein einseitiges, ist im Grunde nicht neu. Sie drückt sich in der Spruchweisheit aus: „Pack nicht alle Eier in einen Korb“.

Übungsaufgabe 42

Die Steigung der Indifferenzkurve einer Erwartungsnutzenfunktion im Schnittpunkt mit der 45° -Linie spiegelt die Wahrscheinlichkeit wider, von welcher der Entscheider ausgeht. Könnten die Indifferenzkurven für unterschiedliche Prospekte unterschiedliche Steigungen in ihren jeweiligen Schnittpunkten mit der 45° -Linie aufweisen?

2.3.1.2 Die Maximierung des Erwartungsnutzens

1. Beispiel: Die Wahl der optimalen Deckungssumme bei einem Versicherungsvertrag

Angenommen, ein Bauträger schließe einen Vertrag über die Errichtung eines Hauses. Falls das Haus zum vereinbarten Zeitpunkt fertig wird, erhält er eine Entlohnung in Höhe von Y . Wird das Haus nicht rechtzeitig fertig, muss er eine Konventionalstrafe in Höhe von S zahlen. Die Netto-Entlohnung beträgt in diesem Fall $Y - S$. Ob das Haus rechtzeitig fertig wird oder nicht, hängt vom Wetter, also vom Zustand der Welt ab. Ist das Wetter gut (= Zustand 1 oder „guter“ Zustand), wird das Haus rechtzeitig fertig, ist es schlecht (= Zustand 2 oder „schlechter“ Zustand), wird es nicht fertig.

Ertrag ist abhängig vom Zustand der Welt

Der Bauträger kann sich gegen den schlechten Zustand der Welt und damit gegen die Zahlung des Strafgeldes versichern. Die Prämie beträgt P € für 1 € Deckungssumme (D). Dabei gilt $0 < P < 1$. Falls er keine Versicherung abschließt, erzielt er bei gutem Wetter einen Ertrag in Höhe von Y , bei schlechtem Wetter in Höhe von $Y - S$. Versichert er sich, erhält er bei gutem Wetter

$$(2.3-28) \quad Y^{(1)} = Y - PD,$$

Versicherung gegen Terminüberschreitung

bei schlechtem Wetter

$$(2.3-29) \quad Y^{(2)} = Y - PD - S + D = Y - S + (1 - P)D.$$

Welche Deckungssumme soll der Bauträger wählen? Löst man (2.3-28) nach D auf und setzt in (2.3-29) ein, so erhält man nach Umformung:

$$(2.3-30) \quad (1 - P)Y^{(1)} + PY^{(2)} = Y - PS = \bar{B}.$$

„Budgetgleichung“

Die linke Seite von (2.3-30) kann man als Ausgaben für den Kauf von Versicherungsschutz interpretieren, die rechte Seite als das verfügbare Budget. $(1 - P)$ bzw. P stellen die „Preise“ für einen Ertrag in Höhe von 1€ in Zustand 1 bzw. in Zustand 2 dar. Das verfügbare Budget \bar{B} besteht aus der Differenz zwischen der Entlohnung, falls die vereinbarte Leistung im vollen Umfang erbracht wird, und

dem Produkt aus Versicherungsprämie und Schadenshöhe. Entspricht die Deckungssumme der Schadenshöhe, so ist PS der an die Versicherung zu zahlende Betrag. Die Budgetgerade hat eine Steigung

Steigung der
Budgetgeraden

$$(2.3-31) \quad \frac{dY_2}{dY_1} = -\frac{(1-P)}{P} .^{47}$$

In Abbildung (A 2.3-5) stellt die durch die Punkte a und b verlaufende Gerade diese Budgetgerade dar. Punkt a repräsentiert einen Prospekt ohne Versicherungsschutz, Punkt b einen mit vollständigem Schutz in dem Sinne, dass der Ertrag in beiden Zuständen der Welt der gleiche ist. Theoretisch sind auch die rechts von a bzw. links von b auf der Budgetgeraden liegenden Prospekte erreichbar. Die Versicherung wäre sozusagen bereit, zu den gleichen Preisen P bzw. $(1-P)$ auch größere Mengen des „Gutes 1“ bzw. des „Gutes 2“ zu verkaufen, als sie den Punkten a bzw. b entsprechen. Der Bauträger würde dann auf Erträge, welche er in Zustand 1 hätte, verzichten, um höhere Erträge in Zustand 2 zu erzielen und umgekehrt. Die Achsenabschnitte geben die maximal möglichen Erträge in den jeweiligen Zuständen an, falls der Bauträger auf alle Erträge in dem jeweils anderen Zustand der Welt verzichten würde. Hierbei würde es sich aber nicht mehr um eine Versicherung, sondern um eine Wette handeln. Für einen Versicherungsvertrag sind deshalb nur die Prospekte relevant, die zwischen den Punkten a und b liegen.

Erwartungswert bei
fairer Versicherung

Wir nennen einen Versicherungsvertrag fair, wenn die Versicherung den Erwartungswert des Einkommens des Versicherten nicht ändert. Sei w die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des guten Zustands (1) und $(1-w)$ die für den Eintritt des schlechten Zustands (2), so beträgt das erwartete Einkommen ohne Abschluss eines Versicherungsvertrages:

$$(2.3-32) \quad E(Y) = wY + (1-w)[Y - S] = Y - (1-w)S .$$

⁴⁷ $PY_2 + (1-P)Y_1 = \bar{B} \rightarrow PdY_2 + (1-P)dY_1 = 0 \rightarrow \frac{dY_2}{dY_1} = -\frac{(1-P)}{P}$

Ertrag im schlechten Zustand

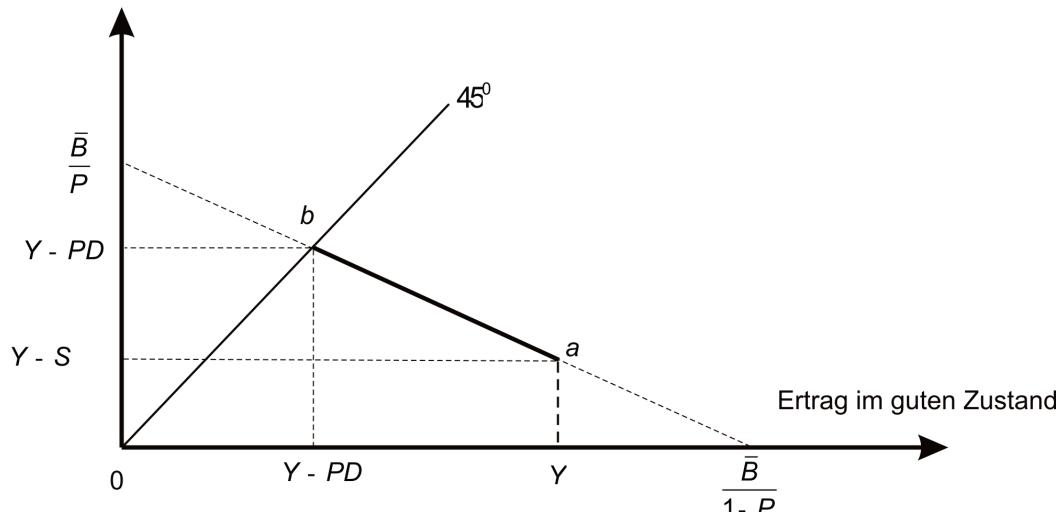


Abbildung (A 2.3-5): Die Budgetgerade beim Abschluss einer Versicherung

Bei Abschluss eines Versicherungsvertrages beträgt der Erwartungswert der Entlohnung⁴⁸

$$(2.3-33) \quad E(Y) = Y - (1-w)S - [P - (1-w)]D.$$

Falls $P = (1-w)$, der Prämienzins also gleich der Wahrscheinlichkeit des Schadeneintrags ist, bleibt die erwartete Entlohnung unverändert. Die Versicherung ist also fair.⁴⁹

In Abbildung (A 2.3-6) stellt Punkt **a** den Entlohnungsprospekt ohne Versicherungsschutz dar. Falls der gute Zustand der Welt eintritt, erhält der Bauträger eine Entlohnung in Höhe von Y , tritt der schlechte Zustand ein, erhält er eine Entlohnung in Höhe von $Y - S$.

Optimale Deckungs-
summe bei fairer Ver-
sicherung

⁴⁸ $E(Y) = w[Y - PD] + (1-w)[Y - S + (1-P)D]$
 $= wY - wPD + Y - S + (1-P)D - wY + wS - w(1-P)D = Y - (1-w)S - [P - (1-w)]D$

⁴⁹ Hierbei ist unterstellt, dass die Versicherung kostenlos arbeitet. Ansonsten müsste natürlich noch eine Verwaltungsprämie erhoben werden.

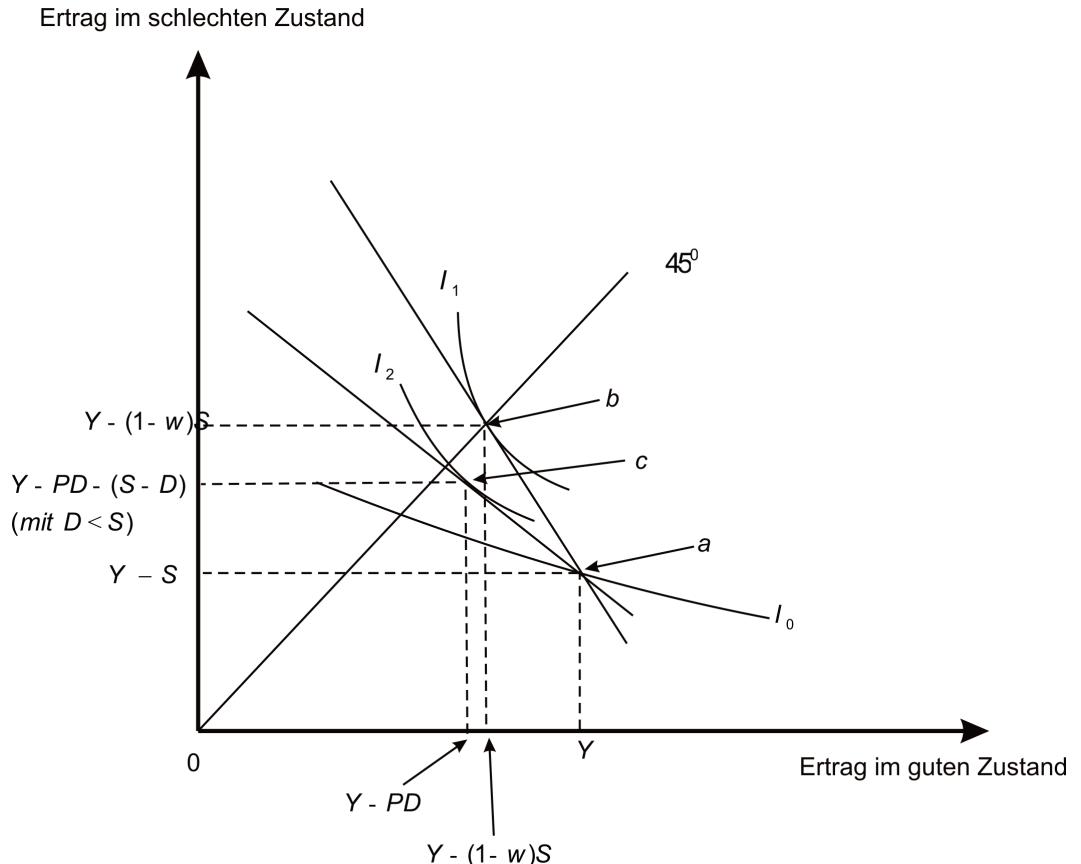


Abbildung (A2.3-6): Der optimale Versicherungsschutz

Der Erwartungsnutzen dieses Prospekts wird durch die Indifferenzkurve I_0 angegeben, welche durch den Punkt a läuft. Auf der durch a und b verlaufenden Geraden ab liegen alle Prospekte, welche den gleichen Erwartungswert wie a haben. Die Steigung dieser Geraden beträgt $-\frac{w}{1-w}$. Existiert eine faire Versicherung, so kann der Bauträger jeden Punkt auf dieser Geraden wählen. Die Gerade stellt in diesem Fall die Budgetgerade für ihn dar. Er maximiert seinen Nutzen, wenn er jenen Punkt auf der Geraden wählt, bei dem die Indifferenzkurve die „Budgetgerade“ tangiert. Dies ist im Punkt b der Fall, da die Indifferenzkurve im Schnittpunkt mit der 45° -Linie die Steigung $-\frac{w}{1-w}$ hat, wie wir oben gesehen hatten. Der Prospekt b sichert in beiden Zuständen der Welt einen gleich hohen Ertrag in Höhe von $Y - PD$, wobei $P = (1-w)$ gilt, da die Versicherung fair ist. Ein identischer Ertrag in beiden Zuständen der Welt impliziert, dass der Bauträger eine Deckungssumme in Höhe des möglichen Schadens wählt ($D = S$). Damit wird verständlich, dass $Y - PS$ tatsächlich als „Budgetsumme“ angesehen werden kann, welche zum „Kauf“ der zustandsabhängigen Erträge Y_1 und Y_2 zur Verfügung steht.

Falls keine faire Versicherung existiert, ist die Versicherungsprämie höher als die Schadenswahrscheinlichkeit, es gilt also $P > (1-w)$. Die Budgetgerade verläuft jetzt flacher. In diesem Fall wird der Akteur keine vollständige Absicherung, sondern einen Punkt wie c wählen.

Optimale Deckungs-
summe bei „unfairer“
Versicherung

Die hier grafisch gefundene Lösung lässt sich analytisch bestätigen, indem man die Erwartungsnutzenfunktion

$$(2.3-34) \quad V = wV(Y_1) + (1-w)V(Y_2) \\ = wV(Y - PD) + (1-w)V(Y - PD - S + D)$$

nach der Deckungssumme D differenziert. Falls der Bauträger weder eine vollständige Absicherung noch einen vollständigen Verzicht auf die Versicherung wählt, muss im Optimum

$$(2.3-35) \quad \frac{\partial V}{\partial D} = -PwV'(Y_1) + (1-P)(1-w)V'(Y_2) = 0$$

gelten. Die Bedingung 2. Ordnung ist erfüllt, da $V'' < 0$:

$$(2.3-36) \quad \frac{\partial^2 V(Y)}{\partial D^2} = P^2 wV''(Y_1) + (1-P)^2 (1-w)V''(Y_2) < 0.$$

Die Bedingung (2.3-35) lässt sich umschreiben zu

$$\frac{wV'(Y_1)}{(1-w)V'(Y_2)} = \frac{(1-P)}{P}.$$

Im Optimum muss also die Steigung der Budgetgeraden $-\frac{1-P}{P}$, die mit Hilfe der Versicherung erreichbar ist, gleich der Steigung der Indifferenzkurve $-\frac{wV'(Y_1)}{(1-w)V'(Y_2)}$ sein.

Übungsaufgabe 43

Die Risikopräferenz des Bauträgers werde durch $V = Y^{\frac{1}{2}}$ gegeben. Bestimmen Sie die optimale Deckungssumme für den Bauträger, falls die Versicherungsprämie fair ist und folgende Daten gegeben sind:

$$Y = 100$$

$$S = 20$$

$$w = 0,5$$

2. Beispiel: Die Wahl eines optimalen Bündels von Zustandsgütern

Wir haben die Erwartungsnutzentheorie bisher als eine Theorie über die Entscheidung zwischen Prospektien dargestellt und Prospekte dabei als eindimensionale Größen betrachtet, welche die Dimension Geld haben. Die Theorie kann aber auch angewendet werden, wenn es um die Entscheidung zwischen Güterbündeln geht.

Wie wir später sehen werden, ist dies sogar ein überaus wichtiges Anwendungsbereich. Es lässt sich nämlich zeigen, dass zentrale Aussagen der Theorie der Marktwirtschaft, welche unter der Annahme von Sicherheit abgeleitet werden, auch dann erhalten bleiben, wenn Unsicherheit besteht, sofern gewisse Bedingungen erfüllt sind. Eine dieser Bedingungen besteht darin, dass die Akteure bestrebt sind, ihren Erwartungsnutzen zu maximieren. Eine andere besteht darin, dass Märkte für *Zustandsgüter* existieren.

Kassa- und Terminkontrakte

Zustandsgüter sind zunächst einmal ganz normale Güter. Die Besonderheit liegt in den Verträgen, welche über den Kauf (oder allgemeiner: den Austausch) derartiger Güter getroffen werden. Üblicherweise werden Kaufverträge in der Weise geschlossen, dass sich der Verkäufer zur Lieferung der Ware und der Käufer zur Zahlung des Kaufpreises verpflichten. Wenn das Gut zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses bereits vorhanden ist, sprechen wir von einem *Spot-* oder *Kassakontrakt*. Wir können diesen Sachverhalt auch so ausdrücken: Der Vertrag wird abgeschlossen, nachdem der Zustand der Welt bereits bekannt ist. Falls das Gut zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses noch nicht existiert, sprechen wir von einem *Terminkontrakt*. Der Verkäufer verpflichtet sich, zu einem festgelegten zukünftigen Zeitpunkt das Gut zu liefern, der Käufer verpflichtet sich zur Zahlung des bei Vertragsabschluss vereinbarten Kaufpreises. Der Zustand der Welt im Zeitpunkt der Lieferung ist zwar bei Vertragsabschluss nicht bekannt, spielt für die Vertragspflichten aber auch keine Rolle. Die Vertragspflichten sind unabhängig vom Zustand der Welt zu erfüllen. Terminmärkte existieren vor allem für finanzielle Aktiva sowie für börsenmäßig gehandelte Rohstoffe und landwirtschaftliche Produkte.

Märkte für Zustandsgüter

Jetzt stellen wir uns vor, es würde eine dritte Art von Märkten existieren, auf denen Verträge folgender Art abgeschlossen werden: Der Verkäufer verpflichtet sich zur Lieferung des Gutes, falls ein bestimmter Zustand der Welt eintritt. Falls dieser Zustand nicht eintritt, braucht er nicht zu leisten. Der Käufer hat aber in jedem Fall den bei Vertragsschluss vereinbarten Kaufpreis zu entrichten. Wären Sie als Käufer bereit, einen Vertrag abzuschließen, bei dem Sie *immer* leisten müssten, der Verkäufer aber nur unter bestimmten Umständen? Vermutlich ja, falls der Kaufpreis niedrig genug ist. Der Kaufvertrag entspricht nämlich dem Erwerb eines Lotterieloses. Angenommen, es gäbe nur zwei Zustände der Welt. Den einen Zustand wollen wir als „gut“, den anderen als „schlecht“ bezeichnen. Es gäbe jetzt die Möglichkeit, einen Vertrag über die Lieferung des gewünschten Gutes einmal für den Fall abzuschließen, dass der gute Zustand und einmal für den Fall, dass der schlechte Zustand eintritt. Wenn man beide Verträge abschließt, erhält man das Gut also mit Sicherheit.⁵⁰ Der Preis für „beide“ Güter zusammen darf nicht höher sein als der Preis auf dem Terminmarkt, sonst schlösse man keinen Zu-

⁵⁰ Die Situation ähnelt der beim Roulettspiel, falls man zugleich auf Rot und Schwarz setzt. Beim Roulettspiel existiert allerdings noch ein dritter Zustand, nämlich die Zahl 0, die weder rot noch schwarz ist.

standsvertrag ab. Auf diese Weise können Terminmärkte gedanklich durch Zustandsmärkte ersetzt werden. Die Zahl der möglichen Zustände ist natürlich nicht auf zwei begrenzt, sondern umfasst alle möglichen Zustände. Die Zahl der möglichen Zustände hatten wir am Anfang dieses Kapitels mit dem Symbol n bezeichnet.

Betrachten wir als Beispiel den Kauf des Gutes „Getreide“ (einer bestimmten Sorte). Die Menge des Gutes, die bei „gutem“ Zustand der Welt geliefert wird, bezeichnen wir mit G_g , die Menge, die bei schlechtem Zustand geliefert wird, mit G_s . Beide Mengen seien identisch. Die Preise der beiden Güter seien P_g bzw. P_s . Der Nutzen, welchen das Getreide stiftet, sei unabhängig vom Zustand der Welt, so dass gilt:

$$(2.3-37) \quad V(G_g) = V(G_s) \text{ für } G_g = G_s.$$

Beispiel: Kauf des Gutes „Getreide“

Die Wahrscheinlichkeit für den guten Zustand betrage w , die für den schlechten Zustand $(1-w)$. Der erwartete Nutzen aus dem Abschluss beider Verträge zusammen beträgt dann:

$$(2.3-38) \quad V = wV(G_g) + (1-w)V(G_s).$$

Wir nehmen jetzt weiter an, dass das Preisverhältnis für die beiden Zustandsgüter dem der Wahrscheinlichkeiten entspricht, so dass wir schreiben können:

$$(2.3-39) \quad \frac{P_g}{P_s} = \frac{w}{(1-w)}. \quad \text{Fairer Markt}$$

Einen Markt, für den dies gilt, bezeichnet man als *fairen Markt*. Je wahrscheinlicher es ist, dass der gute Zustand der Welt eintritt, desto teurer wird das Gut G_g oder anders formuliert: desto teurer wird jenes Lotterielos, welches bei Eintritt des guten Zustands die Lieferung des Gutes verspricht.

Der Käufer maximiert seinen erwarteten Nutzen unter der Nebenbedingung seiner Budgetrestriktion

$$(2.3-40) \quad B = P_g G_g + P_s G_s.$$

Die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum ergeben sich – wie im Fall der Entscheidung unter Sicherheit – durch partielle Ableitung der betreffenden Lagrangepunkt nach den Gütermengen:

$$(2.3-41) \quad \Lambda = wV(G_g) + (1-w)V(G_s) + \lambda(B - P_g G_g - P_s G_s),$$

Bedingungen
1. Ordnung

$$(2.3-42) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial G_g} = wV'(G_g) - \lambda P_g = 0,$$

$$(2.3-43) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial G_s} = (1-w)V'(G_s) - \lambda P_s = 0.$$

Daraus folgt:

$$(2.3-44) \quad \frac{wV'(G_g)}{(1-w)V'(G_s)} = \frac{P_g}{P_s}.$$

Ergebnis: Vollständige Absicherung

Grafische Lösung des Optimierungsproblems

Da der Markt als fair angenommen worden ist, folgt $V'(G_g) = V'(G_s)$ und wegen der Annahme, dass der Nutzen unabhängig vom Zustand der Welt sein soll, schließlich $G_g = G_s$. Falls der Markt fair ist, sichert sich ein risikoscheuer Akteur, welcher seinen Erwartungsnutzen maximiert, also vollständig ab. Egal welcher Zustand der Welt eintritt, er erhält stets die gleiche Menge des Gutes.

Stellen wir das Nutzenmaximierungsproblem grafisch dar (vgl. Abbildung (A 2.3-7)), erhalten wir fast das gleiche Bild wie bei Entscheidungen unter Sicherheit. Lediglich die 45° -Achse ist zusätzlich eingezeichnet, da diese Gerade jetzt die „sicheren“ Güterbündel repräsentiert.

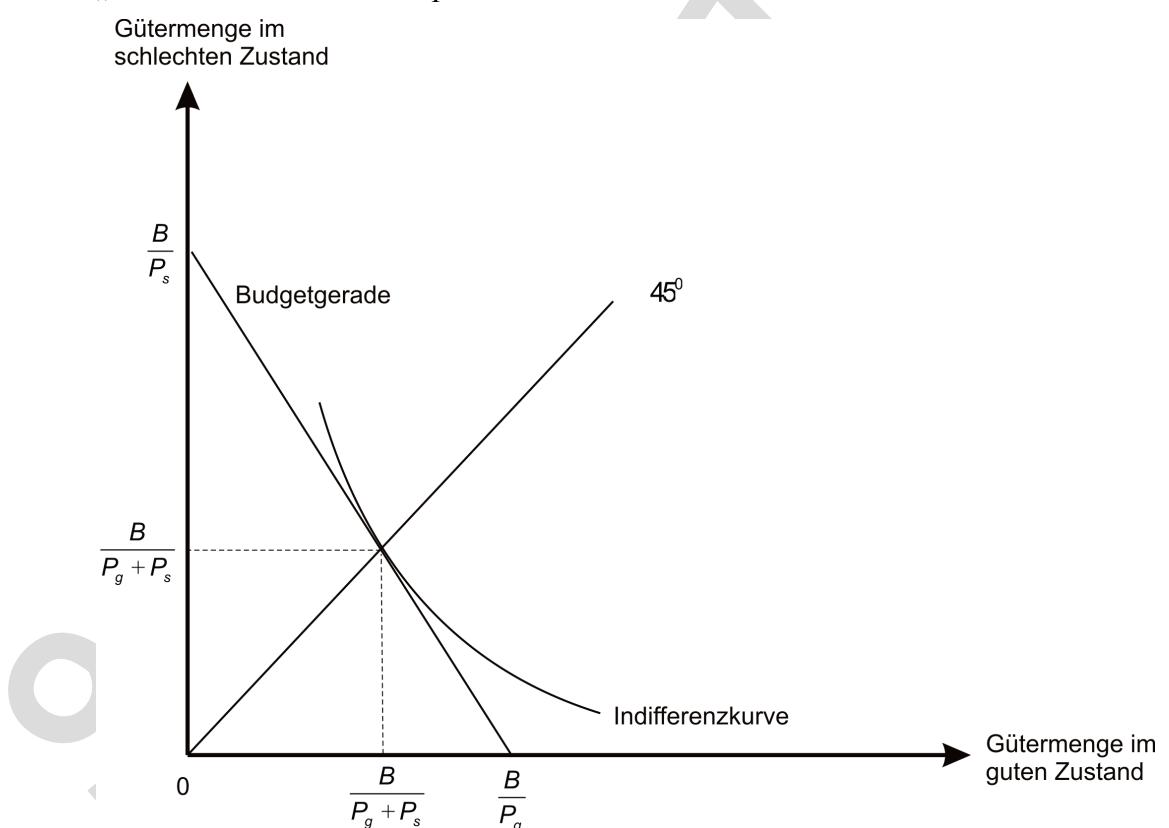


Abbildung (A 2.3-7): Das optimale Bündel zweier Zustandsgüter auf einem fairen Markt

Unterschied zwischen Entscheidungen bei Sicherheit und bei Unsicherheit

Bei Entscheidungen unter Sicherheit ändert sich die Zusammensetzung des optimalen Güterbündels, wenn sich bei konstanter Budgetsumme die Steigung der Budgetgeraden, d.h. die Preisrelation der beiden Güter ändert. Bei Entscheidungen unter Risiko ist dies anders, jedenfalls auf einem fairen Markt. Hier stimmen die Wahrscheinlichkeiten für den Eintritt der Zustände und die Preise der Zustandsgüter überein. Preisänderungen sind dann identisch mit Änderungen der Wahrscheinlichkeiten. Letztere führen aber zu Lageänderungen der Indifferenzkurven und zwar in der Weise, dass der risikoscheue Akteur stets ein Bündel von Zustandsgütern wählt, welches auf der 45° -Linie liegt, unabhängig davon, welche

Preise für die Zustandsgüter gelten. Die Annahme eines fairen Marktes bewirkt also, dass Budgetgerade und Indifferenzkurve nicht unabhängig voneinander sind.

Falls der Markt nicht fair ist, stimmen Preise und Wahrscheinlichkeiten nicht überein. Die Steigung der Indifferenzkurve auf der 45° -Linie stimmt dann nicht mit der Steigung der Budgetgeraden überein.

Entscheidung bei „unfairem“ Markt

Gütermenge im schlechten Zustand

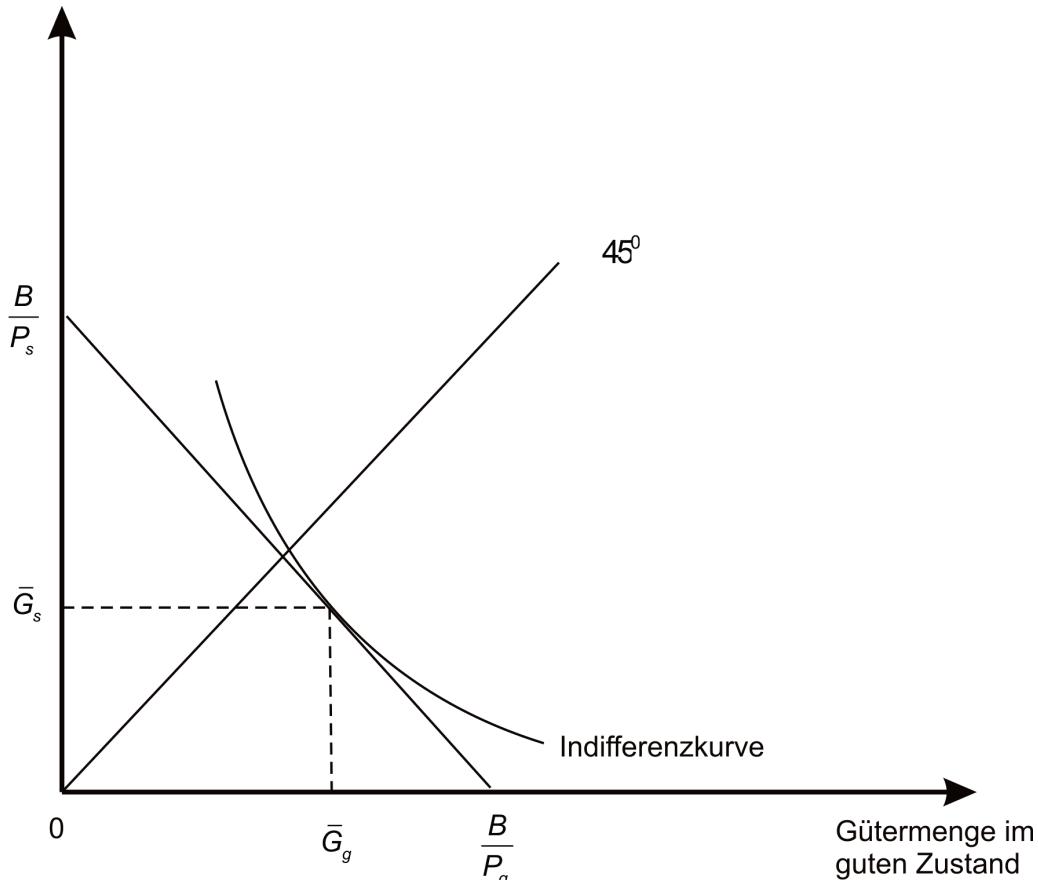


Abbildung (A 2.3-8): Das optimale Bündel zweier Zustandsgüter auf einem unfairen Markt

Im Schnittpunkt mit der 45° -Linie ist die Steigung der Indifferenzkurve dem Betrag nach größer als die der Budgetgeraden. Es gilt dort $\frac{wV'(G_g)}{(1-w)V'(G_s)} > \frac{P_g}{P_s}$. Der

Akteur hält also den Eintritt des „guten“ Zustands für wahrscheinlicher, als dies in den Marktpreisen der beiden Zustandsgüter zum Ausdruck kommt. Es lohnt sich für ihn deshalb, mehr von dem Gut G_g und weniger von dem Gut G_s als bei vollständiger Absicherung zu kaufen.

Übungsaufgabe 44

Auf einem Markt für Zustandsgüter gelte: $P_g = 0,6$ und $P_s = 0,3$. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des guten Zustands betrage $w = 0,5$. Die Nutzenfunktion des Haushalts laute $V = G^{0,5}$. Welche Menge der Güter G_g und G_s wird der Haushalt kaufen?

Verallgemeinerung auf m Güter und n Zustände

Sowohl in dem Beispiel des Versicherungsvertrages als auch in dem Beispiel des Getreidekaufs hatten wir lediglich ein einziges Gut und zwei mögliche Zustände betrachtet. Bei dem Gut handelte es sich einmal um Geld, zum anderen um eine Getreidemenge. Wir könnten unsere Analyse aber ohne große Schwierigkeiten auf den Fall von m Gütern und n Zuständen ausweiten. Eine derartige Erweiterung wird wichtig, wenn man untersuchen möchte, ob ein System von Märkten unter der Bedingung der Unsicherheit simultan im Gleichgewicht sein kann.⁵¹ Angenommen, für jedes der m Güter existiere ein Terminmarkt. Jeder einzelne Terminkontrakt kann dann durch eine Menge von n Zustandsverträgen ersetzt werden. Für jeden möglichen Zustand wird ein gesonderter Vertrag abgeschlossen. Da irgendein Zustand eintreten muss, wird das gekaufte Gut mit Sicherheit geliefert. Bezeichnet man den Preis eines Termingeschäfts j mit P_j^T und den Preis desselben Gutes auf einem Zustandsmarkt für den Zustand z mit dem Symbol P_{jz}^Z , so gilt:

$$(2.3-45) \quad P_j^T = \sum_z P_{jz}^Z.$$

Der erwartete Nutzen eines Konsumenten, dessen Konsumraum 2 Güter in 2 Zuständen umfasst, lässt sich schreiben als:

$$(2.3-46) \quad V = w_1 V(X_{11}, X_{21}) + w_2 V(X_{12}, X_{22}).$$

Erwartungsnutzenfunktion für 2 Zustände und 2 Güter

Der erste Index einer Gütermenge X bezeichnet das Gut, der zweite den Zustand der Welt. So gibt $V(X_{11}, X_{21})$ jenen Nutzen an, den ein Güterbündel stiftet, welches die Menge X_{11} des Gutes 1 und die Menge X_{21} des Gutes 2 enthält. Diese Mengen stehen im Zustand 1 zur Verfügung. Entsprechendes gilt für $V(X_{12}, X_{22})$. Verallgemeinert man den Ausdruck auf m Güter und n Zustände, so lautet die Erwartungsnutzenfunktion:

$$(2.3-47) \quad V = \sum_{z=1}^n w_z V(X_{1z}, \dots, X_{mz}).$$

Erwartungsnutzenfunktion für n Zustände und m Güter

Der Konsument wählt die einzelnen Gütermengen X_{jz} mit dem Ziel, seinen erwarteten Nutzen zu maximieren. Dabei muss er seine Budgetrestriktion beachten.

⁵¹ Wir werden im Modul „Preisbildung auf unvollkommenen Märkten und allgemeines Gleichgewicht“ auf diese Frage zurückkommen. An dieser Stelle reicht es, den allgemeinen Optimierungsansatz eines Konsumenten zu formulieren.

Diese besagt, dass der Wert aller Käufe, summiert über alle Zustände der Welt, nicht größer sein darf als der Wert aller Verkäufe, summiert über alle Zustände der Welt. Der Wert aller Verkäufe ist gleich dem Wert der Anfangsausstattung, über welche der Konsument verfügt. Es ist nicht erforderlich, dass in jedem einzelnen Zustand der Welt der Wert aller Verkäufe mindestens so groß ist wie der Wert aller Käufe. Man kann diesen Umstand einsehen, wenn man bedenkt, dass die Menge aller Zustandsverträge für ein Gut einen Terminvertrag simuliert. Würde der Konsument auf Terminmärkten kaufen, so würde seine Budgetbeschränkung lauten: Der Wert aller Terminkäufe darf nicht größer sein als der Wert seiner Anfangsausstattung, d.h. als der Wert seiner Terminverkäufe. Schreibt man den Vektor der Anfangsausstattung in einem Zustand z als $\hat{X}_z = (\hat{X}_{1z}, \dots, \hat{X}_{mz})$, den Vektor der Preise in diesem Zustand als $P_z^Z = (P_{1z}^Z, \dots, P_{mz}^Z)$, so beträgt der Wert der Anfangsausstattung $P^Z \hat{X} = \sum_z \sum_j P_{jz}^Z \hat{X}_{jz}$. Der Vektor der Gütermen-

gen, welche der Käufer in einem Zustand z konsumiert, lautet $X_z = (X_{1z}, \dots, X_{mz})$. Die Budgetrestriktion lässt sich dann schreiben als:

$$(2.3-48) \quad \sum_z \sum_j P_{jz}^Z (\hat{X}_{jz} - X_{jz}) \geq 0.$$

Budgetbeschränkung für
 n Zustände und m
Güter

Unter Verwendung dieser Schreibweise lautet die Lagrangefunktion für das Optimierungsproblem des Konsumenten:

$$(2.3-49) \quad \Lambda = \sum_z w_z V(X_{1z}, \dots, X_{mz}) + \lambda \left[\sum_z \sum_j P_{jz}^Z (\hat{X}_{jz} - X_{jz}) \right].$$

Lagrangefunktion

Wir haben damit gezeigt, dass sich Entscheidungen unter Unsicherheit mit den gleichen Instrumenten analysieren lassen wie Entscheidungen unter Sicherheit, nämlich mit Nutzenfunktionen bzw. ihren Indifferenzkurven und Budgetrestriktionen. Bei aller formalen Ähnlichkeit darf aber ein wichtiger Unterschied nicht übersehen werden: Bei Entscheidungen unter Sicherheit sind die Güterbündel ex ante (d.h. vor der Entscheidung) und ex post identisch. Bei Entscheidungen unter Unsicherheit sind die Bündel der Zustandsgüter ex ante und ex post unterschiedlich. Ex ante enthält das Bündel für jedes nachgefragte Gut sämtliche zugehörigen Zustandsgüter als Möglichkeit, ex post (d.h. nach Eintritt des Zustands der Welt) wird von jedem nachgefragten Gut nur eines der zugehörigen Zustandsgüter konsumiert.

Übungsaufgabe 45

Wie viele Bedingungen 1. Ordnung ergeben sich aus der Lagrangefunktion (2.3-49)?

2.3.2 Entscheidungen unter Ungewissheit

Bei Entscheidungen unter Ungewissheit ist die *Wahrscheinlichkeitsverteilung* der Zustände der Welt und damit der Erträge nicht bekannt. Die *Höhe* der möglichen Erträge wird aber als bekannt vorausgesetzt. Wie sollte sich ein rationaler Akteur in einer derartigen Situation verhalten? In der ökonomischen Theorie werden vor allem zwei Verhaltensweisen vorgeschlagen: das *Maximin-Prinzip* und die *Bayes'sche Entscheidungsregel*.

Maximin-Prinzip

Das Maximin-Prinzip lautet: Wähle diejenige Strategie, bei welcher der maximale Verlust minimal oder anders ausgedrückt, bei welcher der minimale Gewinn maximal ist.⁵² Zur Erläuterung betrachten wir folgendes Beispiel: Ein Lift-Betreiber muss sich entscheiden, ob er einen weiteren Ski-Lift bauen will oder nicht. Der Erfolg hängt entscheidend davon ab, wie das Wetter im nächsten Winter wird. Die beiden möglichen Zustände der Welt sind: viel Schnee oder wenig Schnee. Die Höhe der möglichen Gewinne in Abhängigkeit von seiner Entscheidung und dem Zustand der Welt sind in der folgenden Tabelle aufgeführt.

(1)	(2)	(3)	(4)
Strategie	Viel Schnee	Wenig Schnee	Minimaler Gewinn
Lift bauen	100	0	0
Lift nicht bauen	20	10	10

Tabelle (T 2.3-6): Beispiel für die Anwendung der Maximin-Strategie

Falls der Lift-Betreiber den Lift baut und es viel Schnee gibt, erwartet er einen Gewinn von 100, wenn es wenig Schnee gibt, einen Gewinn von null. Falls er den Lift nicht baut, und es viel Schnee gibt, beträgt sein Gewinn 20, da er noch einen anderen, älteren Lift besitzt. Wenn es wenig Schnee gibt, erzielt er mit diesem Lift immer noch einen Gewinn von 10. Der minimale Gewinn bei der Strategie „Lift bauen“ beträgt null, der bei der Strategie „Lift nicht bauen“ beträgt 10. Nach der Maximin-Regel sollte er also die Strategie „Lift nicht bauen“ wählen.

Argumente gegen das Maximin-Prinzip

Gegen diese Entscheidungsregel werden vor allem zwei Argumente vorgebracht: Erstens werden nicht alle vorhandenen Informationen verwendet. So hat die Höhe der Gewinne in Spalte (2) keinerlei Einfluss auf die Entscheidung. Egal, wie hoch die Gewinne im günstigsten Fall auch sein mögen, betrachtet werden nur die Gewinne im ungünstigsten Fall. Ein derartiges Verhalten ist wohl nur für einen extrem risikoscheuen Akteur zu empfehlen. Zweitens ist ein Akteur sehr oft in der Lage anzugeben, ob er den einen Zustand der Welt für wahrscheinlicher hält als den anderen, selbst wenn er die objektive Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht kennt. Dann sollten die möglichen Gewinne aber mit den Wahrscheinlichkeiten gewichtet werden. Zu Gunsten der Maximin-Regel könnte man anführen, dass die

⁵² Alternativ wird diese Regel auch als Minimax-Regel bezeichnet.

Auszahlungen nicht immer in kardinal messbaren Einheiten, wie z.B. in Geldgrößen, vorliegen. Wenn sie nur ordinal messbar sind, wie z.B. Nutzengrößen, spielt die Höhe einer Auszahlung nur insofern eine Rolle, ob sie größer, kleiner oder gleich einer anderen Auszahlung ist. Mit genau dieser Information begnügt sich aber die Maximin-Regel.

Übungsaufgabe 46

Die folgende Tabelle enthält mögliche Ergebnisse, die durch die Aktivitäten 1 bis 5 hervorgerufen werden können. Welche Aktion sollte der Entscheider wählen, wenn er dem Maximin-Prinzip folgen will?

Aktion	Zustände					
	A	B	C	D	E	F
1	12	7	1	8	-5	3
2	16	-9	7	15	2	4
3	-5	10	10	10	3	11
4	2	3	4	5	6	7
5	23	100	-90	40	-50	0

Der englische Pfarrer Thomas BAYES hat 1763 ein Verfahren angegeben, mit dessen Hilfe subjektive Anfangswahrscheinlichkeiten und Stichprobenergebnisse systematisch miteinander kombiniert werden können, um die Anfangswahrscheinlichkeiten zu „objektivieren“. Auf dieser Basis wird es möglich, die Erwartungsnutzentheorie auch dann anzuwenden, wenn keine objektiven Wahrscheinlichkeiten bekannt sind, also eigentlich eine Situation der Ungewissheit besteht.

Bayes'sche Regel

Angenommen, für den Eintritt eines Ereignisses X könne eine subjektive Wahrscheinlichkeit $w(X)$ angegeben werden. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines Ereignisses Y unter der Bedingung, dass X eingetreten ist, sei bekannt und betrage $w(Y|X)$ und die Wahrscheinlichkeit für das gemeinsame Eintreffen der Ereignisse X und Y sei $w(Y \text{ und } X)$. Dann gilt:

$$(2.3-50) \quad w(Y|X) = \frac{w(Y \text{ und } X)}{w(X)}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass X eintritt, falls Y eintritt, ist entsprechend

$$(2.3-51) \quad w(X|Y) = \frac{w(X \text{ und } Y)}{w(Y)}.$$

Setzt man (2.3-50) in (2.3-51) ein, ergibt sich:

$$(2.3-52) \quad w(X|Y) = \frac{w(X) w(Y|X)}{w(Y)}.$$

Auf diese Weise kann die anfängliche subjektive Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Ereignisses X modifiziert werden, wenn das Ereignis Y eintritt und die Wahrscheinlichkeit $w(Y|X)$ bekannt ist. (2.3-50) bezeichnet man als *Bayes'sches Theorem*. Auf der Basis dieses Theorems ist es möglich, ausgehend von einer subjektiven Anfangsverteilung, Wahrscheinlichkeitsverteilungen für eine zufallsabhängige Variable X zu konstruieren, die umso „objektiver“ werden, je größer die Stichprobe für Y ist, vorausgesetzt, X und Y sind miteinander korreliert. Unter diesen Voraussetzungen wird die Anwendung der Erwartungsnutzentheorie auch in jenen Fällen möglich, in denen die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die eigentlich interessierende Variable nicht bekannt ist.

Vor- und Nachteile der Bayes'schen Regel

Zwei wichtige Vorteile der Bayes'schen Entscheidungsregel gegenüber der Maximin-Regel liegen darin, dass alle vorhandenen Informationen ausgenutzt werden und dass diese Entscheidungsregel die Anwendung der Erwartungsnutzentheorie ermöglicht. Als Nachteil wird oftmals das „subjektive“ Element angesehen, welches in der Wahl der Anfangsverteilung liegt. „Bayesianer“ weisen allerdings darauf hin, dass statistisches Schließen stets ein subjektives Element beinhaltet, wenn nicht in der Wahl der Anfangsverteilung, dann in der Wahl von Funktionsformen, Signifikanzwerten oder bei der Beurteilung statistischer Schlussfolgerungen.⁵³

Übungsaufgabe 47

Ein Student möchte sich effizient auf die BWL-Klausur vorbereiten. Er weiß, dass diese Klausur abwechselnd von verschiedenen Prüfern gestellt wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Klausur für den nächsten Termin von dem Prüfer P gestellt wird, beträgt $w(P)$. Jeder Prüfer wählt aus einer vorgegebenen Menge von Prüfungsfragen eine Teilmenge für seine Klausur aus. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Teilmenge K ausgewählt wird, beträgt $w(K)$. Die Analyse vorangegangener Klausuren durch den Studenten hat ergeben, dass $w(K) = 0,6$ und $w(P) = 0,4$. Weiterhin hat sich gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit $w(P|K)$ dafür, dass eine Klausur mit der Teilmenge K von dem Prüfer P gestellt worden ist, 0,2 beträgt.

Wie hoch schätzt der Student die Wahrscheinlichkeit für eine Klausur mit der Teilmenge K ein, nachdem er erfahren hat, dass die Klausur von dem Prüfer P gestellt wird?

2.3.3 Zusammenfassung

Wir haben uns in diesem Kapitel mit der Frage befasst, wie Entscheidungen rational getroffen werden können, wenn das Ergebnis der Entscheidung unsicher ist. Dabei haben wir zwischen Risiko und Ungewissheit unterschieden. Entscheidungen unter Risiko bestehen in der Wahl zwischen Prospekten. Ein Prospekt ist die

⁵³ So z.B. ZELLNER (1987, S 217).

Kombination eines zustandsabhängigen Ertragsvektors mit einem zugehörigen Wahrscheinlichkeitsvektor. Während sich die Präferenzen bei Entscheidungen unter Sicherheit auf Güterbündel beziehen, beziehen sie sich bei Entscheidungen unter Risiko auf Prospekte.

Die Axiome des Rationalverhaltens bei Sicherheit werden bei Unsicherheit um zwei Axiome ergänzt: das Axiom der Abwesenheit von Risikoillusion und das der Unabhängigkeit. Auf der Basis dieser Axiome und der weiter geltenden Annahmen der Stetigkeit und der Nichtsättigung lässt sich die Präferenzordnung über Prospekte durch eine Erwartungsnutzenfunktion abbilden. Diese Funktion ordnet einem Prospekt einen Erwartungsnutzen in der Weise zu, dass Prospekte, die vorgezogen werden, einen höheren Erwartungsnutzen und Prospekte, zwischen denen der Entscheider indifferent ist, den gleichen Erwartungsnutzen repräsentieren. Der Erwartungsnutzen ist der Erwartungswert jener Nutzenzahlen, welche den möglichen Erträgen des Prospekts zugeordnet sind. Während die Nutzenzahlen für Entscheidungen unter Sicherheit lediglich bis auf eine streng monoton steigende Transformation bestimmt sind, sind die der Erwartungsnutzenfunktion bis auf eine linear steigende Transformation bestimmt. Sobald die Nutzenzahlen für den höchsten und den niedrigsten Ertrag des Prospekts gewählt sind, sind die Nutzenzahlen für alle dazwischen liegenden Erträge durch die Erwartungsnutzenfunktion eindeutig bestimmt.

Die Form der Nutzenfunktion gibt Auskunft über das Risikoverhalten. Ein risikoscheuer Entscheider besitzt eine konkave, ein risikofreudiger eine konvexe und ein risikoneutraler eine lineare Erwartungsnutzenfunktion. Die Risikopräferenz wird nicht nur durch die Form der Erwartungsnutzenfunktion oder der daraus abgeleiteten Indifferenzkurve, sondern auch durch die Größe des Sicherheitsäquivalents oder die der Risikoprämie beschrieben. Unter dem Sicherheitsäquivalent Y_s haben wir jenen sicheren Ertrag verstanden, den ein Entscheider als äquivalent zu einem Prospekt $\{PP\}$ ansieht: $Y_s \approx \{PP\}$. Die Risikoprämie ist die Differenz zwischen dem Erwartungswert eines Prospekts und seinem Sicherheitsäquivalent: $R = E(Y) - Y_s$. Während mit Hilfe dieser Maße lediglich eine grobe Einteilung in drei Risikoklassen möglich ist, kann mit Hilfe des Maßes der absoluten oder der relativen Risikoaversion das Risikoverhalten genauer beschrieben werden. Analog zur Grenzrate der Substitution zwischen zwei Güterbündeln im Falle von Sicherheit gibt die Steigung der Indifferenzkurve der Erwartungsnutzenfunktion im Falle von Unsicherheit die Grenzrate der Substitution zwischen zwei Prospekten an.

Mit Hilfe der Erwartungsnutzenfunktion ist es möglich, Entscheidungen unter Unsicherheit als Maximierungsproblem unter Nebenbedingungen zu formulieren. Wir haben dies an Hand zweier Beispiele vorgeführt. Im ersten Beispiel ging es um die Ermittlung der optimalen Deckungssumme in einem Versicherungsvertrag. Die Analyse ergab, dass ein risikoscheuer Versicherungsnehmer, dem eine faire Versicherung angeboten wird, eine vollständige Versicherung wählen wird, d.h. eine solche, die ihn in allen Zuständen der Welt gleichstellt. In dem zweiten

Beispiel ging es um die Ermittlung eines optimalen Bündels von Zustandsgütern. Hier erhielten wir ein analoges Ergebnis: Falls der Markt fair ist, wird ein risikoscheuer Konsument jenes Bündel von Zustandsgütern wählen, bei dem er in jedem Zustand der Welt den gleichen Nutzen erzielt.

Abschließend haben wir uns noch kurz mit Entscheidungen unter Ungewissheit beschäftigt. Hier haben wir das Maximin-Prinzip und die Bayes'sche Entscheidungsregel behandelt. Nach dem Maximin-Prinzip sollte ein Entscheider in Situationen der Ungewissheit jene Alternative wählen, welche seinen minimalen Nutzen maximiert. Eine derartige Regel ist sinnvoll, wenn der Nutzen nur ordinal gemessen werden kann. Mit Hilfe des Bayes'schen Theorems können subjektive Wahrscheinlichkeiten „objektiviert“ werden. Dann kann die Erwartungsnutzentheorie auch in Fällen der anfänglichen Ungewissheit angewendet werden.

2.4. Entscheidungen über die Güternachfrage

In den Kapiteln 2.2 und 2.3 haben wir uns ausführlich mit der Modellierung autonomer Entscheidungen unter Sicherheit und Unsicherheit befasst. Die dort gewonnenen Erkenntnisse bilden die Basis, auf der sich auch interaktive und kollektive Entscheidungen analysieren lassen. Wenn man bedenkt, dass Unsicherheit sowohl aus Unsicherheit über den Zustand der Welt als auch aus Unsicherheit über die Entscheidungen anderer Akteure resultiert, müssen autonome Entscheidungen unter Sicherheit wohl eher als Ausnahmefall betrachtet werden. Unsicherheit über den Zustand der Welt beeinflusst fast immer die Entscheidungen, und Unsicherheit über das Verhalten der Konkurrenten beeinflusst zusätzlich zumindest die Entscheidungen der Unternehmen. Trotzdem werden wir im größten Teil dieses Kurses Haushalts- und Firmenentscheidungen unter der Annahme der Sicherheit analysieren. Dies geschieht aus didaktischen Gründen. Die Analyse unter Unsicherheit ist um vieles aufwendiger als die unter Sicherheit. Die grundlegende Funktionsweise eines marktwirtschaftlichen Wirtschaftssystems lässt sich aber auch unter der vereinfachenden Annahme der Sicherheit studieren.

Analyse bei Sicherheit

Allerdings dürfen aus den hierbei gewonnenen Erkenntnissen keine voreiligen wirtschaftspolitischen Schlussfolgerungen gezogen werden. Wenn nämlich Unsicherheit ins Spiel kommt und die Gewinnung von Informationen mit Kosten verbunden ist, führt der Marktmechanismus zu anderen Ergebnissen als unter der Annahme von Sicherheit. Auch das erreichbare Wohlfahrtsniveau ist geringer. Gemessen an jener Güterversorgung, welche bei einem Fehlen von Informationskosten erreichbar ist, liegt ein „Versagen“ des Marktes vor. Natürlich darf der Vergleich zwischen dem Ergebnis eines Allokationsmechanismus (hier: des Marktes) bei positiven Informationskosten mit der Güterversorgung und dem Wohlfahrtsniveau, das sich ohne Informationskosten erreichen ließe, nur ein Kriterium bei der Beurteilung der allokativen Leistungsfähigkeit des betreffenden Mechanismus sein. Weitere Beurteilungskriterien bestehen darin, ob der Allokationsmechanismus die zur Verfügung stehenden Informationen effizient verwertet und außerdem Anreize zur Generation und Aufdeckung von Informationen setzt. Welches Ausmaß dieses Versagen annimmt, und ob sich mit Hilfe staatlicher Intervention in den Marktmechanismus hiergegen etwas tun lässt, wird im Rahmen des Kurses „Marktversagen“ untersucht. Die aus der Interaktivität von Entscheidungen resultierende Unsicherheit wird dort, wo sie eine besonders wichtige Rolle spielt, nämlich bei der Behandlung von Oligopolmärkten im Rahmen des Kurses „Unvollständige Märkte und allgemeines Gleichgewicht“, in die Analyse einbezogen.

Wirtschaftspolitische
Schlussfolgerungen

Diese Vorbemerkung soll Sie motivieren, die scheinbare Realitätsferne der Informationsannahme vorläufig zu akzeptieren. Sie ist in dem Sinne nur scheinbar, als wir sie jederzeit durch die realitätsnähere Annahme der Unvollständigkeit der Information ersetzen könnten. Das dazu erforderliche Instrumentarium – die Erwartungsnutzentheorie – haben wir kennen gelernt und steht zur Verfügung.

2.4.1 Komparative Statik der Konsumententscheidung

Einfluss von Preis- und Budgetänderungen auf die Konsumententscheidung

Zum Abschluss unserer Analyse autonomer Entscheidungen unter Sicherheit hatten wir das optimale Konsumgüterbündel eines Haushalts bestimmt. Als optimal hatten wir jenes Güterbündel bezeichnet, welches bei gegebenen Präferenzen – ausgedrückt durch die ordinale Nutzenfunktion – und gegebener Budgetrestriktion den maximalen Nutzen erzeugt. Jetzt wollen wir untersuchen, welche Änderung dieses Optimum erfährt, d.h. welches neue Güterbündel gewählt wird, wenn sich die Budgetrestriktion ändert. *Dabei werden wir die Präferenzen als stabil und exogen betrachten.* Stabil heißt, dass sie sich zumindest bis zu dem Zeitpunkt nicht ändern, in welchem das neue Gleichgewicht erreicht ist. Exogen heißt, dass sie sich nicht infolge der Budgetänderung ändern. Letztere kann zwei Ursachen haben: Eine Änderung des Einkommens und/oder eine Änderung eines oder mehrerer Preise.

Gedankenexperimente und echte Experimente

Eine Analyse, bei der eine einzelne exogene Variable verändert wird, um die Auswirkungen auf die endogenen Variablen des Problems zu untersuchen, stellt in der Ökonomik das Gegenstück zu einem kontrollierten Experiment in den Naturwissenschaften dar. Es handelt sich hierbei im Allgemeinen um ein reines Gedankenexperiment. Ein spezieller Zweig der Ökonomik, die *experimentelle Wirtschaftstheorie* (oder auch experimentelle Wirtschaftsforschung genannt), versucht allerdings, auch auf ökonomischem Gebiet echte Experimente durchzuführen. Dabei werden Laborexperimente und Feldexperimente unterschieden. Bisher ist der Anteil der auf echte Experimente zurückzuführenden – im Vergleich zu den aus Gedankenexperimenten gewonnenen – Erkenntnisse jedoch vergleichsweise klein.⁵⁴

Begriff des ökonomischen Modells

Eine exogene Variable ist eine Größe, deren Wert nicht durch das Modell bestimmt wird. Der Wert einer endogenen Variablen wird dagegen durch das Modell bestimmt. Damit ist bereits angedeutet, dass ökonomische Analysen grundsätzlich Modellanalysen sind. Wir wollen uns an dieser Stelle nicht mit einer Definition des Begriffes *Modell* aufhalten. Eine vorläufige Definition hatten wir bereits in Kurseinheit 1 gegeben. Eine Definition, welche allgemeiner ist und dabei verständlich bleibt, erscheint zu diesem frühen Zeitpunkt unseres Eindringens in die Geheimnisse der ökonomischen Theorie kaum möglich. Wir hatten den Begriff des Modells aber bereits des Öfteren gebraucht, so z.B. als wir gesagt haben, dass die Theorie der Präferenzordnung ein Modell menschlichen Entscheidungsverhaltens sei.

⁵⁴ Einen Überblick zu grundlegenden Forschungsergebnissen der experimentellen Wirtschaftstheorie liefert SMITH (1991). Für neuere Entwicklungen vgl. z.B. CROSON/GÄCHTER (2010), HARRISON/LIST (2004), HELD et al. (2003), SAMUELSON (2005) und das Sonderheft der Zeitschrift Perspektiven der Wirtschaftspolitik (2009).

Wir werden sehen, dass ökonomische Modelle in vielen Fällen zweckmäßigerweise in mathematischer Form formuliert werden. Beispiele hierfür sind die ordinale und die kardinale Nutzenfunktion. Beide Modelle bestehen jeweils aus einer einzigen Gleichung. Diese ordnet gegebenen Werten der betreffenden exogenen Variablen *Gütermenge* bzw. *Ertrag* einen bestimmten Wert der endogenen Variablen *Nutzen* bzw. *Erwartungsnutzen* zu. Das Modell der Haushaltsentscheidung besteht aus einer zusätzlichen Gleichung, der Budgetrestriktion. In diesem Modell sind die von dem Haushalt nachgefragten Gütermengen und sein Nutzen endogene, die Preise und das Einkommen exogene Variablen. Im Rahmen eines umfassenderen Modells, welches auch die Nachfrageentscheidungen anderer Haushalte sowie die Angebotsentscheidungen der Firmen abbildet und damit die Preisbildung auf einem Markt erklärt, wird der Preis des betrachteten Gutes zu einer endogenen Variable. Werden schließlich alle Märkte in die Analyse einbezogen, so werden alle Preise, auch die Faktorpreise, zu endogenen Variablen. Dann ist auch das Einkommen der Haushalte endogen, da dieses ja das mathematische Produkt aus Faktorpreis (z.B. Lohnsatz) und eingesetzter Faktormenge (z.B. Arbeitsstunden) ist.

Modelle werden als Systeme von Gleichungen formuliert

Wenn alle Variablen eines Modells den gleichen Zeitindex tragen, sich also entweder auf den gleichen Zeitpunkt (falls die Zeit als stetige Größe betrachtet wird) oder die gleiche Periode (falls die Zeit als diskrete Größe betrachtet wird) beziehen, handelt es sich um ein *statisches Modell*. In diesem Fall lässt man den Zeitindex aus Gründen der Übersichtlichkeit im Allgemeinen weg. Wenn das Modell mindestens eine Variable enthält, die sich auf zwei unterschiedliche Zeitpunkte bzw. Perioden bezieht, handelt es sich um ein *dynamisches Modell*.

Statische und dynamische Modelle

Die mathematische Lösung eines statischen Modells besteht aus dem Vektor der Werte der endogenen Variablen, welche das Gleichungssystem erfüllen. Diese Lösung stellt in ökonomischer Sicht ein Gleichgewicht dar. Gegeben die Werte der exogenen Variablen, haben die Akteure keinen Anreiz, ihre Entscheidungen zu revidieren. In einem dynamischen Modell besteht die Lösung aus den Zeitpfaden der Werte der endogenen Variablen, welche die Gleichungen in jedem Zeitpunkt bzw. in jeder Periode erfüllen.

Lösung und Gleichgewicht

Jene Gedankenexperimente, bei welchen der Wert einer exogenen Variablen verändert wird und die zugehörigen Lösungswerte bzw. Lösungspfade der endogenen Variablen berechnet werden, bezeichnet man als *komparativ-statische* bzw. *komparativ-dynamische Analysen*. Eine derartige komparativ-statische Analyse wollen wir jetzt an Hand unseres Modells der optimalen Konsumententscheidung durchführen.

Komparativ-statische und -dynamische Analysen

In Kapitel 2.2 (Gleichungen 2.2-16 und 17) hatten wir die optimale, d.h. nutzenmaximierende Haushaltsentscheidung durch die Bedingungen 1. Ordnung für ein Maximum der Lagrangefunktion charakterisiert. Sie lauteten:

Ableitung von Nachfragefunktionen

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_i} = U_i(X_1, X_2, \dots, X_n) - \lambda P_i = 0 \text{ für alle } i \in \{1, \dots, n\} \text{ und}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = B - (P_1 X_1 + P_2 X_2 + \dots + P_n X_n) = 0.$$

Dieses simultane Gleichungssystem bestimmt die optimalen Gütermengen X^* sowie den Multiplikator λ . Sie sind Funktionen der exogen gegebenen Variablen: Preise und Budget. Wir können diese Funktionen in allgemeiner Form schreiben als:

$$(2.4-1) \quad \begin{aligned} X_1^* &= X_1(P_1, P_2, \dots, P_n, B) \\ X_2^* &= X_2(P_1, P_2, \dots, P_n, B) \\ &\vdots \\ X_n^* &= X_n(P_1, P_2, \dots, P_n, B) \end{aligned}$$

Übungsaufgabe 48

Gegeben seien die Nutzenfunktion $U = X_1 X_2$ und die Budgetrestriktion $B = P_1 X_1 + P_2 X_2$.

Bestimmen Sie das optimale Güterbündel als Funktion der Budgetsumme und der Güterpreise.

Für gegebene Preise und gegebenes Budget „prognostizieren“ sie, welche Mengen der einzelnen Güter ein Haushalt nachfragen wird. Der Stern soll symbolisieren, dass es sich um optimale Werte, also Gleichgewichtswerte handelt. Bezeichnet man den Vektor der Preise mit dem Symbol P , so lässt sich das System der Nachfragekurven zusammengefasst schreiben als:

$$(2.4-2) \quad X_i^* = X_i(P_1, P_2, \dots, P_n, B) = X_i^*(P, B), \quad i = 1, \dots, n.$$

Eine derartige Funktion wird als *Marshall'sche Konsum- oder Nachfragefunktion* bezeichnet.

Partielle Differenziation ergibt komparativ-statische Analyse

Die komparativ-statistische Analyse der Nachfrageentscheidungen ist in mathematischer Hinsicht nichts anderes als die partielle Ableitung der endogenen Variablen (genauer: der Funktionen zur Bestimmung der endogenen Variablen) X_i nach den

exogenen Variablen P_i, P_j und B : $\frac{\partial X_i}{\partial P_i}, \frac{\partial X_i}{\partial P_j}, \frac{\partial X_i}{\partial B} \quad i, j = 1, \dots, n.$

Die Axiome und Annahmen über die Präferenzen und die Budgetrestriktion stellen sicher, dass die Nachfragefunktionen existieren und dass diese Funktionen differenzierbar sind. Um Aussagen darüber machen zu können, welches konkrete Konsumgüterbündel gewählt wird, benötigt man Informationen über die Nutzenfunktion und die Budgetbeschränkung. Beschränkt man sich dagegen auf kompa-

rativ-statische Aussagen, ist es ausreichend, das Vorzeichen der partiellen Ableitungen zu kennen. Es reicht zu wissen, ob eine Einkommenserhöhung zu einem Anstieg oder einem Rückgang der Nachfrage nach einem Gut führt. Entsprechendes gilt für Preisänderungen. Wie wir noch sehen werden, kommen wir in den meisten Fällen mit diesen Informationen aus. Welche konkreten Güterbündel nachgefragt werden, interessiert uns im Allgemeinen nicht.

Auf Grund unserer bisherigen Überlegungen können wir bereits jetzt eine wichtige Eigenschaft von Nachfragefunktionen angeben: Eine proportionale Änderung aller Preise und des Einkommens führt zu keiner Änderung der Nachfrage, mit anderen Worten: *Die Konsumenten unterliegen keiner Geldillusion*. Mathematisch formuliert heißt dies: Die Nachfragefunktionen sind homogen vom Grade null in den Preisen und dem Einkommen.⁵⁵ Wie kommen wir zu dieser Aussage? Betrachten wir als Beispiel die Budgetrestriktion

$$(2.4-3) \quad B = P_1 X_1 + P_2 X_2.$$

Eine proportionale Änderung aller Preise und des Einkommens um den Faktor μ führt zu $\mu B = \mu P_1 X_1 + \mu P_2 X_2$. Die Lage der Budgetrestriktion ändert sich dadurch nicht. Die Lage der Indifferenzkurven ändert sich schon gar nicht, da die Nutzenfunktion von der Preis- und Einkommensänderung nicht berührt wird. Dann ändert sich auch der Tangentialpunkt von Budgetgeraden und höchster erreichbarer Indifferenzkurve, d.h. der optimale Konsumpunkt nicht. Dies war aber unsere Behauptung. Nach diesen mehr allgemeinen Überlegungen zu komparativ-statischen Analysen der Konsumententscheidung wollen wir jetzt die Folgen von Einkommens- und Preisänderungen genauer untersuchen. Wir werden uns dabei auf den 2-Güter-Fall beschränken, um die Analyse grafisch durchführen zu können.

Nachfragefunktionen sind homogen vom Grade null in den Preisen und dem Einkommen

Übungsaufgabe 49

Die Nutzenfunktion eines Haushalts laute

$$U = 20X_1 - X_1^2 + 18X_2 - 3X_2^2.$$

- a) Welche Gütermengen würde der Haushalt nachfragen, wenn er keiner Budgetbeschränkung unterläge?
- b) Welche Gütermengen würde der Haushalt nachfragen, wenn er der Budgetbeschränkung $5 = X_1 + X_2$ unterläge?
- c) Ist die Nutzenfunktion mit den Annahmen über die Präferenzordnung vereinbar?

⁵⁵ Allgemein gilt: Eine Funktion heißt homogen vom Grade h , wenn

$\mu^h f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(\mu x_1, \mu x_2, \dots, \mu x_n)$. Wichtige Spezialfälle sind $h = 0$ und $h = 1$. Wir werden diese Eigenschaft später, vor allem bei der Behandlung der Produktionsfunktionen, noch eingehend studieren.

2.4.1.1 Einkommensänderungen

Alternative Optima bei alternativen Budgethöhen

Eine Einkommensänderung setzen wir der Einfachheit halber mit einer Änderung des Konsumbudgets gleich. Budgetänderungen drücken sich im Zwei-Güterfall in einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden aus. Abbildung (A 2.4-1) stellt diesen Fall dar. Die Abbildung zeigt den Konsumraum eines Haushalts, der aus den Güterbündeln $\{X_1, X_2\}$ besteht. Wie wir wissen, ist dieser Konsumraum flächen-deckend ausgefüllt mit Indifferenzkurven, von denen hier nur drei Kurven I_1 , I_2 und I_3 eingezeichnet sind. Sie tangieren die drei Budgetgeraden B_1 , B_2 und B_3 . Dabei gilt: $B_1 < B_2 < B_3$. Die Tangentenpunkte repräsentieren die jeweils optimalen Güterbündel.

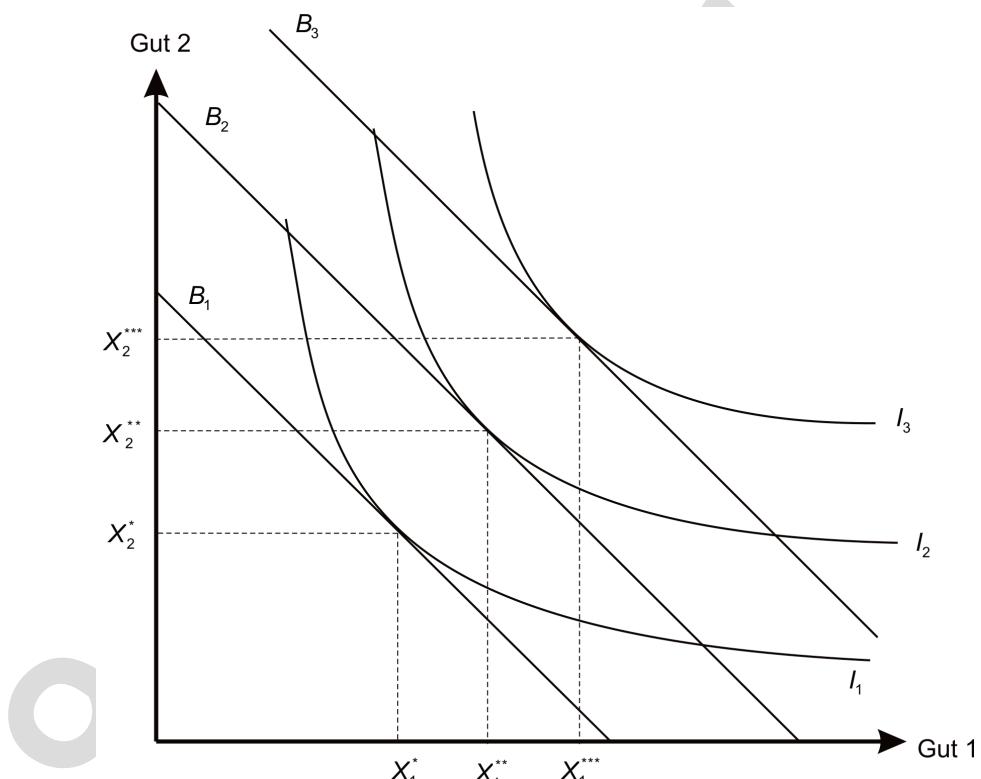


Abbildung (A 2.4-1): Die Auswirkungen einer Einkommensänderung auf die Wahl des Güterbündels

Einkommens-Konsumkurve

Verbindet man die Tangentenpunkte, so erhält man eine Kurve, die als *Einkommens-Konsumkurve* bezeichnet wird (vgl. Abbildung (A 2.4-2)).

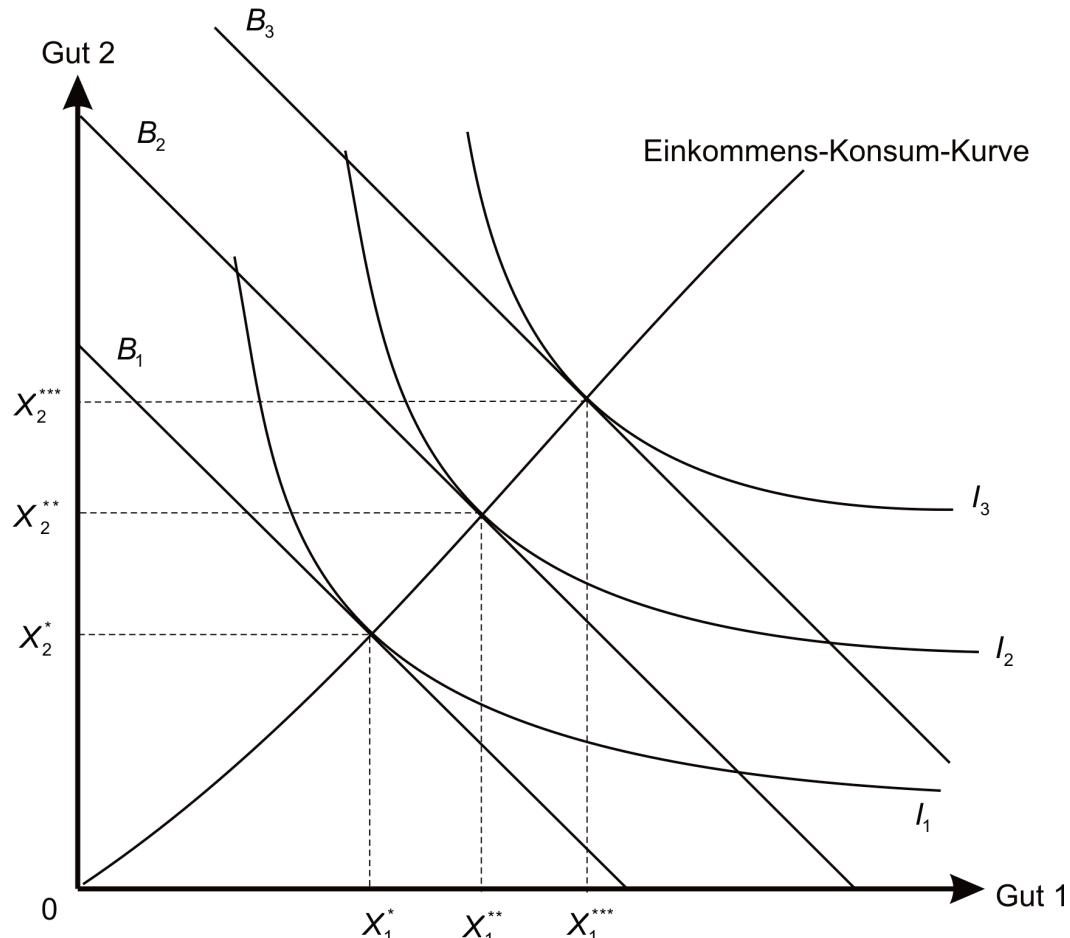


Abbildung (A 2.4-2): Die Einkommens-Konsum-Kurve

Jeder Einkommenshöhe B ist eine bestimmte Nachfragemenge des Gutes 1 und des Gutes 2 zugeordnet. Die Kurve muss keine Gerade sein, und sie muss auch nicht steigend verlaufen. Überträgt man die nachgefragten Mengen in ein X_1, B - bzw. X_2, B -Koordinatensystem und verbindet die Punkte, erhält man Kurven, welche den Zusammenhang zwischen der Höhe des Einkommens und der Nachfrage nach dem betreffenden Gut angeben. In den Abbildungen (A 2.4-3) und (A 2.4-4) sind mögliche Kurvenverläufe dargestellt. Sie werden als *Engel-Kurven* bezeichnet.⁵⁶

⁵⁶ Nach dem preußischen Statistiker Ernst ENGEL, 1821 bis 1896, der den Zusammenhang zwischen Einkommenshöhe und Güternachfrage als erster systematisch untersucht hat. Engel hat festgestellt, dass die Ausgaben eines Haushalts für Nahrungsmittel mit steigendem Einkommen zunehmen, dass Nahrungsmittel also ein normales Gut sind, dass ihr Anteil an den Gesamtausgaben aber sinkt, dass sie also ein notwendiges normales Gut sind. Dieser Zusammenhang wird auch als *Engel'sches Gesetz* bezeichnet.

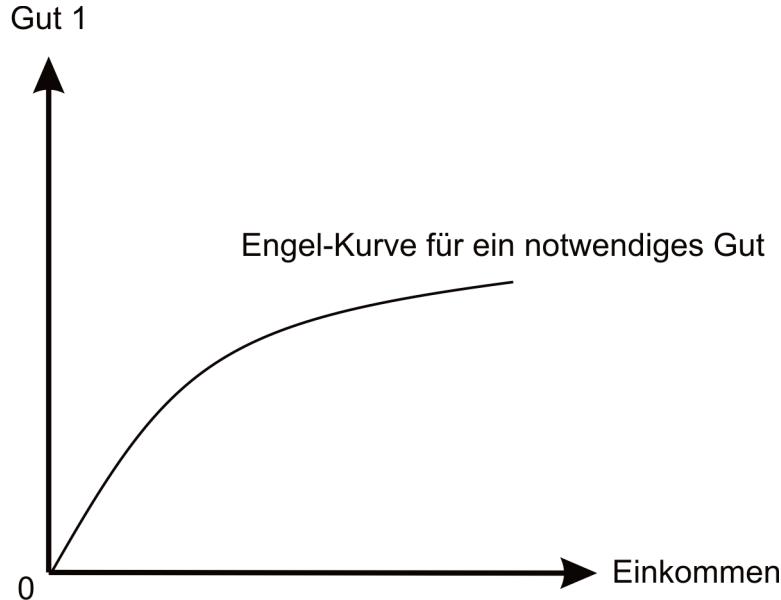


Abbildung (A 2.4-3): Die Nachfrage nach einem normalen, notwendigen Gut

Gut 2

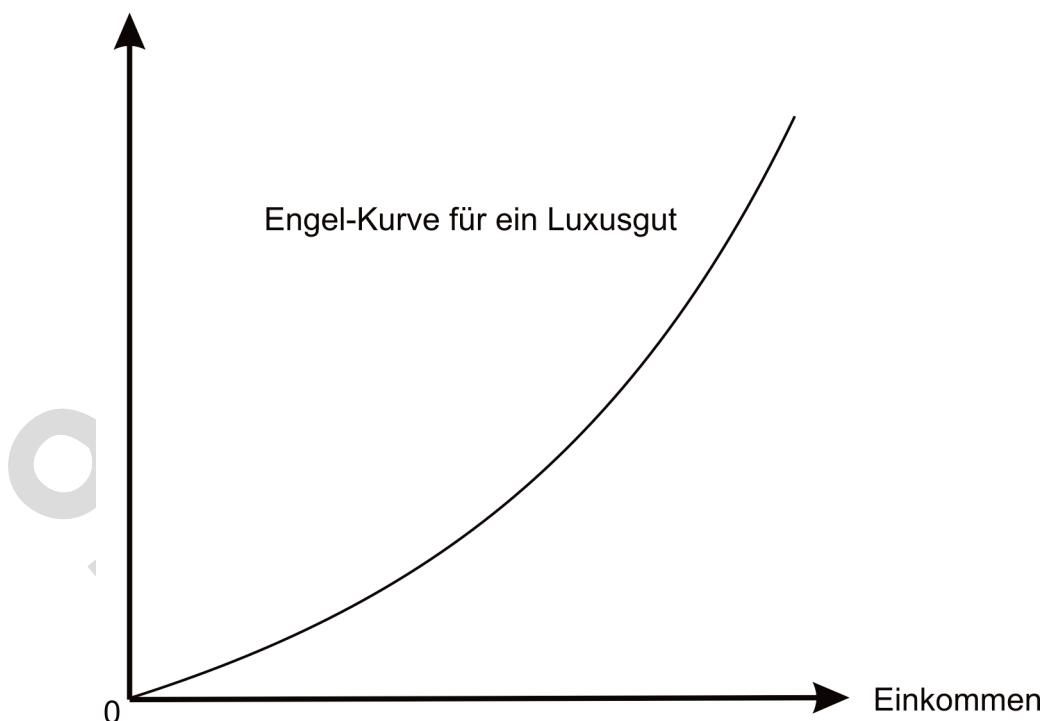


Abbildung (A 2.4-4): Die Nachfrage nach einem normalen, nicht notwendigen Gut (Luxusgut)

Normale, inferiore,
notwendige und Luxus-
güter

In beiden Abbildungen führt eine Einkommenserhöhung zu einem Anstieg der Nachfrage. Güter, welche vermehrt nachgefragt werden, wenn das Einkommen steigt, für die also gilt: $\frac{\partial X}{\partial B} > 0$, werden als *normale Güter* bezeichnet. In Abbildung (A 2.4-3) steigt die Nachfrage schwächer als das Einkommen, in Abbildung (A 2.4-4) dagegen stärker. Güter, für die $\frac{\partial^2 X}{\partial B^2} > 0$ gilt, werden oftmals als *Luxus-*

güter, Güter, für die $\frac{\partial^2 X}{\partial B^2} < 0$ gilt, als *notwendige Güter* bezeichnet. Hierbei handelt es sich aber nicht um Eigenschaften, die den Gütern quasi von Natur aus innewohnen, sondern um Eigenschaften, die sich im Zeitablauf auch ändern können. In den ersten Jahren nach dem zweiten Weltkrieg war z.B. ein Motorrad ein Luxusgut, wurde später zu einem normalen, notwendigen Gut und mit der Ende der fünfziger Jahre einsetzenden Motorisierungswelle zu einem *inferioren Gut*, d.h. zu einem Gut, welches mit steigendem Einkommen immer weniger nachgefragt wurde. Für inferiore Güter gilt $\frac{\partial X}{\partial B} < 0$. In den achtziger Jahren setzte jedoch eine Trendwende ein. Das Motorrad, jetzt Bike genannt, wurde wieder zu einem normalen Luxusgut, jetzt jedoch nicht in der Funktion als Transportmittel, sondern in der Funktion als Sport- bzw. Freizeitgerät. In Abbildung (A 2.4-5) sind Indifferenzkurven derart eingezeichnet, dass Gut 2 ein inferiores Gut ist. Abbildung (A 2.4-6) zeigt die zugehörige Engel-Kurve.

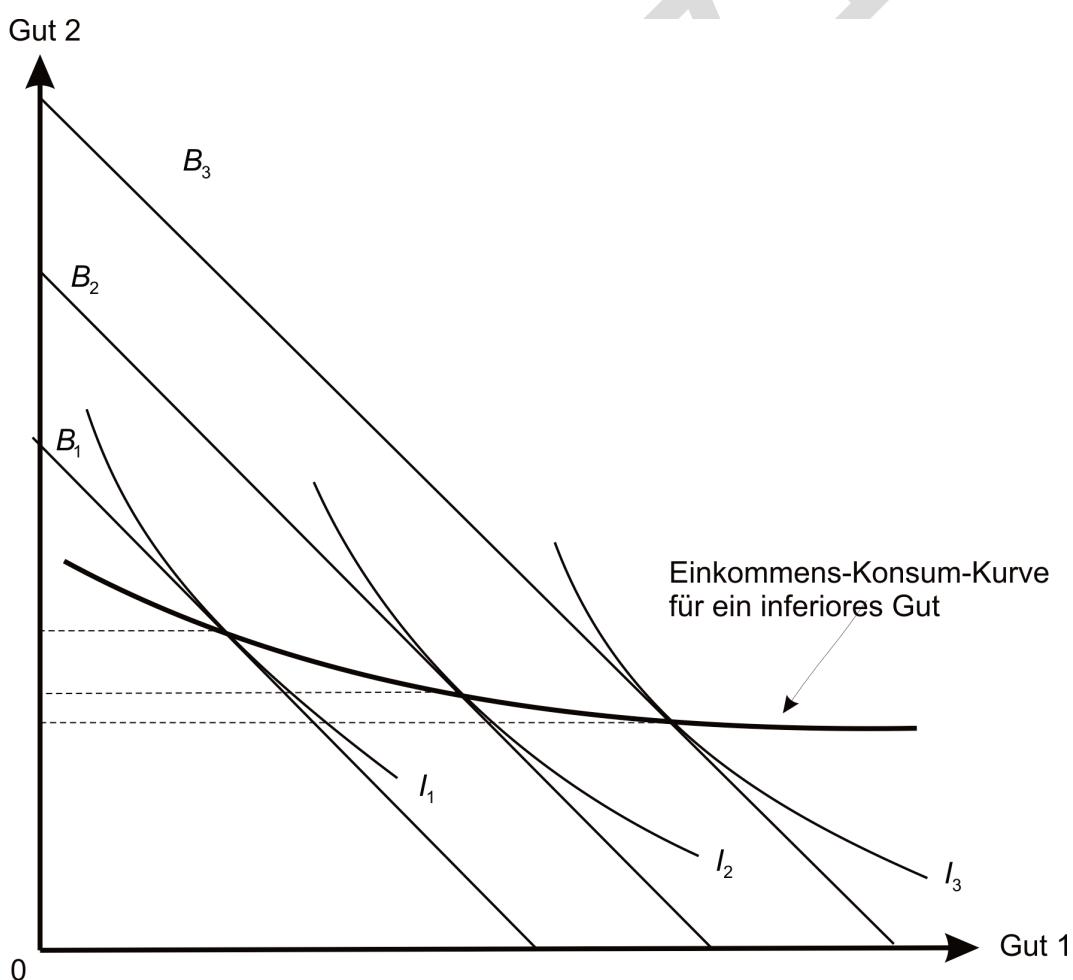


Abbildung (A 2.4-5): Verlauf der Indifferenzkurven, wenn Gut 2 inferior ist

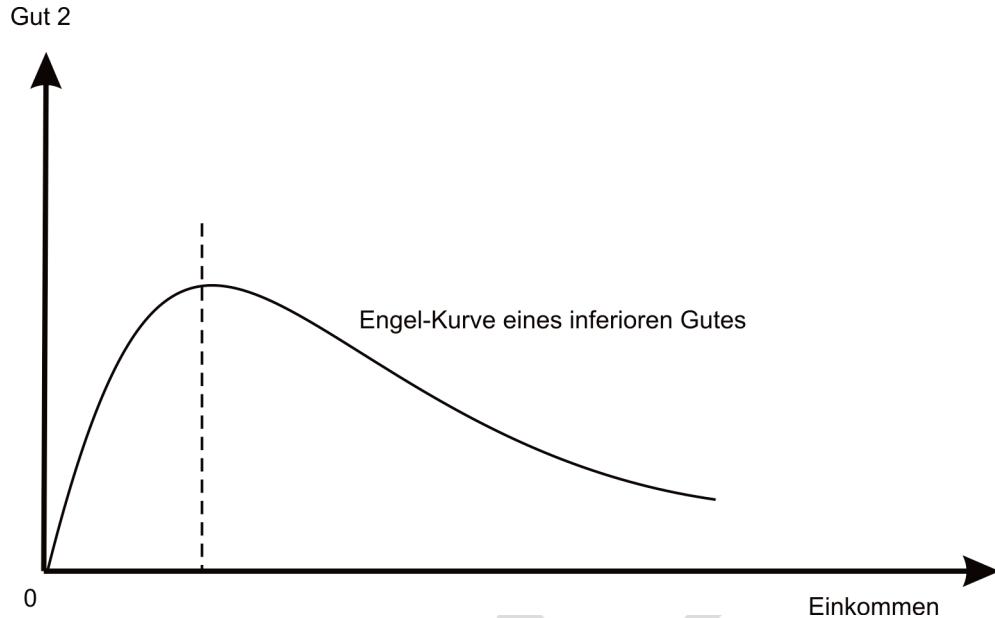


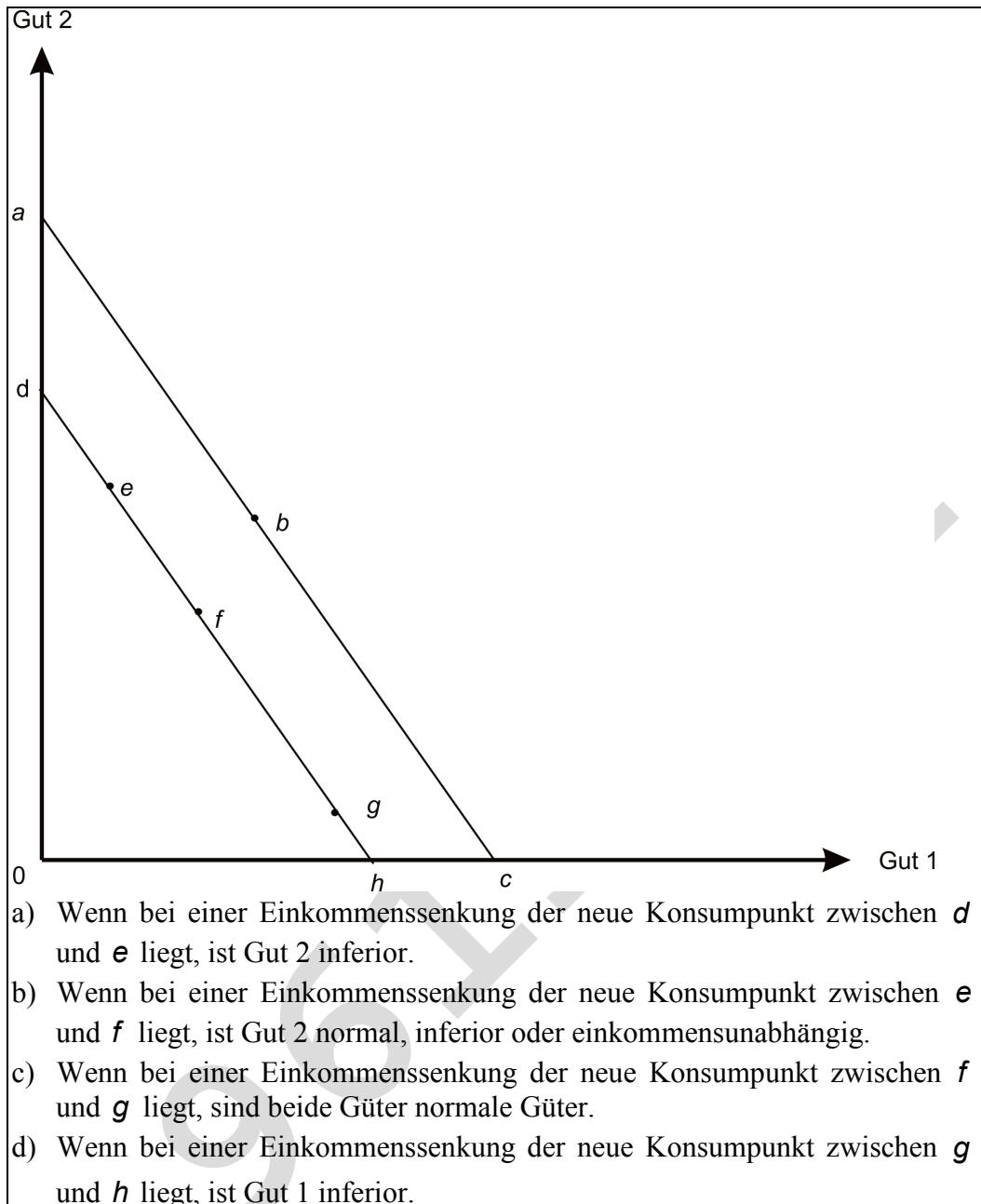
Abbildung (A 2.4-6): Die Engelkurve eines inferioren Gutes

Problem der Existenz
inferiorer Güter

Der Umstand, dass Güter inferior sein können, stellt für die Theorie des Haushalts ein erhebliches Problem dar. Die Axiome und Annahmen, welche der ordinalen Nutzentheorie zu Grunde liegen, reichen nicht aus, um Aussagen darüber zu machen, welche Auswirkungen Einkommensänderungen auf die Güternachfrage haben. Das Einzige, was wir aussagen können, ist, dass bei einer Einkommenserhöhung mindestens *ein* Gut vermehrt nachgefragt werden muss. Für die praktische Anwendung der Haushaltstheorie ist dieses Problem jedoch weniger gravierend, da sich die Frage, ob ein Gut in einem relevanten Zeitraum ein normales oder ein inferiores Gut ist, im Allgemeinen leicht empirisch beantworten lässt. Außerdem sind inferiore Güter relativ selten. Je enger ein Gut gegenüber ähnlichen Gütern abgegrenzt wird, desto eher ist dieses Gut inferior. Während das breit definierte Gut „Wein“ heute vielleicht immer noch ein Luxusgut ist, mag ein einfacher Landwein durchaus ein inferiores Gut sein.

Übungsaufgabe 50

In der folgenden Abbildung sind zwei Budgetgeraden eingezeichnet. Die zugehörigen Einkommen seien B_1 und B_2 mit $B_2 < B_1$. Der ursprüngliche Konsumpunkt lag im Punkt b . Welche der folgenden Aussagen halten Sie für den betrachteten Einkommensbereich für zutreffend, wenn angenommen wird, dass $\frac{\partial X_i}{\partial B}$ für alle $B_2 \leq B \leq B_1$ jeweils das gleiche Vorzeichen hat?



Übungsaufgabe 51

Welche Form hat die Einkommens-Konsum-Kurve für den Fall, dass für keines der beiden Güter ein Einkommensbereich existiert, in dem es ein Luxusgut ist?

Übungsaufgabe 52

Welche Form hat die Einkommens-Konsum-Kurve aus Übungsaufgabe 48?

2.4.1.2 Preisänderungen

Zwei Effekte einer Preisänderung

Jetzt wollen wir die Auswirkungen einer Preisänderung auf die Nachfrage beobachten. Eine Preisänderung hat zwei Effekte:

- Das Realeinkommen, d.h. die Konsummöglichkeitsmenge, ändert sich. Bei einer Preiserhöhung wird die Menge kleiner, bei einer Preissenkung wird sie größer.
- Die relativen Preise, d.h. das Verhältnis der Preise zueinander, ändern sich.

In Abbildung (A 2.4-7) ist die Auswirkung einer Preiserhöhung für das Gut X_1 dargestellt. Die Budgetgerade dreht sich im Uhrzeigersinn um ihren Schnittpunkt mit der Ordinate.

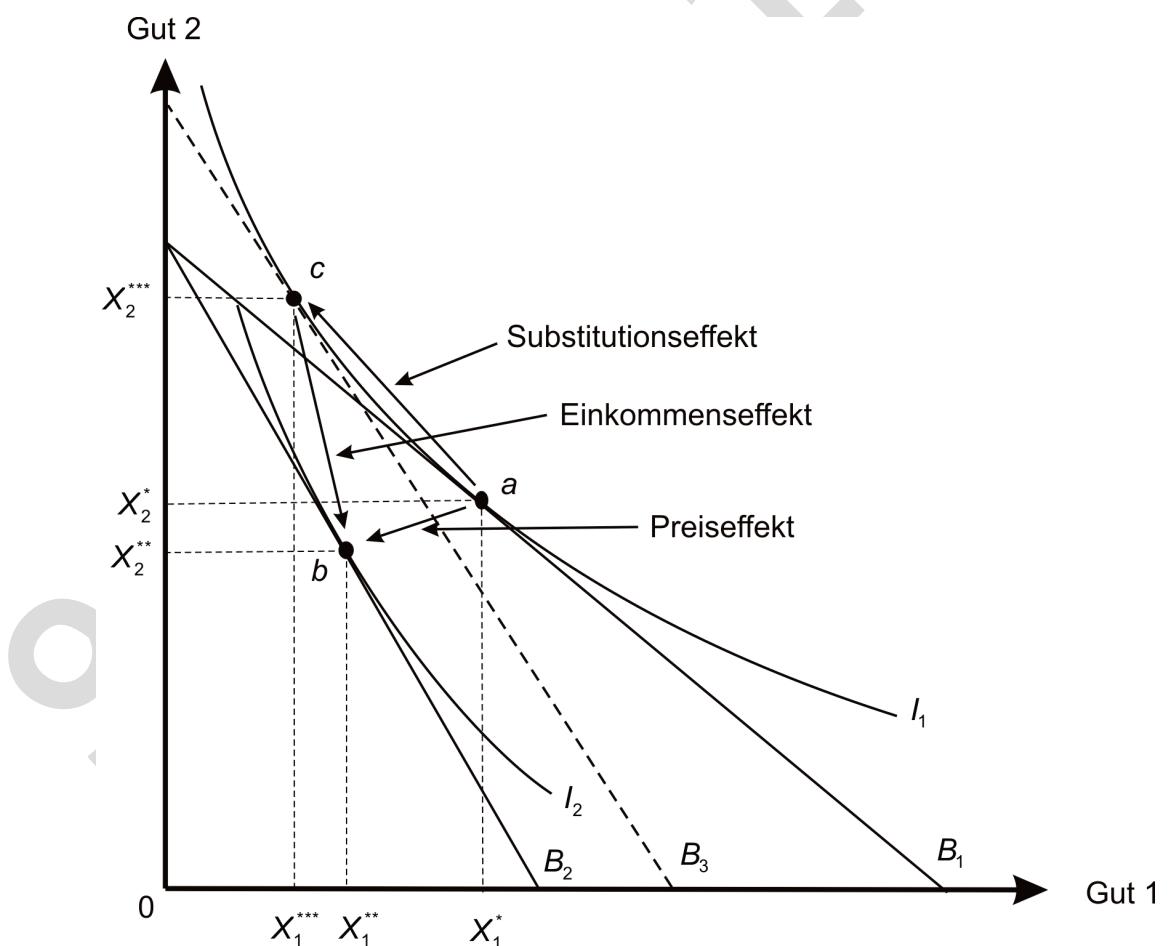


Abbildung (A 2.4-7): Die Auswirkung einer Preiserhöhung für das Gut 1 auf die Wahl des Güterbündels

Preiseffekt

Der ursprüngliche Konsumpunkt liegt bei a . Infolge der Preiserhöhung dreht sich die Budgetgerade im Uhrzeigersinn um ihren Schnittpunkt mit der Ordinate. Der neue Konsumpunkt liegt bei b . Die Nachfrage nach beiden Gütern geht zurück. Der Gesamteffekt der Preiserhöhung drückt sich grafisch als eine Bewegung von a nach b aus. Dieser Gesamteffekt – wir werden ihn im Folgenden als *Preiseffekt* bezeichnen – besteht aus dem *Einkommenseffekt* (Bewegung von a nach c) und dem *Substitutionseffekt* (Bewegung von c nach b). Die Punkte a , b und c liegen auf einer horizontalen Linie, was die Fixierung des Einkommensniveaus X_2 verdeutlicht.

fekt bezeichnen – lässt sich gedanklich in einen Einkommens- und in einen Substitutionseffekt zerlegen.

Der *Substitutionseffekt* besteht aus jener durch die Preisänderung ausgelösten Nachfrageänderung, die sich ergäbe, falls der Konsument für die Nutzeneinbuße, die er durch die Senkung seines Realeinkommens erfährt, durch eine anderweitige Einkommenserhöhung genau kompensiert würde, so dass er sein bisheriges Nutzenniveau beibehalten könnte. Grafisch ermittelt man diesen Effekt, indem man eine Parallel zur neuen Budgetgerade B_2 derart zeichnet, dass sie die alte Indifferenzkurve tangiert. Die Bewegung von a nach c drückt diesen Substitutionseffekt aus. Die Differenz $X_1^{***} - X_1^*$ bezeichnet man als den *eigenen* Substitutionseffekt, weil er sich auf die Nachfrageänderung jenes Gutes bezieht, dessen Preis sich geändert hat. Diese Differenz ist bei einer Preiserhöhung stets negativ, bei einer Preissenkung stets positiv.

Der *Einkommenseffekt* besteht aus der Auswirkung, der durch die Preiserhöhung verursachten Senkung des Realeinkommens, auf die Nachfrage. Er entspricht der Bewegung von c nach b . Da die Budgetgeraden B_2 und B_3 identische Steigungen haben, repräsentieren sie identische Preisrelationen. Deshalb gibt die Differenz $X_1^{**} - X_1^{***}$ den isolierten Einkommenseffekt einer Preisänderung an. Im Falle einer Preissteigerung ist diese Differenz bei einem normalen Gut negativ, bei einem inferioren Gut dagegen positiv. Das Umgekehrte gilt für eine Preissenkung. In Abbildung (A 2.4-7) repräsentiert der Übergang von Punkt c nach b eine Senkung des Einkommens. Er führt dazu, dass die Nachfrage nach Gut 1 steigt, die nach Gut 2 sinkt. Gut 1 ist in diesem Fall also ein inferiores, Gut 2 ein normales Gut.

Die Summe aus Einkommens- und Substitutionseffekt ergibt den Gesamteffekt, den Preiseffekt:

$$(2.4-4) \quad (X_1^{***} - X_1^*) + (X_1^{**} - X_1^{***}) = X_1^{**} - X_1^*.$$

In Abbildung (A 2.4-8) ist der gleiche Vorgang noch einmal für den Fall einer Preissenkung dargestellt. In diesem Beispiel sinkt der Preis des Gutes 2.

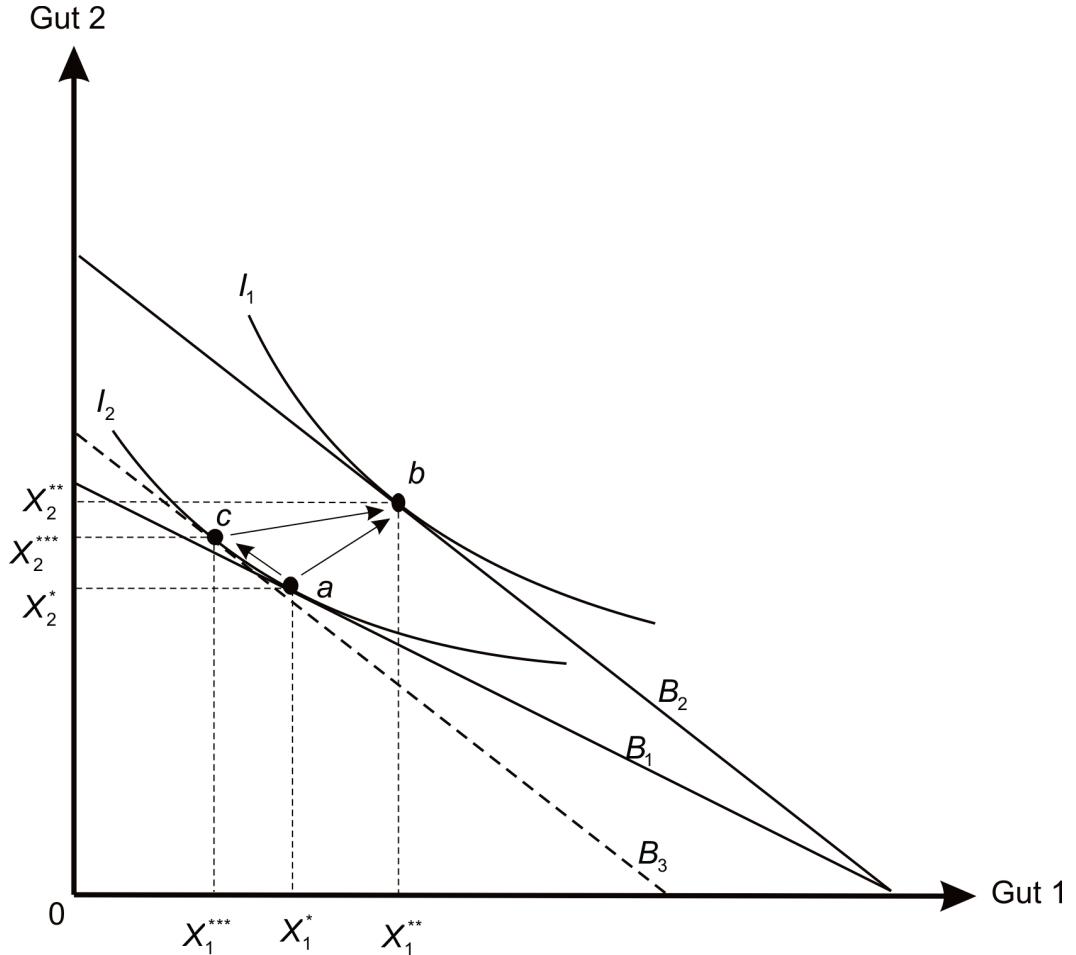


Abbildung (A 2.4-8): Die Auswirkung einer Preissenkung für das Gut 2 auf die Wahl des Güterbündels

Slutsky-Zerlegung

Oftmals misst man den Einkommenseffekt nicht an Hand der absoluten Änderung der nachgefragten Menge, sondern an Hand des Quotienten aus Nachfrage- und Einkommensänderung: $\left. \frac{\Delta X}{\Delta B} \right|_{P=konst.}$. Bei normalen Gütern ist der so definierte Einkommenseffekt positiv, bei inferioren Gütern negativ. Der Substitutionseffekt wird analog durch den Quotienten aus Nachfrage- und Preisänderung $\left. \frac{\Delta X}{\Delta P_i} \right|_{B=konst.}$ gemessen. Er ist stets negativ. Die hier grafisch illustrierte Zerlegung des Gesamteffekts einer Preisänderung auf die Nachfrage nach einem Gut in einen Substitutions- und einen Einkommenseffekt geht auf den russischen Mathematiker und Ökonomen SLUTSKY⁵⁷ zurück. Er hat gezeigt (SLUTSKY 1915), dass folgende (später) nach ihm benannte Beziehung gilt:

Slutsky-Gleichung

⁵⁷ E. SLUTSKY, 1880 bis 1948, russischer Mathematiker, Statistiker und Ökonom, entdeckte den nach ihm benannten Effekt einer Preisänderung auf die Nachfrage.

$$(2.4-5) \quad \frac{\partial X_i}{\partial P_j} = \frac{dX_i}{dP_j} \Big|_{U=\text{konst.}} - X_j \frac{\partial X_i}{\partial B}.$$

Für $i = j$ gibt die Gleichung die Auswirkung einer Änderung des Preises i auf die Nachfrage nach dem Gut i an, für $i \neq j$ die Auswirkung einer Änderung des Preises j auf die Nachfrage nach einem Gut i . Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung stellt den Substitutionseffekt, der zweite Term den Einkommenseffekt dar.⁵⁸ Der Term auf der linken Seite der Gleichung gibt den Gesamteffekt einer Preisänderung auf die Nachfrage an. Mit Hilfe dieser Gleichung lässt sich erklären, weshalb der Anstieg des Preises eines Gutes u. U. nicht zu einem Rückgang, sondern zu einem Anstieg der Nachfrage führt. Dieser Fall tritt ein, wenn der Einkommenseffekt $-X_j \frac{\partial X_i}{\partial B}$ positiv und dem Betrage nach größer ist als der Substitutionseffekt. Ein positiver Einkommenseffekt impliziert, dass die Nachfrage nach einem Gut sinkt, wenn das Einkommen steigt, d.h. $\frac{\partial X_i}{\partial B} < 0$. Es muss sich also um ein inferiores Gut handeln. Der Substitutionseffekt wird dem Betrage nach klein sein, wenn das Gut schwer durch ein anderes zu ersetzen ist. Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, so wird von dem betreffenden Gut bei steigendem Preis mehr nachgefragt. Dieses Phänomen wurde in der ökonomischen Literatur erstmals von Robert GIFFEN⁵⁹ beschrieben und erklärt. Da das Phänomen der Intuition widerspricht, wird es in der Literatur als „Giffen-Paradox“ bezeichnet. Die betreffenden Güter heißen *Giffen-Güter*.⁶⁰

⁵⁸ Der Einkommenseffekt wird hier etwas anders als in unserer grafischen Analyse definiert.

⁵⁹ R. GIFFEN, 1837 bis 1910, britischer Ökonom und Statistiker. Aus dem „New Palgrave“ (Dictionary of Economics) erfährt man, dass das im Text angesprochene Paradox Giffen durch Alfred MARSHALL in dessen Werk „Principles of Economics“ (1895) zugeschrieben wurde, in Wahrheit aber schon vorher in der Literatur berichtet worden sei. Danach stammt die erste Darstellung von Simon GRAY aus dem Jahre 1815.

⁶⁰ In diesem Kurs unterstellen wir im Allgemeinen vollkommene Information. Dann ist die Bedingung $\frac{\partial X_i}{\partial P_i} > 0$ hinreichend dafür, dass X_i ein inferiores Gut ist. Bei unvollkommener Information kann man diesen Schluss dagegen nicht ohne weiteres ziehen. Es könnte nämlich auch der Fall vorliegen, dass der Preis als *Signal* für Qualität verwendet wird. Ein derartiges Verhalten kann durchaus rational sein, wenn die Konsumenten keine direkte Information über die Qualität des Gutes haben. Im Kurs „Marktversagen“ wird die Rolle von Preisen als Signale ausführlich behandelt. Ein anderer Grund könnte darin liegen, dass das Gut einen Statuswert als Indikator der finanziellen Leistungsfähigkeit besitzt. Je teurer das Gut, desto besser erfüllt es diese Funktion.

Übungsaufgabe 53

Stellen Sie die Zerlegung des Preiseffekts in einen Einkommens- und einen Substitutionseffekt für den Fall grafisch dar, dass der Preis des Gutes 1 steigt und dieses Gut ein Giffen-Gut ist.

Substitute und Komplemente

Obgleich Giffen-Güter in der Realität wahrscheinlich keine große Rolle spielen (sonst würde nicht immer wieder das Kartoffel-Beispiel aus der Zeit der irischen Hungersnöte zur Illustration herangezogen⁶¹), stellen sie für die Haushaltstheorie ein erhebliches Problem dar. Auf Grund dieser Möglichkeit lässt sich nämlich nicht ausschließen, dass die Nachfrage mit steigendem Preis zunimmt.

Falls eine Erhöhung des Preises für das Gut i zu einem Anstieg der Nachfrage nach einem anderen Gut j führt, falls also $\frac{\partial X_j}{\partial P_i} > 0$ gilt, bezeichnet man Gut j

als ein *Substitut* zu dem Gut i . Man kann sich vorstellen, dass der Konsument auf ein anderes Gut, dessen Preis nicht gestiegen ist und welches ungefähr den gleichen Zweck erfüllt, ausweicht.

Falls eine Erhöhung des Preises für das Gut i zu einem Rückgang der Nachfrage nach Gut j führt, falls also $\frac{\partial X_j}{\partial P_i} < 0$ gilt, bezeichnet man Gut j als ein *Komplement* zu dem Gut i . Stellen Sie sich vor, Gut j würde nur zusammen mit Gut i

Konsumnutzen stiften (Beispiel: Auto und Autoreifen). Falls Gut i ein normales Gut ist, die Nachfrage nach diesem Gut also bei einer Preissteigerung für dieses Gut zurückgeht, wird auch die Nachfrage nach Gut j sinken, wenn der Preis des Gutes i steigt. So klar dieses Unterscheidungskriterium auch scheint, weist es doch eine nicht unerhebliche Schwäche auf: $\frac{\partial X_i}{\partial P_j} > 0$ kann gleichzeitig mit

$\frac{\partial X_j}{\partial P_i} < 0$ auftreten. Gut i kann also ein Substitut zu Gut j sein und gleichzeitig

Gut j ein Komplement zu Gut i . Dieser Fall kann eintreten, wenn die Einkommenseffekte bei den beiden Gütern sehr unterschiedlich sind.⁶²

⁶¹ Der Anstieg der Kartoffelpreise im Irland des 18. Jh. führte zu einem Anstieg der Nachfrage nach Kartoffeln, weil weite Bevölkerungskreise auf andere, relativ teurere Nahrungsmittel, wie Brot oder Fleisch, verzichten mussten, um zu überleben.

⁶² Es ist zu beachten, dass wir die Auswirkungen von Preisänderungen unter der *ceteris paribus* Klausel analysieren. Dies heißt, wir betrachten das Einkommen hierbei als konstant. Würde sich das Einkommen ebenfalls ändern, so könnten Güter, die technisch gesehen komplementär sind, ökonomisch als Substitute erscheinen. Beispiel: Infolge einer Einkommenssteigerung steigt die Nachfrage nach Autos und damit deren Preise. Als Folge steigt auch die Nach-

Übungsaufgabe 54

Zeigen Sie an Hand der Slutsky-Gleichung,

- dass Gut i stets ein Substitut zu Gut j ist, falls i ein inferiores Gut ist,
- dass Gut i ein Komplement zu Gut j ist, falls i ein normales Gut ist und der Einkommenseffekt größer ist als der Substitutionseffekt.

Dem Problem kann man begegnen, wenn man die Definition der Begriffe Substitut und Komplement auf *nutzenkompensierte* Preisänderungen bezieht. Dann gilt

$$(2.4-6) \quad \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial X_i}{\partial P_j} \Big|_{U=\text{konst.}}\right) = \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial X_j}{\partial P_i} \Big|_{U=\text{konst.}}\right),$$

weil man sich auf ein und derselben Indifferenzkurve bewegt.⁶³ In diesem Fall ist die Unterscheidung zwischen Substituten und Komplementen auch nicht dichotomisch (entweder – oder), sondern graduell.

Nutzenkompensierte
Preisänderungen

Übungsaufgabe 55

- Angenommen, ein Haushalt würde für eine Preiserhöhung bei dem Gut 1 in der Weise durch eine Einkommensänderung kompensiert, dass er sein Nutzenniveau halten könnte. Ist sein Einkommen (= Budgetsumme) in der neuen Situation höher, gleich oder niedriger als vor der Preisänderung?
- Würde dieses Einkommen ausreichen, um nach der Preisänderung das ursprüngliche Konsumgüterbündel zu kaufen?

Vollständige Komplementarität liegt vor, wenn die Indifferenzkurven L-förmig sind, also eine Knickstelle aufweisen, vollständige Substituierbarkeit liegt vor, wenn sie Geraden sind. In Abbildung (A 2.4-9) sind diese beiden Grenzfälle dargestellt. Eine L-förmige Indifferenzkurve würde bedeuten, dass der vermehrte Konsum eines Gutes keinen Nutzen stiftet, solange die Menge des anderen, komplementären Gutes konstant bleibt. Damit würden wir allerdings eine unserer Annahmen zur Präferenzordnung verletzen, nämlich die *Annahme der Unersättlichkeit*. Die vollständige Substituierbarkeit würde die *Annahme der strengen Konvexität* der Indifferenzkurven verletzen. Bei vollständiger Substituierbarkeit ergäbe sich niemals eine eindeutige Innenlösung. Entweder ergäbe sich eine Randlösung, welche die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum nicht erfüllt, oder es ergäbe sich (in dem Spezialfall, in dem die Indifferenzkurve mit der Budgetge-

frage nach Autoreifen. In diesem Fall würde gelten: $\frac{\partial X_{\text{Reifen}}}{\partial P_{\text{Auto}}} > 0$. Reifen würden also als ein Substitut für Autos erscheinen.

⁶³ Dabei bezeichnet sgn die Signum- bzw. Vorzeichenfunktion

raden identisch ist) das Ergebnis, dass dem Haushalt alle auf der Budgetgeraden liegenden Güterbündel recht sind.

Gut 2

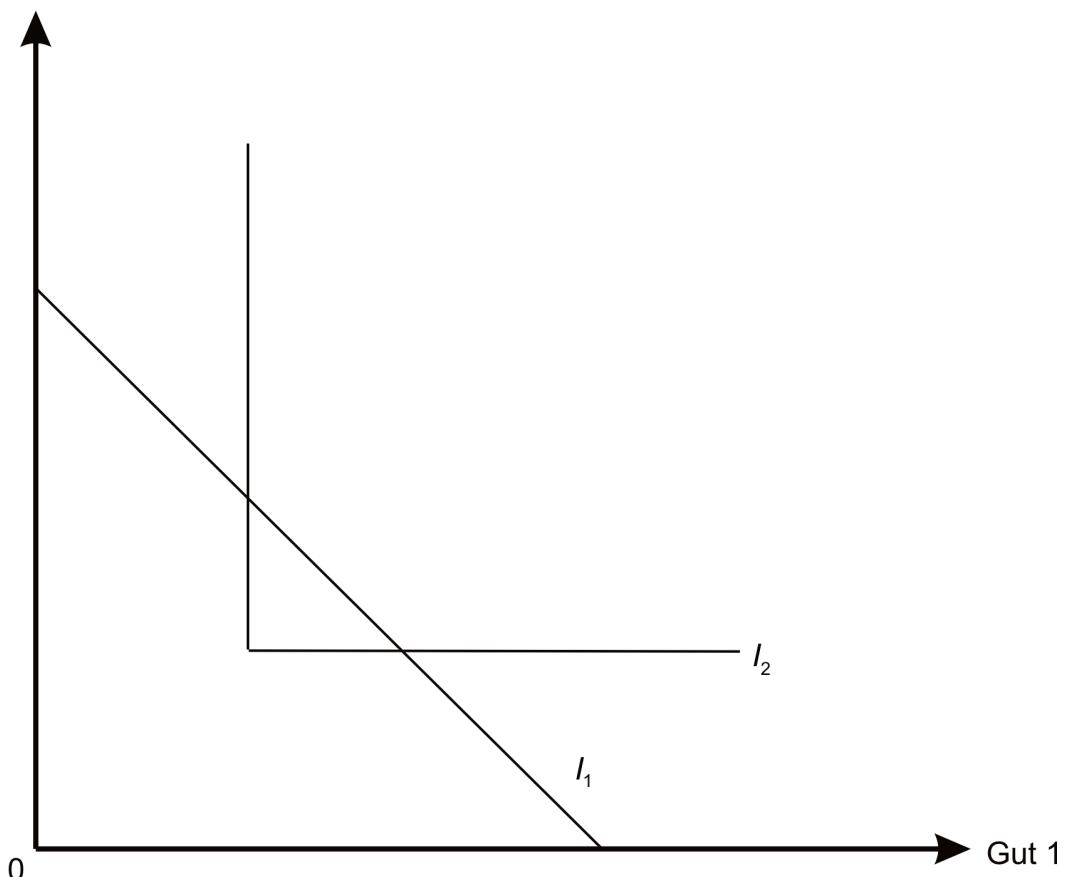


Abbildung (A 2.4-9): Indifferenzkurven bei vollständiger Substituierbarkeit und vollständiger Komplementarität

Krümmung der Indifferenzkurve als Maß für den Grad der Substituierbarkeit

Bei vollständiger Komplementarität gäbe es zwar eine eindeutige Innenlösung, diese könnten wir aber nicht durch Prüfen der Bedingungen 1. Ordnung ermitteln, da die Indifferenzkurve an der Knickstelle nicht differenzierbar ist. Außerdem würde sich der gleichgewichtige Konsumpunkt für den Haushalt nicht ändern, wenn sich Preise und Einkommen so verändern, dass sich die Budgetgerade „um den Knickpunkt dreht“. Wenn man aber von diesen beiden Grenzfällen absieht, kann man die Krümmung der Indifferenzkurve als ein geeignetes Maß für den Grad der Substituierbarkeit betrachten.

Hicks- und Slutsky-Kompensation

Wir haben die Zerlegung des Gesamteffekts einer Preisänderung in einen Substitutions- und einen Einkommenseffekt bisher unter der Bedingung durchgeführt, dass das Nutzenniveau konstant bleiben soll. Man bezeichnet diese Art der Kompensation als *Hicks-kompensierte Nachfrage*.⁶⁴ Eine alternative Kompensation

⁶⁴ J.R. HICKS, 1904 bis 1989, erhielt 1972 (zusammen mit K. Arrow) den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften. Bahnbrechende Beiträge zur Theorie des Haushalts („Hicks'sche Nachfragefunktion“), Wohlfahrtstheorie („Kaldor-Hicks-Kriterium“) und vielen (sehr ver-

besteht darin, das Einkommen derart anzupassen, dass das ursprüngliche Güterbündel auch nach der Preisänderung erworben werden kann. Diese Art der Kompensation heißt *Slutsky-kompensierte Nachfrage*. Abbildung (A 2.4-10) verdeutlicht den Unterschied zwischen diesen beiden alternativen Möglichkeiten, eine Kompensationszahlung zu definieren.

Gut 2

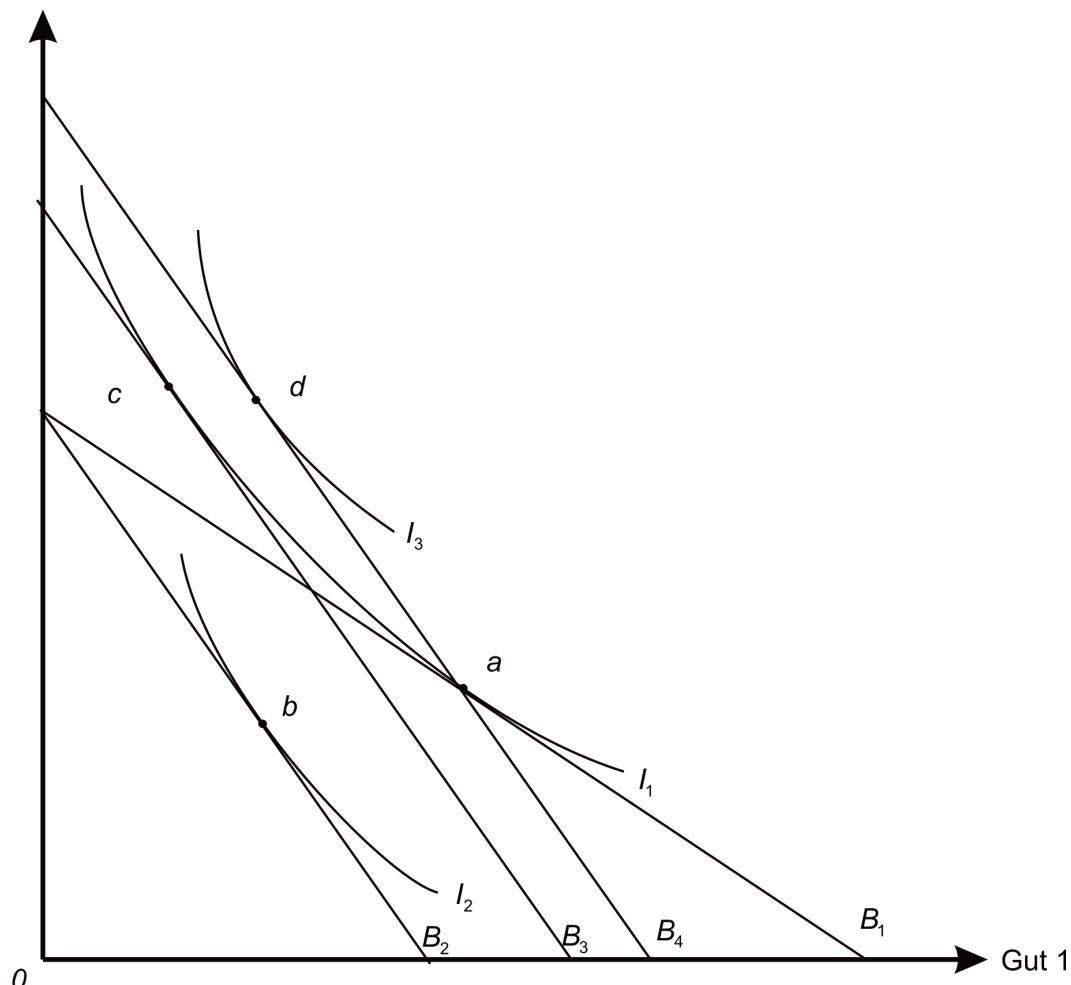


Abbildung (A 2.4-10): Slutsky-Kompensation und Hicks-Kompensation von Preisänderungen

In Abbildung (A 2.4-10) stellt a den ursprünglichen Konsumpunkt dar. b ist der Konsumpunkt nach der Preiserhöhung, aber vor der Kompensationszahlung. c wäre der Konsumpunkt, falls der Konsument eine Kompensationszahlung erhielte, die es ihm ermöglichte, sein ursprüngliches Nutzenniveau beizubehalten (Hicks-Kompensation). d wäre der Konsumpunkt, den der Konsument wählen würde, falls er eine Kompensationszahlung erhielte, die es ihm ermöglichte, sein ursprüngliches Konsumgüterbündel zu wählen (Slutsky-Kompensation). Dazu müsste er eine Kompensationszahlung erhalten, die seine Budgetgerade bis zur Geraden B_4 nach rechts verlagert. Der Substitutionseffekt besteht im Falle der

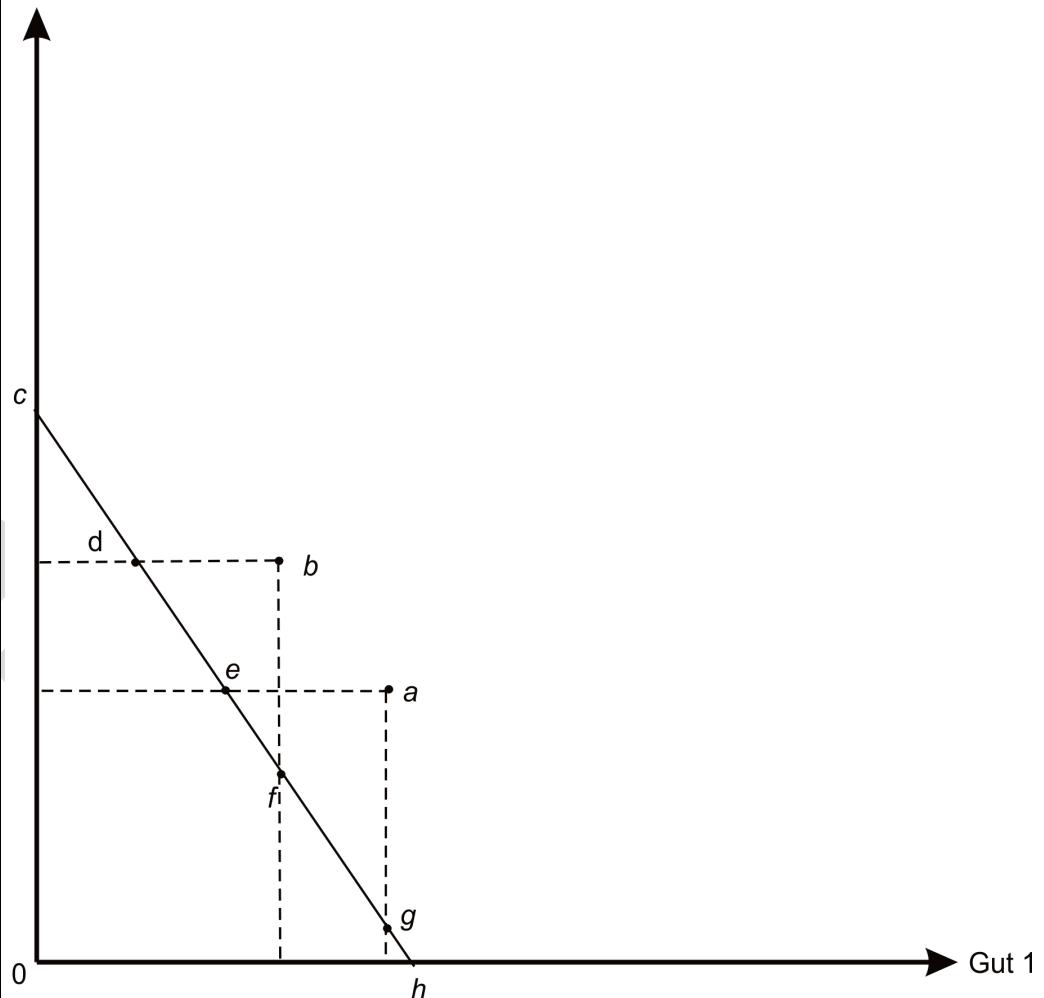
schiedenen) Teilgebieten der Volkswirtschaftslehre. Eines seiner Hauptwerke ist „Value and Capital“ (1965).

Slutsky-Kompensation in der Differenz zwischen d und a , der Einkommenseffekt in der Differenz zwischen b und d , der Preiseffekt in der Differenz zwischen b und a . Wählt man dagegen die Nutzenkonstanz als Kompensationskriterium, besteht der Einkommenseffekt in der Differenz zwischen b und c und der Substitutionseffekt in der Differenz zwischen c und a .

Übungsaufgabe 56

In der folgenden Abbildung sind zwei Konsumpunkte a und b sowie eine Budgetgerade ch eingezeichnet. Der Konsumpunkt a stellt das Nutzenmaximum für eine Budgetrestriktion $B = P_1X_1 + P_2X_2$ dar. Punkt b gibt den optimalen, nutzenkompensierten Konsumpunkt nach einer Preiserhöhung für das Gut 1 an. Die eingezeichnete Budgetgerade ist der Graph der Budgetgleichung $B = \bar{P}_1X_1 + P_2X_2$, wobei $\bar{P}_1 > P_1$ gilt.

Gut 2



Bestimmen Sie die Eigenschaften der beiden Güter (Substitut-Komplement, normal-inferior, Giffen-Gut), falls der neue Konsumpunkt

- in dem Intervall $c - d$
- in dem Intervall $d - e$
- in dem Intervall $e - f$

- d) in dem Intervall $f - g$
 e) in dem Intervall $g - h$
 liegt.

2.4.2 Nachfragekurven

Die vorangegangene komparativ-statische Analyse bestand darin, den Preis eines Gutes zu verändern und zu sehen, wie sich daraufhin die Nachfrage nach diesem Gut ändert. Je nachdem, ob wir eine unkomensierte, eine nutzenkompensierte oder eine einkommenskompensierte Preisänderung betrachtet haben, ergaben sich unterschiedliche neue Konsumpunkte. Wir können diese Art der Analyse jetzt (gedanklich) für eine ganze Reihe sukzessiver Preisänderungen durchführen und die daraus resultierenden Konsumpunkte miteinander verbinden, jeweils getrennt für die Fälle ohne Kompensation, mit Einkommenskompensation und mit Nutzenkompensation. Wir erhalten dann drei unterschiedliche *Preis-Konsumkurven*, aus denen sich drei unterschiedliche *Nachfragekurven* ableiten lassen.

Betrachten wir hierzu Abbildung (A 2.4-11). Ausgangspunkt unserer Analyse ist der Punkt a im oberen Teil der Abbildung. Dies ist der optimale Konsumpunkt im ursprünglichen Gleichgewicht. Hier tangiert die Indifferenzkurve I_1 die Budgetgerade B_1 . Jetzt sinkt der Preis des Gutes 1 auf \bar{P} , so dass sich die Budgetgerade nach B_2 dreht. Der neue Konsumpunkt liegt im Punkt b , dem Tangentenpunkt der Indifferenzkurve I_2 mit der Budgetgeraden B_2 . Wir unterstellen jetzt, dass die Haushalte eine Kompensation zahlen müssen, um in den Genuss der Preissenkung zu kommen. Die Kompensationszahlung drückt sich in einer Reduzierung der Budgetsumme aus. Falls diese Kompensation eine derartige Höhe hat, dass die Haushalte gerade noch das ursprüngliche Konsumgüterbündel kaufen können, verschiebt sich die Budgetgerade B_2 parallel nach B_3 . Die höchste Indifferenzkurve, welche diese Budgetgerade tangiert, ist die Indifferenzkurve I_3 . Der Tangentenpunkt ist als Punkt c eingezeichnet.

Grafische Ableitung

Preissenkung für das Gut 1 mit und ohne Kompensationszahlungen

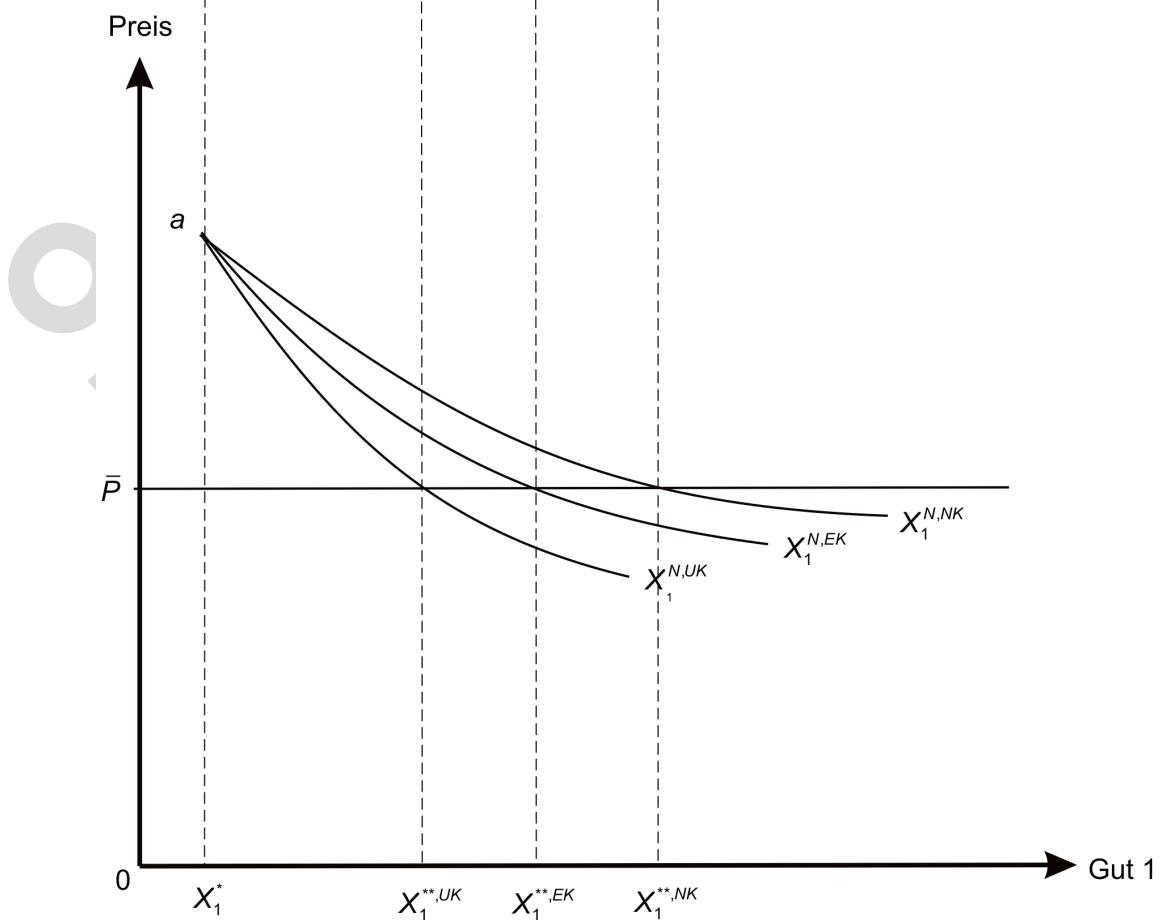
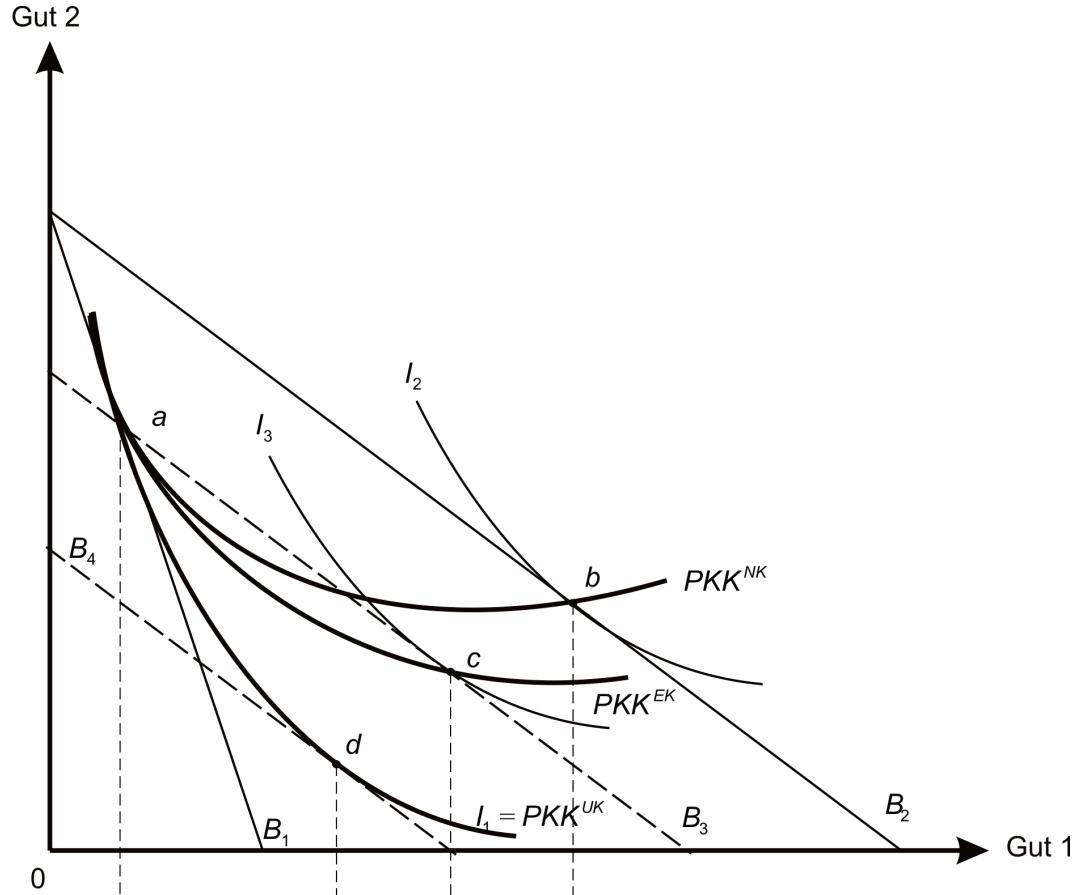


Abbildung (A 2.4-11): Grafische Ableitung einer nicht kompensierten (Marshall'schen), einer einkommenskompensierten (Slutsky'schen) und einer nutzenkompensierten (Hicks'schen) Nachfragekurve

Falls die Haushalte eine noch höhere Kompensation zahlen müssen, nämlich in solcher Höhe, dass ihr Nutzenniveau trotz der Preissenkung unverändert bleibt, dass sie also wieder auf ihre ursprünglichen Indifferenzkurven „zurückfallen“, verschiebt sich die Budgetgerade nach B_4 . Diese Budgetgerade tangiert die Indifferenzkurve I_1 im Punkt d . Im ursprünglichen Gleichgewicht hatte der Haushalt die Menge X_1^* nachgefragt. Nach der Preissenkung fragt er

- die Menge $X_1^{*,UK}$ nach, falls er eine Kompensation zahlen muss, die seinen *Nutzen* unverändert lässt,
- die Menge $X_1^{*,EK}$ nach, falls er eine Kompensation zahlen muss, die sein *Realeinkommen* unverändert lässt und
- die Menge $X_1^{*,NK}$ nach, falls er keine Kompensation zahlen muss.

Wir könnten jetzt ganz analog jene Nachfragemengen ermitteln, die sich bei Preissenkungen ergäben, die zu Budgetgeraden zwischen B_1 und B_2 führen. Dann würde die Zeichnung aber zu unübersichtlich. Die Kurven PKK^{NK} , PKK^{EK} und PKK^{UK} sollen jene Konsumpunkte enthalten, die sich bei einer stetigen Senkung des Preises für das Gut 1 ergäben. PKK steht für Preis-Konsum-Kurve, NK für nicht-kompensiert, EK für einkommenskompensiert und UK für nutzenkompensiert. Falls Gut 1 ein normales Gut ist, muss die PKK^{EK} -Kurve unterhalb der PKK^{NK} -Kurve und die PKK^{UK} -Kurve unterhalb der PKK^{EK} -Kurve verlaufen, da das Realeinkommen im Fall PKK^{NK} höher ist als im Fall PKK^{EK} und dieses höher als im Fall PKK^{UK} .

Stetige Preisvariation

Übungsaufgabe 57

Worin besteht der Unterschied zwischen einer Einkommens-Konsum-Kurve und einer Preis-Konsum-Kurve?

Wenden wir uns jetzt dem unteren Teil der Abbildung zu. Der Punkt a gibt den Preis und die zu diesem Preis nachgefragte Menge im Ausgangszustand an. Die Kurve PKK^{NK} im oberen Teil der Zeichnung gibt an, welche Mengen der Konsument bei stetig sinkenden Preisen nachfragt, wenn er keine Kompensation leisten muss. Diese Information wird in das Preis-Mengen-System der unteren Abbildung übertragen und ergibt die Kurve $X_1^{N,NK}$. Sie gibt an, welche Mengen des Gutes 1 der Konsument bei alternativen Preisen für dieses Gut ceteris paribus, d.h. bei Konstanz aller anderen sein Verhalten bestimmender Größen, nachfragt. Man bezeichnet sie deshalb als Nachfragekurve. Da ihre Konstruktion auf Marshall

Marshall'sche und Hicks'sche Nachfragekurven

zurückgeht, wird sie auch als Marshall'sche Nachfragekurve bezeichnet. Entsprechend lassen sich aus der PKK^{EK} - und der PKK^{UK} -Kurve des oberen Abbildungsteils die $X_1^{N,EK}$ - bzw. $X_1^{N,UK}$ -Kurven des unteren Teils ableiten. Die $X^{N,UK}$ -Kurve wird auch als Hicks'sche Nachfragekurve bezeichnet.

Budgetkonstanz, Real-einkommenskonstanz, Nutzenkonstanz

Entlang der Marshall'schen Nachfragekurve ist die Budgetsumme konstant. Entlang der einkommenskompensierten Nachfragekurve ist die „reale“ Budgetsumme konstant, d.h. jener Quotient aus Budgetsumme und Preisindex, welcher es erlaubt, unabhängig von der Preisänderung stets das ursprüngliche Güterbündel zu kaufen. Entlang der Hicks'schen Nachfragekurve ist der Nutzen konstant. Die Marshall'sche Nachfragekurve setzt sich aus dem Einkommens- und dem Substitutionseffekt zusammen, die beiden anderen nur aus dem jeweils unterschiedlich definierten Substitutionseffekt. Für einen gegebenen Preis \bar{P} gilt für ein normales Gut: $X^{N,NK} > X^{N,EK} > X^{N,UK}$, da $B_2 > B_3 > B_4$. Die Unterscheidung zwischen den drei Arten von Nachfragefunktionen wird Ihnen an dieser Stelle sehr konstruiert vorkommen. Wo trifft man schon derartige Kompensationszahlungen bei Preisänderungen an? Wir werden aber bald sehen, dass wir diese Unterscheidung benötigen, wenn wir Aussagen über die Auswirkungen von Preisänderungen auf den Nutzen der Haushalte machen wollen. Hierfür brauchen wir nämlich Näheungsgrößen, weil der Nutzen von Güterbündeln weder intrapersonell noch interpersonell vergleichbar ist, wie wir in Kapitel 2.2 gesehen haben.

Übungsaufgabe 58

Weshalb liegen die Preis-Konsum-Kurven für normale Güter bei einer Einkommenskompensation unterhalb der Preis-Konsum-Kurven bei Fehlen einer Kompensation und die nutzenkompensierte Preis-Konsum-Kurve unterhalb der einkommenskompensierten Preis-Konsum-Kurve? Gilt dies auch für den Fall einer Preiserhöhung eines der beiden Güter?

Aus den Axiomen und Annahmen der Präferenztheorie folgen die Eigenschaften der Nachfragefunktion

Fassen wir unsere bisherigen Erkenntnisse zur Abbildung von Präferenzen durch Nachfragefunktionen einmal kurz zusammen:

1. Die Nachfrageentscheidungen der Konsumenten und die in der nächsten Kurseinheit zu behandelnden Güterangebotsentscheidungen der Firmen sind zwei zentrale Elemente für die ökonomische Analyse einer Volkswirtschaft. Deshalb kommt dem Konzept der Nachfragefunktion eine entscheidende Bedeutung zu.
2. Die Marshall'sche Nachfragefunktion – die wir im Folgenden einfach als die Nachfragefunktion bezeichnen werden – verwendet beobachtbare Größen, wie Mengen, Preise und Einkommen. Die Parameter dieser Funktion lassen sich deshalb schätzen, und mit der Funktion kann empirisch gearbeitet werden. Sie hat jedoch den Nachteil, dass über die Nachfrageeffekte

von Preis- oder Einkommensänderungen keine Aussagen gemacht werden können, es sei denn, es werden zusätzlichen Annahmen getroffen, die über die sechs Grundannahmen der Präferenztheorie hinausgehen.

3. Marshall'sche Nachfragefunktionen sind homogen vom Grade null in den Preisen und dem Einkommen. Für sie gilt: $B = \sum P_i X_i$. Das verfügbare Budget wird also voll ausgeschöpft.
4. Die Ableitung der Mengen nach den Preisen ist im Allgemeinen nicht symmetrisch. Insbesondere kann gelten:

$$\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial X_i(P, B)}{\partial P_j}\right) \neq \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial X_j(P, B)}{\partial P_i}\right).$$
5. Die Hicks'sche Nachfragefunktion ist dagegen eindeutig fallend. Sie ist jedoch nicht direkt beobachtbar, da die nachgefragten Mengen nicht nur von den Preisen, sondern auch vom Nutzenniveau abhängig sind.
6. Die Ableitung der Hicks'schen Nachfragefunktion nach den Preisen ist symmetrisch. Insbesondere gilt: $\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial X_i^H(P, B)}{\partial P_j}\right) = \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial X_j^H(P, B)}{\partial P_i}\right).$

Dies sind die Eigenschaften, die sich aus den drei Axiomen und den drei ergänzenden Annahmen über die Präferenzordnung ableiten lassen.⁶⁵ Viele interessante und wirtschaftspolitisch relevante Fragestellungen lassen sich bereits unter Zugrundelegung dieser Eigenschaften analysieren. Andere bedürfen dagegen zusätzlicher Annahmen. Bevor wir uns hiermit befassen, wollen wir aber zunächst noch zwei zusätzliche Möglichkeiten zur Beschreibung des Nachfrageverhaltens einführen: Ausgabenfunktionen und indirekte Nutzenfunktionen. Beide sind nützlich, wenn man Aussagen darüber machen möchte, welche Auswirkungen Preisänderungen auf den Nutzen der Konsumenten haben.

⁶⁵ Tatsächlich lässt sich noch eine weitere Eigenschaft angeben, auf die wir hier nicht eingehen wollen, da wir sie für unsere nachfolgenden Analysen nicht benötigen. Es handelt sich um eine Eigenschaft der Matrix der partiellen Ableitungen der Hicks'schen Nachfragefunktion. Man bezeichnet diese Matrix als Slutsky-Matrix. Es lässt sich zeigen, dass diese Matrix symmetrisch und semi-definit ist. Vgl. GRAVELLE /REES (2004), S. 56.

2.4.3 Weitere Möglichkeiten zur Beschreibung des Nachfrageverhaltens: Ausgabenfunktion und indirekte Nutzenfunktion⁶⁶

Aussagen über den Verlauf der Nachfragekurven sind nur auf Grund zusätzlicher Annahmen möglich

Die Modellierung des Konsumentenverhaltens als Maximierung einer Nutzenfunktion unter der Nebenbedingung einer Budgetrestriktion hat es uns ermöglicht, die Güternachfrage eines Haushalts in Form einer Nachfragefunktion abzubilden. Wir haben gesehen, dass die Axiome und ergänzenden Annahmen, denen die Präferenzordnung genügen soll, verschiedene Implikationen für die Nachfragefunktion haben. Leider fehlt eine Implikation, die für die weitere Analyse sehr wichtig ist, nämlich die Steigung der Nachfragekurve. Die Annahmen reichen nicht aus, um eindeutig vorherzusagen, ob eine Preissteigerung zu einem Nachfragerückgang oder einem Nachfrageanstieg führen wird. Allerdings konnten wir feststellen, dass die Nachfragekurve für normale Güter und für solche Güter, bei denen der Substitutionseffekt dem Betrag nach größer ist als der Einkommenseffekt, einen fallenden Verlauf besitzt. Wird die durch eine Preisänderung ausgelöste Änderung des Realeinkommens jedoch durch Einkommensübertragungen in der Weise kompensiert, dass das ursprüngliche Nutzenniveau beibehalten werden kann, lassen sich eindeutige Aussagen über die Auswirkungen einer Preisänderung auf die Nachfrage machen. Wir hatten die entsprechende Nachfragekurve grafisch abgeleitet und als Hicks'sche Nachfragekurve bezeichnet.

Analytische Ableitung der Hicks'schen Nachfragefunktion

Die zugehörige Hicks'sche Nachfragefunktion lässt sich analytisch ableiten, wenn wir das Optimierungsproblem des Haushalts „umdrehen“. Wir fragen jetzt danach, welches Güterbündel ein Haushalt wählen wird, wenn er ein vorgegebenes Nutzenniveau mit minimalen Ausgaben erreichen will. Dieses Minimierungsproblem ist *dual* zu dem ursprünglichen Maximierungsproblem.⁶⁷ Die duale Formulierung des Optimierungsproblems ermöglicht die Ableitung der Hicks'schen Nachfragefunktion und damit unter bestimmten zusätzlichen Annahmen auch die Ersetzung ordinaler Nutzengrößen durch kardinale Geldgrößen. Erst mit Hilfe dieser monetären Größen wird ein Vergleich wirtschaftlicher Zustände in Hinblick auf ihre relative Wünschbarkeit möglich, wie wir weiter unten sehen werden.

Ausgabenminimierung

⁶⁶ Dieser Abschnitt basiert auf der Darstellung bei GRAVELLE/REES (2004). Wie bereits in dem Abschnitt über Entscheidungen bei Risiko ist auch hier einer weniger formalen Darstellung der Vorzug gegeben worden.

⁶⁷ Es existieren eine Reihe von Fragestellungen in der Ökonomik, zu denen duale Probleme formuliert werden können. Dadurch ist es oftmals möglich, bereits vorliegende Erkenntnisse besser zu verstehen, neue Erkenntnisse zu gewinnen oder alternative Beweise für bekannte Theoreme anzugeben. Als zusammenfassende Bezeichnung für derartige Ansätze hat sich der Begriff Dualitätstheorie durchgesetzt. Ein Standardwerk in Bezug auf mikroökonomische Anwendungen der Dualitätstheorie ist DIEWERT (1982).

Das Minimierungsproblem eines Konsumenten lautet allgemein: Minimiere die Ausgaben $AU = \sum_i P_i X_i$ unter der Nebenbedingung, dass ein bestimmter Mindestnutzen \bar{U} nicht unterschritten wird. Formal:

$$(2.4-7) \quad \min_{\mathbf{X}} \sum_i P_i X_i \text{ unter der Nebenbedingung (u. d. N.):}$$

$$(2.4-8) \quad U(X_1, \dots, X_n) \geq \bar{U} \text{ und } X_i \geq 0 \text{ für } i = 1, \dots, n.$$

Falls die Nebenbedingung $U(X_1, \dots, X_n) \geq \bar{U}$ mit Gleichheit erfüllt ist und alle Gütermengen strikt positiv sind, lässt sich das Optimierungsproblem mit Hilfe des Lagrange-Verfahrens lösen. Die Lagrange-Funktion lautet

$$(2.4-9) \quad \Lambda = \sum_i P_i X_i - \lambda [U(X_1, \dots, X_n) - \bar{U}].$$

Lagrange-Ansatz

Dann ergeben sich die notwendigen Bedingungen für ein Minimum zu:

$$(2.4-10) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial X_i} = P_i - \lambda \frac{\partial U}{\partial X_i} = 0 \text{ und}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = U(X_1, \dots, X_n) - \bar{U} = 0.$$

Aus (2.4-10) folgt:

$$(2.4-11) \quad \frac{P_i}{P_j} = \frac{U_i}{U_j}.$$

Wir erhalten also die gleichen Optimalitätsbedingungen wie in dem dualen Maximierungsproblem. Das Gleichungssystem (2.4-10) bestimmt die optimalen Nachfragemengen der Güter und den Wert des Multiplikators λ als Funktion der Preise und des gegebenen Mindestnutzens \bar{U} . Wir können deshalb schreiben:

$$(2.4-12) \quad X_i^H = X_i^H(P_1, \dots, P_n, \bar{U}) \text{ für } i = 1, \dots, n.$$

Hicks'sche Nachfragefunktion

Das Funktionssymbol X_i^H soll zum Ausdruck bringen, dass es sich um eine Nachfragefunktion bei konstantem Nutzen, also eine nutzenkompensierte Nachfragefunktion handelt, die wir weiter oben als Hicks'sche Nachfragefunktion bezeichnet hatten. Der obere Index H steht also für den Namen HICKS. Da die Indifferenzkurven identisch mit jenen bei Nutzenmaximierung sind, ist die Hicks'sche Nachfragefunktion ebenfalls stetig differenzierbar bezüglich der Preise.

Unsere bisherige Nachfragefunktion, die man auch als Marshall'sche Nachfragefunktion bezeichnet, lautete dagegen:

Dualität von Maximierung und Minimierung

$$(2.4-13) \quad X_i^* = X_i(P_1, \dots, P_n, B).$$

Übungsaufgabe 59

Die Präferenzordnung eines Haushalts werde durch die Nutzenfunktion $U = X_1^\alpha X_2^\beta$ beschrieben. Die Budgetrestriktion laute: $B = P_1 X_1 + P_2 X_2$. Leiten Sie die Marshall'sche und die Hicks'sche Nachfragefunktion für die beiden Güter ab.

Falls die minimalen Ausgaben AU^* des Minimierungsproblems gleich dem vorgegebenen Budget des Maximierungsproblems sind, falls also $AU^* = \sum P_i X_i^* = B$ gilt, führen beide Nachfragefunktionen zu dem gleichen Optimum. Dieses Ergebnis verwundert auch nicht, wenn wir uns noch einmal die grafische Darstellung des Optimierungsproblems in Abbildung (A 2.4-12) ansehen.

Gut 2

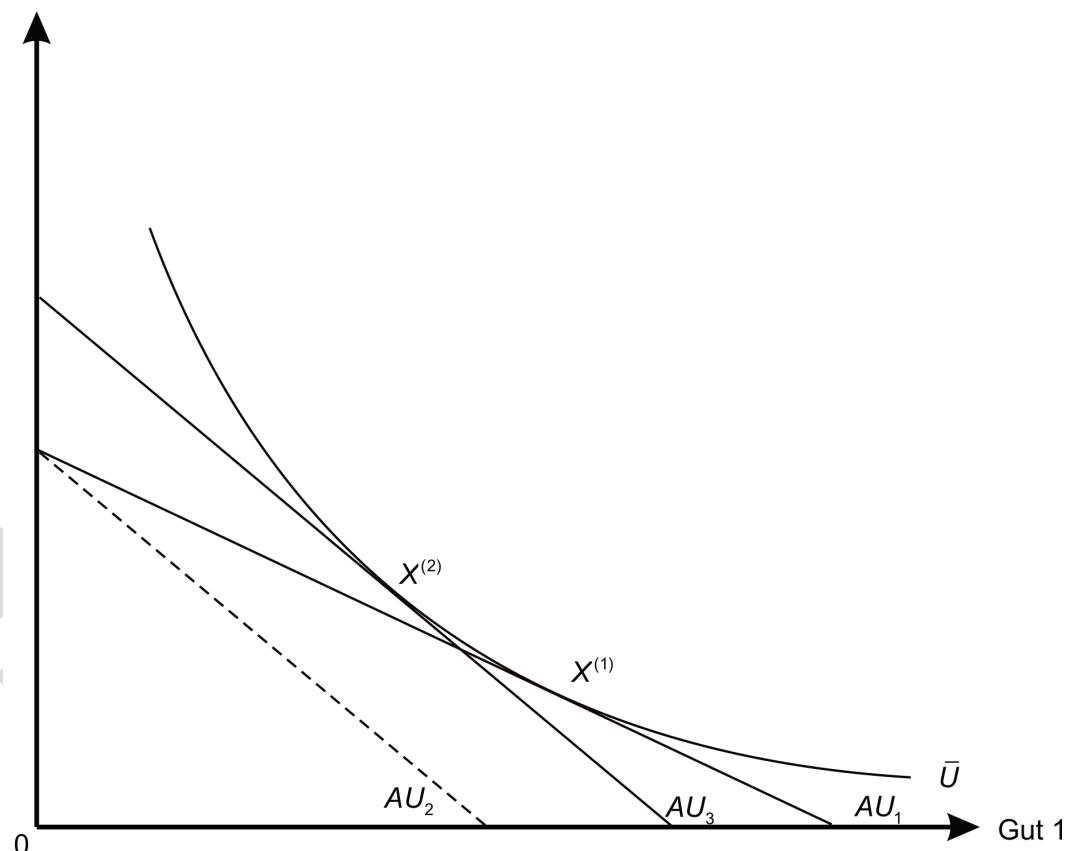


Abbildung (A 2.4-12): Das Optimierungsproblem des Konsumenten als Minimierungsproblem

Gegeben ist jetzt ein bestimmtes Nutzenniveau \bar{U} , welches nicht unterschritten werden soll. Die eingezeichnete Gerade AU_1 stellt eine *Ausgabengerade* dar. Sie ist formal identisch mit der uns bekannten Budgetgeraden, nur die ökonomische Interpretation ist etwas anders.

Ausgabengleichung

$$(2.4-14) \quad AU = P_1 X_1 + P_2 X_2$$

Während bei der Budgetgeraden die Höhe des Budgets fix ist, ist die Ausgabensumme AU jetzt eine Größe, die durch die Entscheidung des Konsumenten bestimmt wird. Wenn der Konsument seine Ausgaben für ein gegebenes Nutzenniveau minimieren möchte, muss er jene Ausgabengerade wählen, welche die vorgegebene Indifferenzkurve gerade tangiert. In der Ausgangssituation ist dies die Gerade AU_1 . Der Tangentenpunkt gibt das optimale, da ausgabenminimale, Güterbündel $X^{(1)}$ an. Es ist identisch mit jenem Güterbündel, welches der Konsument wählen würde, wollte er seinen Nutzen maximieren und seine Budgetbeschränkung würde durch die Gerade AU_1 gegeben.

Angenommen, der Preis des Gutes 1 würde jetzt steigen. Die Ausgabengerade dreht sich dann um den Schnittpunkt mit der Ordinate im Uhrzeigersinn, so wie durch die gestrichelt eingezeichnete Gerade AU_2 angegeben. Diese Ausgabenhöhe reicht aber nicht aus, um das angestrebte Nutzenniveau zu erreichen. Die Ausgabensumme muss erhöht werden, und zwar solange, bis die Ausgabengerade die Indifferenzkurve wieder tangiert. Dies ist bei dem Güterbündel $X^{(2)}$ der Fall. Preisänderungen führen also bei Minimierung der Ausgaben dazu, dass die Ausgabengerade an der Indifferenzkurve entlangwandert.

Preis des Gutes 1 steigt

Setzt man die optimalen Gütermengen X_i^* in die Ausgabengleichung ein, erhält man die *Ausgabenfunktion*:

$$(2.4-15) \quad AU = \sum_i P_i X_i^* = \sum_i P_i X_i^H(P_1, \dots, P_n, \bar{U}) = AU(P, \bar{U}).$$

Ausgabenfunktion

Übungsaufgabe 60

Wie lautet die Ausgabenfunktion aus Übungsaufgabe 59, falls $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$ gilt?

P ohne Index symbolisiert einen Preisvektor. Die partielle Ableitung der Hicks'schen Nachfragefunktion nach einem Preis gibt den Substitutionseffekt einer Preisänderung an, da das Nutzenniveau durch automatische Anpassung der Ausgabensumme konstant gehalten wird. Für die partielle Ableitung der Ausgabenfunktion gilt nach einem Satz von SHEPHARD (1953) (*Shephard's lemma*):

Shephard's lemma

$$(2.4-16) \quad \frac{\partial AU}{\partial P_i} = X_i^H(P, \bar{U}) = X_i^{H*}.^{68}$$

Dieser Satz impliziert, dass eine einprozentige Preissteigerung (eines Gutes) in erster Näherung durch eine einprozentige Ausgabenerhöhung kompensiert werden muss, wenn der Nutzen konstant bleiben soll.⁶⁹ Eine einprozentige Preissteigerung führt nicht genau zu einer einprozentigen Ausgabenerhöhung, weil der Konsument das teurer gewordene Gut durch ein anderes, im Preis konstant gebliebenes Gut, ersetzen kann. Hierbei wirkt sich allerdings die abnehmende Grenzrate der Substitution aus, die durch die *Konvexität* der Indifferenzkurven bedingt ist. Deshalb kann er der Preissteigerung nicht vollständig ausweichen.

Übungsaufgabe 61

Zeigen Sie, dass der Satz von Shephard für die Ausgabenfunktion aus Übungsaufgabe 60 erfüllt ist.

Die Dualität der Ausgabenfunktion zur Nutzenfunktion ermöglicht es, die Präferenzordnung wahlweise durch eine Nachfrage- oder durch eine Ausgabenfunktion abzubilden. Es besteht aber noch eine weitere Möglichkeit, eine zur Nutzenfunktion duale Funktion abzuleiten. Setzt man die (Marshall'sche) Nachfragefunktion $X_i^* = X_i(P, B)$ in die Nutzenfunktion ein, ergibt sich:

Indirekte Nutzenfunktion

$$(2.4-17) \quad \tilde{U} = U[X_1(P, B), \dots, X_n(P, B)] \text{ oder } \tilde{U} = \tilde{U}(P, B).$$

\tilde{U} heißt *indirekte Nutzenfunktion*. Sie ordnet einem gegebenen Preisvektor und gegebenem Budget den maximalen Nutzen zu, den ein Konsument erreichen kann, wenn er das für ihn optimale Güterbündel wählt. Direkt hängt der Nutzen von den Gütern ab, indirekt aber vom Budget und den Preisen.

68 Aus (2.4-15) folgt: $\frac{\partial AU}{\partial P_i} = X_i^{H*} + \sum_{j=1}^n P_j \frac{\partial X_j^{H*}}{\partial P_i}$. Aus (2.4-10) folgt: $P_j = \lambda U_j$ ($= \lambda \frac{\partial U}{\partial X_j}$) und somit wegen $U(X_1^{H*}, \dots, X_n^{H*}) = \bar{U}$ $\frac{\partial AU}{\partial P_i} = X_i^{H*} + \sum_{j=1}^n P_j \frac{\partial X_j^{H*}}{\partial P_i} = X_i^{H*} + \lambda \sum_{j=1}^n U_j \frac{\partial X_j^{H*}}{\partial P_i} = X_i^{H*} + \lambda \underbrace{\frac{\partial U}{\partial P_i}}_{=0} = X_i^{H*}$. Daraus folgt schließlich Shephard's lemma: $\frac{\partial AU}{\partial P_i} = X_i^*$.

69 $\frac{\partial AU}{\partial P_i} \frac{P_i}{AU} = X_i^{H*} \frac{P_i}{AU} = 1$.

Übungsaufgabe 62

Die Präferenzordnung eines Haushalts werde durch die Nutzenfunktion $U = X_1 X_2$ beschrieben. Seine Budgetrestriktion laute $B = P_1 X_1 + P_2 X_2$. Wie lautet seine indirekte Nutzenfunktion?

Es lässt sich zeigen, dass für die partielle Ableitung der indirekten Nutzenfunktion nach den Preisen die *Roy'sche Identität*⁷⁰

$$(2.4-18) \quad \frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_i} = -\lambda X_i^* = -\frac{\partial U}{\partial B} X_i^* \quad \text{Roy'sche Identität}$$

gilt.⁷¹

70 Wir hatten festgestellt (vgl. Unterabschnitt 2.2.4.3), dass im Optimum

- (a) $\lambda = \frac{\partial U}{\partial B}$ und
- (b) $\frac{\partial \Lambda}{\partial X_k} = U_k - \lambda P_k = 0$ gelten. Leitet man (2.4-17) partiell nach P_i ab, ergibt sich:
- (c) $\frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_i} = \sum_k U_k \frac{\partial X_k^*}{\partial P_i}$. Setzt man (b) ein, folgt:
- (d) $\frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_i} = \lambda \sum_k P_k \frac{\partial X_k^*}{\partial P_i}$. Da wegen der Budgetrestriktion
- (e) $\frac{d \sum_k P_k X_k^*}{d P_i} = \frac{d B}{d P_i} = 0$ gilt, und
- (f) $\frac{d \sum_k P_k X_k^*}{d P_i}$
- (g) $= P_1 \frac{\partial X_1^*}{\partial P_i} + \dots + X_i^* + P_i \frac{\partial X_i^*}{\partial P_i} + \dots + P_n \frac{\partial X_n^*}{\partial P_i}$
- (h) $= X_i^* + \sum_k \frac{P_k \partial X_k^*}{\partial P_i}$ ist, folgt
- (i) $-X_i^* = \sum_k P_k \frac{\partial X_k^*}{\partial P_i}$.

Setzt man (g) und (a) in (d) ein, ergibt sich die Identität von Roy:

$$(j) \quad \frac{\partial U}{\partial P_i} = -\lambda X_i^* = -\frac{\partial U}{\partial B} X_i^*.$$

71 R.F.J. ROY war ein französischer Ökonom. Die nach ihm benannte Formel ist in ROY (1942) entwickelt worden.

Übungsaufgabe 63

Zeigen Sie, dass die Identität von Roy für die indirekte Nutzenfunktion aus Übungsaufgabe 62 erfüllt ist.

Da der Grenznutzen des Geldes λ positiv ist, muss $\frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_i} < 0$ sein. Mit Hilfe des

Satzes von Shephard, $\frac{\partial AU}{\partial P_i} = X_i^*$, lässt sich die Identität von Roy auch als

$$(2.4-19) \quad \frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_i} = -\lambda X_i^* = -\frac{\partial \tilde{U}}{\partial B} \frac{\partial AU}{\partial P_i}$$

schreiben. Da Ausgabensumme und die Budgetsumme identisch sind, kann man (2.4-19) folgendermaßen interpretieren: *Die durch eine Preisänderung für das Gut i verursachte Nutzenänderung setzt sich aus der durch die Preisänderung hervorgerufenen Änderung der Konsummöglichkeitsmenge (= reales Budget) und der durch die Änderung des Konsummöglichkeitsmenge hervorgerufenen Nutzenänderung zusammen.*

Dualität von Nutzenfunktion, Ausgabenfunktion und indirekter Nutzenfunktion

Nutzenfunktion, Ausgabenfunktion und indirekte Nutzenfunktion sind dual zueinander. Alle drei sind in gleicher Weise geeignet, die Präferenzordnung abzubilden. Wir werden die Ausgaben- und indirekte Nutzenfunktion in den folgenden Abschnitten verwenden, wenn es darum geht, Aussagen über die Auswirkungen von Preisänderungen auf den Nutzen der Konsumenten zu machen.

2.4.4 Das Unmögliche möglich machen: Den Nutzen „messen“

Wir hatten in Abschnitt 2.2.4 dargelegt, dass die ökonomische Theorie kein tragfähiges kardinale Nutzenkonzept anbietet. Dies ist – wie gezeigt wurde – nicht so schlimm, wie es zunächst scheinen mag, denn die wesentlichen Aussagen der *positiven* Theorie lassen sich auch mit dem schwächeren, nämlich ordinalen, Nutzenkonzept ableiten.

Ökonomik kennt eine normative Betrachtung nur auf Ebene der Gesellschaft

Dies ändert sich grundlegend, wenn wir in den *normativen* Bereich wechseln. Zum Verständnis dieser Aussage ist es wichtig zu wissen, dass wir mit dem normativen Bereich per se von der individuellen Ebene auf die gesellschaftliche Ebene der Betrachtung und Beurteilung überwechseln. Eine normative Betrachtung auf der individuellen Ebene ist nach den Grundsätzen der ökonomischen Theorie von vornherein fehl am Platze.⁷² Der Ökonom respektiert die Autonomie des in-

⁷² Zuweilen wird das Optimierungsmodell selber bereits als normativ bezeichnet, weil es dem Konsumenten vorschreibe, wie er sich zu verhalten habe, wenn er seinen Nutzen maximieren möchte. Eine derartige Interpretation liegt nahe, wenn man von dem Konsumenten *fordert*, dass er das Ziel der Eigennutzmaximierung verfolgen solle. Wie wir aber dargelegt haben, wird eine derartige Forderung nicht durch die Axiome des Rationalverhaltens impliziert.

individuellen Entscheidungsträgers, d.h. die Theorie macht keine Aussagen darüber, was der Einzelne tun *soll* (*Konsumentensouveränität*). Trifft die ökonomische Theorie eine Aussage darüber, welcher von zwei Zuständen für einen individuellen Entscheidungsträger besser ist, so gibt sie lediglich die Wertung dieses Entscheidungsträgers wieder. Nach den Axiomen und Annahmen der Konsumtheorie ist der Entscheidungsträger auch stets in der Lage, die entsprechende Wertung vorzunehmen.

Ganz anders ist dies, wenn es um normative Aussagen geht, die für Gruppen von Individuen (im Extrem: für die Gesellschaft als Ganzes) gelten. Da sich die Volkswirtschaftslehre nicht nur mit individuellen Entscheidungen beschäftigt, sondern die Koordination dieser Entscheidungen durch den Markt und andere Institutionen im Mittelpunkt ihrer Betrachtung steht, kann sie jedoch derartigen Aussagen schlecht ausweichen: Ist es besser, den Markt für ein bestimmtes Produkt durch konkurrenzwirtschaftliche Unternehmen zu versorgen oder sollte der Staat einem einzelnen Anbieter Monopolrechte gewähren? Soll ein gegebenes Steueraufkommen stärker durch Einkommensbesteuerung oder durch Verbrauchssteuern realisiert werden? Wie soll die Versorgung der Bevölkerung in private versus öffentliche Güter aufgeteilt werden usw.

Auf gesellschaftlicher Ebene sind normative Aussagen notwendig

Von all diesen Fragen, die sowohl grundsätzlicher als auch „tagespolitischer“ Natur sind, werden Millionen von Individuen in unterschiedlicher Weise betroffen. Wäre der Nutzen dieser Betroffenen im Sinne des kardinalen Konzepts messbar und interpersonell vergleichbar, so wäre es immerhin denkbar, die Maximierung der Summe der Nutzen aller betroffenen Individuen zum Auswahlkriterium zu machen.⁷³ Anders als für die positive Theorie bedeutet die mangelnde Verfügbarkeit eines kardinalen Nutzenkonzepts ein Waterloo für diese Art von normativem Ansatz.

Problem: Nutzen ist nicht kardinal messbar

Insofern ist es nicht überraschend, dass in der ökonomischen Theorie versucht worden ist, das Unmögliche doch noch möglich zu machen: Wir stellen im Folgenden drei Konzepte vor, mit denen individuelle Nutzenänderungen, welche von Allokationsänderungen herbeigeführt werden, in quantitativer Form erfasst werden. Da die Quadratur des Kreises auch im Bereich der Ökonomik bisher auf sich warten lässt, haben diese Konzepte natürlich ihre „Pferdefüße“. Dies spricht nicht unbedingt dagegen, sie mangels überlegener Alternativen dort zu verwenden, wo der Verzicht auf die Aggregation individueller Nutzeneffekte zur vollständigen Orientierungslosigkeit des Betrachters (und des Politikers) führen würde. Wichtig ist jedoch, dass man sich bei ihrer Verwendung stets über ihren begrenzten Aussagewert im Klaren ist.

Ersatzlösungen

⁷³ Eine derartige Zielsetzung entspricht der utilitaristischen Ethik, wie in Abschnitt 2.2.4 dargelegt worden ist. Strebt die Gesellschaft darüber hinaus nach Verteilungsgerechtigkeit (und weiß auch, was das ist), so könnte sie versuchen, die sich bei der Herstellung der aggregierten nutzenmaximalen Allokation einstellende Verteilung nachträglich durch Transfers zu korrigieren.

Die in der ökonomischen Theorie üblichen kardinalen und interpersonell vergleichbaren (und damit aggregierbaren) „Ersatzgrößen“ für den Nutzen sind aus der hier dargestellten Theorie des Haushaltsgleichgewichts abgeleitet. Sie lassen sich daher auch am einfachsten unter Verwendung von Indifferenzkurven und Budgetgeraden erklären, wobei Letztere von den relativen Preisen und dem Einkommen abhängig sind.

Nutzenänderungen, die durch Preisänderungen verursacht sind

Wir haben oben einige Beispiele für wirtschaftspolitische Probleme aufgezählt. Zur Lösung dieser Probleme werden Entscheidungen getroffen, deren Auswirkungen auf den Nutzen der Konsumenten von allgemeinem und wirtschaftspolitischem Interesse sein könnten. Nutzenänderungen könnten sich dadurch ergeben, dass sich infolge der Entscheidungen die Güterpreise geändert haben. Auch für Preisänderungen ergibt sich ja das Problem, dass wir mit dem rein ordinalen Nutzenkonzept nicht sagen können, wie stark der Nutzen eines Konsumenten von einer derartigen Änderung tangiert wird. Aber selbst wenn wir dies könnten, wären wir noch nicht in der Lage, die betreffenden Nutzenänderungen über alle betroffenen Konsumenten zu aggregieren. Wir wären demnach nicht in der Lage anzugeben, was diese Preisänderung für die Gesellschaft als Ganzes „wert“ ist. Damit wären wir auch nicht in der Lage anzugeben, ob es sich lohnt, bestimmte ressourcenverzehrende Aktivitäten durchzuführen, um die Preisänderung zu induzieren bzw. zu verhindern. So könnte es z.B. möglich sein, Preissenkungen für ein bestimmtes Gut herbeizuführen, indem unter Aufwendung von Kosten eine neue Produktionstechnik eingeführt wird. Wenn wir nicht angeben können, wie hoch der aggregierte Nutzenzuwachs der Konsumenten bei Eintritt dieser Preisänderung ist, können wir auch keine Empfehlung dahingehend aussprechen, ob sich die Kosten für die Einführung der neuen Technik für die betreffende Volkswirtschaft lohnen.

Zahlungsbereitschaft und Zahlungsfähigkeit

Ein nahe liegender Ausweg aus diesem Problem scheint die indirekte Messung des Nutzeneffekts mit Hilfe ihrer Auswirkungen auf die Zahlungsbereitschaft zu sein. Wenn man einen Konsumenten fragen würde, wie viele Geldeinheiten er bereit sei zu bezahlen, um eine Preissenkung in einem bestimmten Umfang zu erhalten, könnte man sagen, dieser Geldbetrag sei äquivalent zu seiner durch die Preisänderung hervorgerufenen Nutzenänderung. Ein erhebliches Problem hierbei ist aber der Umstand, dass die *Zahlungsbereitschaft* im Allgemeinen nicht nur von den Präferenzen, sondern auch von der *Zahlungsfähigkeit* abhängig ist: Ein Konsument wählt bei unveränderten Präferenzen unterschiedliche Konsumbündel, wenn sich seine Budgetrestriktion ändert. Zwei Konsumenten mit identischen Präferenzen werden unterschiedliche Konsumgüterbündel wählen, wenn sie sich unterschiedlichen Budgetrestriktionen gegenüber sehen.

Zusammenhang zwischen Zahlungsbereitschaft und Grenzrate der Substitution

Wir hatten in Unterabschnitt 2.2.2.2, bei der Behandlung der Grenzrate der Substitution, darauf hingewiesen, dass diese identisch mit der marginalen Zahlungsbereitschaft ist, falls das Ordinatengut als Zahlungsmittel interpretiert wird. Eine Erhöhung der Ausstattung eines Haushalts mit Zahlungsmitteln bei gleichbleiben-

der Ausstattung mit dem Abszissengut drückt sich grafisch in einer Drehung der Budgetgeraden im Uhrzeigersinn um den Schnittpunkt mit der Abszisse aus. Es handelt sich um eine Budgetänderung, die analog zu einer Preissenkung für das Ordinatengut ist. Ist das „Geldgut“ ein normales Gut, so liegt der Tangentenpunkt im neuen Gleichgewicht oberhalb des alten. Dann muss die Grenzrate der Substitution und damit die marginale Zahlungsbereitschaft für das Abszissengut im Vergleich zur Ausgangssituation steigen.

Die Zahlungsbereitschaft lässt sich sowohl an Hand der Hicks'schen als auch der Marshall'schen Nachfragekurve messen. Misst man sie an Hand der Hicks'schen Nachfragekurve, ergeben sich wiederum zwei unterschiedliche Möglichkeiten:

Alternative Möglichkeiten zur Messung der Zahlungsbereitschaft

- Die Zahlungsbereitschaft wird mit jener Einkommensänderung eines Konsumenten gleichgesetzt, welche den Nutzen eines Konsumenten trotz einer Preisänderung konstant halten würde. Basis des Vergleichs ist also der ursprüngliche Nutzen. Im Falle einer Preissenkung könnte man auch formulieren: Die Zahlungsbereitschaft wird mit jenem Geldbetrag gleichgesetzt, den er maximal zu zahlen bereit wäre, um eine Preissenkung zu erhalten.
- Die Zahlungsbereitschaft wird mit jener Einkommensänderung gleichgesetzt, welche genau die gleiche Nutzenänderung für einen Konsumenten herbeiführen würde wie eine Preisänderung. Basis des Vergleichs ist also der geänderte Nutzen. Im Fall einer Preissenkung könnte man auch formulieren: Die Zahlungsbereitschaft wird mit jenem Geldbetrag gleichgesetzt, den der Konsument mindestens fordern würde, um auf eine Preissenkung, auf welche er Anspruch hat, zu verzichten.

Er wird höchstens so viel zu zahlen bereit sein, wie er an Nutzenzuwachs durch eine Preissenkung erfährt, bzw. er wird mindestens so viel fordern, wie er durch eine Preissenkung gewinnen kann.⁷⁴

Grafisch lässt sich die Höhe der Zahlungsbereitschaft in Variante 1 ermitteln, indem das Einkommen des Konsumenten im Anschluss an die betrachtete Preissenkung (gedanklich) so weit reduziert wird, dass er wieder auf sein ursprüngliches Nutzenniveau zurückfällt. Eine derartige Kompensation nennt man *kompensatorische Einkommensvariation*. In Variante 2 wird das Einkommen des Konsumenten (gedanklich) so weit erhöht, bis er dasselbe Nutzenniveau erreicht, welches er im Falle der betrachteten Preissenkung erreicht hätte. Man spricht in diesem Fall von einer *äquivalenten Einkommensvariation*. Abbildung (A 2.4-13) verdeutlicht den Unterschied zwischen diesen beiden Arten, die Zahlungsbereitschaft mit Hilfe von Kompensationszahlungen zu messen.

Grafische Ableitung der Kompensationszahlungen

⁷⁴ Eine ähnliche Situation werden wir in Kapitel 6.1 analysieren, wenn es um die Frage geht, ob der Handel mit Nutzungsrechten an Umweltressourcen zu einer effizienten Allokation derartiger Ressourcen führt und welchen Einfluss die Zuteilung der Rechte auf das Ergebnis hat.

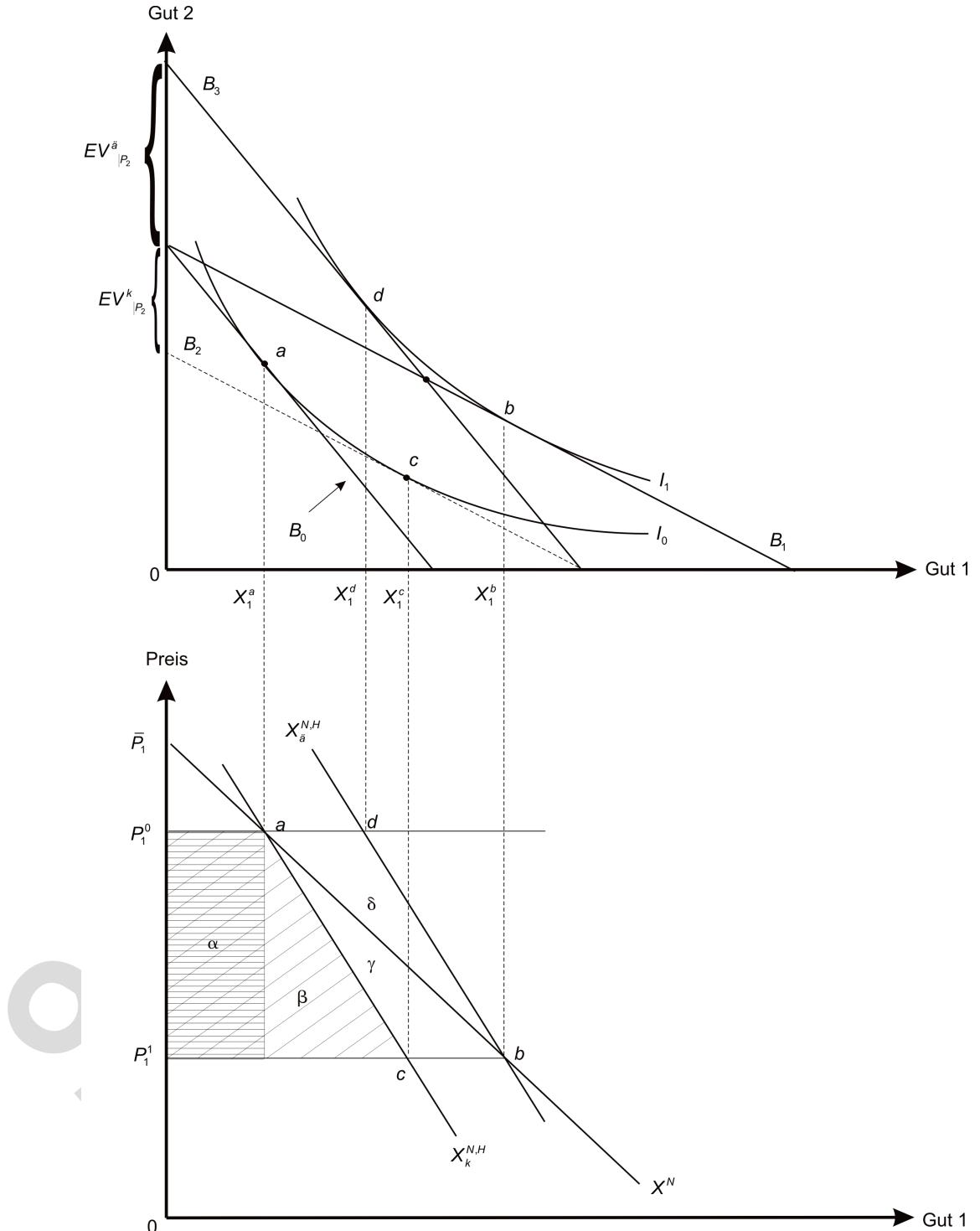


Abbildung (A 2.4-13): Äquivalente und kompensatorische Einkommensvariation und die Konsumtentrente

„Kauf“ einer Preissenkung

Im oberen Teil der Abbildung wird im ursprünglichen Gleichgewicht das Bündel **a** gewählt. In diesem Konsumpunkt tangiert die Budgetgerade B_0 die Indifferenzkurve I_0 . Jetzt werde eine Maßnahme erwogen, die zu einer Preissenkung für das Gut 1 führen würde. Die Budgetgerade würde sich um den Schnittpunkt mit der Ordinate drehen und die höhere Indifferenzkurve I_1 im Punkt **b** tangieren. Der Konsument wäre bereit, für eine derartige Preissenkung eine Kompensation

zu bezahlen, wenn sie ihn nutzenbezogen mindestens so gut stellte, als gäbe es keine Preissenkung. Eine derartige Kompensationszahlung schläge sich in einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden B_1 nach links nieder, so dass I_0 wieder erreicht wird. Diese Budgetgerade ist als B_2 gestrichelt eingezeichnet. Der Konsument würde in diesem Fall aber den Konsumpunkt c wählen. Die vertikale Differenz zwischen den beiden Budgetgeraden B_1 und B_2 gibt die Höhe der Einkommensvariation EV^k in Einheiten des Gutes 2 an, die den Nutzen des Konsumenten bei einer Preisänderung für das Gut 1 konstant ließe.

Bei der zweiten Art, die Zahlungsbereitschaft zu messen, fragen wir danach, welchen Geldbetrag der Konsument mindestens fordern würde, um auf eine Preissenkung zu verzichten, die ihn von a nach b brächte. Die Höhe dieser Zahlung lässt sich ermitteln, wenn man die Budgetgerade B_0 so weit parallel nach rechts verschiebt, bis sie die Indifferenzkurve I_1 tangiert. Dies ist im Punkt d der Fall. Die zugehörige Budgetgerade ist als B_3 eingezeichnet. Die vertikale Differenz zwischen B_0 und B_3 stellt die äquivalente Einkommensvariation EV^a dar. *Die äquivalente Variation führt bei normalen Gütern in dem hier beispielhaft dargestellten Fall einer Preissenkung zu einer höheren Kompensationszahlung als die kompensatorische Variation.* Der Grund hierfür ist intuitiv leicht einzusehen: Im Fall der äquivalenten Variation ist der Konsument in dem Sinne „reicher“ als im Fall der kompensatorischen Variation, als er einen Anspruch auf die Preissenkung hat. Ansprüche sind sozusagen bares Geld wert, sie sind Teil des Budgets. Im Fall der kompensatorischen Variation besteht ein derartiger Anspruch nicht. Bei normalen Gütern steigt aber die Nachfrage nach diesen Gütern mit steigendem Budget.

„Verkauf“ einer Preissenkung

Übungsaufgabe 64

Stellen Sie die kompensatorische und die äquivalente Einkommensvariation für den Fall dar, dass sich die Preissenkung auf das Ordinatengut bezieht.

Die im oberen Teil der Abbildung eingezeichneten optimalen Mengen des Gutes 1 sind in dem Preis-Mengen-Diagramm im unteren Teil der Abbildung als Nachfragepunkte a , b , c und d eingezeichnet. Verbindet man die Punkte a und c , so stellt die Verbindungskurve eine Hicks'sche Nachfragekurve dar, die hier nur zur Vereinfachung als linear angenommen worden ist. Sie gibt die Menge aller optimalen Nachfragemengen für das Gut 1 bei alternativen Preisen für dieses Gut unter der Bedingung an, dass der Nutzen konstant bleibt. Das entsprechende gilt für die Kurve, welche durch die Punkte d und b läuft. Auch dies ist eine Hicks'sche Nachfragekurve, allerdings für ein höheres Nutzenniveau.

Ableitung der Hicks'schen Nachfragekurve

Die Fläche α gibt die Höhe der Kompensationszahlung an, die der Konsument für eine Preissenkung von P_1^0 auf P_1^1 zu zahlen bereit wäre, falls er die gleiche Menge des Gutes 1 nachfragen würde wie vor der Preissenkung. Die Fläche β gibt die zusätzliche Zahlungsbereitschaft an, die sich daraus ergibt, dass der Kon-

Zahlung bei kompensatorischer Einkommensvariation

sument im Falle der Preissenkung eine größere Menge des Gutes 1 nachfragt. Die Summe aus den Flächen α und β ist deshalb jene (negative) Einkommensvariation, welche den Konsumenten für eine Preissenkung, auf welche er keinen Anspruch hat, nutzenbezogen kompensieren würde. Anders ausgedrückt: Der Konsument ist bereit, diesen Betrag für eine Preissenkung zu bezahlen.

Zahlung bei äquivalenter Einkommensvariation

Die Summe der Flächen α , β , γ und δ gibt dagegen jene (positive) Einkommensvariation an, die der Konsument als äquivalent zu einem Verzicht auf die Preissenkung betrachten würde, wenn er einen Anspruch auf diese Preissenkung besäße. Anders ausgedrückt: Diesen Betrag würde er verlangen, um auf eine Preissenkung, auf welche er Anspruch hat, zu verzichten.

Ursache für Differenz

Der Umstand, dass im Falle der Preissenkung eine äquivalente Einkommensvariation größer ist als eine kompensierende, lässt sich auch mit Hilfe des in Kapitel 2.1 angesprochenen Ausstattungseffekts erklären. Danach ist es ja so, dass der Entscheidungsträger ein Gut, welches er bereits besitzt (Anspruch auf Preissenkung), höher schätzt als eines, welches er erst bekommen will („Kauf“ der Preissenkung). Die Kompensationsforderung bei äquivalenter Einkommensvariation liegt demzufolge höher als die Zahlungsbereitschaft bei kompensatorischer Einkommensvariation.⁷⁵

Verdeutlichung des Unterschieds mit Hilfe der indirekten Nutzenfunktion

Der Unterschied zwischen der kompensierenden und der äquivalenten Einkommensvariation kann mit Hilfe der indirekten Nutzenfunktion verdeutlicht werden. In der Ausgangssituation gelte der Preisvektor $P^0 = (P_1^0, \dots, P_n^0)$ und der Konsument verfüge über ein Budget B_0 . Das optimale Güterbündel erzeugt einen Nutzen von $U^0 = \tilde{U}(P^0, B^0)$. Ändert sich der Preis für das Gut 1, gilt fortan der Preisvektor $P^1 = (P_1^1, P_2^0, \dots, P_n^0)$. Bei gleichbleibendem Budget erzeugt das optimale Güterbündel einen Nutzen $U^1 = \tilde{U}(P^1, B^0)$. Die kompensierende Einkommensvariation EV^k ist jene Einkommensänderung, die notwendig ist, damit $\tilde{U}^0 = \tilde{U}(P^0, B^0) = \tilde{U}(P^1, B^0 - EV^k)$ gilt. Die äquivalente Einkommensvariation ist jene Einkommensänderung, die notwendig ist, damit $\tilde{U}(P^0, B^0 + EV^a) = \tilde{U}(P^1, B^0) = U^1$ gilt.

Wir haben das Beispiel einer Preissenkung gewählt, weil sich an Hand dieses Beispiels der Unterschied zwischen kompensatorischer und äquivalenter Einkommensvariation besonders einfach grafisch darstellen lässt. Dieses Beispiel steht stellvertretend für die allgemeinere Fragestellung: Wie lassen sich zwei Zustände nutzenbezogen miteinander vergleichen, wenn der Nutzen nur ordinal messbar ist? Unsere vorläufige Antwort lautet: Mit Hilfe von Einkommensvariationen.

⁷⁵ Die kompensierende und die äquivalente Variation sind Grundlage aller in der Ökonomik üblichen Methoden zur Bewertung von außermarktlichen Effekten (spezieller: von öffentlichen Gütern). Eine ausführliche Darstellung der sämtlich auf die Idee von Zahlungsbereitschaft und Kompensationsforderung zurückgehenden Bewertungsmethoden für Umweltschäden findet sich bei ENDRES/HOLM-MÜLLER (1998).

Übungsaufgabe 65

Zeigen Sie am Beispiel des Gutes 1 grafisch, dass im Falle einer Preissteigerung die kompensatorische Einkommensvariation größer ist als die äquivalente Einkommensvariation.

Es existiert jedoch noch eine dritte Möglichkeit, den durch eine Preissenkung verursachten Nutzenzuwachs durch Hilfsgrößen zu messen. Betrachten wir hierzu die in dem unteren Teil von Abbildung (A 2.4-13) eingezeichnete Kurve, welche durch die Punkte a und b läuft und die Preisachse bei einem Preis \bar{P}_1 schneidet.

Dritte Möglichkeit zur indirekten Nutzenmessung: Konsumentenrente

Diese Kurve stellt die Marshall'sche Nachfragekurve dar. Sie ordnet jedem Preis jene Menge des Gutes 1 zu, die für den Konsumenten bei gegebenem Budget optimal ist. Der Preis \bar{P}_1 stellt den minimalen Prohibitivpreis dar, d.h. den kleinsten Preis, bei dem die Nachfrage nach diesem Gut gerade noch null ist. Je weiter der Preis unterhalb von \bar{P}_1 liegt, desto größer ist die Menge des Gutes 1, welche der Konsument nachfragt. Sinkt der Preis bis auf P_1^1 , so fragt der Konsument die durch den Punkt b bezeichnete Menge nach. Falls er für alle Einheiten des Gutes den gleichen Preis P_1^1 zahlen muss, wenn der Anbieter also für die erste gekaufte Einheit keinen höheren Preis verlangen kann als für die letzte, „spart“ der Konsument Ausgaben in Höhe der Fläche unter der Kurve X^N und oberhalb des Preises P_1^1 in dem Intervall von P_1^1 bis b . Er wäre nämlich bereit gewesen, nicht nur den Betrag $0P_1^1bX_1^b$, sondern den Betrag $0\bar{P}_1bX_1^b$ zu bezahlen. Den „eingesparten“ Betrag bezeichnet man als *Konsumentenrente*.⁷⁶ Eine Preissenkung für das Gut 1 schlägt sich in einer Vergrößerung der Konsumentenrente nieder.

Der Zusammenhang zwischen der durch eine Preisänderung hervorgerufenen Nutzenänderung und der Änderung der Konsumentenrente lässt sich formal mit Hilfe des Konzepts der *indirekten Nutzenfunktion* ausdrücken.⁷⁷ Die indirekte Nutzenfunktion lautet

$$(2.4-20) \quad \tilde{U} = \tilde{U}(P_1, \dots, P_n, B).$$

Zusammenhang zwischen Preisänderung und Konsumentenrente

Nach der Identität von Roy (vgl. 2.4-18) gilt:

$$(2.4-21) \quad \frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_1} = -\lambda X_1 = -\lambda X_1(P_1, \dots, P_n, B).$$

⁷⁶ Oftmals wird auch die entsprechende Fläche unter einer Hicks'schen Nachfragekurve als Konsumentenrente bezeichnet. Dies ist jedoch insofern etwas irreführend, als der Begriff der Rente im Allgemeinen das Element einer Leistung beinhaltet, welche ohne Gegenleistung empfangen wird. Im Falle der Marshall'schen Nachfragefunktion führen Preissenkungen zu einer Nutzensteigerung, welche der Konsument ohne Gegenleistung erhält. Im Falle der Hicks'schen Nachfragefunktion führen Preissenkungen dagegen zu keiner Nutzenänderung.

⁷⁷ Vgl. hierzu GRAVELLE/REES (2004), S. 61 f.

Dabei ist λ der Grenznutzen des Einkommens. Der Gesamtnutzen aus der zum Preis P_1^1 gekauften Menge des Gutes 1 entspricht der Fläche unter der Nachfragekurve in dem Intervall von \bar{P}_1 bis P_1^1 :

$$(2.4-22) \quad \int_{\bar{P}_1}^{P_1^1} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_1} dP_1 = -\lambda \int_{\bar{P}_1}^{P_1^1} X_1(P_1, \dots, P_n, B) dP_1.$$

Die Bedeutung einer Konstanz von λ

(2.4-22) gilt allerdings nur unter der Voraussetzung, dass λ bei einer Variation des Preises konstant bleibt. Aus den Bedingungen erster Ordnung des Nutzenmaximierungsansatzes wissen wir aber, dass diese Voraussetzung im Allgemeinen nicht erfüllt ist. λ ist nämlich, genauso wie die Mengen der nachgefragten Güter, im Allgemeinen sowohl von den Preisen als auch von der Budgetsumme abhängig. Falls die Voraussetzung im speziellen Fall jedoch erfüllt ist, können wir schreiben:

$$(2.4-23) \quad \frac{1}{\lambda} \left[\tilde{U}(P_1^1, \dots, P_n, B) - \tilde{U}(\bar{P}_1, \dots, P_n, B) \right] = \int_{\bar{P}_1}^{P_1^1} X_1(P_1, \dots, P_n, B) dP_1.$$

Die linke Seite der Gleichung kann als monetäres Äquivalent jener Nutzenänderung angesehen werden, welche durch eine Preissenkung von \bar{P}_1 auf P_1^1 hervorgerufen wird. Da λ die Dimension Nutzeneinheit pro Geldeinheit besitzt, wird die linke Seite der Gleichung in Geldeinheiten gemessen. Die rechte Seite ist die Fläche unter der Nachfragekurve in dem durch die Integrationsgrenzen angegebenen Intervall. Sie wird ebenfalls in Geldeinheiten gemessen.

Wie wir weiter unten sehen werden, lassen sich zwar Nutzenfunktionen angeben, welche die Bedingung, dass der Grenznutzen des Einkommens konstant ist (dass also $\lambda = \text{konst.}$ gilt), erfüllen, die Klasse dieser Funktionen ist jedoch begrenzt, und streng genommen kann die Konsumentenrente nur für derartige Nutzenfunktionen als monetäres Maß für die durch eine Preisänderung ausgelöste Nutzenänderung betrachtet werden.

Übungsaufgabe 66

Wie groß wäre der Verlust an Konsumentenrente in Abbildung (A 2.4-13), falls der Preis des Gutes 1 von P_1^1 auf P_1^0 steigen würde?

Übungsaufgabe 67

Die Nutzenfunktion eines Haushalts laute $U = X_1^{\frac{1}{2}} X_2^{\frac{1}{2}}$. Die Budgetrestriktion laute $B = P_1 X_1 + P_2 X_2$. Ist der Grenznutzen des Einkommens für diesen Haushalt konstant, d.h. unabhängig von der Budgetsumme?

Übungsaufgabe 68

Ändert sich das Ergebnis aus Übungsaufgabe 67, falls $U = X_1 X_2$?

Für die Maße der kompensatorischen oder der äquivalenten Einkommensvariation gilt diese Einschränkung nicht. Hier ergeben sich allerdings nicht minder schwierige Probleme, auf die wir hier aber nicht weiter eingehen wollen. Die Diskussion darüber, welches Maß vorzuziehen ist, hat bis in die neunziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts angehalten.⁷⁸

Welches Konzept für welchen Zweck?

Falls Effekte nutzenbezogen beurteilt werden sollen, für welche Marktpreise bestehen, wird heute allgemein das Marshall'sche Konzept der Konsumentenrente als die bessere Lösung für das Problem der Messung des Nutzens angesehen. Außermarktliche, d.h. externe Effekte⁷⁹ werden nutzenbezogen dagegen an Hand von Kompensationskriterien bewertet.

Letzten Endes müssen wir uns damit zufrieden geben, dass sich die Auswirkungen von Preisänderungen oder von externen Effekten auf den Nutzen einzelner Konsumenten und damit auf die Wohlfahrt der Gesellschaft nur grob „abschätzen“ lassen. Dabei ist das Wort „abschätzen“ nicht als Ausdruck einer Messungenauigkeit zu verstehen, sondern als Ausdruck für die Substitution des eigentlich benötigten Konzepts eines kardinalen Nutzens durch das Konzept der Zahlungsbereitschaft.

Nutzen versus Zahlungsbereitschaft

Übungsaufgabe 69

Für eine Nachfragefunktion gelte: $X = 10 - \frac{1}{2}P$.

Wie hoch ist die Konsumentenrente, falls $P = 10$?

2.4.5 Was tun, wenn die Nachfrageanalyse nicht zu eindeutigen Ergebnissen führt?

Unsere bisherige Analyse der Nachfrageentscheidungen von Konsumenten unter der Annahme des Rationalverhaltens hat bereits zu einer Reihe von Erkenntnissen geführt, die für die Prognose dieser Entscheidungen wichtig sind. Falls diese Annahmen noch nicht ausreichen, um zu eindeutigen Aussagen zu kommen, müssen

⁷⁸ Eine Zusammenfassung des Diskussionsstandes bis zum Ende der siebziger Jahre findet sich in TAKAYAMA (1984). Spätere Beiträge sind vor allem von HANEMANN (1991), SHOGREN et al. (1994), MORRISON (1997) sowie SHOGREN/HAYES (1997) geleistet worden.

⁷⁹ Mit derartigen Effekten werden wir uns in Kapitel 6.1 beschäftigen. An dieser Stelle soll folgende Definition ausreichen: Unter einem externen Effekt verstehen wir die kostenlose Inanspruchnahme einer knappen Ressource. Zu den Bewertungsfragen vgl. ENDRES/HOLM-MÜLLER (1998).

zusätzliche Annahmen gemacht werden. Dadurch wird der Anwendungsbereich der gewonnenen Aussagen allerdings eingeschränkt. Üblich sind vor allem Annahmen, die sich auf den Zusammenhang zwischen den Preisen oder auf die Form der Nutzenfunktion beziehen.

Zusätzliche Annahme 1: Die einzelnen Güter lassen sich zu Gütergruppen (composite commodities) zusammenfassen

Theorem über Gütergruppen von HICKS und LEONTIEF

Die Analyse der Wahlentscheidung eines Konsumenten wird stark vereinfacht, wenn sich die Wahl auf wenige Alternativen beschränkt. Viele Güter lassen sich zu Gütergruppen zusammenfassen, weil sie aus Sicht der Konsumenten ähnliche Funktionen erfüllen. Auf diese Weise lassen sich beispielsweise die Gruppen der Nahrungsmittel, der Bekleidung, der elektrischen Haushaltsgeräte, der Freizeitgüter usw. bilden. Nach einem Theorem von HICKS (1939) und LEONTIEF (1936), kann man auf eine Analyse der Entscheidungen über den Kauf einzelner Güter verzichten und sie durch eine Analyse der Entscheidung zwischen Gruppen von Gütern ersetzen, wenn die Preisrelationen zwischen den Gütern einer Gruppe konstant sind. Falls z.B. Flugpauschalreisen infolge einer Ölpreissteigerung teurer werden, und die Preisrelationen zwischen den einzelnen Flugreisen annähernd konstant bleiben, lassen sich die Auswirkungen auf die Nachfrage nach Bahnreisen analysieren, ohne dass jeder einzelne Flugpreis berücksichtigt werden müsste. Ein anderes, besonders wichtiges Beispiel ist die Aufteilung des Zeitbudgets auf Arbeitszeit und Freizeit. Man kann diese Entscheidung auch als Entscheidung zwischen den Güterbündeln, die sich der Konsument mit Hilfe des Arbeitseinkommens kaufen könnte, einerseits und der Freizeit andererseits betrachten. Wenn man davon ausgeht, dass eine Lohnänderung keinen Einfluss auf die Relation der Güterpreise untereinander hat (weil alle Produkte in gleicher Weise von der Kostenänderung betroffen sind), kann man sämtliche Konsumgüter zu einem einzigen Gut zusammenfassen und die Analyse der Auswirkungen von Lohnänderungen auf die Wahl zwischen dem Gut Freizeit und dem zusammengesetzten Gut „Konsum“ reduzieren.

Übungsaufgabe 70

Lässt sich das Composite-Commodities-Theorem auch dann anwenden, wenn Preisänderungen durch Nachfrageänderungen oder nur wenn diese durch Angebotsänderungen hervorgerufen werden?

Zusätzliche Annahme 2: Die Nutzenfunktionen sind separabel

Falls die relativen Preise nicht konstant bleiben, kann das *composite commodity* Theorem nicht angewendet werden. Ein Ausweg besteht dann darin, spezielle Nutzenfunktionen anzunehmen, die es ebenfalls erlauben, das Entscheidungsprob-

lem zu vereinfachen. Dazu wird unterstellt, dass die Nutzenfunktion separabel sei. Man unterscheidet im Allgemeinen zwei Varianten der Separabilität:⁸⁰

1. schwache Separabilität
2. additive Separabilität

Eine Präferenzordnung, und die daraus abgeleitete Nutzenfunktion, heißen schwach separabel, wenn die Präferenzordnung über die Güter innerhalb einer Gruppe unabhängig davon ist, welche Gütermengen die anderen Gütergruppen enthalten. Anders ausgedrückt: Die Grenzrate der Substitution zwischen den Gütern einer Gruppe ist unabhängig von der Menge der Güter in den anderen Gruppen. Schwache Separabilität bedeutet z.B., dass die Grenzrate der Substitution zwischen Tee und Kaffe unabhängig davon ist, welche Garderobe der Konsument besitzt. Falls sich K Gütergruppen unterscheiden lassen, kann man diese Eigenschaft formal wie folgt ausdrücken:

$$(2.4-24) \quad U = U[V_1(X^{(1)}), V_2(X^{(2)}), \dots, V_K(X^{(K)})], \text{ mit } \frac{\partial U}{\partial V_i} > 0 \text{ für alle } i = 1, \dots, K.$$

V_1 ist die Nutzenfunktion für Güter der Gruppe 1. Sie beschreibt die Präferenzordnung über alle Güterbündel dieser Gruppe. $X^{(1)}$ ist ein Vektor der Gütermengen dieser Gruppe. Entsprechendes gilt für die anderen Gütergruppen. Unter der Annahme der schwachen Separabilität ist es für einen Konsumenten rational, sein Budget zuerst optimal auf die Gütergruppen zu verteilen und erst in einer zweiten Stufe die optimalen Gütermengen innerhalb der einzelnen Gruppen zu bestimmen. In der Realität werden wohl viele Konsumenten so vorgehen, dass sie ihr gesamtes Budget zunächst auf große Verwendungsgruppen aufteilen (Ernährung, Kleidung, Wohnung etc.) und dann die optimalen Güterbündel innerhalb der Gruppen auswählen.⁸¹

schwache Separabilität

Konsequenz für Konsumentscheidung

Eine additiv separable Nutzenfunktion ist ein Spezialfall einer schwach separablen Nutzenfunktion. Für eine additiv separable Nutzenfunktion gilt:

$$(2.4-25) \quad U = F[V_1(X_1) + V_2(X_2) + \dots + V_n(X_n)] \text{ mit } F' > 0.$$

X_i ist die Menge eines Gutes i . Die Funktion F stellt eine beliebige, streng monoton steigende Transformation der Summe einzelner Nutzenfunktionen V_i (= Nutzenzahlen) dar. Die Vorstellung, wie sie in der additiv separablen Nutzenfunktion

⁸⁰ Vgl. z.B. HENDERSON/QUANDT (1983).

⁸¹ Dieses Vorgehen ist allerdings nicht nur bei separabler Nutzenfunktion rational, sondern kann auch bei nicht separabler Nutzenfunktion rational sein, wenn die Entscheidungsfindung mit Kosten verbunden ist. Die Anzahl der Güterbündel, die miteinander verglichen werden müssen, wird drastisch reduziert, wenn eine Gruppenbildung vorgenommen wird. Dadurch sinken die Entscheidungskosten. Einen ähnlichen Effekt hatten wir bereits bei der lexikografischen Nutzenfunktion konstatiert.

tion zum Ausdruck kommt, dass jedem Gut eine Nutzenzahl zugeordnet werden kann, bildete für Marshall die Basis zur Entwicklung seiner Nachfrage-theorie. Da jedes Gut einzeln bewertet wird, also unabhängig von der Menge der anderen verfügbaren Güter, schließt diese Theorie inferiore Güter und damit die Möglichkeit der Existenz von Giffen-Gütern aus. Trotzdem wird dieser Funktionstyp in theoretischen und empirischen Untersuchungen gerne verwendet, weil er oftmals die Ableitung eindeutiger Aussagen ermöglicht, die bei Verwendung allgemeinerer Nutzenfunktionen nicht möglich wären. Ein wichtiges Beispiel für eine additiv separable Nutzenfunktion ist die Funktion:

Beispiel: Cobb-Douglas-Funktion

$$(2.4-26) \quad U = X_1^{\alpha_1} \cdot X_2^{\alpha_2} \cdots X_n^{\alpha_n}.$$

Sie stellt eine monoton steigende Transformation der additiv separablen Funktion

$$(2.4-27) \quad V = \alpha_1 \ln X_1 + \alpha_2 \ln X_2 + \dots + \alpha_n \ln X_n$$

dar. Die Transformation besteht in einer Exponenziation zur Basis e : $U = e^V$. Dieser Funktionstyp ist als Cobb-Douglas-Funktion bekannt. Wir werden uns in Kapitel 3.2 in einem anderen Zusammenhang noch ausführlicher mit Funktionen dieses Typs beschäftigen.

Übungsaufgabe 71

Welche der folgenden Aussagen zur Nutzenfunktion $U = X_1 X_2 X_3 X_4$ halten Sie für zutreffend, wenn die X_i Mengen der Güter $i = 1, \dots, 4$ symbolisieren?

- a) Die Nutzenfunktion ist schwach separabel.
- b) Die Nutzenfunktion ist additiv separabel.
- c) Die Nutzenfunktion ist nicht separabel.

Zusätzliche Annahme 3: Die Nutzenfunktionen sind homothetisch

Neben der Annahme der Separabilität wird oftmals die Annahme gemacht, die Nutzenfunktion sei *homothetisch*, d.h. sie sei eine streng monoton steigende Transformation einer linear homogenen Nutzenfunktion.⁸² Formal:

$$(2.4-28) \quad V = F[U(X_1, \dots, X_n)] \text{ mit } F' > 0 \text{ und } U(X_1, \dots, X_n) \text{ ist linear homogen.}$$

Ist die Annahme sinnvoll?

Auf den ersten Blick scheint eine derartige Annahme nicht viel Sinn zu machen, da eine ordinale Nutzenfunktion ja nur bis auf eine monoton steigende Transformation bestimmt ist. Eine Verdopplung aller Gütermengen muss deshalb nicht zur Verdopplung des Nutzens, sondern lediglich zu einem Anstieg des Nutzens führen. Die Größe dieses Anstiegs ist unbestimmt. Welche Bedeutung hat dann aber

⁸² Eine Funktion heißt linear-homogen, wenn die Multiplikation aller Argumente (= unabhängigen Variablen) dieser Funktion mit einem konstanten Faktor zu einer Änderung der abhängigen Variablen um den gleichen Faktor führt. Formal: $\mu y = f(\mu x_1, \dots, \mu x_n)$.

die Annahme der Linearhomogenität? Sie liegt darin, dass sich die Ausgabenfunktion für den Fall einer linear homogenen Nutzenfunktion schreiben lässt als:

$$(2.4-29) \quad AU(P_1, \dots, P_n, U) = \widetilde{AU}(P_1, \dots, P_n)U.$$

Eine monoton steigende Transformation der Nutzenfunktion, d.h. eine Umnummerierung der Indifferenzkurven, ändert nichts an der Lage der Ausgabengeraden und der Indifferenzkurven und damit an der Wahl des optimalen Güterbündels. Dann bleibt auch die Ausgabensumme konstant.

Die Ausgabenfunktion $AU = \widetilde{AU}(P_1, \dots, P_n)U$ weist folgende Eigenschaften auf, welche oftmals nützlich sind, um zu eindeutigen komparativ-statistischen Aussagen zu kommen:

- a) Die Engelkurve ist eine Gerade durch den Ursprung. Dann kann es keine inferioren und damit auch keine Giffen-Güter geben. Die Nachfragekurve hat damit eindeutig einen fallenden Verlauf.
- b) Die Einkommenselastizität der Nachfrage ist eins.
- c) Der Anteil der Ausgaben für ein Gut i an den gesamten Ausgaben ist unabhängig von der Höhe des Einkommens.

Die Implikation c) ist von besonderer Bedeutung. In diesem Fall ist die Zusammensetzung des optimalen Güterbündels unabhängig von der Höhe des Einkommens, hängt also ausschließlich von den Präferenzen des Konsumenten ab. Anders ausgedrückt: Die relative Höhe der Zahlungsbereitschaft für ein Gut ist unabhängig von der Höhe der Zahlungsfähigkeit. *Unter diesen Umständen ist die Zahlungsbereitschaft geeignet, den Nutzen zu messen.*

Eigenschaften der Ausgabenfunktion

Bei homothetischen Nutzenfunktionen lässt sich der Nutzen durch die Zahlungsbereitschaft messen

Eine etwas schwächere Annahme lautet: Die Präferenzen sind quasi-homothetisch. In diesem Fall bleibt die Engelkurve eine Gerade, sie muss aber nicht mehr durch den Ursprung gehen. Die Einkommenselastizität der Nachfrage kann ungleich eins sein, und die Ausgabenanteile der einzelnen Güter brauchen nicht länger konstant zu sein.⁸³

Übungsaufgabe 72

Zeigen Sie, dass sich die Funktion $AU = AU(P_1, \dots, P_n; U)$ als $AU = \widetilde{AU}(P_1, \dots, P_n)U$ schreiben lässt, falls AU linear-homogen in U ist.

Zusätzliche Annahme 4: Die Nachfragefunktionen sind in der Weise aggregierbar, dass in der Marktnachfragefunktion die

⁸³ Zu einem Beweis vgl. GRAVELLE/REES (1992), S. 130 f.

individuellen Einkommen durch das aggregierte Einkommen ersetzt werden können⁸⁴

Marktnachfragefunktion Um diese Eigenschaft zu verstehen, müssen wir dem Gang unserer Darstellung etwas vorgreifen und den Begriff der *Marktnachfragefunktion* benutzen, der eigentlich erst in Kurseinheit 4 behandelt wird. Die Marktnachfragefunktion beschreibt, welche Menge eines Gutes zu einem gegebenen Preis von allen Konsumenten zusammen auf einem Markt nachgefragt wird. Sie entsteht dadurch, dass die individuellen Nachfragefunktionen addiert werden. Bezeichnen wir die Marktnachfrage nach einem Gut i mit dem Symbol X_i , den Vektor der Güterpreise mit P , das Budget eines Konsumenten k mit B_k , die Nachfrage eines einzelnen Konsumenten k nach dem Gut i mit dem Symbol $X_{i,k}$ und die Zahl der Konsumenten mit n , so gilt:

Individuelle Einkommen als Argument

$$(2.4-30) \quad X_i(P, B_1, \dots, B_n) = \sum_{k=1}^n X_{i,k}(P, B_k).$$

Die Marktnachfrage X_i hängt also von den individuellen Einkommen (Budgets) aller Konsumenten ab. Falls eine Umverteilung der Einkommen, welche die Summe aller Einkommen unverändert lässt, zu keiner Änderung der Marktnachfrage führt, kann man die Marktnachfragefunktion schreiben als:

Aggregiertes Einkommen als Argument

$$(2.4-31) \quad X_i = X_i(P, B) \text{ mit } B = \sum_{k=1}^n B_k.$$

Die Marktnachfrage ist also von den Preisen und dem aggregierten Einkommen, nicht aber von den individuellen Einkommen abhängig. Eine derartige Aggregation ist möglich, wenn die Grenznutzen der Einkommen aller Konsumenten gleich sind. Dieser Fall ist gegeben, wenn die individuellen Nachfragefunktionen linear sind und identische Einkommenskoeffizienten β für alle Konsumenten besitzen, wenn also gilt:

$$(2.4-32) \quad X_{i,k}(P, B_k) = \alpha_{i,k}(P) + \beta_i(P)B_k \text{ für alle } k = 1, \dots, n.$$

Dann kann die Marktnachfragefunktion geschrieben werden als:

$$(2.4-33) \quad X_i = \sum_k X_{i,k}(P, B_k) = \sum_k \alpha_{i,k}(P) + \beta_i(P) \sum_k B_k.$$

Implikation für Nutzenmessung

Lineare Nachfragefunktionen mit identischen Einkommenskoeffizienten implizieren lineare Engelkurven mit identischer Steigung. Wir hatten oben bereits festgestellt, dass homothetische Nutzenfunktionen lineare Engelkurven implizieren. Falls auch die Niveauparameter a_k für alle Konsumenten identisch sind, besitzen

⁸⁴ Oftmals bezeichnet man diese Annahme verkürzt als „Aggregierbarkeitsannahme“. Dadurch könnte jedoch der Eindruck entstehen, ohne diese Annahme wäre eine Aggregation der individuellen Nachfragefunktionen zu einer Marktnachfragefunktion nicht möglich. Dieser Eindruck wäre jedoch falsch, da eine Marktnachfragefunktion, in welcher die individuellen Einkommen als Argumente stehen, ebenfalls eine Form der Aggregation darstellt.

die Konsumenten identische, quasi-homothetische Präferenzen. Diese recht strenge Annahme ist notwendig, um Zahlungsbereitschaften in Form der kompensatorischen oder der äquivalenten Einkommensvariation berechnen zu können.

Übungsaufgabe 73

Angenommen, die Präferenzen eines Konsumenten i könnten durch die Nutzenfunktion $U_i = X_1^{\alpha_i} X_2^{\beta_i}$ für $i = 1, \dots, n$ beschrieben werden.

Können die hieraus abzuleitenden individuellen Nachfragefunktionen zu einer Marktnachfragefunktion in der Weise aggregiert werden, dass die Marktnachfrage von der aggregierten Budgetsumme und nicht von den individuellen Budgets abhängig ist?

2.4.6 Alternative Nachfragetheorien

2.4.6.1 Die Theorie offener Präferenzen (revealed preferences)

Die Präferenztheorie und die daraus abgeleitete Nutzentheorie basieren auf nicht beobachtbaren Größen, den Präferenzen. Dies ist unbefriedigend, weil sich die Theorie aus diesem Grund nicht direkt testen lässt. Wir können lediglich feststellen, dass Konsumenten sich oftmals so verhalten, als ob sie geordnete Präferenzen über Handlungsalternativen besäßen und jene Alternative wählen, die ihnen den höchsten Nutzen stiftet. Dabei wird Nutzen im Allgemeinen mit Eigennutzen gleichgesetzt. Die auf SAMUELSON (1938, 1948) zurückgehende *Theorie der offenen Präferenzen* vermeidet diese Schwäche. Sie basiert ausschließlich auf beobachtbaren Größen, nämlich den Preisen, dem Einkommen⁸⁵ und den nachgefragten Gütermengen. Zur leichten Abgrenzung von der Präferenz- und Nutzentheorie werden wir sie im Folgenden als *Wahlhandlungstheorie* bezeichnen. Allerdings kommt auch diese Theorie nicht ohne Annahmen aus. An die Stelle der Annahmen über die nicht beobachtbaren Präferenzen (unsere drei Axiome und die drei ergänzenden Annahmen) treten Annahmen über das beobachtbare Verhalten eines Konsumenten. Die Preise und das Einkommen werden als gegeben betrachtet. Die Annahmen lauten:

1. Das gesamte Einkommen wird ausgegeben. Annahmen der Wahlhandlungstheorie
2. Jeder Preis-Einkommenskonstellation ist genau ein Güterbündel zugeordnet, welches in dieser Konstellation von dem Konsumenten gewählt wird.
3. Zu jedem Güterbündel existiert genau eine Preis-Einkommenskonstellation, bei welcher dieses Güterbündel von dem Konsumenten gewählt wird.

Kritik an
Präferenztheorie

⁸⁵ Wenn wir hier von Einkommen sprechen, meinen wir den für Konsumzwecke reservierten Teil des Einkommens, also die Budgetsumme.

4. Die Wahlentscheidungen eines Konsumenten sind konsistent. Dies heißt Folgendes: Wenn in einer Preis-Einkommenskonstellation ein Güterbündel $X^{(1)}$ gewählt wird und ein Güterbündel $X^{(2)}$ ebenfalls hätte gewählt werden können, ist in einer anderen Preis-Einkommenskonstellation $X^{(1)}$ nicht möglich, falls in dieser Situation $X^{(2)}$ gewählt wird. Anders ausgedrückt: Wenn $X^{(1)}$ an Stelle von $X^{(2)}$ in einer Situation gewählt wird, wird es in jeder anderen Situation, in der beide Güterbündel möglich sind, ebenfalls gewählt.

Die Annahme 1 entspricht der *Nichtsättigungsannahme* der Präferenztheorie. Die Nichtsättigungsannahme bewirkt, dass das gesamte Einkommen ausgegeben wird. Die Annahmen 2 und 3 entsprechen der *Stetigkeitsannahme*. Die Annahme 4 entspricht dem Transitivitätsaxiom. Weitere Annahmen werden nicht benötigt.

Äquivalenz von Präferenz- und Wahlhandlungstheorie

Wie im Fall der Nutzentheorie kann der Gesamteffekt einer Preisänderung in einen Einkommens- und einen Substitutionseffekt zerlegt werden. Während der Substitutionseffekt eindeutig negativ ist, ist der Einkommenseffekt unbestimmt. Damit ist auch der Gesamteffekt unbestimmt. Es lässt sich zeigen, dass die Nutzentheorie und die Wahlhandlungstheorie äquivalent sind: Alle Aussagen, die mit Hilfe der Nutzentheorie über das Nachfrageverhalten der Konsumenten gemacht werden können, lassen sich auch mit Hilfe der Wahlhandlungstheorie machen. Ein Haupteinwand gegen die Präferenz- und Nutzentheorie, dass sie nämlich auf unbeobachtbaren Axiomen basiere, ist damit weitgehend entkräftet. Ein Konsument, der die Axiome der Wahlhandlungstheorie erfüllt, besitzt Indifferenzkurven mit den gleichen Eigenschaften wie ein Konsument, der die Axiome der Präferenztheorie erfüllt.

Übungsaufgabe 74

Inwiefern ist das Transitivitätsaxiom in der Wahlhandlungstheorie beobachtbar, das entsprechende Axiom in der Präferenztheorie aber nicht?

2.4.6.2 Konsum als Kombination von Attributen: Die Theorie von Lancaster

Offene Fragen

Sowohl die Präferenz- als auch die Wahlhandlungstheorie gehen davon aus, dass ein Konsument Präferenzen über Güterbündel besitzt. Wie wir gesehen haben, gestattet diese Annahme die Ableitung einer Reihe von Folgerungen bezüglich der Nachfrage nach Gütern. Ungelöst bleiben aber drei wichtige Fragen:

Neue Güter

- a) Welche Auswirkung hat die Einführung eines neuen Gutes auf die Nachfrageentscheidung? Diese Frage darf nicht verwechselt werden mit der Frage nach den Auswirkungen einer Budgetänderung. Die Einführung eines neuen Gutes ändert auch bei unveränderter Budgetrestriktion die Alternativenmenge, und keine der beiden Nachfragetheorien kann etwas über

die Auswirkungen einer derartigen Änderung auf die Nachfrageentscheidung aussagen. Eine Lösungsmöglichkeit bestünde in der Annahme, die Präferenzordnung erstrecke sich auch auf Güter, die noch gar nicht existieren. Die Einführung eines neuen Gutes könnte dann als Preissenkung dieses Gutes modelliert werden. Vorher war der Preis prohibitiv, so dass es nicht nachgefragt wurde. Erst nach der Preissenkung wird es Element der Alternativenmenge. Eine derartige Informationsannahme erscheint jedoch zu unrealistisch.

- b) Eine zweite Frage stellt sich in Bezug auf die Werbung. Ziel der Werbung ist die Beeinflussung der Nachfrageentscheidungen. Offensichtlich gelingt dies auch in gewissen Grenzen, sonst würde nicht so viel Geld für die Werbung ausgegeben. Im Rahmen der bisherigen Nachfragetheorie lässt sich die Wirkung der Werbung nur so erklären, dass sie die Präferenzen beeinflusst. Dann lassen sich aber keine Aussagen darüber machen, ob Werbeausgaben die Wohlfahrt erhöhen oder senken. Derartige Aussagen sind nur möglich, wenn die Präferenzen unabhängig von den Entscheidungen der Konsumenten sind, also exogene Variablen im Rahmen des Modells sind. Bei wohlfahrtökonomischen Analysen von Vorgängen, die Präferenzen ändern, hat man das (wohl nicht allgemein lösbar) Problem, dass man ökonomisch nicht begründen kann, ob die Präferenzen vor oder nach der Änderung zum Maßstab genommen werden sollen. Es hat eben schon seine pragmatischen Vorteile, wenn man annimmt, die Präferenzen fielen vom Himmel und blieben dort liegen, wo sie auftreffen.

- c) Ein drittes Problem für die Nachfragetheorie stellt die Erklärung der Beziehungen zwischen den Gütern dar. Weshalb sind manche Güter Substitute, andere Komplemente? Intuitiv würden wir natürlich sagen, Güter sind Substitute, wenn sie ähnliche Funktionen haben und Komplemente, wenn man beide Güter benötigt, um einen bestimmten Konsumzweck zu erreichen. Die Nachfragetheorie lässt diese Aussagen aber nicht zu. Hier werden die Güter nicht nach ihrer Funktion für den Konsumnutzen unterschieden, sondern nach der Reaktion der Nachfrage auf Preisänderungen. Die Präferenzordnung bezieht sich nicht auf Funktionen, sondern auf Güter.

Genau an diesem Punkt unterscheidet sich die von LANCASTER (1966) entwickelte Nachfragetheorie sowohl von der Präferenz- als auch von der Wahlhandlungstheorie. Lancaster betrachtet ein Gut als ein Bündel von Attributen (Charakteristika). Ein saftiges Steak ist ein Gut, welches die Attribute Geschmack, Geruch, Aussehen, Kalorien, Vitamine, Eiweiß etc. in sich vereinigt. Entscheidend für die Lancaster-Theorie sind folgende zwei Annahmen:

- a. Attribute sind stabiler und geringer in der Zahl als Güter.

Werbung und Wohlfahrt

Substitute und Komplemente

Güter als Bündel von Attributen

Annahmen über die Attribute

Es werden zwar ständig neue Güter entwickelt, sie stellen jedoch meistens nur neue Kombinationen bekannter Attribute dar. Definiert man die Attribute allgemein genug, können selbst der PC und das Internet als neue Bündel bekannter Attribute betrachtet werden.

- b. Die Präferenzen sind über Bündel von Attributen definiert, nicht über Güterbündel. Ansonsten erfüllen sie aber die gleichen Axiome wie die Präferenzen über Güterbündel.

„Produktion“ von Konsumnutzen

Da Attribute nicht losgelöst von den Gütern erhältlich sind, werden Güter nachgefragt. Diese Nachfrage ist insofern eine abgeleitete Nachfrage. Sie hat Ähnlichkeit mit der Nachfrage von Firmen nach Produktionsfaktoren. Firmen fragen diese Faktoren nicht deshalb nach, weil sie irgendeinen direkten Nutzen davon hätten, sondern weil sie die Faktoren zur Erstellung ihrer Produkte benötigen. Die Nachfrage nach Produktionsfaktoren ist abgeleitet aus der Produktionsplanung der Firma, welche selbst wieder abgeleitet ist aus der Zielsetzung der Gewinnmaximierung. Entsprechend fragt der Konsument Güter nach, um dadurch in den Besitz von Attributen zu kommen, die er benötigt, um Konsumnutzen zu erzeugen. Lancasters Theorie ist insofern eine Theorie der Produktion von Konsumnutzen. Mit Hilfe der Lancaster-Theorie lassen sich die drei anfangs angesprochenen offenen Fragen lösen.

Antwort auf die offenen Fragen

- a) Neue Güter ändern zwar die Präferenzordnung bezüglich der Güter, diese Präferenzordnung ist aber irrelevant, weil sich die für die Nachfrageentscheidung relevanten Präferenzen auf Attribute beziehen. Letztere sind aber vergleichsweise stabil und ändern sich im Allgemeinen nicht, wenn neue Güter angeboten werden, also bekannte Attribute lediglich neu kombiniert werden.
- b) Werbung beeinflusst die Nachfrageentscheidungen nicht dadurch, dass sich Präferenzen bezüglich der Attribute ändern, sondern dadurch, dass Informationen über neue Möglichkeiten der Produktion von Konsumnutzen bekannt gemacht werden. Da die Präferenzen konstant bleiben, lassen sich die Wohlfahrtseffekte der Werbung messen.
- c) Die Frage schließlich, unter welchen Bedingungen Güter Substitute oder Komplemente sind, lässt sich an Hand der Attribute beantworten. Sie sind Substitute, wenn sie die gleichen Attribute besitzen, sie sind Komplemente, wenn sie unterschiedliche Attribute besitzen.

Optimierungsproblem der Konsumenten

Das Ziel eines Konsumenten besteht darin, seinen Nutzen durch Wahl eines geeigneten Attributbündels zu maximieren. Dabei muss er die Nebenbedingung der Budgetrestriktion und zusätzlich pro Attribut eine Nebenbedingung beachten, welche die Konsumtechnologie beschreibt. Letztere drückt aus, welche Menge des Attributs ein bestimmtes Güterbündel besitzt. Formal lässt sich das Optimierungsproblem als

$$(2.4-34) \quad \max_{a,X} = U(a_1, \dots, a_m) \text{ u.d.N.}$$

- a) $B \geq \sum_j^n P_j X_j$
- b) $a_i = \sum_j \alpha_{ij} X_j \text{ mit } i = 1, \dots, m$
- c) $X_j \geq 0$

schreiben. Das Symbol a_i bezeichnet die Menge des Attributs i , der Koeffizient α_{ij} gibt die Menge des Attributs i an, welche in einer Einheit des Gutes j , $j = 1, \dots, n$, enthalten ist. Die übrigen Symbole haben die übliche Bedeutung. Man kann dieses Optimierungsproblem wahlweise nach den Gütermengen oder nach den Attributmengen lösen. Man spricht von einer Lösung im Güter- bzw. im Attributraum. Setzt man die Nebenbedingungen b) in die Nutzenfunktion ein und löst das System, erhält man die optimalen Gütermengen. Will man jedoch die drei angesprochenen Probleme lösen, muss man das System im Attributraum lösen. Dazu werden die beiden Nebenbedingungen a) und b) derart zusammengefasst, dass eine einzige Nebenbedingung im Attributraum entsteht.

Intuitiv dürfte einleuchten, dass bei gegebenem Budget, gegebenen Preisen und gegebener Konsumtechnologie nur eine begrenzte Zahl von Attributbündeln realisierbar ist. Jene Bündel, die von keinem anderen Bündel dominiert werden, bilden den effizienten Rand der Attributmenge.⁸⁶ Anders ausgedrückt: Der effiziente Rand der Attributmenge gibt die maximale Menge eines Attributs an, die bei gegebener Menge der anderen Attribute, bei gegebenen Preisen, gegebenem Budget und gegebener Konsumtechnologie erreichbar ist. Dieser effiziente Rand ist unabhängig von den Präferenzen und ist in den wesentlichen Eigenschaften für alle Konsumenten gleich, da die Preise und die Konsumtechnologie für alle Konsumenten gleich sind. Unterschiede ergeben sich lediglich in der Größe des Attributraums, der den einzelnen Konsumenten zur Verfügung steht, da dieser durch die Größe des Budgets bestimmt wird. Sobald dieser effiziente Rand ermittelt ist, können Indifferenzkurven eingeführt werden und kann auf dem üblichen Weg das optimale Bündel ermittelt werden, nur jetzt das Attributbündel und nicht das Güterbündel. In der grafischen Darstellung werden auf den Achsen nicht die Gütermengen, sondern die Attributmengen abgetragen. An die Stelle der Budgetgeraden tritt eine Kurve, die jene Attributbündel angibt, welche mit dem gegebenen Budget und der gegebenen Konsumtechnologie maximal erreichbar sind. Der Berührpunkt dieser Kurve mit der höchsten Indifferenzkurve bestimmt das optimale Attributbündel und damit auch das optimale Güterbündel.

Effizienter Rand der Attributmenge

⁸⁶ Ein Bündel A wird von einem Bündel B dominiert, wenn B von mindestens einem Attribut eine größere Menge als A und von jedem anderen Attribut mindestens die gleiche Menge wie A enthält.

Nachfragefunktion

Da die Wahl des optimalen Güterbündels jetzt nicht nur von den Präferenzen, dem Budget und den Preisen, sondern zusätzlich von der Konsumtechnologie abhängig ist, welche durch die Koeffizienten α_{ij} ausgedrückt wird, schreibt sich eine auf der Lancaster-Theorie basierende Nachfragefunktion als:

$$(2.4-35) \quad X_i = X_i(P_1, \dots, P_n, B, \alpha_{11}, \dots, \alpha_{mn}).$$

Die Lancaster-Theorie stellt eine interessante Ergänzung der traditionellen Nachfragetheorie dar. Sie ist vor allem für die empirische Analyse der Nachfrage nach Gütern, die enge Substitute darstellen, angewendet worden, weil derartige Güter im Großen und Ganzen die gleichen Attribute enthalten, diese allerdings in unterschiedlichen Mengen.⁸⁷ In der Mikroökonomik spielt die Lancaster-Theorie eine vergleichsweise geringe Rolle.⁸⁸

Übungsaufgabe 75

Gegeben sei die Nutzenfunktion

$$U = a_1 a_2.$$

Dabei bedeuten a_1 und a_2 Attribute. Die Budgetrestriktion laute

$$B = P_1 X_1 + P_2 X_2$$

und die Konsumtechnologie werde durch

$$a_1 = \alpha_{11} X_1 + \alpha_{12} X_2 \text{ und}$$

$$a_2 = \alpha_{21} X_1 + \alpha_{22} X_2$$

beschrieben. Bestimmen Sie die nutzenmaximale Nachfrage nach Attributen.

2.4.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sind wir der Frage nachgegangen, welche Auswirkungen Preis- und Einkommensänderungen auf die Entscheidungen der Konsumenten haben, falls das Ergebnis der Entscheidung sicher ist, falls also vollständige Information vorliegt. Nach einer allgemeinen Erörterung der Methode der komparativen Statik haben wir in Abschnitt 2.4.1 den Einfluss von Einkommens- und Preisänderungen auf die Nachfrageentscheidungen getrennt analysiert.

Den Zusammenhang zwischen Einkommen und Nachfrage haben wir grafisch zunächst durch die Einkommens-Konsumkurve und anschließend durch die Engelkurve abgebildet. Dabei haben wir die wichtige Unterscheidung zwischen normalen und inferioren Gütern getroffen. Wir haben festgestellt, dass sich aus den Annahmen der Präferenztheorie nicht ableiten lässt, ob ein Gut normal oder inferior ist.

⁸⁷ Vgl. z.B. CAPLIN/NALEBUFF (1986) oder CUBBIN (1975).

⁸⁸ Ein Indiz hierfür ist der Umstand, dass die Herausgeber des „The New Palgrave – A Dictionary of Economics“ (der Enzyklopädie der Ökonomen) es nicht für notwendig erachtet haben, dieser Theorie einen eigenen Eintrag zu widmen.

Der durch Preisänderungen ausgelöste Nachfrageeffekt, den wir als Preiseffekt bezeichnen haben, lässt sich gedanklich in einen Einkommens- und in einen Substitutionseffekt zerlegen. Analytisch erfolgt diese Zerlegung mit Hilfe der Slutsky-Gleichung. Dadurch wird es u.a. möglich, das Giffen-Paradox zu erklären: Falls der Einkommenseffekt dem Betrage nach größer ist als der Substitutionseffekt, werden inferiore Güter bei Preissteigerungen verstärkt nachgefragt.

Je nach der Art der Reaktion der Nachfrage auf Preisänderungen haben wir substitutive und komplementäre Güter unterschieden. Ein Gut i heißt substitutiv zu einem Gut j , wenn die Nachfrage nach i bei einem Preisanstieg für j steigt und komplementär, wenn die Nachfrage sinkt. Der Preiseffekt ist im Allgemeinen nicht symmetrisch. Deshalb kann es vorkommen, dass $\frac{\partial X_i}{\partial P_j} > 0$, dass Gut i also ein Substitut zu Gut j ist und gleichzeitig $\frac{\partial X_j}{\partial P_i} < 0$, j also komplementär zu i ist.

Dieses Problem verschwindet, wenn man den Nutzen bei einer Preisänderung konstant hält. In diesem Fall spricht man von einer Hicks-kompensierten Nachfrage oder von einer Hicks'schen Nachfragefunktion.

Der Zusammenhang zwischen dem Preis eines Gutes und der nachgefragten Menge dieses Gutes bei Konstanz aller anderen Preise und des Budgets wird grafisch durch eine Nachfragekurve abgebildet. Man bezeichnet sie auch als Marshall'sche Nachfragekurve. Erfährt der Konsument zur Kompensation einer Preisänderung eine Einkommensänderung derart, dass sein Nutzen konstant bleibt, ergibt sich eine Hicks-kompensierte Nachfragekurve. Wird der Konsument für die Preisänderung in der Weise durch eine Einkommensänderung kompensiert, dass er sich das ursprünglich von ihm gewählte Güterbündel weiterhin kaufen könnte, ergibt sich eine Slutsky-kompensierte Nachfragekurve. Die Unterscheidung zwischen kompensierter und nicht-kompensierter Nachfrage wird wichtig, wenn es um die Frage geht, wie wirtschaftspolitische Alternativen zu bewerten sind.

Nachfragefunktionen bzw. die aus ihnen abgeleiteten Nachfragekurven ergeben sich aus der Maximierung von Nutzenfunktionen unter Berücksichtigung von Budgetbeschränkungen. Sie stellen nur eine unter mehreren Möglichkeiten dar, Präferenzen abzubilden. Äquivalente Abbildungen sind mit Hilfe der Ausgabenfunktion und der indirekten Nutzenfunktion möglich. Die Ausgabenfunktion ordnet einem gegebenen Preisvektor und einem gegebenen Nutzenniveau jenes Güterbündel zu, welches zu minimalen Ausgaben führt. Es ist identisch mit dem nutzenmaximalen Bündel bei gegebenem Budget, sofern die Preise identisch und Budget und Ausgabenhöhe gleich sind. Mit Hilfe der Ausgabenfunktion lässt sich eine Hicks'sche Nachfragefunktion ableiten, da der Nutzen in beiden Funktionen als gegeben betrachtet wird. Gemäß dem Satz von Shephard führt eine einprozen-

tige Preisänderung für ein Gut i in erster Näherung zu einer einprozentigen Ausgabenänderung, wenn der Nutzen konstant bleiben soll.

Eine dritte Art der Abbildung von Präferenzen ergibt sich mit Hilfe der indirekten Nutzenfunktion. Eine derartige Funktion ordnet einem gegebenen Preisvektor und einem gegebenen Budget den maximalen Nutzen zu, den ein Konsument erreichen kann. Mit Hilfe der indirekten Nutzenfunktion lässt sich zeigen, dass der Nutzeneffekt einer Preisänderung das mathematische Produkt zweier Effekte ist: dem Effekt, welchen die Preisänderung auf das Realeinkommen hat und dem Effekt, welches das geänderte Realeinkommen auf den Nutzen hat. Diesen Zusammenhang bezeichnet man als Roy'sche Identität.

Die Beschäftigung mit der kompensierten und der nicht-kompensierten Nachfrage dient dazu, „das Unmögliche möglich zu machen“, nämlich den Nutzen (indirekt) messbar zu machen. Will man wirtschaftspolitische Entscheidungen unter Berücksichtigung ihrer Auswirkungen auf den individuellen Nutzen aller Mitglieder der Gesellschaft treffen, so muss man den Nutzen durch eine Größe ersetzen, welche messbar und interpersonell vergleichbar ist. Die marginale Zahlungsbereitschaft stellt eine derartige Größe dar. Wir haben das Problem der Nutzenmessung an Hand des Beispiels einer Preisänderung dargestellt. Welchen Nutzenzuwachs erfährt ein Konsument durch die Preissenkung eines Gutes? Die Antwort lautet: Der Nutzenzuwachs „entspricht“ seiner Zahlungsbereitschaft für eine derartige Preissenkung.

Die Zahlungsbereitschaft haben wir auf drei verschiedene Arten gemessen. Jene Einkommenssenkung, welche den Konsumenten nutzenbezogen für eine Preissenkung kompensieren würde, so dass sein Nutzenniveau unverändert bliebe, haben wir als kompensatorische Einkommensvariation bezeichnet. Man kann sie als „Kauf“ einer Preissenkung interpretieren. Jene Einkommenserhöhung, welche den Konsumenten nutzenbezogen für den Verzicht auf eine Preissenkung kompensieren würde, haben wir als äquivalente Einkommensvariation bezeichnet. Man kann sie als „Verkauf“ einer Preissenkung interpretieren. Die äquivalente Einkommensvariation ist höher als die kompensatorische, da in diesem Fall ein Vermögenseffekt wirksam wird, der analog zu dem Ausstattungseffekt wirkt, den wir in Kapitel 2.2 kennen gelernt haben. Beide Arten der Messung der Zahlungsbereitschaft basieren auf der Hicks'schen Nachfragefunktion. Eine dritte Möglichkeit zur Messung der Zahlungsbereitschaft stellt die Konsumentenrente dar. Sie basiert auf der Marshall'schen Nachfragekurve.

Oftmals reichen die Annahmen der Präferenztheorie und die daraus abgeleiteten Nachfragefunktionen nicht aus, um eindeutige komparativ-statische Aussagen machen zu können. Dann sind zusätzliche Annahmen erforderlich. Dadurch wird der Aussagewert der Ergebnisse allerdings eingeschränkt, da Letztere jetzt nur unter zusätzlichen Bedingungen Gültigkeit besitzen. Vier oftmals verwendete Annahmen lauten:

1. die nachgefragten Güter lassen sich zu Gütergruppen zusammenfassen (composite commodities Theorem);
2. die Nutzenfunktionen sind separabel, wobei wir verschiedene Varianten der Separabilität unterschieden haben;
3. die Nutzenfunktionen sind homothetisch;
4. die individuellen Nachfragefunktionen lassen sich in bestimmter Weise aggregieren.

Die aus der Präferenztheorie abgeleitete Nachfragetheorie wird kritisiert, da sie auf dem Konzept des Nutzens basiere, welcher nicht messbar sei. Samuelson hat diese Kritik mit Hilfe der durch ihn entwickelten Theorie der offenen Präferenzen (Wahlhandlungstheorie) entkräftet. Diese Theorie verwendet ausschließlich beobachtbare Größen und führt zu den gleichen Nachfragefunktionen wie die auf der Präferenztheorie basierende Nachfragetheorie.

Lancaster hat die Nachfragetheorie modifiziert, indem er nicht die Güter, sondern die Attribute der Güter als nutzenstiftende Einheiten ansieht. Güter sind für ihn Bündel von Attributen, welche sich durch die Menge der in ihnen enthaltenen Attribute unterscheiden. Mit Hilfe dieser Konzeption ist es möglich, solche Probleme wie das Auftreten neuer Güter, die Messung der Wohlfahrtswirkungen der Werbung oder die Ursachen von Substituierbarkeit und Komplementarität zwischen Gütern zu lösen.

2.5. Die Entscheidung über das Arbeitsangebot

Budgetrestriktion und
Zeitrestriktion

Wie wir bereits in der Einleitung zur Theorie des Haushalts beschrieben haben, bilden die Entscheidungen über die Aufteilung des für Konsumzwecke zur Verfügung stehenden Budgets zwar einen wichtigen Teil der Entscheidungen, keineswegs aber die einzigen, welche ein Konsument bzw. ein Haushalt zu treffen haben. Viele Entscheidungen beziehen sich auf die Aufteilung eines gegebenen *Zeitbudgets* auf verschiedene Verwendungszwecke.⁸⁹ Im Mittelpunkt steht dabei die Aufteilung des täglichen, wöchentlichen, monatlichen oder jährlichen Zeitbudgets auf Arbeitszeit und Freizeit. Letzten Endes gehört auch die Aufteilung der gesamten Lebenszeit auf die Phasen der Erwerbszeit und der Nichterwerbszeit zu diesen Zeit-Allokationsentscheidungen. Denkt man ein wenig weiter über das Problem der Zeitallokation nach, stellt man sehr schnell fest, dass dieses Problem viel umfassender ist, als es zunächst den Anschein hat, denn jede menschliche Aktivität benötigt Zeit, und Zeit ist knapp. Alle Konsumaktivitäten benötigen deshalb außer den materiellen Ressourcen zusätzlich die Ressource Zeit. Die Auswahl des optimalen Konsumgüterbündels hat somit nicht nur unter der Restriktion eines gegebenen Geldbudgets, sondern auch unter der eines gegebenen Zeitbudgets zu erfolgen. Aus didaktischen Gründen werden wir aber zunächst von dieser Komplexität abstrahieren und das Problem der Aufteilung des Zeitbudgets, z.B. der 24 Stunden eines Tages, auf Erwerbsarbeit und Nichterwerbsarbeit isoliert analysieren. Auf diese Weise lernen wir das grundlegende Modell der Zeitallokation kennen. Anschließend werden wir dieses Modell dann mit dem Modell der Güterallokation verbinden und ein Modell der simultanen Güter- und Zeitallokation eines Konsumenten formulieren. Schließlich werden wir einige wichtige Entscheidungen betrachten, die mit Hilfe dieses Modells analysiert werden können.

2.5.1 Die Wahl zwischen Freizeit und Konsum: Das Grundmodell der Zeitallokation

Unterschied zwischen
Einkommens- und Zeit-
allokation

Das Grundmodell der Zeitallokation entspricht weitgehend dem der Güterallokation, mit dem Unterschied, dass im Falle der Zeitallokation die Option des Sparsens entfällt. Ressourcen können in dem Sinne gespart werden, dass ihr Verbrauch auf einen späteren Zeitpunkt verschoben wird. Das Periodeneinkommen braucht nicht vollständig in derselben Periode ausgegeben zu werden, ein Teil kann gespart werden. Wir hatten hiervon bisher allerdings abgesehen, indem wir die Allokationsentscheidung auf ein vorgegebenes Konsumbudget bezogen hatten, und wegen der *Annahme der Nichtsättigung* wird ein nutzenmaximierender Konsument dieses Budget vollständig ausgeben. Obgleich wir oftmals davon reden, dass wir Zeit „gespart“ hätten, kann Zeit nicht gespart werden, jedenfalls nicht in dem Sinne, dass wir die Zeit, die wir heute nicht verbraucht haben, uns etwa morgen

⁸⁹ Grundlegend für die mikroökonomische Theorie der Zeitallokation ist BECKER (1965). Vgl. auch die Würdigung bei KUHN/MAURER (1995).

zusätzlich zur Verfügung stünde. Wenn wir davon sprechen, wir hätten Zeit gespart, meinen wir, wir hätten Zeit anders verwendet. Die Verwendungsmöglichkeiten der Zeit sind im Grunde ähnlich vielfältig wie die des Geldbudgets. Aber so wie es dort zweckmäßig ist, Gütergruppen zu bilden, ist es in Bezug auf die Zeitallokation sinnvoll, Zeit(verwendungs)-Gruppen zu bilden. Die wichtigsten sind: *Erwerbsarbeitszeit*, *Hausarbeitszeit*, *Regenerationszeit* und *Freizeit*. Sieht man die Regenerations- und die Hausarbeitszeit zunächst als fix an, so besteht das Entscheidungsproblem des Konsumenten in der Aufteilung der frei verfügbaren Zeit auf Erwerbsarbeitszeit und Freizeit.⁹⁰

Betrachten wir die Freizeit als ein Gut, welches ein Argument in der Nutzenfunktion des Konsumenten ist, so können wir das Optimierungsproblem folgendermaßen formulieren:

Modell der
Zeitallokation

$$(2.5-1) \quad \max_{Y,F} U = U(Y,F) \text{ unter den Nebenbedingungen:}$$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 24 = L + F + SZ, \\ \text{b)} \quad & Y = IL + \bar{Y}. \end{aligned}$$

Der Nutzen ist eine Funktion des Einkommens Y und der Freizeit F . Das Einkommen steht stellvertretend für das gesamte Güterbündel, welches sich der Haushalt mit Hilfe dieses Einkommens kaufen kann. Wie wir wissen, ist es möglich, Güter zu Gütergruppen zusammenzufassen, wenn sich die Preisrelationen zwischen den Gütern nicht ändern. Wenn Änderungen des Lohnsatzes I die Preisrelationen unverändert lassen, ist diese Voraussetzung erfüllt.⁹¹

Die Nebenbedingung a) besagt, dass die insgesamt zur Verfügung stehende Zeit von 24 Stunden auf Arbeitszeit L , Freizeit F und eine fest vorgegebene sonstige Zeit SZ aufgeteilt wird. Die Nebenbedingung b) besagt, dass sich das Einkommen aus dem Arbeitseinkommen IL und einem arbeitsunabhängigen Einkommen \bar{Y} zusammensetzt. Das Arbeitseinkommen ist das Produkt aus Lohnsatz I und Arbeitszeit L . Das arbeitsunabhängige Einkommen besteht im Wesentlichen aus Kapitaleinkünften und staatlichen Transferzahlungen wie Renten und Sozialleistungen. Die beiden Nebenbedingungen lassen sich zu einer einzigen Einkommensrestriktion zusammenfassen, die wir der Kürze halber als Gesamtrestriktion bezeichnen wollen: $Y = I(24 - F - SZ) + \bar{Y}$ oder

Gesamtrestriktion

$$(2.5-2) \quad (24 - SZ)I + \bar{Y} = Y + IF.$$

⁹⁰ Aus sprachlichen Gründen werden wir im Folgenden von Arbeitszeit statt von Erwerbsarbeitszeit sprechen, wenn keine Missverständnisse möglich sind.

⁹¹ Wir verwenden die Begriffe Lohn und Lohnsatz synonym. Beide drücken das Verhältnis von Lohneinkommen zur geleisteten Arbeitszeit aus. Das Lohneinkommen ist dagegen das Produkt aus Lohnsatz und Arbeitszeit.

Interpretation der Gesamtrestriktion

Diese Gesamtrestriktion besagt, dass das Gesamteinkommen, welches sich aus dem potentiellen Arbeitseinkommen $(24 - SZ)I$ und dem arbeitsunabhängigen Einkommen \bar{Y} zusammensetzt, zum „Kauf“ von Gütern und von Freizeit verwendet werden kann. Der Term IF stellt die Opportunitätskosten der Nichtarbeit dar. Auf Grund der *Konvexitätsannahme* für die Indifferenzkurve kann es keine Ecklösungen geben, d.h. Lösungen, bei denen entweder $F = 0$ oder $Y = 0$ gewählt würde. In Bezug auf die Zeitallokation ist diese Annahme noch plausibler als in Bezug auf die Güterallokation, da der Mensch nicht ohne Einkommen, aber auch nicht ohne arbeitsfreie Zeit leben kann. Die Bedingungen erster Ordnung für ein Nutzenmaximum lassen sich durch Differenziation der folgenden Lagrangepfunktion ermitteln:

Ableitung der Bedingungen 1. Ordnung

$$(2.5-3) \quad \Lambda = U(Y, F) + \lambda \left[(24 - SZ)I + \bar{Y} - Y - IF \right],$$

$$(2.5-4) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = U_Y(Y, F) - \lambda = 0,$$

$$(2.5-5) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial F} = U_F(Y, F) - \lambda I = 0,$$

$$(2.5-6) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = (24 - SZ)I + \bar{Y} - Y - IF = 0.$$

Aus (2.5-4) und (2.5-5) folgt:

$$(2.5-7) \quad \frac{U_F(Y, F)}{U_Y(Y, F)} = I.$$

Grafische Lösung

Im Optimum muss also das Verhältnis der Grenznutzen der Freizeit und des Einkommens gleich dem Lohnsatz sein. (2.5-7) gibt den Betrag der Grenzrate der Substitution von Einkommen durch Freizeit an.⁹² Grafisch lässt sich die optimale Aufteilung des *Zeitbudgets* ermitteln, indem der Tangentialpunkt der Budgetgeraden mit einer Indifferenzkurve gesucht wird. Abbildung (A 2.5-1) stellt diese Situation dar.

⁹² $dU = U_Y(Y, F)dY + U_F(Y, F)dF = 0$

$U_F(Y, F)dF = -U_Y(Y, F)dY$

$$\frac{U_F(Y, F)}{U_Y(Y, F)} = -\frac{dY}{dF}$$

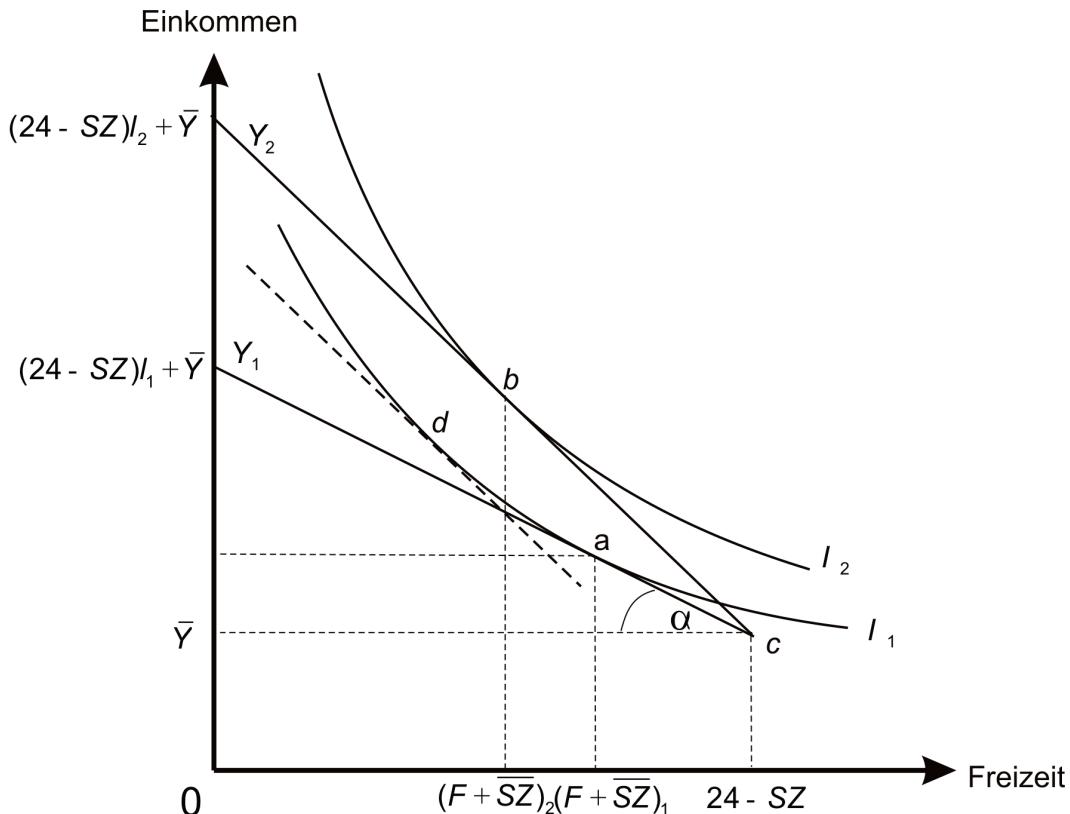


Abbildung (A 2.5-1): Die optimale Allokation der Zeit auf Arbeit und Muße

Falls die gesamte Zeit als Arbeitszeit genutzt würde (was wegen der *Konvexitätsannahme* aber nicht möglich ist), hätte das Gesamteinkommen in der Ausgangssituation eine Höhe von $(24 - SZ)I_1 + \bar{Y}$. Würde die gesamte Zeit als Freizeit genutzt, hätte das Einkommen eine Höhe von \bar{Y} . Die dazwischen liegenden Kombinationen von Einkommen und Freizeit werden durch die Verbindungsgerade zwischen dem Ordinatenabschnitt $(24 - SZ)I_1 + \bar{Y}$ und dem Punkt c angegeben. Der Betrag der Steigung der Geraden Y_1 gibt die Höhe des Lohnsatzes an, da nach (2.5-2) $\left| \frac{\Delta Y}{\Delta F} \right| = I = \tan \alpha$.

Die Gerade kann als Budgetgerade interpretiert werden, weil sie das Budget angibt, welches zum Kauf des zusammengefassten Gutes „Konsum“ und/oder des Gutes „Freizeit“ zur Verfügung steht. Der Konsument maximiert seinen Nutzen, wenn er die durch den Punkt a bezeichnete Kombination dieser beiden Gütermengen wählt. Im Punkt a ist das Verhältnis der Grenznutzen (= Grenzrate der Substitution) gleich der Steigung der Budgetgeraden oder anders ausgedrückt: Das „subjektive“ Austauschverhältnis zwischen den beiden Gütern ist gleich dem „objektiven“ Austauschverhältnis, welches durch die Höhe des Lohnsatzes angegeben wird. In gleicher Weise hatten wir in Kapitel 2.2 die Grenzrate der Substitution in Bezug auf die Güterallokation charakterisiert. *Güterallokation und Zeitallokation sind also lediglich zwei Anwendungsfälle – wenn auch die beiden wichtigsten – eines generellen Modells der optimalen Allokation knapper Ressourcen.* Als wei-

teres Beispiel hatten wir ansatzweise das Modell der Attributenallokation in der Nachfrage-theorie von Lancaster behandelt.

Änderung des Lohnsatzes

Wie ändert sich nun die optimale Aufteilung, wenn der Lohnsatz steigt? Steigt er z.B. auf die Höhe I_2 , dreht sich die Einkommensgerade im Uhrzeigersinn um den Punkt **c**. Damit wird eine höhere Indifferenzkurve erreichbar. Führt die Lohnerhöhung zu einem Anstieg oder einer Reduzierung der Arbeitszeit? Unter der Annahme, dass Freizeit ein normales Gut ist, bewirkt der Einkommenseffekt einer Lohnerhöhung eine Erhöhung der Nachfrage nach Freizeit und damit eine Reduzierung des Arbeitsangebots. Andererseits ist die Lohnerhöhung gleichbedeutend mit einem Anstieg der Opportunitätskosten der Freizeit, also des Preises dieses Gutes. Dies führt zur Substitution des Gutes Freizeit durch das Gut „Konsum“ bzw. Einkommen. Welcher der beiden Effekte überwiegt, lässt sich ohne genauere Kenntnis der Präferenzordnung nicht vorhersagen. In Abbildung (A 2.5-1) ist die Indifferenzkurve I_2 so eingezeichnet, dass es zu einem Rückgang der Nachfrage nach dem Gut Freizeit und damit zu einem Anstieg des Angebots an Arbeitszeit kommt. Der Preiseffekt (= Gesamteffekt) der Lohnerhöhung entspricht der Bewegung von Punkt **a** nach Punkt **b**. Der Substitutionseffekt wird wieder ermittelt, indem eine Parallelle zu der Einkommensgeraden Y_2 gezeichnet wird, welche die Indifferenzkurve I_1 tangiert. Er entspricht der Bewegung von **a** nach **d**, der Einkommenseffekt der Bewegung von **d** nach **b**. Diese Analyse entspricht vollständig jener, die wir bezüglich der Auswirkungen einer Preiserhöhung für ein Gut in Kapitel 2.4 durchgeführt hatten (Vgl. hierzu Abbildung (A 2.4-7)).

Änderung des Einkommens

Eine Veränderung des fixen Einkommens \bar{Y} führt zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden. Falls Freizeit ein normales Gut ist, wofür die Erfahrung spricht, führt eine Erhöhung des fixen Einkommens zu einer Erhöhung der Nachfrage nach Freizeit und damit zu einer Reduzierung des Arbeitsangebots. Eine analoge komparativ-statistische Analyse hatten wir bei der Behandlung der Güterallokation durchgeführt (Vgl. Unterabschnitt 2.4.1.1).

Freizeit ein Giffen-Gut?

Da bei niedrigem Lohnsatz die Grenzrate der Substitution von Einkommen durch Freizeit gering ist, also relativ viel Freizeit geopfert wird, um einen kleinen Einkommenszuwachs zu erreichen, spricht einiges dafür, dass bei niedrigem Einkommen der Substitutionseffekt einer Lohnerhöhung den Einkommenseffekt überwiegt. Dann kommt es zu einer Erhöhung des Arbeitsangebots. Bei hohem Lohnsatz könnte der Substitutionseffekt dagegen geringer sein als der Einkommenseffekt, und es käme zu einer Reduzierung des Arbeitsangebots. Wir würden einen Effekt beobachten, den wir bei der Allokation der Güter als Giffen-Paradox bezeichnet hatten: Ein Gut, welches teurer wird, wird verstärkt nachgefragt. Eine Lohnerhöhung führt dazu, dass das Gut Freizeit teurer wird, trotzdem wird es verstärkt nachgefragt. Ein wichtiger Unterschied besteht allerdings darin, dass ein Giffen-Gut ein inferiores Gut ist, während Freizeit ein normales Gut ist. Abbildung (A 2.5-2) stellt den Verlauf einer derartigen Arbeitsangebotskurve grafisch dar.

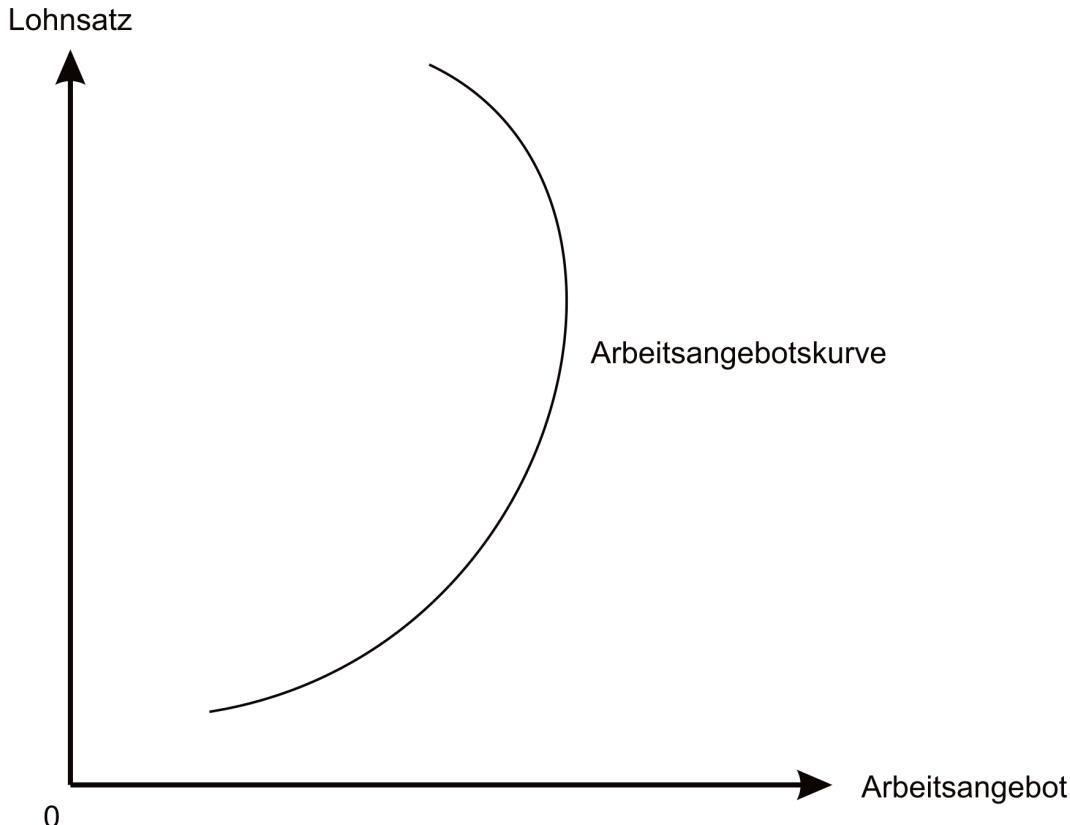


Abbildung (A 2.5-2): Beispiel für den Verlauf einer individuellen Arbeitsangebotskurve

Die vorstehenden Überlegungen legen auch eine etwas andere Interpretation der Prädikate „fleißig“ und „faul“ zur Kennzeichnung des Arbeitsangebotsverhaltens nahe. Zwei Konsumenten mit identischen Präferenzen könnten nach unseren Überlegungen zu recht unterschiedlichen Entscheidungen hinsichtlich ihres Arbeitsangebotes kommen. Je höher das arbeitsunabhängige Einkommen, desto geringer wird bei gleichem Lohnsatz das Arbeitsangebot sein. Das Prädikat „faul“ würde deshalb nicht die Präferenzen, sondern die Nebenbedingungen kennzeichnen, unter denen der betreffende Konsument seinen Nutzen maximiert. Playboys sind nicht faul – jedenfalls nicht notwendigerweise –, sondern besitzen einfach ein sehr hohes arbeitsunabhängiges Einkommen. Entsprechendes gilt für die Höhe des Lohnsatzes. Wenn ein Konsument mit niedrigem Einkommen auf eine Lohnerhöhung mit einer Erhöhung, und ein Konsument mit hohem Einkommen mit einer Reduzierung seines Arbeitsangebots reagiert, muss der Erstere nicht fleißiger sein als der Letztere, jedenfalls nicht i.S. unterschiedlicher Präferenzen.

Fleiß und Faulheit

Die hier gewonnenen Einsichten in den Zusammenhang zwischen Lohnhöhe und Arbeitsangebot können natürlich nur einen ersten Eindruck vermitteln. In einem realitätsnäheren Modell wird die Lage der individuellen Arbeitsangebotskurve nicht nur durch die Präferenzen, die Höhe des arbeitsunabhängigen Einkommens und die Höhe des Lohnsatzes bestimmt. Andere Arbeitsbedingungen als der Lohnsatz, welche das Angebotsverhalten ebenfalls beeinflussen, müssen berücksichtigt werden. Hierzu gehören z.B. die Schwierigkeit, die Gefahr, die soziale Bewertung u.a. Bedingungen, die mit einer bestimmten Tätigkeit verbunden sind.

Aussagekraft des Grundmodells

Für viele Fragestellungen wird man auch nicht von einer homogenen Größe „Arbeit“ ausgehen können, sondern muss verschiedene Arten von Arbeit unterscheiden. Gerade auf dem Arbeitsmarkt wird man eine Reihe institutioneller Restriktionen berücksichtigen müssen. Wer kann schon die Arbeitszeit frei wählen? Wir können auf diese Weiterentwicklungen nicht eingehen, da sie den Rahmen einer Einführung in die Theorie der Marktwirtschaft sprengen würden.⁹³

Modifikationen des Modells der Zeitallokation

Mit Hilfe des hier dargestellten Modells der Zeitallokation lässt sich nicht nur das Problem des Arbeitsangebots analysieren, sondern mit leichten Modifikationen jedes Zeit-Allokationsproblem. So wird im Rahmen der *Suchtheorie* z.B. analysiert, wie viel Zeit für die Suche nach zusätzlichen Informationen aufgewendet werden sollte.⁹⁴ Das Abwägungsproblem oder, wie man in der Ökonomik im Allgemeinen sagt, der *trade-off*, besteht hier nicht zwischen Arbeitszeit und Freizeit, bzw. zwischen Arbeitseinkommen und Freizeit, sondern zwischen dem Wert zusätzlicher Informationen, welche durch eine längere Suchzeit gewonnen werden können und den Opportunitätskosten der Suchzeit. Für Investitionsentscheidungen in Verkehrssysteme spielt der Zeitgewinn durch schnellere Verkehrsverbindungen eine wichtige Rolle. Hier besteht ein trade-off zwischen der Geschwindigkeit und den Kosten eines Systems bzw. zwischen dem Wert der Zeitersparnis für die Nutzer und den Kosten des Systems. Letzten Endes benötigen alle Aktivitäten des Menschen mehr oder weniger Zeit, die damit für andere Aktivitäten verloren geht. Die Kosten einer Aktivität bestehen deshalb nicht nur aus dem Verbrauch an Ressourcen, sondern umfassen auch die Zeit-Opportunitätskosten.

Übungsaufgabe 76

Ein Haushalt besitze die Nutzenfunktion $U = Y^\alpha F^\beta$, wobei Y Einkommen und F Freizeit bedeuten. Das Einkommen ist die Summe aus Arbeitseinkommen IL und sonstigem Einkommen \bar{Y} . Das Arbeitseinkommen ist das Produkt aus Lohnsatz l und Arbeitszeit L . Pro Tag stehen $24 - L$ Stunden Freizeit zur Verfügung.

- Wie reagiert der Haushalt mit seinem Arbeitsangebot auf einen Anstieg des Lohnsatzes?
- Wie reagiert er auf eine Änderung seines sonstigen Einkommens?
- Angenommen, der Lohnsatz würde um 10% steigen. Um wie viel müsste sich das sonstige Einkommen ändern (steigen oder sinken), damit die Nachfrage nach Freizeit konstant bliebe?

⁹³ Eine Einführung in die Theorie des Arbeitsmarktes finden Sie z.B. bei FRANZ (2009).

⁹⁴ Vgl. z.B. MORTENSEN/PISSARIDES (1999).

2.5.2 Güterallokation und Zeitallokation simultan betrachtet

Da der Konsum von Gütern nicht nur Ressourcen, sondern auch Zeit verbraucht, ist eine Entscheidung über die Güterallokation zugleich eine Entscheidung über die Zeitallokation. Besonders deutlich wird diese Tatsache bei dem Kauf von Freizeitgütern. Was nützen Skier, wenn die Zeit zum Skilaufen fehlt? Aber auch bei dem Kauf von Verbrauchsgütern, d.h. solchen, die im Zuge des Konsums verbraucht werden, wie z.B. Nahrungsmittel, spielt der Zeitaspekt des Konsums eine beträchtliche Rolle. Weshalb wird wohl immer mehr Gemüse in Form von Tiefkühlkost verkauft, weshalb werden immer mehr Fertiggerichte angeboten, weshalb gibt es Autowaschstraßen, Reinigungen etc.? Derartige Fragen lassen sich mit Hilfe eines Modells der simultanen Bestimmung des optimalen Güter- und Zeitbudgets beantworten. Wir wollen hier aus Platzgründen nur den Ansatz dieses Modells darstellen und einige der Modellergebnisse intuitiv begründen.⁹⁵

Konsumaktivitäten benötigen Geld und Zeit

Das Optimierungsproblem lässt sich folgendermaßen formulieren:

Optimierungsmodell

Ziel des Konsumenten ist die Maximierung seines Nutzens. Der Nutzen entsteht aus dem Konsum des Güterbündels X :

$$(2.5-8) \quad \max_X U = U(X).$$

Nutzenfunktion

Das nutzenmaximale Güterbündel muss unter Beachtung der Budgetbeschränkung

$$a) \quad \sum_i P_i X_i \leq B = IL + \bar{Y}$$

Budgetbeschränkung

und der Zeitbeschränkung:

$$b) \quad \bar{T} = \sum_i T_i + L$$

Zeitbeschränkung

ausgewählt werden. \bar{T} ist die für Konsum und Arbeit insgesamt zur Verfügung stehende Zeit, T_i ist die Zeit, die benötigt wird, um das Gut i zu konsumieren. L ist die Arbeitszeit. Die Freizeit wird aus Vereinfachungsgründen nicht gesondert berücksichtigt. Wir können uns vorstellen, dass über ihre Höhe bereits entschieden ist (z.B. weil die Nutzenfunktion separabel ist). Zur weiteren Vereinfachung der Analyse nehmen wir an, dass die Konsumzeit T_i proportional zur Menge des Konsumgutes ist:

$$(2.5-9) \quad T_i = \tau_i X_i,$$

Konsumtechnologie

wobei der Proportionalitätsfaktor τ_i konstant ist. Setzt man (2.5-9) in die Nebenbedingung b) ein, lautet das Maximierungsproblem:

$$(2.5-10) \quad \max_X U = U(X) \text{ u.d.N. :}$$

⁹⁵ Eine vollständige Modellanalyse finden Sie bei GRAVELLE/REES (1992), S. 139 ff.

$$(2.5-11) \quad \sum_i P_i X_i \leq B = I\bar{L} + \bar{Y},$$

$$(2.5-12) \quad \bar{T} = \sum_i \tau_i X_i + L.$$

In dieser Formulierung des Optimierungsproblems entscheidet der Konsument nur noch über die Wahl des Güterbündels X . Damit ist zugleich die Aufteilung seines Zeitbudgets bestimmt. Die beiden Nebenbedingungen lassen sich zu einer einzigen zusammenfassen, indem wir (2.5-12) in (2.5-11) einsetzen:⁹⁶

Erweiterte Budgetrestriktion $(2.5-13) \quad \sum_i P_i X_i + I \sum_i \tau_i X_i \leq I\bar{T} + \bar{Y} = Y_{\max}.$

Y_{\max} gibt das Maximaleinkommen des Konsumenten an. Dieses Einkommen erreicht er, wenn er sein gesamtes Zeitbudget als Arbeitszeit einsetzt. Wegen der *Annahme der Nichtsättigung* ist (2.5-13) im Optimum mit Gleichheit erfüllt, so dass gilt:

$$(2.5-14) \quad \sum_i (P_i + I\tau_i) X_i = Y_{\max}.$$

Zeitkosten des Konsums Den Term $I\tau_i$ kann man als die „Zeitkosten“ des Konsums bezeichnen. Er stellt die Zeit-Opportunitätskosten dar, die mit dem Konsum einer Einheit des Gutes i verbunden sind. Die Summe aus Güterpreis und Zeitkosten $P_i + I\tau_i$ stellen die Gesamtkosten einer Einheit des Gutes i für den Konsumenten dar. (2.5-14) ist die vollständige Budgetrestriktion, unter der das optimale Konsumgüterbündel gewählt werden muss. Beschränken wir die Betrachtung auf den Fall zweier Güter, so gilt für die Steigung der erweiterten Budgetgeraden:

Steigung der erweiterten Budgetgeraden $(2.5-15) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -\frac{(P_1 + I\tau_1)}{(P_2 + I\tau_2)}.$

Das Austauschverhältnis am Markt ist also gleich dem negativen reziproken Wert des Preisverhältnisses. Dies ist die gleiche Relation, die auch im Falle der reinen Güterallokation gilt. Dort fehlten lediglich die Zeitkosten $I\tau_i$.

Das optimale Güterbündel ist jenes, bei welchem die Grenzrate der Substitution gleich dem Verhältnis der Vollkostenpreise ist oder anders ausgedrückt, bei welchem das objektive Austauschverhältnis dem subjektiven entspricht:

Optimalitätsbedingung $(2.5-16) \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{(P_1 + I\tau_1)}{(P_2 + I\tau_2)}.$

⁹⁶ $\sum_i P_i X_i \leq B = I(\bar{T} - \sum_i \tau_i X_i) + \bar{Y}$ oder

$\sum_i P_i X_i + I \sum_i \tau_i X_i \leq I\bar{T} + \bar{Y} = Y_{\max}.$

Definiert man den Gesamtpreis eines Gutes i als $P_i^{ges} = P_i + I\tau_i$, so sieht man, dass das Optimierungsproblem unter der Nebenbedingung $\sum_i P_i^{ges} X_i = Y_{max}$ äquivalent zu dem unter der Nebenbedingung $\sum_i P_i X_i = B$ ist. Das maximale Einkommen und die Gesamtpreise bestimmen zusammen die Höhe des maximal erreichbaren Nutzens. Änderungen der Gesamtpreise oder des maximalen Einkommens führen zu den analogen komparativ-statistischen Ergebnissen, die wir vorher für das reine Güterallokationsproblem abgeleitet hatten.

Schwieriger ist dagegen die Analyse der Auswirkungen einer Änderung des Lohnsatzes, da in diesem Fall gleichzeitig sämtliche Gesamtpreise und das vollständige Einkommen verändert werden. Über die Auswirkungen einer Lohnänderung auf die Güternachfrage lassen sich deshalb keine eindeutigen Aussagen machen. Zum einen ist das Vorzeichen des Einkommenseffekts unbestimmt, zum anderen ist das Vorzeichen der Summe der Substitutionseffekte unbestimmt. Schon im Zwei-Güter-Fall lässt sich ohne Kenntnis der Zeitintensität (τ_i) der Güter keine Aussage darüber machen, wie sich die Nachfrage nach einem Gut ändert,

$$\text{wenn sich der Lohnsatz ändert, da } \frac{d \left[\frac{P_1 + I\tau_1}{P_2 + I\tau_2} \right]}{dl} \geqslant 0, \text{ je nachdem, ob } P_2\tau_1 \geqslant P_1\tau_2. \quad ^{97}$$

Wenn im Zwei-Güter-Fall $\tau_2 > \frac{P_2}{P_1}\tau_1$ gilt, führt eine Lohnerhöhung zu einer relativen Verteuerung des Gutes 2. Gut 2 wird deshalb tendenziell durch Gut 1 substituiert. Gleichzeitig wird die Güternachfrage insgesamt durch Arbeit substituiert, weil Konsumzeit teurer geworden ist.

Beispiel: Welchen Einfluss hat eine Lohnerhöhung auf die Nachfrage nach Geschirrspülmaschinen und nach Restaurantbesuchen? Unterstellt man, dass die Zeitintensität (τ_1) der Nutzung einer Geschirrspülmaschine (Einräumen und Ausräumen) kleiner ist als die eines Restaurantbesuchs (τ_2), und dass der Preis eines Spülgangs (P_1) größer ist als der einer äquivalenten Einheit im Falle eines Restaurantbesuchs (P_2), so steigen die Gesamtkosten eines Restaurantbesuchs relativ zu den Kosten der Nutzung der Spülmaschine: Der Restaurantbesuch wird demnach durch das Essen zu Hause substituiert. Gleichzeitig steigen die

Änderung des Lohnsatzes

$$97 \quad \frac{d \left[\frac{P_1 + I\tau_1}{P_2 + I\tau_2} \right]}{dl} = \left[\frac{(P_2 + I\tau_2)\tau_1 - (P_1 + I\tau_1)\tau_2}{(P_2 + I\tau_2)^2} \right] \geqslant 0, \quad \text{falls} \quad (P_2 + I\tau_2)\tau_1 \geqslant (P_1 + I\tau_1)\tau_2 \quad \text{oder}$$

$$P_2\tau_1 \geqslant P_1\tau_2. \text{ Somit wird Gut 2 relativ zu Gut 1 teurer, wenn gilt: } \frac{d \left[\frac{P_1 + I\tau_1}{P_2 + I\tau_2} \right]}{dl} < 0. \text{ Dieser}$$

Fall tritt ein, falls $\tau_2 > \frac{P_2}{P_1}\tau_1$.

Beispiel

Zeit(opportunitäts)kosten beider Aktivitäten. Konsumzeit wird durch Arbeitszeit substituiert. Ob dieser doppelte Substitutionseffekt ausreichend ist, um den Einkommenseffekt der Lohnerhöhung zu kompensieren, kann allerdings nicht gesagt werden. Die Lohnerhöhung selbst wird wahrscheinlich wohl doch eher im Restaurant als zu Hause gefeiert!

Marktproduktion verdrängt Haushaltsproduktion

Dieses Modell liefert eine Erklärung dafür, weshalb bei steigendem Einkommen in immer stärkerem Maße eine Substitution von „Haushaltsprodukten“ durch Marktprodukte zu beobachten ist. Die Herstellung von Gütern durch den Haushalt (Ernährung, Bekleidung, Erziehung) ist zeitintensiv im Vergleich zum Erwerb dieser Güter auf dem Markt. Dieser Zeitbedarf wird im Rahmen des hier behandelten Modells als Konsumzeit interpretiert. Der Anstieg der Opportunitätskosten der Konsumzeit, d.h. der Anstieg der Löhne, führt zur Substitution von Haushaltsprodukten durch Marktprodukte. In der Realität ist allerdings keine Substitution von Konsumzeit durch Arbeitszeit zu beobachten. Die Arbeitszeit ist langfristig rückläufig. Hier wirkt sich der Einkommenseffekt der Lohnsteigerungen aus: Das Gut Freizeit ist ein normales Gut, für viele Konsumenten sogar ein Luxusgut.

Übungsaufgabe 77

Ein Haushalt besitze die Nutzenfunktion $U = X_1X_2$. Seine Budgetrestriktion laute $Y = P_1X_1 + P_2X_2$. Für das Einkommen gelte $Y = IL + \bar{Y}$. Für den Konsum der Güter benötige der Haushalt Konsumzeit, die durch $T_1 = \tau_1X_1$ und $T_2 = \tau_2X_2$ gegeben wird. Insgesamt stehen 24 Stunden zur Verfügung. Die Zeitrestriktion lautet $24 = T_1 + T_2 + L$.

Wie sieht der optimale Konsumplan aus?

Wie viele Stunden verwendet der Haushalt auf den Konsum?

2.5.3 Die Entscheidung über die Arbeitsmarktbeteiligung

Arbeitszeit ist nicht frei wählbar

Für einen einzelnen Konsumenten, aber noch mehr für einen Haushalt, der mehrere arbeitsfähige Mitglieder umfasst, stellt sich das Problem der Bestimmung seines optimalen Arbeitsangebots nicht nur in der Form dar, wie viele Arbeitsstunden pro Zeiteinheit (Tag, Woche, Monat, Jahr) er anbieten soll, sondern auch in der Form, ob er überhaupt Arbeit anbieten soll oder nicht. Dieses Problem stellt sich allerdings nur, weil die Arbeitszeit in der Realität nicht beliebig teilbar ist. Angenommen, ein Konsument müsse sich zwischen zwei Arbeitszeitalternativen entscheiden: einer Arbeitszeit von acht Stunden pro Zeiteinheit und einer Arbeitszeit von null Stunden pro Zeiteinheit, d.h. für den Verzicht auf ein Arbeitsangebot. In Abbildung (A 2.5-3) ist eine derartige Situation dargestellt.

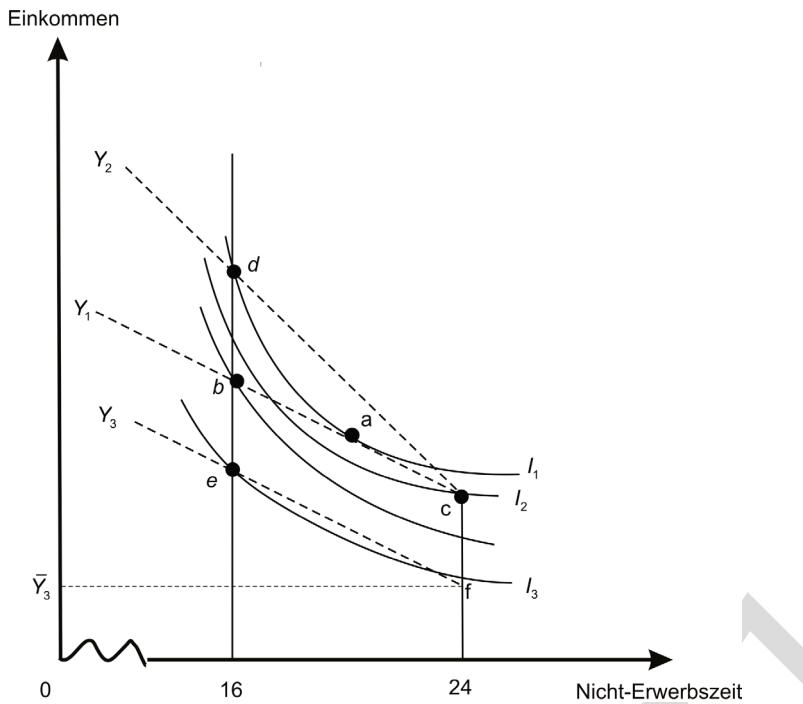


Abbildung (A 2.5-3): Arbeitszeit ist nicht frei wählbar

In der Ausgangssituation sieht sich der Haushalt einer Budgetrestriktion gegenüber, wie sie durch die gestrichelt eingezeichnete Gerade Y_1 gegeben ist. Der Konsument muss sich entscheiden zwischen einer Arbeitszeit von 8 Stunden pro Tag (= 16 Stunden für Freizeit und Sonstiges) und der Nichtarbeit (= 24 Stunden für Freizeit und Sonstiges). Die Alternative besteht also zwischen den Güterbündeln b und c . Wäre die Arbeitszeit frei wählbar, würde der Konsument den Punkt a wählen, unter den gegebenen Bedingungen entscheidet er sich für den Punkt c , d.h. er verzichtet darauf, seine Arbeitskraft anzubieten, da c auf einer höheren Indifferenzkurve liegt als b . Würde der Lohn steigen, so dass sich die Budgetgerade zu Y_2 dreht, würde er das Güterbündel d wählen, also eine Arbeitszeit von acht Stunden. Sänke das arbeitsunabhängige Einkommen so weit, dass sich die Budgetgerade bis Y_3 nach unten verschiebt, würde das Bündel e gewählt, und die Arbeitsaufnahme würde ebenfalls lohnend.

Grafische Lösung

Umfasst ein Haushalt mehr als einen arbeitsfähigen Konsumenten und treffen die Haushaltsmitglieder gemeinsame Entscheidungen, so erhöht sich die Arbeitszeitflexibilität. Bei drei potentiellen Arbeitskräften könnten unter den gegebenen Bedingungen null, acht, sechzehn oder vierundzwanzig Arbeitsstunden pro Tag angeboten werden. Wäre für jeden der drei auch eine Halbtagsarbeit möglich, so stiege die Flexibilität weiter an und es könnten bereits sieben verschiedene Arbeitszeiten angeboten werden. Wir sehen also, dass die zunächst etwas realitätsfern erscheinende Annahme einer stetig variierbaren Arbeitszeit nicht so unrealistisch ist, wenn ein mehrere Personen umfassender Haushalt und nicht nur ein einzelner Konsument betrachtet wird.

Arbeitszeit ist wählbar

Übungsaufgabe 78

Die Präferenzen eines Haushalts werden durch die Nutzenfunktion $U = Y^\alpha F^\beta$ beschrieben. Dabei ist Y das Einkommen und F die Freizeit in Stunden. Dem Haushalt stehen 24 Stunden für Arbeit und Freizeit zur Verfügung. Sein Arbeitseinkommen ist das Produkt aus Lohnsatz I und Arbeitszeit L . Außerdem erzielt er ein arbeitsunabhängiges Einkommen in Höhe von \bar{Y} .

Wie hoch muss \bar{Y} im Verhältnis zu I sein, damit der Haushalt auf ein Arbeitsangebot verzichtet, also $L = 0$ wählt?

2.5.4 Steuern, Transfers und Arbeitsangebot

Mit Hilfe des Modells der Zeitallokation lassen sich auch die Auswirkungen von Änderungen der Lohnsteuer, der Steuern auf arbeitsunabhängige Einkommen oder von Transferzahlungen des Staates an Konsumenten (z.B. Sozialleistungen) auf das Arbeitsangebot analysieren.

Wirkung der Lohnsteuer

Der Einfluss der Lohnsteuer auf die Arbeitsangebotsentscheidung drückt sich in dem Optimierungsmodell in einer geänderten Budgetrestriktion aus. An die Stelle der Nebenbedingung $Y = IL + \bar{Y}$ tritt die Nebenbedingung

$$(2.5-17) \quad Y = (1-t)IL + \bar{Y} = (1-t)I(T - F - SZ) + \bar{Y}$$

mit $0 \leq t \leq 1$,

wobei t der Steuersatz ist. Eine Erhöhung des Steuersatzes bewirkt eine Drehung der Budgetgeraden entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Die Steigung der Budgetgeraden ist $\frac{\partial Y}{\partial F} = -(1-t)I$. Die Änderung der Steigung bei einer Änderung des

Steuersatzes wird gegeben durch: $\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial F} = I > 0$. Da die Budgetgerade eine negative Steigung hat, nimmt diese Steigung dem Betrag nach ab, wird also flacher. In Abbildung (A 2.5-4) ist die Auswirkung einer Steuererhöhung auf die Zeitallokationsentscheidung und damit auf das Arbeitsangebot grafisch dargestellt.

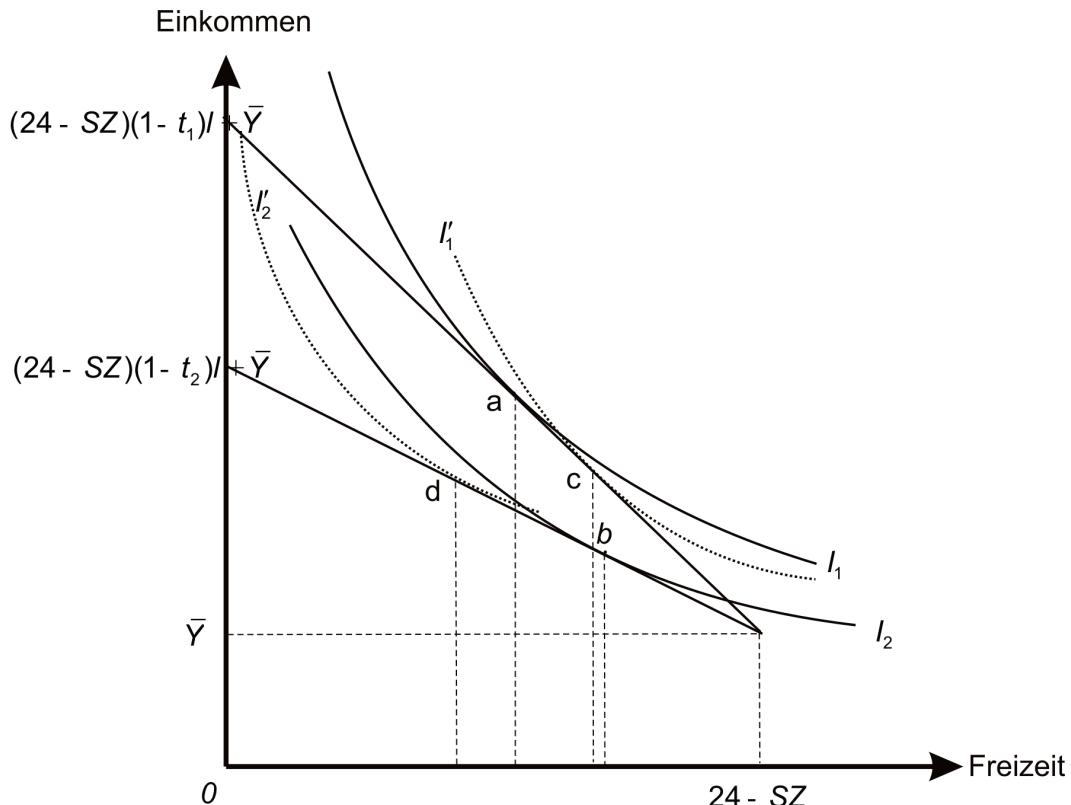


Abbildung (A 2.5-4): Auswirkung einer Steuererhöhung auf das Arbeitsangebot

Ausgangspunkt ist das „Güterbündel“ (d.h. die Einkommens-Freizeit-Kombination) in Punkt **a**. Nach der Steuererhöhung wählt der Konsument die Kombination **b**. In dem hier dargestellten Beispiel steigt die Nachfrage nach Freizeit. Der Substitutionseffekt ist also stärker als der Einkommenseffekt. Wie wir wissen, muss das aber nicht so sein. Die Indifferenzkurven könnten z.B. so liegen wie die gestrichelt eingezeichneten. Dann würde die Steuererhöhung zu einem Rückgang der Nachfrage nach Freizeit (und damit zu einer Erhöhung des Arbeitsangebots) von **c** nach **d** führen. In diesem Fall wäre der Einkommenseffekt stärker als der Substitutionseffekt.

Eine Änderung der Steuern auf das arbeitsunabhängige Einkommen drückt sich in einer Änderung von \bar{Y} aus. Je höher der betreffende Steuersatz, desto kleiner ist \bar{Y} . Die Budgetgerade wird parallel nach unten verschoben. Falls Freizeit ein normales Gut ist, geht die Nachfrage nach diesem Gut zurück, d.h. das Arbeitsangebot steigt. Transferzahlungen des Staates an die Konsumenten (z.B. Sozialhilfeleistungen) bewirken, dass das arbeitsunabhängige Einkommen steigt. Falls Freizeit ein normales Gut ist, steigt die Nachfrage nach Freizeit, das Angebot an Arbeit geht zurück. Sowohl bei einer Änderung der Steuer auf arbeitsunabhängiges Einkommen als auch bei einer Änderung der Transferzahlungen wirkt sich lediglich der Einkommenseffekt aus.

Steuer auf arbeitsunabhängiges Einkommen

Gleichzeitige Erhöhung von Lohnsteuern und Transferzahlungen

Werden Lohnsteuer und Transferzahlungen gemeinsam erhöht, so ist der Effekt auf das Arbeitsangebot kaum noch zweifelhaft. Kompensieren die Transferzahlungen die Einbußen an Nettolohn derart, dass das Nutzenniveau konstant bleibt, wirkt sich nur der Substitutionseffekt aus. Das Arbeitsangebot geht eindeutig zurück. Dies könnte eine wichtige Ursache für den Anstieg der Arbeitslosigkeit in den unteren Lohngruppen sein. Die Transferzahlungen (Sozialleistungen) an diese Gruppe sind im Laufe der letzten Jahrzehnte ständig erhöht worden, gleichzeitig sind die Abzüge vom Lohn (Steuern und Beiträge zur Sozialversicherung) ebenfalls ständig gestiegen, u.a. um die steigenden Sozialleistungen zu finanzieren. Auf diese Weise ist der Einkommenseffekt der Steuererhöhung zumindest bei den unteren Lohngruppen kompensiert worden und übrig geblieben ist der reine Substitutionseffekt. In vielen Fällen ist der Substitutionseffekt noch dadurch massiv verstärkt worden, dass für die Empfänger von Sozialleistungen der tatsächliche Satz der Abzüge vom Arbeitseinkommen weit höher ist als der Grenzsteuersatz in der obersten Einkommensklasse. Für Letztere war der Grenzsteuersatz in der Vergangenheit auf 52% begrenzt, der tatsächliche Abzugssatz für die Empfänger von Sozialleistungen beträgt in vielen Fällen über 90%. Unter dem Abzugssatz ist hierbei 1 minus dem Quotienten aus der Änderung des verfügbaren Einkommens und der Änderung des Arbeitseinkommens zu verstehen. Das verfügbare Einkommen besteht aus dem Bruttoeinkommen plus den Transferzahlungen minus den Steuern und minus den Beiträgen zur Sozialversicherung. Von einem zusätzlich verdienten Euro verbleiben einem Empfänger von Sozialleistungen vielleicht 10 Cent, einem Spitzenverdiener dagegen 48 Cent. Das Ganze geschieht im Namen der sozialen Gerechtigkeit. Ein Abzugssatz von 90% drückt sich in der grafischen Darstellung in einer Budgetgeraden aus, die in Höhe des arbeitsunabhängigen Einkommens fast parallel zur Zeitachse verläuft. Unter diesen Umständen ist es schwer vorstellbar, dass eine Indifferenzkurve von der Budgetgeraden tangiert wird. Das Nutzenmaximum dürfte im Allgemeinen die Ecklösung sein: kein Arbeitsangebot.

Übungsaufgabe 79

Der Haushalt aus Übungsaufgabe 78 erhalte jetzt Transferzahlungen des Staates in Höhe von TZ und müsse Lohnsteuern in Höhe von $T = t/L$ an den Staat abführen. Wie reagiert der Haushalt mit seinem Arbeitsangebot,

- wenn der Steuersatz steigt?
- wenn die Transferzahlungen erhöht werden?

2.5.5 Der Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Berufsleben

Das Problem

Angenommen, es gäbe keine gesetzliche Rentenversicherung, aber jeder Konsument hätte die Möglichkeit, eine private Rentenversicherung abzuschließen. Nehmen wir weiter an, der Versicherungsvertrag sähe vor, dass der Versiche-

rungsnehmer nach einer bestimmten Zahl von Beitragsjahren seinen Rentenanspruch geltend machen könnte. Dabei werde die Höhe der Rente durch die Höhe der geleisteten Einzahlungen und die Dauer der erwarteten Auszahlungen bestimmt. Für einen Versicherungsnehmer, der die Mindestzahl an Beitragsjahren erfüllt hat, stellt sich dann die Frage, welcher Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Arbeitsleben für ihn optimal ist. Je früher er „in Rente geht“, desto höher ist sein Freizeitnutzen, desto geringer ist aber sein Konsumnutzen, wegen der dann eintretenden Einkommenseinbußen. Der Zeitpunkt des Renteneintritts ändert allerdings nichts an der Budgetrestriktion, welcher der Versicherungsnehmer unterliegt. Diese lautet: In jedem Vertragszeitpunkt ist der Kapitalwert der Einzahlungen gleich dem Kapitalwert der erwarteten Auszahlungen.⁹⁸ Wäre der Kapitalwert der erwarteten Auszahlungen in einem Vertragszeitpunkt geringer als der Kapitalwert der Einzahlungen, würde kein Versicherungsnehmer diesen Zeitpunkt wählen. Wäre der Kapitalwert der erwarteten Auszahlungen in einem Vertragszeitpunkt höher als der Kapitalwert der Einzahlungen, würden alle Versicherungsnehmer diesen Zeitpunkt wählen, und die Versicherung würde zahlungsunfähig.

Das Entscheidungsproblem des Versicherungsnehmers lässt sich grafisch an Hand unseres Modells der Zeitallokation analysieren. Bertachten wir hierzu Abbildung (A 2.5-5).

Höhe der monatlichen Rente

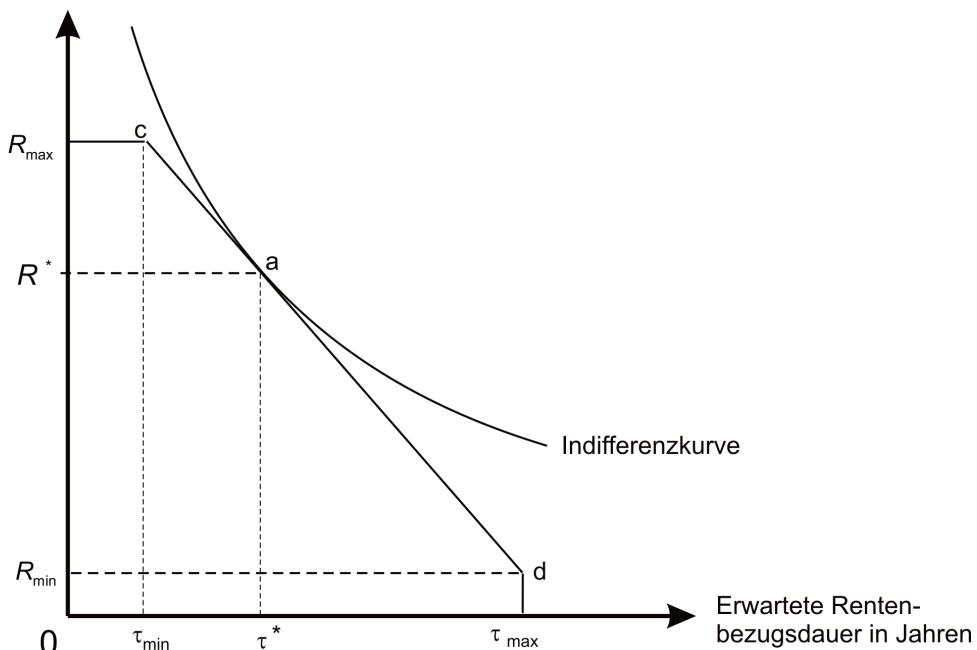


Abbildung (A 2.5-5): Der optimale Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Erwerbsleben

⁹⁸ Dabei müssen natürlich die Verwaltungskosten der Versicherung in geeigneter Weise berücksichtigt werden.

Grafische Lösung

Die erwartete Bezugsdauer der Rentenzahlungen ist maximal, wenn der frühestmögliche Zeitpunkt der Verrentung gewählt wird. Dies führt zu einer erwarteten Rentenbezugsdauer von τ_{\max} . Die Rente hat dann eine Höhe von R_{\min} . Die minimale erwartete Bezugsdauer τ_{\min} , d.h. der späteste Zeitpunkt der Verrentung, ergibt sich bei gegebener maximaler Rentenhöhe R_{\max} aus der Höhe der Einzahlungen. Die Bezugsdauer muss ausreichend sein, damit die Bedingung Kapitalwert der Einzahlungen gleich Kapitalwert der erwarteten Auszahlungen erfüllt ist. Der Konsument wählt jenen Verrentungszeitpunkt, der seinen individuellen Nutzen maximiert. Er erhält dann eine Rente in Höhe von R^* . Zur Vereinfachung der Darstellung ist hierbei unterstellt worden, dass die Budgetrestriktion linear approximiert werden kann.

Komparativ-statische Überlegungen

Änderungen der Einzahlungen in die Rentenversicherung führen zu Verschiebungen der Budgetgeraden. In welcher Weise sich diese verschiebt, hängt davon ab, welcher der vier Parameter: maximale Bezugsdauer, minimale Bezugsdauer, minimale Rente und maximale Rente angepasst wird, so dass die Gleichgewichtsbedingung: Kapitalwert der Einzahlungen gleich erwarteter Kapitalwert der Auszahlungen erfüllt ist. Bei höheren Einnahmen könnte das früheste Renteneintrittsalter herabgesetzt, die minimale Rente heraufgesetzt, der späteste Zeitpunkt der Verrentung herabgesetzt oder die maximale Rente heraufgesetzt werden. Wären alle diese Parameter frei wählbar, so würde das Entscheidungsproblem entsprechend komplizierter und ließe sich nicht mehr durch eine einfache Grafik abbilden. Jenes Entscheidungsproblem, welches sich ergibt, wenn die Höhe der Einzahlungen wählbar ist, ist ein Beispiel für eine Sparentscheidung, mit der wir uns im folgenden Abschnitt befassen wollen.

Übungsaufgabe 80

Wie ließe sich das in Abbildung (A 2.5-5) grafisch dargestellte Problem der optimalen Rentenhöhe analytisch formulieren?

Übungsaufgabe 81

Wie ließen sich die Auswirkungen einer Änderung des Rentenbeitragssatzes bestimmen, falls der analytische Ansatz aus Übungsaufgabe 80 verwendet würde?

2.5.6 Zusammenfassung

Das Modell der Zeitallokation besitzt die gleiche formale Struktur wie das der Güterallokation: Der Haushalt maximiert seine Nutzenfunktion unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen. Unterschiede bestehen in den Argumenten der Nutzenfunktion und in den Nebenbedingungen. Im Modell der Zeitallokation enthält die Nutzenfunktion neben den Konsumgütern zusätzlich das Gut „Freizeit“ als Argument. Auf Grund des Composite-Commodity-Theorems können die Kon-

sumgüter zu einem Bündel zusammengefasst werden, so dass die Nutzenfunktion tatsächlich nur zwei Argumente enthält: das für Konsumzwecke zur Verfügung stehende Einkommen und die Freizeit. Die Nebenbedingungen bestehen aus einer Einkommensrestriktion und einer Zeitrestriktion, welche zu einer Gesamtrestriktion zusammengefasst werden können. Im Optimum ist die Grenzrate der Substitution von Einkommen (= Konsumgüterbündel) durch Freizeit gleich dem „Preis“ der Freizeit, nämlich dessen Opportunitätskosten, d.h. dem Lohnsatz. Als exogen haben wir bei dieser Analyse den arbeitsunabhängigen (fixen) Teil des Einkommens sowie den Lohnsatz betrachtet. Jedem Lohnsatz ist im Optimum ein bestimmtes Arbeitsangebot zugeordnet, welches durch die Arbeitsangebotsfunktion beschrieben wird. Die Arbeitsangebotskurve kann steigend oder fallend verlaufen.

Dieses Grundmodell lässt sich mit leichten Modifikationen auf eine Vielzahl von Fragestellungen anwenden. Beispielhaft haben wir es zunächst auf die Frage nach dem optimalen Konsumgüterbündel unter der Annahme angewendet, dass der Konsum der Güter Zeit erfordert. Man erhält das gleiche Ergebnis wie in dem einfachen Güterallokationsmodell, mit dem Unterschied, dass die „Vollkostenpreise“ der Güter jetzt auch deren Zeitopportunitätskosten umfassen. Anschließend haben wir die Entscheidung über den Eintritt in den Arbeitsmarkt analysiert, die Auswirkungen von Lohnsteuern und Transferzahlungen auf das Arbeitsangebot und die Frage nach dem optimalen Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Berufsleben untersucht.

2.6. Die Sparentscheidung

Unter der Sparentscheidung verstehen wir die Entscheidung über die Aufteilung des Einkommens auf Konsum und Ersparnis oder anders ausgedrückt, auf Gegenwarts- und auf Zukunftskonsum. Weshalb sollte ein Konsument überhaupt sparen? Im Wesentlichen gibt es hierfür zwei Gründe: aus Vorsorge- und aus Ertragsgründen.

Vorsorgesparen

Er wird aus Vorsorgegründen sparen, wenn das Einkommen schwankt und ein gleichmäßiger Konsumstrom einen höheren Nutzen stiftet als ein schwankender. Falls der Grenznutzen des Einkommens (und damit des Konsums insgesamt) mit steigendem Einkommen sinkt, wie wir es bei der Analyse von Entscheidungen unter Unsicherheit für plausibel angesehen hatten, ist es vernünftig, den Konsumstrom im Zeitverlauf zu glätten.⁹⁹ Eine Möglichkeit hierzu bildet die Ersparnis. Eine Alternative ist die Kreditaufnahme. Ersparnis und Kreditaufnahme sind zwei Seiten der gleichen Medaille: Beim Sparen ist der Konsum in der ersten Periode niedriger als das Einkommen, in der zweiten höher. Bei der Kreditaufnahme ist die zeitliche Reihenfolge umgekehrt. Auf einem perfekt funktionierenden Kapitalmarkt macht es keinen Unterschied, ob man spart oder einen Kredit aufnimmt, der Zinssatz ist in beiden Fällen gleich. Arbeitet der Kapitalmarkt nicht perfekt, sind Soll- und Habenzinsen unterschiedlich, und neben dem Zinssatz spielen weitere Rationierungsinstrumente eine Rolle.

Ertragssparen

Ertragschancen existieren, wenn zwei (oder mehrere) Akteure unterschiedliche Präferenzen bezüglich der zeitlichen Verteilung des Konsums besitzen. Beide können dann davon profitieren, wenn derjenige, der Gegenwartsgüter geringer schätzt, demjenigen, der sie höher schätzt, derartige Güter leiht, um sie später mit einem Aufschlag, dem Zins, zurückzubekommen. Wir wollen zunächst die reine Sparentscheidung analysieren und anschließend die Fragestellung verallgemeinern, so dass sie auch die Möglichkeit der Kreditaufnahme umfasst.

2.6.1 Der Einfluss der Sparentscheidung auf die Budgetrestriktion

Vereinfachende Annahmen

Wir hatten die Budgetrestriktion für den Zwei-Güter-Fall in der Form

$$(2.6-1) \quad B = P_1 X_1 + P_2 X_2$$

geschrieben und B als eine feste Größe betrachtet. Jetzt stellen wir uns vor, X_1 sei ein Gütervektor, welchen der Konsument in Periode 1 nachfragt und X_2 ein Gütervektor, welchen er in Periode 2 nachfragt. P_1 und P_2 seien die zugehörigen Preisvektoren. B sei weiterhin ein fester Geldbetrag, den der Konsument am Anfang der Periode 1 zur Verfügung habe und auf die beiden Perioden verteilt für Konsumgüterkäufe ausgeben wolle. Um uns die Schreibarbeit etwas zu erleicht-

⁹⁹ Ein ganz analoger Effekt tritt bei der Einkommensteuer auf. Wegen der Progression ist es sinnvoll, den Einkommensstrom im Zeitablauf so weit wie möglich zu glätten, um die Steuerbelastung so gering wie möglich zu halten.

tern, unterstellen wir, dass sich die Preise nicht ändern. Dann können wir auf die Indizierung der Preise verzichten und die Budgetbeschränkung in der Form $B = X_1 + X_2$ schreiben. Die Variablen X_1 und X_2 bezeichnen jetzt Konsumausgaben in den beiden Perioden.

Falls der Konsument die Möglichkeit hat, jenen Teil seines Budgets, den er in Periode 1 nicht zum Kauf von Konsumgütern ausgibt, zu einem Zinssatz r anzulegen, besteht sein Budget für die zweite Periode aus folgenden zwei Komponenten:

Intertemporale
Budgetgerade

- dem Teil seines Gesamtbudgets, welchen er nicht in Periode 1 für den Kauf von Gütern ausgegeben hat, $(B - X_1)$
- den Zinseinnahmen auf die Ersparnis $r(B - X_1)$.

Das Budget für die zweite Periode lautet deshalb:

$$(2.6-2) \quad X_2 = (1+r)(B - X_1).$$

Die Steigung dieser intertemporalen Budgetgeraden beträgt

$$(2.6-3) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -(1+r).$$

Der Nutzen des Konsumenten hänge sowohl von seinem Konsum in Periode 1 als auch von dem Konsum in Periode 2 ab:

$$(2.6-4) \quad U = U(X_1, X_2).$$

Die Nutzenfunktion habe die in Kapitel 2.2 postulierten Eigenschaften, insbesondere besitze sie streng konvexe Indifferenzkurven. Betrachten wir hierzu Abbildung (A 2.6-1):

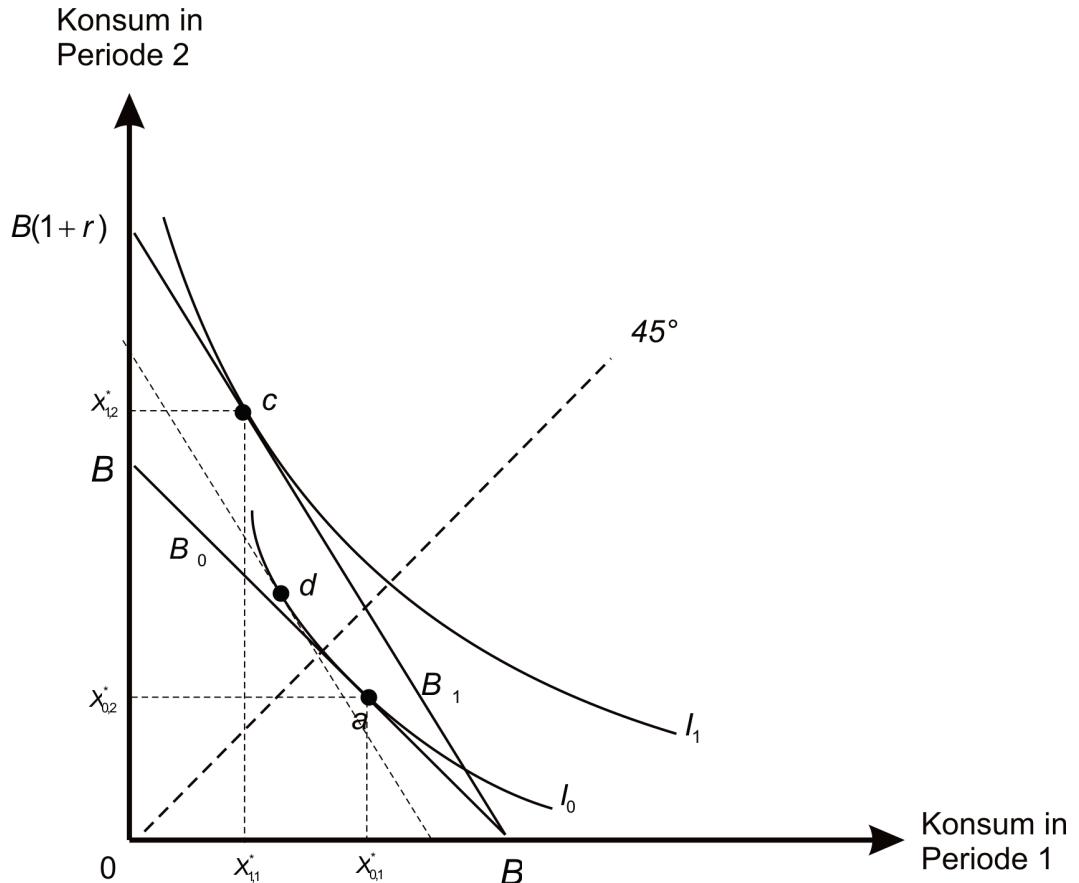


Abbildung (A 2.6-1): Die Zwei-Perioden-Budgetbeschränkung bei Ersparnisbildung

Optimale Aufteilung des Budgets

Bei einem Zinssatz von null werde die Budgetbeschränkung (2.6-2) durch die Gerade B_0 bezeichnet. Die in den beiden Perioden maximal möglichen Gütermengen sind in diesem Fall gleich groß. Auf der 45° -Linie liegen alle Güterbündel, bei denen der Gegenwarts- und der Zukunftskonsum gleich hoch sind. Falls der Konsument bei einem Zinssatz von null den Gegenwartskonsum gegenüber dem Zukunftskonsum vorzieht, wird er einen Punkt auf der Budgetgeraden wählen, der unterhalb der 45° -Geraden liegt, z.B. den Konsumpunkt a . Widersprüche dies nicht aber unserer Annahme, dass der Konsument seinen Nutzen maximiert, wenn er seinen Konsumstrom glättet? Die Antwort ist nein. Die Annahme konvexer Indifferenzkurven, welche zu einer Glättung des Konsumstroms führt, steht nicht im Widerspruch zu der oft beobachteten Neigung von Konsumenten, zukünftige Bedürfnisse geringer zu schätzen als aktuelle. Der Konsument glättet seinen Konsumstrom unter Berücksichtigung einer *Minderschätzung zukünftiger Bedürfnisse*.

Gründe für Minder-schätzung

Weshalb sollte ein Konsument aber zukünftige Bedürfnisse bzw. deren Befriedigung geringer schätzen als gegenwärtige? Alle Menschen sind es gewohnt, zwischen Alternativen auszuwählen, die ein unterschiedliches zeitliches Profil der Bedürfnisbefriedigung versprechen. Ein Kind mag entscheiden (wenn man es lässt), ob es die Tüte Bonbons gleich auf fisst oder etwas (es muss ja nicht gleich die Hälfte sein) für morgen übrig lässt. Ein Erwachsener mag entscheiden, ob er

einen bestimmten Geldbetrag heute in Konsumgüter umsetzt, oder spart und erst zu einem späteren Zeitpunkt ausgibt. Wir beobachten dabei, dass es für das menschliche Verhalten recht typisch ist, dass die künftige Bedürfnisbefriedigung geringer eingeschätzt wird als die gegenwärtige. Dies mag an der mangelnden Fähigkeit des Menschen liegen, sich vorzustellen, dass die Zukunft sozusagen die Gegenwart von morgen ist, wie der berühmte Nationalökonom A.C. PIGOU (1920) meinte.¹⁰⁰

Ein weiterer Grund für die Minderschätzung zukünftiger Bedürfnisse kann darin liegen, dass der Entscheidungsträger unsicher ist, ob er in Zukunft (z.B. wegen Krankheit) den Konsum überhaupt noch ebenso genießen können wie jetzt. Realistisch betrachtet, ist er noch nicht einmal sicher, ob er den Zeitpunkt des zukünftigen Konsums überhaupt erleben wird. Rationale Entscheidungsträger berücksichtigen Derartiges bei ihren Entscheidungen.¹⁰¹ Darauf hat schon E. v. BÖHM-BAWERK (1881) in seiner Zinstheorie hingewiesen. BÖHM-BAWERK, PIGOU und andere frühe Ökonomen betrachteten die Neigung zur Diskontierung zukünftiger Bedürfnisse zwar als eine Art bedauerlicher Charakterschwäche des Menschen, nahmen sie aber gleichwohl als gegeben hin. Dagegen sieht L. v. MISES (1940) die Diskontierung als moralisch neutrales Element menschlicher Präferenzen an, das nach dem Axiom der Konsumentensouveränität „unkommentiert“ zur Kenntnis genommen werden muss, statt negativ gewertet zu werden.

Übungsaufgabe 82

Ein junges Ehepaar nimmt einen hohen Kredit auf, um den Kauf eines Einfamilienhauses zu finanzieren, welches es selbst bewohnen will.

Handelt es sich hierbei um eine Sparentscheidung?

Falls es sich um eine Sparentscheidung handeln würde, stünde dann das Vorsorge- oder das Ertragsmotiv im Vordergrund?

Falls der Konsument ein Konsumgüterbündel, welches er heute erhält, höher schätzt als das gleiche Bündel, wenn er dieses erst morgen erhält, muss er für die Nutzendifferenz kompensiert werden, damit er zwischen den beiden Bündeln indifferent ist. Die Minderschätzung des zukünftigen Bedürfnisses messen wir

Subjektiver
Zeitdiskonfaktor

¹⁰⁰ PIGOU sprach von der mangelnden „teleskopischen“ Fähigkeit des Menschen.

¹⁰¹ Dazu Alice Hoffman, *Wolfsnacht*, 1994: *Am letzten Sonntag des Monats vergaß sie, ihrem Großvater einen Apfelkuchen zu bringen, und Old Dick war untröstlich. „Ich hatte keine Zeit, den Belag zu machen“, sagte Robin zu ihm. „Im ganzen Supermarkt gab es keine Mrs.-Smith-Äpfel mehr.“ „Blödsinn“, bellte er sie an. Er sah noch immer beeindruckend aus, selbst im Bett unter einer karierten Wolldecke. „Ich will meine Kuchen“, beharrte er ... „Nächstes Mal bringe ich dir zwei Kuchen“, erbot sich Robin. „Das ist kein gutes Geschäft für mich“, sagte ihr Großvater. „Ich könnte tot sein.“*

durch die Grenzrate der Substitution der zukünftigen Konsumausgaben X_2 durch die gegenwärtigen X_1 .

$$(2.6-5) \quad dU = U_1(X_1, X_2)dX_1 + U_2(X_1, X_2)dX_2 = 0,$$

$$(2.6-6) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -\frac{U_1(X_1, X_2)}{U_2(X_1, X_2)} = -(1+z(X_1, X_2)).$$

Die Grenzrate der Substitution $-(1+z(X_1, X_2))$ gibt an, auf welchen Betrag an zukünftigen Konsumausgaben der Konsument zu verzichten bereit ist, wenn er dafür seine Ausgaben in der laufenden Periode um eine Einheit erhöhen kann. Wir können sie als einen *subjektiven* Zeitdiskontfaktor (kurz: Zeitpräferenzfaktor) interpretieren, welcher die Minderabschätzung zukünftiger Bedürfnisse beschreibt.

Objektiver
Zeitdiskontfaktor

Auf dem Markt werden Zukunftskonsum und Gegenwartskonsum im Verhältnis $1+r$ getauscht:

$$(2.6-7) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -(1+r).$$

$1+r$ ist der Zinsfaktor. Der Konsument trifft seine intertemporale Allokationsentscheidung optimal, wenn er sein Budget so auf Gegenwarts- und Zukunftskonsum verteilt, dass seine individuelle Grenzrate der Substitution mit dem am Markt herrschenden Austauschverhältnis übereinstimmt, wenn also gilt:

$$(2.6-8) \quad r = z.$$

Marktzins und individuelle Zeitdiskontrate müssen übereinstimmen.

Realitätsnähe der Konvexitätsannahme

Durch die *Annahme der Konvexität* der Indifferenzkurven haben wir die Möglichkeit ausgeschlossen, dass Konsumenten „einseitige“ Bündel vorziehen. In Bezug auf die Entscheidung zwischen Güterbündeln, die in der gleichen Periode konsumiert werden, oder in Bezug auf die Kombination von Einkommen und Freizeit wird es in der Realität allerdings vorkommen, dass sich ein Konsument unter bestimmten Bedingungen für ein einseitiges Güterbündel entscheidet oder dafür, keine Arbeit anzubieten. Er wird aber kaum die Entscheidung treffen, in einer Periode nicht zu konsumieren, jedenfalls dann nicht, wenn diese Periode lang genug ist, um ohne Konsum zu verhungern. In Fall der intertemporalen Allokationsentscheidung ist die *Konvexitätsannahme* deshalb noch realitätsnäher als im Falle der statischen, d.h. auf eine einzige Periode bezogenen, Entscheidungen.

Änderung des
Zinssatzes

Steigt der Zinssatz, so dreht sich die Budgetgerade im Uhrzeigersinn um den Schnittpunkt mit der Abszisse. Bei einem Zinssatz $r > 0$ liegt der in Periode 2 jetzt maximal mögliche Konsum bei $B(1+r)$. Unter dieser Bedingung schränkt der Konsument seinen Gegenwartskonsum zugunsten des Zukunftskonsums ein und wählt den Konsumpunkt c . Auch im Fall der Wahl eines optimalen Konsumgüterbündels für zwei Perioden, d.h. im Fall einer intertemporalen Nutzenmaximierung, kann man den Preiseffekt – hier den Effekt einer Änderung des Zins-

satzes – in einen Einkommens- und in einen Substitutionseffekt zerlegen. Der Substitutionseffekt entspricht der Bewegung von a nach d , der Einkommenseffekt der Bewegung von d nach c . So wie die Indifferenzkurven hier eingezeichnet sind, führt der Zinsanstieg zu einer Einschränkung des Konsums in der ersten Periode zu Gunsten eines erhöhten Konsums in der zweiten Periode. Hier überwiegt also der Substitutionseffekt den Einkommenseffekt. Dies muss aber nicht so sein. Es ist durchaus möglich, dass der Einkommenseffekt den Substitutionseffekt überwiegt und die Zinssatzsteigerung zu einem Rückgang der Ersparnis ($S = B - X_1$) führt.

Auf die gleiche Weise wie bei der Ableitung der Güternachfrage- oder der Arbeitsangebotsfunktion können wir jetzt die Kurve der Ersparnisangebotsfunktion oder kurz: der Sparfunktion ableiten. In Abbildung (A 2.6-2) sind drei mögliche Verläufe einer Sparkurve eingezeichnet.

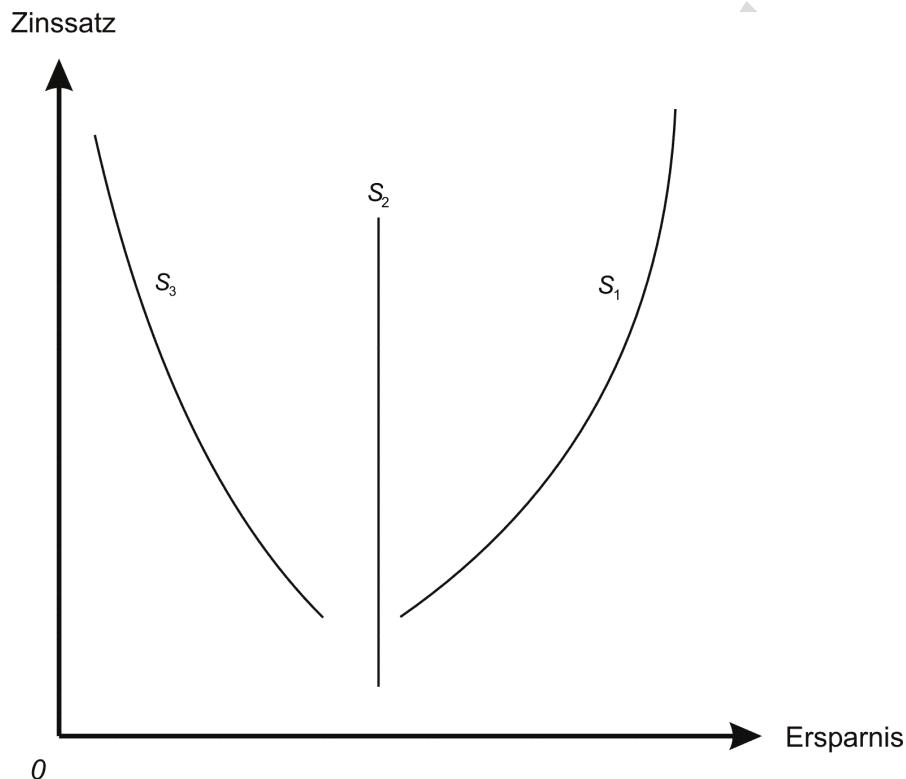


Abbildung (A 2.6-2): Alternative Verläufe der Sparkurven

Im Fall von S_1 steigt die Ersparnis mit steigendem Zinssatz. Der Substitutionseffekt ist stärker als der Einkommenseffekt. Im Fall der Kurve S_2 gleichen sich Substitutions- und Einkommenseffekt genau aus. Es sieht so aus, als hätte der Zinssatz keinen Einfluss auf die Höhe der Ersparnis. Im Fall der Kurve S_3 führt der Anstieg des Zinssatzes zu einem Rückgang der Ersparnis. Der Einkommenseffekt überwiegt den Substitutionseffekt.

Übungsaufgabe 83

Ein Haushalt plane seinen Konsum für zwei Perioden. In Periode 1 beziehe er ein Einkommen in Höhe von Y_1 , in Periode 2 eins von Y_2 . Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt herrsche ein Zins in Höhe von r . Die Güternachfrage des Haushalts in Periode 1 betrage X_1 zum Preis P_1 , in Periode 2 X_2 zum Preis P_2 . Seine intertemporalen Präferenzen seien durch die Nutzenfunktion $U = X_1^\alpha X_2^\beta$, $\alpha, \beta > 0$ beschrieben.

Wie wird der Haushalt seine optimale intertemporale Aufteilung des Konsums ändern, wenn der Zinssatz steigt, d.h. welche Vorzeichen besitzen die partiellen Ableitungen $\frac{\partial X_1^*}{\partial r}$ und $\frac{\partial X_2^*}{\partial r}$?

2.6.2 Ersparnis und Kreditaufnahme simultan betrachtet

Positive und negative Ersparnis

Wir unterstellen jetzt, dass der Konsument die Möglichkeit habe, zu dem gleichen Zinssatz, zu dem er seine Ersparnis anlegen kann, auch einen Kredit aufzunehmen. Die Möglichkeiten zur Kreditaufnahme sollen auch nicht durch sonstige Anforderungen wie Sicherheiten oder Bonität beschränkt sein. Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, sprechen wir von einem vollkommenen Kapitalmarkt. Der Konsument verfüge in Periode 1 über ein Budget in Höhe von B_1 , in Periode 2 über eins in Höhe von B_2 . Die Güterpreise sollen in beiden Perioden gleich sein, so dass wir sie nicht zu berücksichtigen brauchen. Bezeichnen wir die Ersparnis, welche jetzt positiv oder negativ sein kann, mit S , so können wir die Budgetbeschränkung für Periode 1 schreiben als:

$$(2.6-9) \quad 0 \leq X_1 = B_1 - S.$$

Die Ersparnis in Periode 1 kann also nicht größer sein als das gesamte für diese Periode zur Verfügung stehende Budget. Für Periode 2 lautet die Budgetrestriktion:

$$(2.6-10) \quad 0 \leq X_2 = B_2 + (1+r)S.$$

S ist positiv, falls in Periode 1 gespart worden ist und negativ, falls in Periode 1 ein Kredit aufgenommen worden ist. Löst man die beiden Gleichungen nach S auf und addiert sie, ergibt sich die Budgetrestriktion für beide Perioden zu:

Intertemporale Budgetrestriktion

$$(2.6-11) \quad X_1 + \frac{X_2}{(1+r)} = B_1 + \frac{B_2}{(1+r)} = V.^{102}$$

V ist der Barwert der in den beiden Perioden zur Verfügung stehenden Budgetsumme. Durch Sparen oder Kreditaufnahme kann der Konsum in den beiden Peri-

¹⁰² $X_2 = B_2 + (1+r)(B_1 - X_1) \rightarrow X_1 + \frac{X_2}{(1+r)} = B_1 + \frac{B_2}{(1+r)} = V.$

oden von den Budgets der beiden Perioden getrennt werden, die gemeinsame Budgetrestriktion, wie sie durch (2.6-12) ausgedrückt wird, muss aber beachtet werden. Die Steigung der Budgetgeraden ist, wie im vorher betrachteten Fall der Ersparnis,

$$(2.6-12) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -(1+r).$$

Die Achsenabschnitte haben sich jedoch geändert. Sie betragen jetzt V auf der Abszisse und $(1+r)V$ auf der Ordinate. In Abbildung (A 2.6-3) ist die Budgetgerade als V bezeichnet.

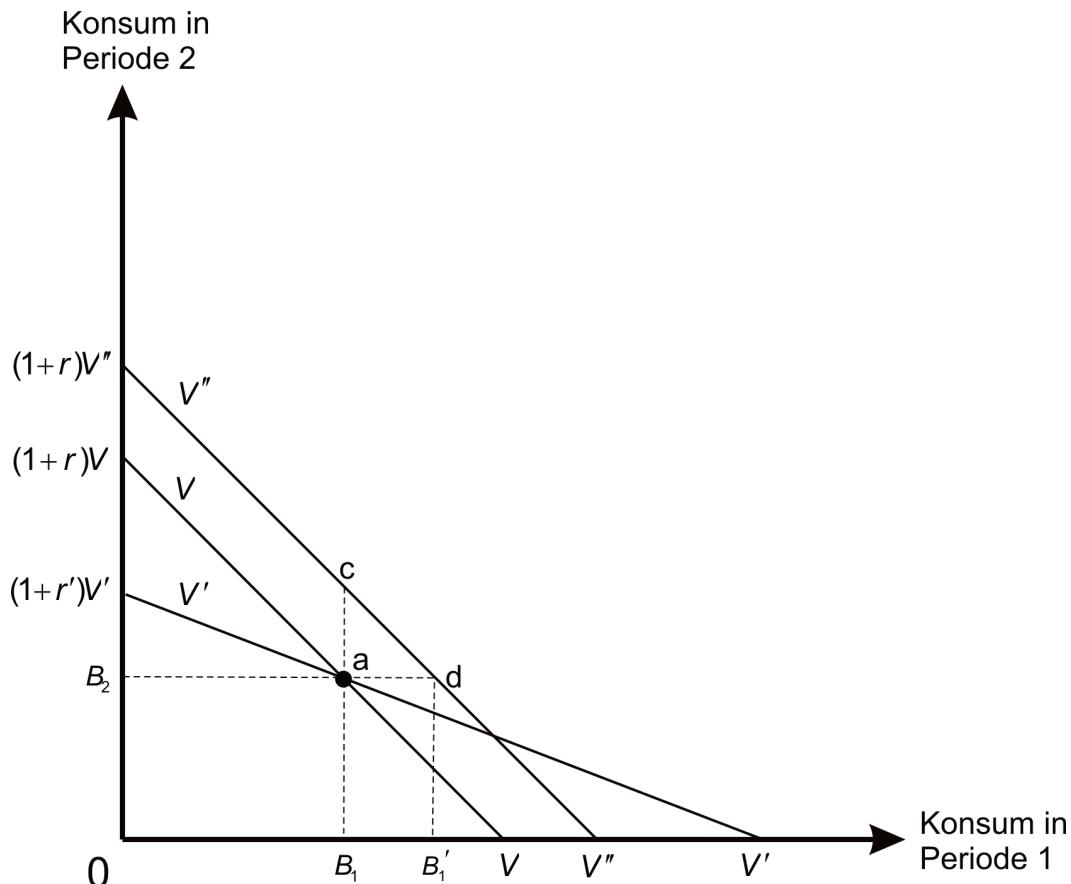


Abbildung (A 2.6-3): Die Zweiperioden-Budgetbeschränkung für Ersparnis und Kreditaufnahme

In Periode 1 steht ein Einkommen in Höhe von B_1 , in Periode 2 eins von B_2 zur Verfügung. Das Konsumbudget für Periode 1 kann durch Kreditaufnahme bis zu einem Betrag V erhöht werden. Das Konsumbudget für Periode 2 wäre in diesem Fall allerdings null, da das Budget der Periode 2 zur Tilgung des Kredites benötigt würde. Umgekehrt kann das Budget für Periode 2 maximal auf den Betrag $(1+r)V$ erhöht werden, wenn das gesamte Einkommen der Periode 1 gespart und zum Zinssatz r angelegt wird. Die Budgetgerade läuft durch den Punkt a , der die Koordinaten B_1, B_2 hat. Mit anderen Worten: Auch jene Aufteilung des Konsums, wie sie ohne Ersparnis und ohne Kreditaufnahme erfolgen würde, ist möglich.

Grafische Lösung

Änderung des Zinssatzes	Eine Senkung des Zinssatzes von r auf r' führt zu einer Linksdrehung der Budgetgeraden um den Punkt a . Die neue Budgetgerade muss weiterhin durch die Anfangsausstattung laufen, da diese sich nicht verändert hat. Die Kreditaufnahme ist jetzt allerdings billiger, so dass in Periode 1 ein größeres Budget zur Verfügung steht. Umgekehrt ist das maximale Budget in Periode 2 geringer, da die Zinserträge aus einer Ersparnisbildung in Periode 1 niedriger sind.
Änderung des Einkommens	Eine Erhöhung des Einkommens in Periode 1 <i>oder</i> in Periode 2 führt zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden, da der Zinssatz konstant bleibt. Falls es in Periode 1 zu der Erhöhung kommt, z.B. von B_1 auf B'_1 , repräsentiert Punkt d die Anfangsausstattung, falls es in Periode 2 zu der Erhöhung kommt, repräsentiert Punkt c die Anfangsausstattung. Eine Budgeterhöhung um den Betrag d minus a in Periode 1 ändert die Konsummöglichkeiten also in gleicher Weise wie eine Budgeterhöhung um den Betrag c minus a in Periode 2.

Übungsaufgabe 84

Wie hoch müsste der Zinssatz in Übungsaufgabe 83 sein, damit der Haushalt eine Ersparnis von null wählen würde?

2.6.3 Zusammenfassung

Die beiden wichtigsten Sparmotive sind die Glättung des Konsumstroms bei Schwankungen des Einkommensstroms (Vorsorgemotiv) und die Erzielung von Kapitaleinkünften (Ertragsmotiv). Der Haushalt entscheidet, welchen Teil seines Periodeneinkommens er für den gegenwärtigen Konsum und welchen Teil er für den zukünftigen Konsum verwenden will. Wir haben das Entscheidungsproblem im Rahmen eines Zwei-Perioden-Modells untersucht. Der Nutzen des Haushalts hängt von dem Gegenwarts- und dem Zukunftskonsum ab. Die Ersparnis in Periode 1 führt zu Kapitalerträgen in Periode 2. Die intertemporale Budgetrestriktion unterscheidet sich von der statischen Budgetrestriktion dadurch, dass die Summe der Periodeneinkommen nicht gegeben ist, sondern von der Höhe der Ersparnis abhängig ist. Die Grenzrate der Substitution des Zukunftskonsums durch den Gegenwartskonsum ist dem Betrage nach gleich dem subjektiven Zeitdiskontfaktor. Dieser Faktor gibt an, wie stark der Haushalt den Gegenwartskonsum gegenüber dem Zukunftskonsum präferiert. Im Optimum stimmen (subjektiver) Zeitdiskontfaktor und (objektiver) Marktdiskontfaktor überein. Mit Hilfe einer komparativ-statischen Analyse der Auswirkungen von Zinssatzänderungen auf die Sparscheidung lässt sich die Sparfunktion ermitteln. Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Marktzinssatz und der optimalen Höhe der Ersparnis. Auch im Falle der Sparfunktion lässt sich wegen der gegenläufigen Wirkungen des Einkommens- und Substitutionseffekts von Zinssatzänderungen ohne zusätzliche Annahmen keine Aussage darüber machen, ob sie einen fallenden oder einen steigenden Verlauf besitzt. Das Modell lässt sich auch auf Entscheidungen über die Kreditaufnahme anwenden, wenn man einen vollständigen Kapitalmarkt unterstellt und Kreditaufnahmen als negative Ersparnis definiert.

2.7. Die Anlageentscheidung

Mit der Entscheidung, den Gegenwartskonsum zu Gunsten des Zukunftskonsums zu reduzieren, also zu sparen, ist noch nichts darüber gesagt, in welcher Form die Ersparnis angelegt werden soll. Es lassen sich drei große Gruppen von Anlagermöglichkeiten unterscheiden: Humankapital, Sachkapital und Finanzkapital.

Humankapital besteht zu einem wesentlichen Teil in der Fähigkeit eines Menschen, Arbeitseinkommen zu erzielen. Die Menge an Humankapital, über die ein Konsument in einem bestimmten Zeitpunkt verfügt, lässt sich durch den Barwert des Einkommensstroms messen, den der betreffende Konsument erzielt. Ausgaben, die geeignet sind, diesen Wert zu erhöhen, stellen Investitionen in Humankapital dar. Überwiegend handelt es sich dabei um Ausgaben für die berufliche Aus- und Weiterbildung. Aber auch Ausgaben für die Steigerung der körperlichen Fähigkeiten können hierzu zählen. Betrachtet man einen Haushalt und nicht nur einen einzelnen Konsumenten als Entscheidungseinheit, können auch die Ausgaben für die Erziehung der Kinder als Akkumulation von Humankapital dieser Entscheidungseinheit angesehen werden. Investitionen in Humankapital sind ähnlich heterogen wie jene in Sachkapital oder Finanzkapital. Sie reichen von Bildungsveranstaltungen, die nur wenige Stunden dauern, über Wochenendveranstaltungen, mehrwöchige Seminare, Semesterkurse, vollständige Berufsausbildungen bis zur Investition in die Entwicklung eines oder mehrerer Kinder von Geburt an.¹⁰³

Humankapital

Entscheidungen über die Akkumulation von Humankapital werden überwiegend von Konsumenten getroffen (zuweilen auch vom Staat oder dem Arbeitgeber), solche bezüglich des Sachkapitals überwiegend von Firmen. Mit Entscheidungen von Firmen werden wir uns in der nächsten Kurseinheit dieses Kurses beschäftigen, deshalb bleiben sie hier unberücksichtigt. Konsumenten bilden Sachkapital vor allem in Form von Immobilien. Ob langlebige Konsumgüter wie Autos, Wohnungseinrichtungen oder auch Kunstgegenstände als Konsumgüter oder als Inves-

Unterschied zwischen Konsum- und Anlageentscheidung

¹⁰³ Der Gedanke, dass Individuen Entscheidungen über ihre Ausbildung auf der Grundlage von Nutzen-Kosten-Überlegungen treffen, geht auf BECKER (1962, 1964) zurück. In seiner Nobelpreis-Rede notiert er dazu: „Human capital is so uncontroversial nowadays that it may be difficult to appreciate the hostility in the 1950s and 1960s toward the approach that went with the term. The very concept of *human* capital was alleged to be demeaning because it treated people as machines. To approach schooling as an investment rather than a cultural experience was considered unfeeling and extremely narrow. As a result, I hesitated a long time before deciding to call my book *Human Capital* (1964) and hedged the risk by using a long subtitle that I no longer remember. Only gradually did economists let alone others, accept the concept of human capital as a valuable tool in the analysis of various economic and social issues.“ (1993, S. 392).

Ganz so „uncontroversial“ wie Becker meint, ist der Begriff des Humankapitals doch nicht, - zumindest nicht in Deutschland. Bezeichnend ist es in diesem Zusammenhang, dass der Begriff „Humankapital“ im Jahr 2005 zum „Unwort des Jahres“ gewählt wurde. Die Autoren dieser Zeilen sind froh darüber, dass es für die Entscheidung der Sprachjury vielfach eine „schlechte Presse“ gab.

titionsgüter betrachtet werden, hängt von der Fragestellung ab. Der entscheidende Unterschied zwischen einer Konsum- und einer Anlageentscheidung besteht in dem Zeitaspekt und dem damit verbundenen Informationsaspekt. Konsumententscheidungen entfalten ihre Folgen kurzfristig, Investitionsentscheidungen langfristig. Konsumgüter werden im Laufe eines relativ kurzen Zeitraums verbraucht, Investitionsgüter geben ihren Nutzen über einen längeren Zeitraum ab. Modellbezogen bildet man einen „kurzen“ Zeitraum als eine einzige Periode, einen „langen“ Zeitraum als zwei oder mehr Perioden ab.

Sicherheit und Unsicherheit bei Konsum- und Anlageentscheidungen

Im Allgemeinen wird man annehmen, dass die Information über den „Ertrag“ eines Gutes umso geringer ist, je weiter sich die Nutzung in die Zukunft erstreckt. Im Rahmen eines Modells wird man diesen Umstand dadurch berücksichtigen, dass man für Entscheidungen, die sich auf eine einzige Periode beziehen, vollständige, und für Entscheidungen, die sich auf mehrere Perioden beziehen, unvollständige Information annimmt. Konsumententscheidungen wird man deshalb überwiegend als Entscheidungen unter Sicherheit, Investitionsentscheidungen als solche unter Unsicherheit modellieren. Entscheidungen über die Akkumulation von Sachkapital haben trotz der – vor allem bei Immobilien – sehr langen Nutzungsdauer der Objekte eine kürzere Bindungsdauer als solche über die Akkumulation von Humankapital. Sachkapital kann prinzipiell jederzeit wieder verkauft werden, Humankapital seit Abschaffung der Sklaverei legal nur noch in sehr beschränkter Form (Beispiel: Transfer von Profi-Fußballspielern).

Finanzanlagen

Die flexibelste Form der Anlage von Ersparnissen bilden Finanzanlagen. Sie unterscheiden sich von Investitionen in Human- oder Sachkapital vor allem dadurch, dass die mit dem Erwerb und Verkauf dieser Anlagen verbundenen Kosten, die Transaktionskosten, vergleichsweise niedrig sind. Vergleichen Sie einmal die Kosten, die mit dem Verkauf der Sachanlagen eines Unternehmens verbunden sind, mit den Kosten, die mit dem Verkauf der Aktien des Unternehmens verbunden sind. Da Humankapital praktisch überhaupt nicht veräußerbar ist, können die Transaktionskosten für dieses Anlagegut sogar als unendlich hoch betrachtet werden.

Gemeinsam ist allen Arten der Vermögensakkumulation, dass die Erträge sich über einen mehr oder minder langen, zukünftigen Zeitraum verteilen und dass die Erträge unsicher sind.

Die einzelnen Anlageobjekte unterscheiden sich

- durch die Höhe des erwarteten Ertrages,
- das Risiko,
- die Liquidität und
- die steuerliche Behandlung.

Liquidität

Mit den Begriffen „erwartete Erträge“ und „Risiko“ hatten wir uns bereits in Kapitel 2.3 beschäftigt. Mit dem Begriff der Liquidität bezeichnet man den Grad der „Schwierigkeit“, mit dem ein Anlagegut gegen das universelle Anlagegut „Geld“

getauscht werden kann. Der Grad der Schwierigkeit wird im Wesentlichen durch die Kosten gemessen, die mit einem Verkauf des betreffenden Gutes am Markt verbunden sind, also durch die Transaktionskosten. Berücksichtigt man die Transaktionskosten bereits bei der Berechnung der Erträge, kann man im Grunde auf das Kriterium der Liquidität verzichten. Man wird die Liquidität nur dann gesondert berücksichtigen, wenn die erwarteten Transaktionskosten erheblich sind, sich aber nur schwer quantifizieren lassen.

Auch die steuerliche Behandlung von Investitionen lässt sich in die Ertragsgröße einbeziehen. Das Entscheidungsproblem reduziert sich somit auf ein Abwägen zwischen den beiden Größen Nettoertrag und Risiko. Die allgemeine Struktur eines derartigen Entscheidungsproblems hatten wir in Kapitel 2.3 behandelt. Ein wichtiges Ergebnis der dort durchgeführten Analyse war die Erkenntnis, dass ein risikoscheuer Anleger seinen Nutzen erhöhen kann, wenn er sein Vermögen streut, also auf verschiedene Anlagen verteilt, sofern die Erträge nicht oder nur schwach miteinander korreliert sind.

Trade off zwischen
Ertrag und Sicherheit

Diese Möglichkeit zur Diversifikation besitzen nicht alle Anleger. Für viele von ihnen sind Investitionen in ihr eigenes Humankapital die bei weitem ertragreichsten (vor allem wenn man die nicht monetären Erträge berücksichtigt). Diese Investitionen lassen sich aber kaum diversifizieren. Selbst wenn die Möglichkeit bestünde, mehrere Berufe zu erlernen, würde das erworbene Humankapital sehr schnell entwertet, also „abgeschrieben“, wenn es nicht benutzt wird, wenn der Beruf also nicht ausgeübt wird. Die nächst rentable Anlage bildet aus steuerlichen Gründen oftmals die eigene Wohnung oder das eigene Haus. Auch hier kann nicht diversifiziert werden. Die große Masse der Konsumenten steht also vor dem Problem, dass sie nur sehr geringe Möglichkeiten zur Diversifikation besitzen. Gemesen an der Summe aus Human- und Immobilienkapital spielt das Finanzkapital für diese Anleger eine verschwindend kleine Rolle. Da diese Anleger im Allgemeinen risikoscheu sind, kann die Wohlfahrt der Gesellschaft gesteigert werden, wenn sich die Anleger gegen das Ertragsrisiko versichern können. Aus Gründen des moralischen Risikos (moral hazard) und der adversen Selektion (adverse selection), welche im Rahmen des Kurses „Marktversagen“ erörtert werden, „versagt“ der Markt bei der Versorgung mit dem Gut „Versicherung gegen Ertragsschwankungen beim Humankapital“. Hier liegt die ökonomische Begründung für die Errichtung der staatlichen Sozialversicherung.

Diversifikation

Übungsaufgabe 85

Eine Diversifikation des Humankapitals in der Form, dass mehrere Berufe erlernt werden, ist wegen der Zeitrestriktion im Allgemeinen nicht möglich und wegen der „Abschreibungen“ auf nicht genutztes Humankapital auch nicht sinnvoll. Gibt es nicht aber doch Möglichkeiten, das Ertragsrisiko des Humankapitals zu reduzieren?

Übungsaufgabe 86

Sollte man Bildungsinvestitionen nicht vor allem von persönlichen Neigungen und Fähigkeiten des Investors und weniger von Rentabilitätsgesichtspunkten abhängig machen? Wenn man diese Frage bejaht, sollte man dann der ökonomischen Verhaltenstheorie, wie sie sich in dem Postulat des Rationalverhaltens ausdrückt, nicht eher skeptisch gegenüber stehen?

Fassen wir unsere vorstehenden Überlegungen bezüglich der Anlageentscheidungen kurz zusammen. Eine positive Ersparnis führt zu einer Erhöhung, eine negative zu einer Reduzierung des Kapitalbestandes. Die wichtigsten Formen, in denen ein Haushalt Kapital bilden kann, sind das Finanzkapital, das Sachkapital und das Humankapital. Entscheidungen über die Anlage von Ersparnissen sind Investitionsentscheidungen. Die Folgen dieser Entscheidungen verteilen sich über mehr als eine Periode. Sie sind deshalb im Vergleich zu Konsumententscheidungen mit erheblich größerer Unsicherheit behaftet. Wie wir aus Kapitel 2.3 wissen, spielt bei Entscheidungen unter Unsicherheit neben der Höhe des erwarteten Ertrages das Risiko eine wichtige Rolle. In Abhängigkeit von seiner Risikopräferenz wird der Entscheider aus der Menge der verfügbaren Portfolios jenes wählen, welches seinen Erwartungsnutzen maximiert. Bei Risikoscheu wird er sein Portfolio diversifizieren. Da Haushalte aus verschiedenen Gründen in ihren Diversifikationsmöglichkeiten beschränkt sind, und der Markt keinen gesellschaftlich optimalen Versicherungsschutz anbieten kann, stellt sich die Frage, ob der Staat die Anlageentscheidungen der Haushalte regulieren sollte.

2.8. Sonstige Entscheidungen

Mit den Entscheidungen über das Angebot an Produktionsfaktoren (Arbeit und Kapital im weiteren Sinne) sowie über die Nachfrage nach Konsumgütern haben wir bereits eine große Zahl der Entscheidungen, die ein Konsument zu treffen hat, erfasst. Daneben trifft ein Konsument aber noch andere Entscheidungen über die Verwendung knapper Ressourcen, die nur schwer in diese breit definierten Kategorien einzuordnen sind, die aber trotzdem durch unser Modell des Rationalverhaltens erklärt werden können. Hierzu gehören beispielsweise die Berufswahl, die Partnerwahl, die Wahl der Familiengröße oder die Wahl des Wohnsitzes. Manchen Leser(inne)n mag es merkwürdig, ja vielleicht sogar etwas unmoralisch, vorkommen, anzunehmen, Menschen würden sich bei ihren Entscheidungen über die Partnerwahl oder die Zahl der Kinder, aber auch bei der Wahl des Berufes in gleicher Weise verhalten wie bei der Entscheidung über Wurst oder Käse.¹⁰⁴ Wenn Sie jedoch noch einmal unsere Grundannahmen über das Rationalverhalten Revue passieren lassen, werden Sie feststellen, dass in allen angesprochenen Situationen zwischen einer beschränkten Zahl von Alternativen gewählt werden muss, dass diese Wahl im Allgemeinen unter Unsicherheit über die „Erträge“ erfolgt und dass die Streuung der möglichen Erträge sehr unterschiedlich sein kann.

Gemeinsamkeiten aller Entscheidungen

Übungsaufgabe 87

Können Sie sich Entscheidungssituationen vorstellen, in denen Sie einem Entscheider nicht empfehlen würden, sich rational i.S. der ökonomischen Theorie zu verhalten?

Ein ins Auge springender Unterschied zwischen „normalen“ Konsumententscheidungen und anderen Entscheidungen, der für die Anwendbarkeit der Theorie aber ohne Bedeutung ist, liegt in der Messung der erwarteten Erträge. Bei den Konsumententscheidungen, den Sparentscheidungen und den Arbeitsangebotsentscheidungen sind die Erträge entweder direkt in Geldeinheiten messbar oder werden durch Gleichsetzung mit der Zahlungsbereitschaft messbar gemacht. Bei der Wahl eines Berufes besteht der Ertrag dagegen nicht nur aus dem erwarteten Lohneinkommen, sondern auch aus jenen Komponenten, die nur schwer messbar und noch viel

Messung der Erträge

¹⁰⁴ Aus dieser Sicht ist das Buch „Homo Oeconomicus“ von MCKENZIE und TULLOCK (1984) eine einzige Sammlung von Ärgernissen. So wurde es bei seinem Erscheinen auch von vielen aufgenommen. Inzwischen ist der von BECKER mit Blick auf seinen Humankapitalansatz in der vorhergehenden Fußnote erwähnte Gewöhnungseffekt jedoch auch hinsichtlich der „Ökonomie von Partnerschaft und Familie“ eingetreten. Mittlerweile sind auch Titel wie „Gleich und gleich gesellt sich gern“ (Sichelstiel/Söllner (2004)) im Bereich der Mikroökonomie nicht mehr ungewöhnlich.

schwerer monetär bewertbar sind, und die man zusammenfassend vielleicht als „Grad an Zufriedenheit“, welchen der Beruf vermittelt, bezeichnen kann.¹⁰⁵

Wohnort

Ähnlich verhält es sich bei der Wahl des Wohnortes. Relativ einfach mess- und monetär bewertbar sind Lebenshaltungskosten, Fahrtkosten, Verdienstmöglichkeiten usw., die einem Wohnort zugeordnet werden können. Sehr viel schwerer zu messen und in Geldeinheiten zu bewerten ist die Lebensqualität, die sich in solchen Faktoren wie dem Freizeitwert, der Versorgung mit öffentlichen Gütern, dem Klima, der Landschaft usw. ausdrückt.¹⁰⁶

Familie

Seit die Familienplanung möglich geworden ist, stellt sich (Ehe-) Paaren die Frage nach der Zahl der Kinder. Die Tatsache, dass ökonomische Überlegungen hierbei eine wichtige Rolle spielen, wird selbst von jenen anerkannt, die derartige Überlegungen aus normativen Gründen ablehnen. Überwiegend beziehen sich die ökonomischen Überlegungen auf die Kostenseite. Die Kosten bestehen im Wesentlichen aus Güterkäufen und den Opportunitätskosten der für die Kinderbetreuung aufgewendeten Zeit. Worin bestehen aber die Erträge des „Investitionsgutes“ Kind? Vom Standpunkt der Eltern aus gesehen, wird diese Investition wohl in den seltensten Fällen monetäre Erträge abwerfen, zumindest nicht in entwickelten Gesellschaften. In unterentwickelten Gesellschaften sorgen die Kinder für den Lebensunterhalt der Eltern, wenn diese dazu selber nicht mehr in der Lage sind. Vom Standpunkt der Gesellschaft aus gesehen, könnte man die monetären Erträge als Differenz zwischen jenem Beitrag definieren, welchen die Kinder nach ihrem Eintritt ins Erwerbsleben bis zu ihrem Tode zur Gütererzeugung in der Volkswirtschaft leisten, abzüglich des Wertes jener Güter, die sie in diesem Zeitraum selber konsumieren. Aus diesem Differenzbetrag werden die nachwachsende und die nicht mehr erwerbstätige Generation versorgt und wird der volkswirtschaftliche Kapitalstock vergrößert.

Da die monetären Erträge für die Eltern selbst nahezu null sind, müssen andere Gesichtspunkte dafür bestimmend sein, wenn Eltern sich für ein Kind entscheiden. Diese Gesichtspunkte liegen auf der Hand. Was nicht auf der Hand liegt, ist die Frage, ob und wie sich diese Gesichtspunkte quantifizieren und monetär bewerten lassen.

¹⁰⁵ Allerdings besteht die Möglichkeit, ein monetäres Äquivalent für die (relative) Zufriedenheit im Beruf zu finden. So könnte man z.B. versuchen zu ermitteln, auf wie viel Einkommen ein Individuum bereit wäre zugunsten der in einem bestimmten Beruf gegebenen höheren Zufriedenheit zu verzichten.

¹⁰⁶ Auch hier ließen sich natürlich ökonomische Bewertungsmethoden anwenden. So könnte ergründet werden, wie viel Zeit und Geld eine Person aufzuwenden bereit wäre, um in den Genuss der höheren Lebensqualität eines „entlegeneren“ Wohnortes zu kommen.

Übungsaufgabe 88

Nehmen Sie Stellung zu folgender Behauptung: „Der Umstand, dass viele Eltern nur ein oder zwei Kinder haben, spricht gegen die These, dass Eltern ihre Kinder als Investitionsobjekte ansehen“.

Eine Alternative zur Betrachtung von Kindern als „Investitionsgut“ besteht in ihrer Betrachtung als „Konsumgut“. Dieses Konsumgut steht in Konkurrenz zu anderen langlebigen Konsumgütern, wenn es um die Aufteilung des Konsumbudgets geht. Wie bei jedem anderen Gut auch, lösen Preiserhöhungen für das „Gut“ Kind Substitutions- und Einkommenseffekte aus, welche zu einer Reduzierung der Kinderzahl führen, sofern Kinder als normale Güter betrachtet werden. Da die Geburtenrate in fast allen Industriestaaten rückläufig ist, die Einkommen aber gestiegen sind, könnte man vermuten, dass Kinder ein inferiores Gut darstellen. Ein derartiges Urteil wäre jedoch vorschnell. Der Preis dieses Gutes, ausgedrückt durch die Kosten, die ein Kind verursacht, ist nämlich weitaus stärker gestiegen als die Preise der meisten anderen Konsumgüter. Der Hauptgrund liegt in dem Anstieg der Opportunitätskosten für die Arbeitskraft der Frau. Die gesellschaftliche Entwicklung hat vielen Frauen die Möglichkeit eröffnet, einer Erwerbstätigkeit nachzugehen. Das wirtschaftliche Wachstum hat zu einem Anstieg der Löhne geführt. Beides zusammen bewirkt den starken Anstieg der Opportunitätskosten. Aber nicht nur die Opportunitätskosten der Kinderbetreuung sind gestiegen, auch die Sachausgaben sind gestiegen, und dies, obgleich die realen Güterpreise wegen des Produktivitätsanstiegs tendenziell gesunken sind. Der Grund liegt darin, dass die Quantität und die Qualität der zum Aufziehen der Kinder eingesetzten Güter stärker zugenommen haben, als deren Stückkosten gesunken sind. Dies gilt angefangen von der Babynahrung über die Ausstattung mit Spielsachen bis zur Designermode bei der Bekleidung, dem Führerschein und den Kosten der Ausbildung.

Kinder als inferiores „Gut“?

Übungsaufgabe 89

Lässt sich die Bevölkerungsentwicklung in den Entwicklungsländern eher mit der Hypothese von Kindern als Investitionsgut oder mit der Hypothese von Kindern als Konsumgut erklären?

Wir können also konstatieren, dass sich – unabhängig davon, ob man Kinder als Investitions- oder als Konsumgut betrachtet – der Rückgang der Geburtenrate mit Hilfe des Modells rationaler Entscheidungen erklären lässt. Wenn der Leser bzw. die Leserin die Entscheidung über die Kinderzahl vielleicht noch als rational bestimmt akzeptiert, so wird er im Allgemeinen nur den Kopf schütteln, wenn Ökonomen ihn davon überzeugen wollen, dass auch heute noch die Partnerwahl durchaus rationale Züge trägt. Besteht nicht einer der großen Fortschritte in der

Partnerwahl

Entwicklung unserer Zivilisation darin, dass Menschen sich den Partner frei nach Gefühl wählen können und nicht länger durch Gesetz, Tradition oder Klassenschränken daran gehindert werden? Derartige Beschränkungen waren früher ein Ausdruck rationalen Verhaltens.¹⁰⁷ Aus der Tatsache, dass viele Beschränkungen gefallen sind, welche die Partnerwahl in der Vergangenheit eingeengt haben, darf aber nicht geschlossen werden, dass die Wahl heute weniger rational bestimmt erfolge, – eher im Gegenteil! Trotz aller Wahlfreiheit bleibt nämlich das Phänomen zu erklären, weshalb auch heute noch in den meisten Partnerschaften beide Partner aus einem annähernd gleichen ökonomischen Umfeld kommen. Würden ökonomische Überlegungen bei der Partnerwahl keine Rolle spielen, sollte die Korrelation der Einkommens- und Vermögensverhältnisse zwischen den Partnern in einer Partnerschaft wohl erheblich geringer sein. Eine ökonomische Analyse kann rationale Gründe aufdecken, weshalb das Sprichwort „Gleich und Gleich gesellt sich gern“ auch auf Partnerschaften zutrifft.¹⁰⁸ So könnte man z.B. argumentieren, dass Ziele der Partnerschaft wie Harmonie, Stabilität usw. am besten erreicht werden, wenn die Partner „zueinander passen“. Natürlich ist dies ein unbestimmter sozialer Begriff. Man könnte aber vermuten, dass Partner dieses Kriterium umso eher erfüllen, je stärker sie aus einer und derselben sozialen Schicht kommen. Dies wäre eine weitergehende „ökonomische“ Erklärung, denn die Wahl eines Partners aus derselben Schicht wäre ja dann ein Mittel, dem gegebenen Ziel bei unvollständiger Information über die genauen Eigenschaften der anderen Person möglichst nahe zu kommen. Also: alles aus Gründen der Effizienz! Auch auf diesem Gebiet ist das Standardmodell rationalen Verhaltens durchaus geeignet, zutreffende Voraussagen über die Wirkung von Änderungen in den Restriktionen auf die Partnerwahl zu machen, und sie in diesem Sinne auch zu erklären.¹⁰⁹

¹⁰⁷ Lesen Sie z.B. Thomas Manns Roman „*Die Buddenbrooks*“. Tony Buddenbrook sträubt sich zwar zunächst vehement gegen Herrn Grünlich, akzeptiert aber schließlich die von ihrem Vater vorgetragenen ökonomischen Argumente für eine Ehe mit diesem Bewerber.

¹⁰⁸ Einem talentierten Mikroökonom wird es natürlich auch nicht schwer fallen, rationale Gründe für die gegenteilige Entscheidung – wie sie in der Redensart „Gegensätze ziehen sich an“ zum Ausdruck kommt – anzugeben!

¹⁰⁹ Die oben kurz zusammengefasste Ökonomik von Partnerschaft und Familie geht auf BECKER (1981) zurück. Vgl. beispielsweise auch BECKER (1993) sowie SICHELSTIEL/SÖLLNER (2004) und HITSCH et al. (2010).

Übungsaufgabe 90

Das Modell der rationalen Entscheidung zwischen Konsumgüterbündeln, wie wir es bisher dargestellt haben, basiert auf drei Axiomen und den ergänzenden Annahmen.

Überlegen Sie, welche dieser Axiome und/oder ergänzenden Annahmen weiterhin gelten würden und auf welche wir verzichten müssten, wollte man die Partnerwahl analog zu einer Entscheidung zwischen Güterbündeln modellieren.

Dies heißt nicht unbedingt, dass die Entscheidung wirklich rational im Sinne eines bewussten Abwägens bestimmt sein muss. Das menschliche Gehirn ist derart komplex, dass wenige Chancen bestehen, den wirklichen Entscheidungsabläufen auf die Spur zu kommen. Für die Erklärung ökonomischer Phänomene ist dies aber auch nicht nötig. *Eine Theorie, welche ein Phänomen widerspruchsfrei und plausibel erklären kann und welche akzeptable Prognoseeigenschaften besitzt, wird für die Zwecke der Ökonomik als hinreichend angesehen.*

Was heißt „Erklärung“?

Betrachten wir als letztes Beispiel noch die Entscheidungen eines Süchtigen. Es erscheint schon fast definitionsgemäß ausgeschlossen, die Entscheidungen eines Süchtigen als rational bestimmt interpretieren zu wollen. Was kann an den Konsumentscheidungen eines Alkoholikers, eines Drogenabhängigen oder auch eines Rauchers rational sein? Er weiß, dass er seine Gesundheit ruiniert, dass er sein Humankapital verspielt und dass er das Netz seiner sozialen Beziehungen zerstört, wenn er das betreffende Suchtmittel weiter konsumiert, aber er tut es trotzdem. Man könnte versucht sein zu sagen: Der Süchtige ist nicht frei in seiner Entscheidung. Er muss seine Sucht befriedigen. Wird das Modell des Rationalverhaltens aber schon deshalb irrelevant? Wird der Rauschgiftsüchtige nicht trotz seiner Sucht sehr genau abwägen, ob er sich noch eine weitere Dosis leisten kann oder ob er zunächst andere dringende Bedürfnisse befriedigen muss? Wird er nicht nach dem preisgünstigsten Anbieter suchen? Eine der wichtigsten Implikationen des Modells des Rationalverhaltens ist die Aussage, dass Preisänderungen bei normalen Gütern zu entgegengesetzten Nachfrageänderungen führen. Eine derartige Reaktion lässt sich auch auf Drogenmärkten beobachten, und Drogen dürften für Süchtige durchaus normale Güter sein. Andernfalls wäre jede Drogenpolitik, welche die Nachfrage über die Preise zu beeinflussen versucht, vergeblich.¹¹⁰

Sucht

¹¹⁰ Zur Ökonomie der Sucht und zu den ökonomischen Aspekten in der Drogenpolitik vgl. z.B. AMLUNG/MACKILLOP (2011), BECKER (1996), BECKER/GROSSMAN/MURPHY (1991), BE-

Substanziale und instrumentelle Rationalität

Selbst Drogenabhängige scheinen sich also rational im Sinne der ökonomischen Theorie zu verhalten.

Wie ist dieser Widerspruch zwischen der intuitiven Bewertung und einer Bewertung, die auf den Axiomen des Rationalverhaltens basiert, zu erklären? *Der Hauptgrund liegt darin, dass bei einer intuitiven Bewertung auch die Zielsetzung des Handelnden Gegenstand der Bewertung ist, in der ökonomischen Bewertung dagegen nicht.* Für den Nichtökonomen drückt sich die Irrationalität des Süchtigen darin aus, dass er seiner Sucht nachgibt. Für den Ökonomen handelt der Süchtige irrational, wenn er seine Ressourcen nicht so einsetzt, dass er seine Bedürfnisse möglichst gut befriedigt. Die Bedürfnisse, auch das Bedürfnis nach Suchtmitteln, betrachtet der Ökonom als gegeben und nicht seiner Bewertung unterliegend. Diesen Umstand sollten wir uns immer wieder vor Augen führen, wenn wir versuchen, ein Phänomen mit Hilfe der Theorie des Haushalts zu erklären.

Übungsaufgabe 91

Ist das Sprichwort „Wer die Wahl hat, hat die Qual“ mit dem Verhaltensmodell der Mikroökonomik vereinbar?

Zusammenfassend können wir feststellen, dass fast alle Entscheidungen, welche von Haushalten getroffen werden, entweder in der Entscheidung über die Verwendung knapper Ressourcen bestehen oder eine derartige Entscheidung zumindest implizieren. In all diesen Fällen stellt das Modell des Rationalverhaltens einen Ansatz dar, dessen Erklärungswert nicht *a priori* verneint werden kann. Die Anwendung dieses Ansatzes ist grundsätzlich nicht auf jene Entscheidungen beschränkt, bei denen die Kosten und Erträge unmittelbar in monetären Einheiten gemessen werden können. Falls eine derartige Messung jedoch nicht möglich ist, ergeben sich allerdings zusätzliche Schwierigkeiten. Beispiele hierfür sind Entscheidungen bezüglich des Wohnorts, des Berufs, der Kinderzahl oder des Lebenspartners. Das Postulat des Rationalverhaltens wird nicht einmal durch das Verhalten von Süchtigen widerlegt. Auch diese Personen treffen Entscheidungen, welche im Rahmen des ökonomischen Modells als rational angesehen werden müssen, da die Mikroökonomik individuelle Präferenzen grundsätzlich als gegeben und keiner ökonomischen Bewertung unterliegend betrachtet.

Lösungen zu den Übungsaufgaben

Lösung zu Übungsaufgabe 1

Die WG bildet einen Haushalt bezüglich der Dinge, die gemeinsam gekauft werden. Die Budgetsumme dieses Haushalts beträgt 300 € pro Monat. Die Präferenzen dieses Haushalts werden durch Aggregation der drei individuellen Präferenzen gebildet. Darüber hinaus bildet jede Studentin für sich allein ebenfalls einen Haushalt, der über ein eigenes Budget (das monatliche Einkommen abzüglich der 100 € für die WG) und über eigene Präferenzen verfügt.

Lösung zu Übungsaufgabe 2

Da Gabi davon ausgeht, dass das Verhalten ihrer Mitbewohnerinnen keinen Einfluss auf ihren eigenen Nutzen hat, braucht sie deren Reaktion auf ihr eigenes Verhalten nicht zu berücksichtigen. Ihre Entscheidung ist deshalb autonom.

Lösung zu Übungsaufgabe 3

Eine derartige Situation tritt ein, wenn die beiden freien Güter jeweils komplementär zu knappen Gütern sind. Komplementarität bedeutet, dass ein Gut nur dann einen Nutzen stiftet, wenn es zusammen mit dem komplementären Gut konsumiert wird. Beispiel: Freie Güter seien ein Waldspaziergang oder der Besuch eines öffentlichen Freibades, welches keinen Eintritt kostet. In beiden Fällen wird zusätzlich das knappe Gut „Freizeit“ benötigt, ohne welches die beiden freien Güter „Waldspaziergang“ und „Schwimmbadbesuch“ nicht konsumiert werden können.

Eine derartige Situation tritt ebenfalls dann ein, wenn die Menge, die von den Gütern X_1 und X_2 insgesamt aufgenommen/konsumiert werden kann, beschränkt ist. Beispiel: Die Menge an Flüssigkeit, die pro Tag aufgenommen werden kann, ist begrenzt. Sind X_1 Wasser und X_2 Milch, so mag zwar jedes Gut für sich alleine die Sättigungsmenge nicht erreichen, beide Güter zusammen aber schon.

Lösung zu Übungsaufgabe 4

Die Auswahlregel des Konsumenten lautet: „Wähle jenes Modell, welches dir besser gefällt.“ Diese Regel wendet er auf alle paarweisen Vergleiche zwischen den 100 Modellen an. Sein Verhalten ist deshalb konsistent.

Lösung zu Übungsaufgabe 5

Selbst wenn es zuträfe, dass jedem Verhalten ein Ziel zugeordnet werden könnte, so wäre damit zwar eine *funktionelle* Abhängigkeit von Verhalten und Ziel gegeben, nicht aber eine *kausale* Abhängigkeit des Verhaltens vom Ziel. Instrumentelle Rationalität erfordert aber eine kausale Abhängigkeit des Verhaltens vom Ziel.

Lösung zu Übungsaufgabe 6

Die Ökonomik begnügt sich mit einer schwächeren Forderung an substanzIELL rationales Verhalten. Hier wird ein Verhalten bereits dann als substanzIELL rational angesehen, wenn der Entscheider das Ziel der Nutzenmaximierung verfolgt. Dabei bleibt es dem Entscheider überlassen, selbst festzulegen, was er als nützlich ansieht. Die Ökonomik fordert nicht, dass die Wahl des Ziels selber rational erfolgt.

Lösung zu Übungsaufgabe 7

Uneigennütziges Handeln wäre nur dann definitionsgemäß unmöglich, wenn man *jedes* Verhalten als eigennützig motiviert definieren würde. Eine derartige Definition ist zwar möglich, wäre aber nicht sinnvoll. Wir sind nämlich in vielen Fällen in der Lage, Handlungen in eine der beiden Kategorien „eigennützig“ oder „uneigennützig“ einzurichten. Dies schließt nicht aus, dass in anderen Fällen eine Einordnung nicht möglich ist.

Lösung zu Übungsaufgabe 8

Die Aussage ist falsch. Der Begriff Präferenz wird im Sinne von „ziehe vor“, oder „schätze höher“ verwendet. Er ist nicht gleichbedeutend mit der Wahl. Etwas zu wählen, was nicht präferiert wird, ist mit den Axiomen der Präferenztheorie vereinbar. Es widerspricht jedoch unserer Verhaltenshypothese.

Lösung zu Übungsaufgabe 9

Die Alternativenmenge, welche durch die Präferenzordnung geordnet wird, besteht aus den Ergebnissen alternativer Handlungsmöglichkeiten. Die gewählte Handlung ist eine Folge der getroffenen Entscheidung. Falls eine Entscheidung zu einer eindeutigen Handlung führt und einer Handlung ein eindeutiges Ergebnis zugeordnet ist, braucht nicht zwischen Entscheidung, Handlung und dem Ergebnis der Handlung unterschieden zu werden. In obigem Beispiel sind aber ein und derselben Handlung (Kauf eines Regenschirms bzw. Sonnenschirms) zwei unterschiedliche Ergebnisse zugeordnet, je nachdem, ob es regnet oder ob die Sonne scheint. Wenn der Konsument einmal den Regenschirm und ein anderes Mal den Sonnenschirm vorzieht, liegt dies nicht daran, dass sich seine Präferenzen geändert hätten, sondern daran, dass sich die Alternativenmenge geändert hat. Bei Re-

gen sieht die Alternativenmenge (d.h. die Ergebnisse, welche den Handlungsmöglichkeiten zugeordnet sind) anders aus als bei Sonnenschein.

Lösung zu Übungsaufgabe 10

Die vorangegangene Erfahrung („ich bin nass geworden“) könnte ein „Anker“ im Sinne dieser Theorie sein. Es könnte allerdings auch so sein, dass der Konsument das Wetter des Vortags als Indikator für das am Folgetag zu erwartende Wetter ansieht und unter dieser Erwartung seine Entscheidung trifft. Dann läge keine Präferenzänderung, sondern eine Änderung der Alternativen vor.

Lösung zu Übungsaufgabe 11

Im Hauptstrom der ökonomischen Theorie wird von den Kosten der Entscheidungsfindung aus Gründen der Vereinfachung abstrahiert. Es wird angenommen, dass der Entscheidungsprozess – und damit auch die Informationsbeschaffung – keine Kosten verursacht. Daraus folgt, dass jeder Entscheider über alle Alternativen – also in diesem Beispiel das gesamte Autoangebot – informiert ist. Würde man die Kosten der Informationsbeschaffung berücksichtigen, so müsste der Autokäufer zusammen mit dem Kauf entscheiden, welche Alternativenmenge er betrachten will. Unter dieser Bedingung könnte eine Präferenzordnung, welche lediglich die örtlich angebotenen Fahrzeuge umfasst, „vollständig“ im Sinne der Präferenztheorie sein.

Lösung zu Übungsaufgabe 12

Da die Präferenz für die einzelnen Alternativen unabhängig davon ist, in welcher Reihenfolge sie beurteilt werden, ist die Präferenzordnung transitiv. Der Umstand, dass sich die Präferenzordnung in Abhängigkeit von der „Verankerung“ ändert, widerspricht nicht dem Transitivitätsaxiom, wohl aber der Annahme einer stabilen Präferenzordnung.

Lösung zu Übungsaufgabe 13

Die Umweltbedingungen beeinflussen das Ergebnis einer Handlung, und damit in der Regel auch den Nutzen, den die Güterbündel dem Konsumenten stiften. Der „Rahmen“, in welchem Güterbündel präsentiert werden, beeinflusst das Ergebnis dagegen nicht. Deshalb ist der Framing-Effekt nicht gleichzusetzen mit einer Änderung der Umweltbedingungen.

Lösung zu Übungsaufgabe 14

- Da nichts darüber ausgesagt wird, wie die konsumierten Mengen den Nutzen beeinflussen, weiß man nur, dass die Indifferenzkurven aus einem oder mehreren einzelnen Punkten bestehen, die nicht miteinander verbunden sind.

- b) Die Indifferenz-„Kurve“ bestünde nur aus einem einzigen Punkt mit den Koordinaten $X_1 = 1$ und $X_2 = 1$.

Lösung zu Übungsaufgabe 15

- a) Eine lexikografische Präferenzordnung erfüllt die Annahme der Nichtsättigung. Die erste Gleichung in dem Exkurs drückt die Annahme der Nichtsättigung aus.
- b) Da für die lexikografische Präferenzrelation $X^{(A)} \sim X^{(B)} \Leftrightarrow X^{(A)} = X^{(B)}$ gilt, braucht die Transitivität nur für die Relation " \succ " gezeigt zu werden. Sei $X^{(A)} \succ X^{(B)} \succ X^{(C)} \Rightarrow X_1^{(A)} \geq X_1^{(B)} \geq X_1^{(C)}$. Falls $X_1^{(A)} > X_1^{(B)}$ oder $X_1^{(B)} > X_1^{(C)}$, folgt $X_1^{(A)} > X_1^{(C)}$ und damit $X^{(A)} \succ X^{(C)}$. Andernfalls gilt $X_1^{(A)} = X_1^{(C)}$ und $X_2^{(A)} > X_2^{(B)} > X_2^{(C)}$, woraus ebenfalls $X^{(A)} \succ X^{(C)}$ folgt.

Lösung zu Übungsaufgabe 16

Kein Lösungsvorschlag

Lösung zu Übungsaufgabe 17

Die Annahme der Unersättlichkeit besagt, dass eine zusätzliche Einheit eines Gutes stets einen positiven Grenznutzen stiftet, unabhängig davon, welche anderen Gütermengen gleichzeitig konsumiert werden. In obigem Fall ist die Unersättlichkeitsannahme deshalb nicht erfüllt.

Lösung zu Übungsaufgabe 18

Ja! Vgl. z.B. die Indifferenzkurven in der folgenden Abbildung:

Gut 2

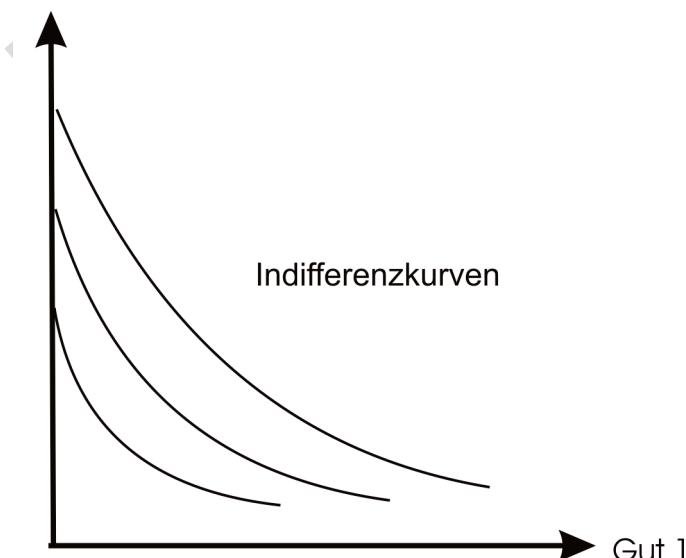


Abbildung (L 18):

Lösung zu Übungsaufgabe 18

Aufgrund des Vollständigkeitsaxioms muss jedes Güterbündel (also auch die Güterbündel auf den Achsen) zu einer Indifferenzkurve gehören.

Lösung zu Übungsaufgabe 19

$GRS(X_2, X_1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{3[\text{Euro}]}{1[X_1 - \text{Einheit}]}$. Die Grenzrate der Substitution beträgt also 3 € pro X_1 -Einheit.

Lösung zu Übungsaufgabe 20

Güterbündel bestehen aus Mengen der einzelnen Güter. Diese Mengen können auch null sein. Es gibt deshalb auch solche Bündel, welche die Menge null von allen Gütern oder lediglich von einem einzigen Gut eine positive Menge enthalten. Da die Präferenzordnung vollständig sein muss, um den Rationalitätsaxiomen zu genügen, muss sie sämtliche Güterbündel ordnen, also sowohl jene, welche mehr als ein Gut enthalten, als auch solche, welche ein einziges Gut enthalten. In diesem Sinne bezieht sich die Präferenzordnung deshalb stets auf Güterbündel.

Lösung zu Übungsaufgabe 21

Betrachten wir die beiden Konsumenten A und B . Wenn beide eine Einheit des Gutes X erhalten, so steige der Nutzen des A um drei Einheiten A -Nutzen, der des B um drei Einheiten B -Nutzen. Können wir jetzt sagen, der Nutzen der beiden Konsumenten sei um den gleichen Betrag gestiegen? Nein, das könnten wir nur, wenn die beiden Nutzen interpersonell vergleichbar wären, also in den gleichen Nutzeneinheiten gemessen würden. Intrapersonelle Vergleichbarkeit, d.h. die Vergleichbarkeit zweier Nutzenzustände für ein und dieselbe Person impliziert noch keine interpersonelle Vergleichbarkeit. Umgekehrt impliziert interpersonelle Vergleichbarkeit aber intrapersonelle Vergleichbarkeit.

Lösung zu Übungsaufgabe 22

Beide Schreibweisen sind möglich, da $X = (X_1, X_2)$ ein Vektor der Gütermengen X_1, X_2 ist.

Lösung zu Übungsaufgabe 23

Nein! Beispielsweise gilt $V(1,3) = V(2,2) = 16$, aber $U(1,3) = 10 \neq 8 = U(2,2)$.

Lösung zu Übungsaufgabe 24

$$GRS(2,1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$U_1 = \alpha \frac{X_1^\alpha X_2^\beta}{X_1} = \frac{U}{X_1} \alpha$$

$$U_2 = \beta \frac{X_1^\alpha X_2^\beta}{X_2} = \frac{U}{X_2} \beta$$

$$GRS(2,1) = \frac{X_2}{X_1} \frac{\alpha}{\beta}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 25

a) $X_2 = U - 3X_1 \Rightarrow GRS(2,1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = 3$ oder $GRS(2,1) = \frac{U_1}{U_2} = \frac{3}{1} = 3$.

Gut 2

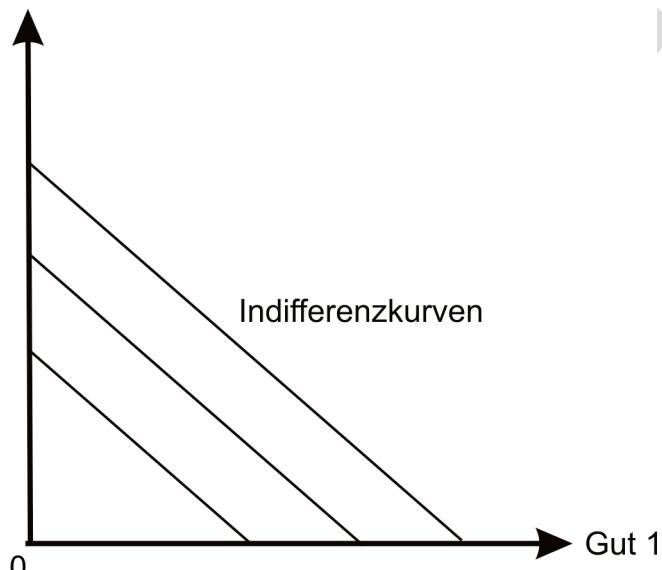


Abbildung (L 25a): Lösung zu Übungsaufgabe 25a

b) $X_2 = \frac{U^{\frac{1}{2}}}{X_1} \Rightarrow GRS(2,1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{U^{\frac{1}{2}}}{X_1^2} = \frac{X_2}{X_1}$ oder

$$GRS(2,1) = \frac{U_1}{U_2} = \frac{2X_1 X_2 X_2}{2X_1 X_2 X_1} = \frac{X_2}{X_1}.$$

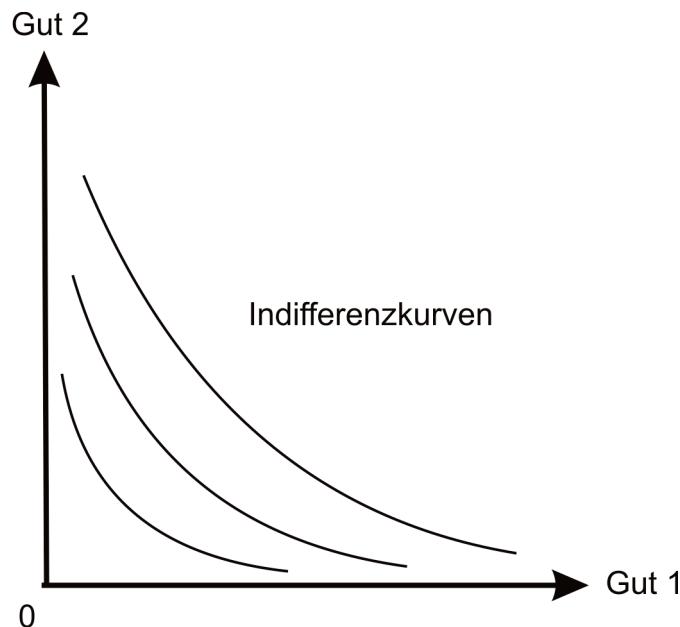


Abbildung (L 25b)

Lösung zu Übungsaufgabe 25b

$$\text{c) } U^2 = X_1^2 + X_2^2 \Rightarrow X_2^2 = U^2 - X_1^2 \Rightarrow X_2 = (U^2 - X_1^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$GRS(2,1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{1}{2}(U^2 - X_1^2)^{-\frac{1}{2}}(2X_1) = \frac{X_1}{X_2} \text{ oder}$$

$$GRS(2,1) = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)^{-\frac{1}{2}}2X_1}{\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)^{-\frac{1}{2}}2X_2} = \frac{X_1}{X_2}.$$

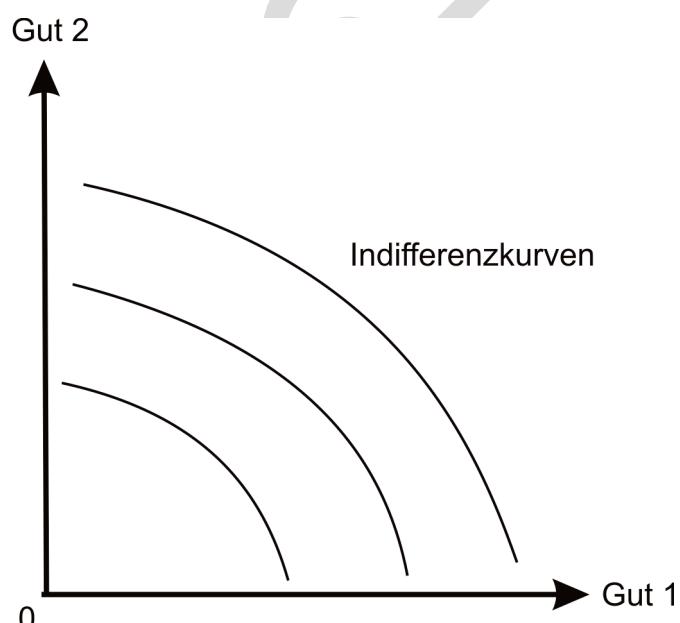


Abbildung (L 25c):

Lösung zu Übungsaufgabe 25c

$$d) \quad X_2 = \frac{e^U}{X_1} \Rightarrow GRS(2,1) = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{e^U}{X_1^2} = \frac{X_1 X_2}{X_1^2} = \frac{X_2}{X_1} \text{ oder}$$

$$GRS(2,1) = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{X_1}}{\frac{1}{X_2}} = \frac{X_2}{X_1}.$$

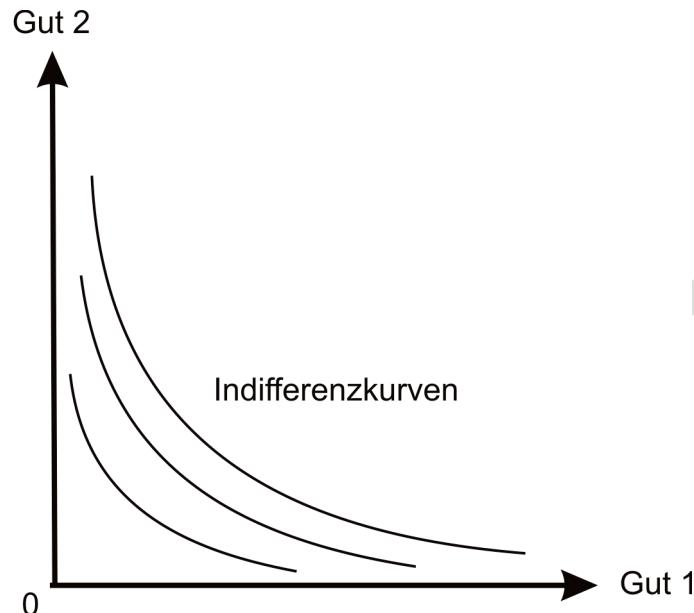


Abbildung (L 25d): Lösung zu Übungsaufgabe 25d

Lösung zu Übungsaufgabe 26

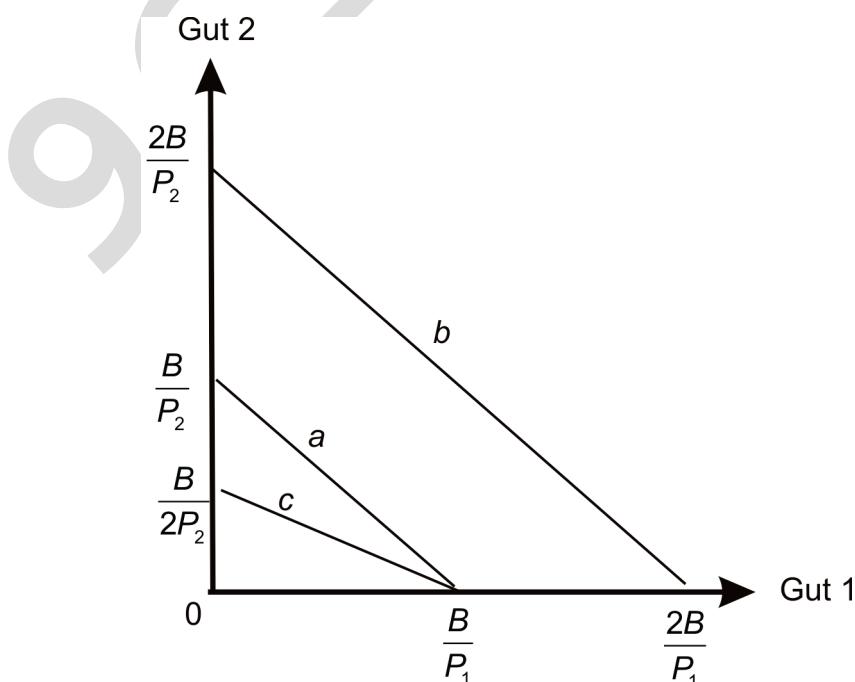


Abbildung (L 26): Lösung zu Übungsaufgabe 26

Lösung zu Übungsaufgabe 27

Bezeichnet man die Ausgaben für die sonstigen Konsumgüter mit C , die Ausgaben für den Mietwagen mit M und die Anzahl der Kilometer mit X , so lautet die Budgetrestriktion

$$B = C + M \text{ mit}$$

$$M = \begin{cases} 0 & \text{für } X = 0 \\ 50 + 0,1X & \text{für } 0 < X \leq 100 \\ 50 + 0,1 \cdot 100 + 0,05(X - 100) & \text{für } X > 100 \end{cases}$$

Die maximale Kilometerzahl, die der Haushalt sich leisten kann, berechnet sich aus:

$C = 0, B > 60 \Rightarrow$ Der Haushalt kann mehr als 100 km fahren. Somit:

$$B = M = 50 + 0,1 \cdot 100 + 0,05(X - 100) = 50 + 10 + 0,05X - 5 = 55 + 0,05X$$

$$\Rightarrow X = \frac{B - 55}{0,05} = 20B - 1100.$$

Nebenrechnung:

$$\text{für } X = 0: C = B,$$

$$\text{für } 0 < X < 100: B = C + 50 + 0,1X \Leftrightarrow B - 50 = C + 0,1X.$$

$$(\text{Daraus folgt für } X = 100: C = B - 60.)$$

$$\text{für } X > 100:$$

$$B = C + 55 + 0,05X \Leftrightarrow B - 55 = C + 0,05X.$$

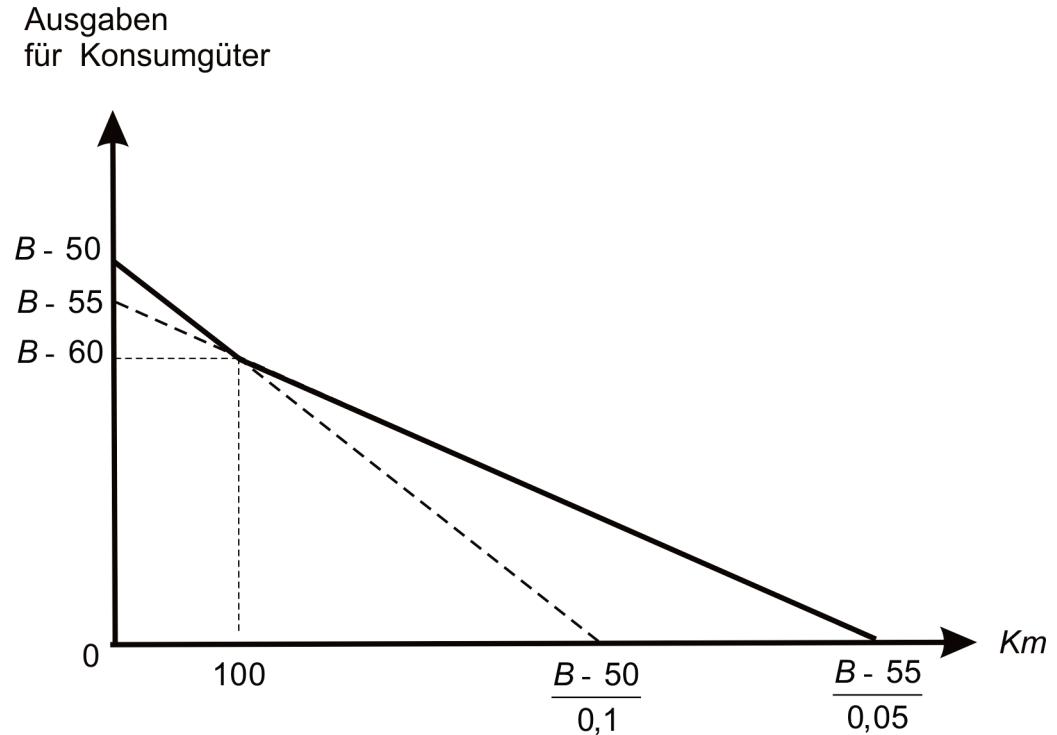


Abbildung (L 27): Lösung zu Übungsaufgabe 27

Lösung zu Übungsaufgabe 28

$$P \left[\frac{X_2 - \text{Einheiten}}{X_1 - \text{Einheiten}} \right] = \frac{P_1 \left[\frac{\text{Euro}}{X_1 - \text{Einheiten}} \right]}{P_2 \left[\frac{\text{Euro}}{X_2 - \text{Einheiten}} \right]} = \frac{P_1 [X_2 - \text{Einheiten}]}{P_2 [X_1 - \text{Einheiten}]}$$

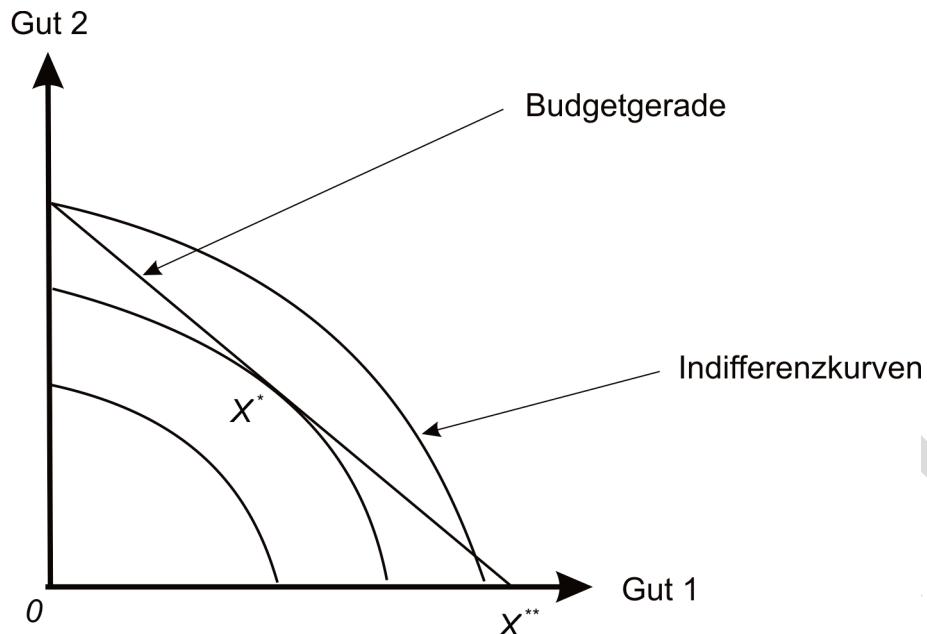
Lösung zu Übungsaufgabe 29

Abbildung (L 29): Lösung zu Übungsaufgabe 29

- a) X^* ist das nutzenminimale Bündel, welches das Budget ausschöpft.
- b) In obigem Fall stellt X^{**} das nutzenmaximale erreichbare Güterbündel dar.

Machen Sie sich bitte klar, dass bei anderem Kurvenverlauf auch beide Randlösungen nutzenmaximale Gleichgewichtslösungen darstellen können.

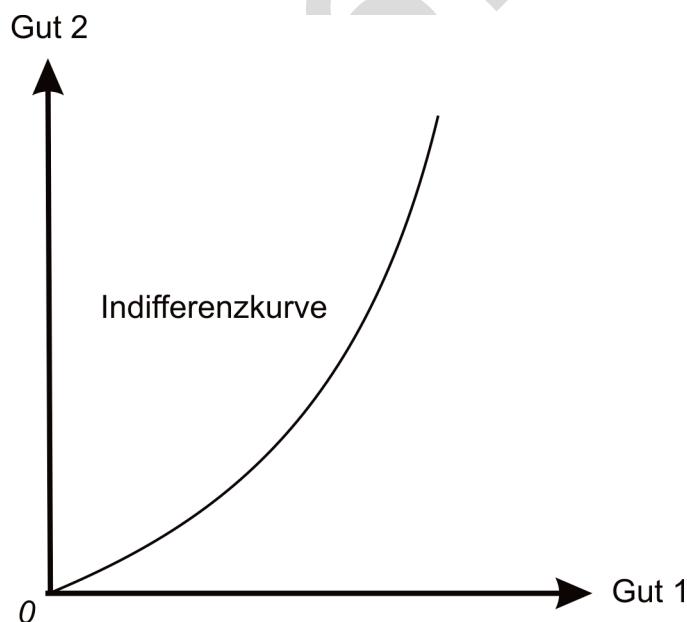
Lösung zu Übungsaufgabe 30

Abbildung (L 30): Lösung zu Übungsaufgabe 30

Lösung zu Übungsaufgabe 31

Für die streng monoton steigende Transformation der Nutzenfunktion $U = U(X)$ gilt: $V = F[U(X)]$ mit $F' > 0$. Dann ist $\lambda = F' \frac{U_i}{P_i}$. Der Grenznutzen des Geldes ist also nicht invariant gegenüber steigenden Transformationen der Nutzenfunktion, sondern hängt von F' ab.

Lösung zu Übungsaufgabe 32

Die Lösung erhält man aus den Bedingungen 1. Ordnung für ein Maximum der Lagrangefunktion:

$$\Lambda = X_1^{0,8} X_2^{0,4} + \lambda [60 - 5X_1 - 10X_2]$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_1} = 0,8 \frac{X_1^{0,8} X_2^{0,4}}{X_1} - 5\lambda = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_2} = 0,4 \frac{X_1^{0,8} X_2^{0,4}}{X_2} - 10\lambda = 0$$

$$\Rightarrow 2 \frac{X_2}{X_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow X_1 = 4X_2.$$

Einsetzen in die Budgetbedingung ergibt $60 = 20X_2 + 10X_2 \Rightarrow X_1 = 8, X_2 = 2$.

Lösung zu Übungsaufgabe 33

Falls sich Ina Bleich die Mühe machte, im Internet die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Anzahl von Sonnentagen in der fraglichen Zeit in Erfahrung zu bringen, könnte sie ihre Entscheidung unter Risiko treffen. Macht sie sich diese Mühe nicht, muss sie eine Entscheidung unter Ungewissheit treffen.

Lösung zu Übungsaufgabe 34

Es könnte sich z.B.

- um das Wirtschaftswachstum auf den wichtigsten Absatzmärkten für die betreffenden Unternehmen,
- um die Preisentwicklung,
- um die Realisierung von Produkts- und Verfahrensinnovationen,
- um regulierendes Eingreifen des Staates bzw. der Staaten oder
- um das Wetter (wichtig für landwirtschaftliche Produktion, Versicherungen, Tourismusbranche) handeln.

Die Zustände sind zwar für alle Unternehmen identisch, sie haben aber nicht für alle Unternehmen die gleichen Auswirkungen auf deren Aktienkurse. Unwetter in

einer bestimmten Region treffen zwar alle Unternehmen in dieser Region, die Auswirkungen auf landwirtschaftliche Unternehmen, den Tourismus oder die Versicherungsbranche dürften aber ungleich höher sein als z.B. die Auswirkungen auf die Fahrzeugbranche.

Lösung zu Übungsaufgabe 35

Der Prospekt eines sicheren Ertrages enthält einen einzigen Ertragswert, welcher mit einer Wahrscheinlichkeit von eins eintritt. Sichere Erträge sind Spezialfälle von Prospekten und Entscheidungen unter Sicherheit sind Spezialfälle von Entscheidungen unter Unsicherheit.

Lösung zu Übungsaufgabe 36

a) Erwartungsnutzen des Prospekts $A : \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$.

$$B : 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

b) Erwartungsnutzen des Prospekts $A : \frac{1}{2} \cdot 0^2 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$.

$$B : 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 37

$$V(Y_i) = w_i \text{ mit } w_i = \frac{Y_i}{100} \Rightarrow V(Y_i) = \frac{Y_i}{100} \text{ (Normierung).}$$

Lösung zu Übungsaufgabe 38

Da nach der Erwartungsnutzenfunktion aus Übungsaufgabe 37 die Nutzenzahl eines sicheren Ertrages identisch mit dem Ertrag geteilt durch 100 ist, ist der erwartete Nutzen gleich dem Erwartungswert des Ertrages geteilt durch 100. Demnach ergibt sich:

$$E[V(Y)] = 0,02 \frac{53}{100} + 0,35 \frac{96}{100} + 0,57 \frac{1024}{100} + 0,06 \frac{6237}{100} = 9,9256.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 39

- a) Der Erwartungswert des Ertrages ist $E(X) = 0,4 \cdot 25 + 0,6 \cdot 9 = 15,4$.
- b) Der erwartete Nutzen beträgt $E[U(X)] = 0,4\sqrt{25} + 0,6\sqrt{9} = 3,8$.
- c) $U(X_s) = 3,8 \Leftrightarrow \sqrt{X_s} = 3,8$. Dann ist $X_s = 3,8^2 = 14,44$.

Lösung zu Übungsaufgabe 40

Damit der Anleger bereit ist, die Anlage zu tätigen, muss gelten $X_s \geq 15$.

$$V(X_s) = E[V(X)] = \alpha 20^2 + (1-\alpha)10^2 = 300\alpha + 100$$

$$\Rightarrow X_s = \sqrt{300\alpha + 100}$$

$$\sqrt{300\alpha + 100} \geq 15$$

$$\Leftrightarrow 300\alpha + 100 \geq 225$$

$$\Leftrightarrow \alpha \geq \frac{125}{300} \approx 0,42.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 41

- a) Falls der Student risikoneutral ist, ist der erwartete Nutzen der Wette für $w < \frac{90}{190} \approx 0,474$ negativ. Dabei bezeichne w die Wahrscheinlichkeit, die Klausur zu bestehen. Da der Student mit dieser Möglichkeit rechnet, steht die Ablehnung im Einklang mit der Erwartungsnutzentheorie.
- b) Falls der Student stark risikoscheu ist, kann der erwartete Nutzen der Wette trotz der hohen Wahrscheinlichkeit für ein Bestehen der Wette negativ sein. Die Ablehnung widerspricht nicht der Erwartungsnutzentheorie.
- c) Dieser Grund widerspricht nicht den Axiomen der Erwartungsnutzentheorie, da der mögliche Verlust mit einem unendlich hohen negativen Nutzen verbunden wäre.
- d) Auch diese Begründung steht im Einklang mit der Erwartungsnutzentheorie. Tatsächlich verlangt die Theorie sogar, dass bei der Wahl zwischen zwei Projekten jener gewählt wird, welcher den höheren Erwartungsnutzen stiftet.

Lösung zu Übungsaufgabe 42

Sofern sich die Wahrscheinlichkeiten auf zwei unterschiedliche Zustände der Welt beziehen und diese Zustände sowie deren Eintrittswahrscheinlichkeiten für alle Prospekte identisch sind, ist die Frage zu verneinen. Die Zustände führen zwar zu unterschiedlichen Erträgen bei den einzelnen Prospekten, da die Wahrscheinlichkeiten identisch sind, sind jedoch die Steigungen der Indifferenzkurven in ihren jeweiligen Schnittpunkten mit der 45° -Linie identisch.

Lösung zu Übungsaufgabe 43

Im Optimum muss nach (2.3-35) gelten:

$(1-P)(1-w)V'(Y - PD - S + D) = PwV'(Y - PD)$. Falls $P = w$ gilt (faire Versicherung) ist dies äquivalent zu

$$0,25V'(Y - 0,5D - S + D) = 0,25V'(Y - 0,5D).$$

Aus $V' = \frac{1}{2}Y^{-\frac{1}{2}}$ folgt

$$\frac{1}{8}(Y - 0,5D - S + D)^{-0,5} = \frac{1}{8}(Y - 0,5D)^{-0,5} \Rightarrow$$

$$Y - 0,5D - S + D = Y - 0,5D \Rightarrow D = S.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 44

Im Optimum muss gelten (vgl. 2.3-44):

$$\frac{wV'(G_g)}{(1-w)V'(G_s)} = \frac{P_g}{P_s}.$$

Da $V' = 0,5G^{-0,5}$, folgt nach Einsetzen der gegebenen Werte:

$$\frac{0,5 \frac{G_g^{-0,5}}{G_s^{-0,5}}}{0,5} = \frac{0,6}{0,3} \Rightarrow \left(\frac{G_g}{G_s}\right)^{-0,5} = 2 \Rightarrow G_g = \frac{1}{4}G_s.$$

Setzt man diesen Wert für G_g in die Budgetgleichung ein, erhält man

$$B = \frac{6}{10} \frac{1}{4}G_s + \frac{3}{10}G_s = \left(\frac{6}{40} + \frac{12}{40}\right)G_s = \frac{9}{20}G_s \text{ oder}$$

$$G_s = \frac{20}{9}B. \text{ Dann ist } G_g = \frac{5}{9}B.$$

Da der relative Preis für das Gut im guten Zustand höher ist als die relative Wahrscheinlichkeit $w/(1-w)$ für den Eintritt dieses Zustands, wird weniger von diesem Gut und mehr von dem Gut im schlechten Zustand gekauft: $G_g = \frac{1}{4}G_s$.

Lösung zu Übungsaufgabe 45

Das Gleichungssystem enthält $n \cdot m$ Gleichungen (n Gleichungen für jeden der m Zustände) plus die Ableitung nach dem Lagrange-Multiplikator λ . Es gibt also insgesamt $n \cdot m + 1$ Bedingungen 1. Ordnung.

Lösung zu Übungsaufgabe 46

Aktion	Zustände						Min
	A	B	C	D	E	F	
1	12	7	1	8	-5	3	-5
2	16	-9	7	15	2	4	-9
3	-5	10	10	10	3	11	-5
4	2	3	4	5	6	7	2
5	23	100	-90	40	-50	0	-90

Der Entscheider sollte die Aktion 4 wählen, da sein minimaler Gewinn in diesem Fall 2 beträgt und somit größer ist als bei irgendeiner anderen der vier Aktionen.

Lösung zu Übungsaufgabe 47

Aus dem Bayes'chen Theorem folgt für die Korrektur einer bedingten Schätzung

$$w(K|P) = \frac{w(P|K)}{w(P)} w(K) = \frac{0,2}{0,4} 0,6 = 0,3.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 48

Die Lagrangefunktion lautet

$$\Lambda = X_1 X_2 + \lambda(B - P_1 X_1 - P_2 X_2).$$

Daraus ergeben sich die Bedingungen 1. Ordnung zu:

$$(1) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial X_1} = X_2 - \lambda P_1 = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial X_2} = X_1 - \lambda P_2 = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = B - P_1 X_1 - P_2 X_2 = 0.$$

Aus (1) und (2) folgt: $\frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2}$ und damit $X_2 = \frac{P_1}{P_2} X_1$.

Setzt man diesen Ausdruck in (3) ein, ergibt sich:

$$B - P_1 X_1 - P_2 \frac{P_1}{P_2} X_1 = B - (P_1 + P_2) X_1 = 0,$$

$$X_1^* = \frac{B}{2P_1} \text{ und } X_2^* = \frac{B}{2P_2}.$$

In diesem speziellen Fall hängt die Nachfrage nach einem Gut also nur von der Budgetsumme und dem Preis dieses Gutes, nicht aber von dem Preis des anderen Gutes ab.

Lösung zu Übungsaufgabe 49

a) $\frac{\partial U}{\partial X_1} = 20 - 2X_1 = 0 \Rightarrow X_1^* = 10$

$$\frac{\partial U}{\partial X_2} = 18 - 6X_2 = 0 \Rightarrow X_2^* = 3.$$

b) $X_2 = 5 - X_1$

$$U = 20X_1 - X_1^2 + 18(5 - X_1) - 3(5 - X_1)^2$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 20 - 2X_1 + 18(-1) - 6(5 - X_1)(-1) = 32 - 8X_1 = 0$$

$$\Rightarrow X_1^* = 4 \text{ und } X_2^* = 1.$$

- c) Die Nutzenfunktion widerspricht der Annahme der Nichtsättigung, da sie ein globales Maximum bei $X_1^* = 10$ und $X_2^* = 3$ besitzt.

Lösung zu Übungsaufgabe 50

- Aussage a ist zutreffend. Die Nachfrage nach Gut 2 steigt, obgleich das Einkommen sinkt.
- Aussage b ist zutreffend. Falls der neue Konsumpunkt in der Nähe von e liegt, ist Gut 2 inferior, liegt er in der Nähe von f , ist Gut 2 normal, besitzt er exakt den selben Ordinatenabschnitt wie b , so ist Gut 2 einkommensunabhängig.
- Aussage c ist falsch. Falls der neue Konsumpunkt in der Nähe von g liegt, ist Gut 1 inferior.
- Aussage d ist zutreffend. Die Nachfrage nach Gut 1 steigt, obgleich das Einkommen sinkt.

Lösung zu Übungsaufgabe 51

Ein Luxusgut zeichnet sich dadurch aus, dass die Nachfrage mit steigendem Einkommen überproportional zunimmt. In diesem Fall muss die Einkommens-Konsum-Kurve gekrümmkt sein. Wenn von zwei Gütern das eine ein Luxusgut ist, muss das andere ein normales, notwendiges oder ein inferiores Gut sein. Wenn keines der beiden Güter ein Luxusgut sein soll, muss die Einkommens-Konsum-Kurve eine Gerade sein.

Lösung zu Übungsaufgabe 52

Der Zusammenhang zwischen X_1^* und X_2^* wird gegeben durch $X_2^* = \frac{P_1}{P_2} X_1^*$.

Die beiden Gütern werden also in einem festen Mengenverhältnis nachgefragt.
Dann ist die Einkommens-Konsum-Kurve eine Gerade durch den Ursprung.

9611711

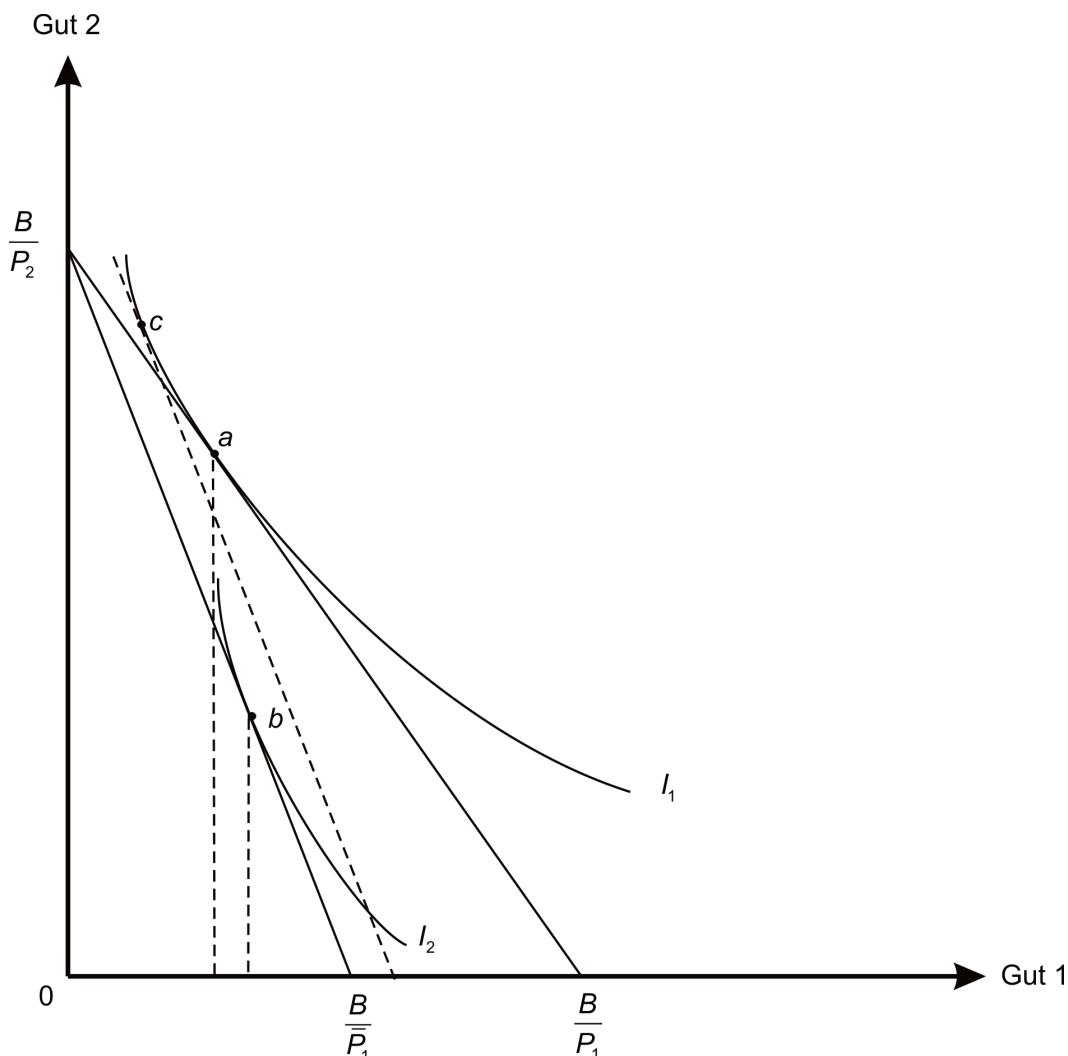
Lösung zu Übungsaufgabe 53

Abbildung (L53): Lösung zu Übungsaufgabe 53

Preiseffekt: von **a** nach **b**

Substitutionseffekt: von **a** nach **c**

Einkommenseffekt: von **c** nach **b**

Lösung zu Übungsaufgabe 54

- a) Falls i inferior ist, gilt $\frac{\partial X_i}{\partial B} < 0$. Da $\left. \frac{\partial X_i}{\partial P_j} \right|_{U=konst.}$ stets positiv ist, folgt $\frac{\partial X_i}{\partial P_j} > 0$. Gut i ist also ein Substitut zu Gut j .

- b) Falls i ein normales Gut ist, gilt $\frac{\partial X_i}{\partial B} > 0$. Da $\left. \frac{\partial X_i}{\partial P_j} \right|_{U=konst.}$ stets positiv ist, folgt $\frac{\partial X_i}{\partial P_j} < 0$, falls der Einkommenseffekt größer ist als der Substitutionseffekt.

Lösung zu Übungsaufgabe 55

- Das Einkommen ist höher als vor der Preisänderung, wie sich aus der Abbildung ergibt. Aus dem Vergleich der Achsenabschnitte folgt $\bar{B} > B$.
- Das Einkommen würde nicht ausreichen, um das alte Konsumgüterbündel zu kaufen. Punkt **a** liegt rechts von der durch **c** verlaufenden Budgetgeraden.

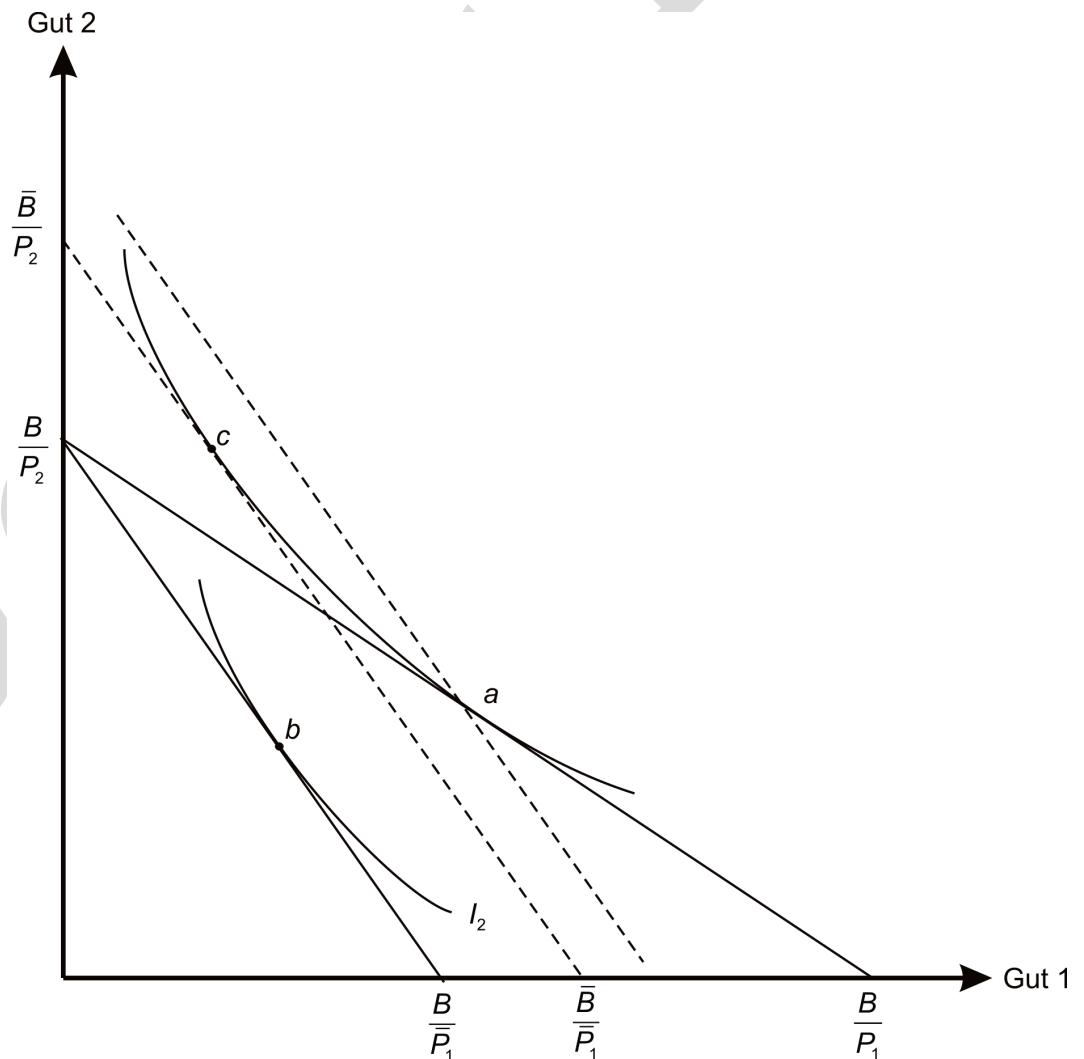


Abbildung (L 55): Lösung zu Übungsaufgabe 55

Lösung zu Übungsaufgabe 56

- a) Im Intervall c-d gilt: $\frac{\partial X_2}{\partial P_1} > 0$, $\frac{\partial X_2}{\partial B} < 0$ und $\frac{\partial X_1}{\partial B} > 0$. Falls der neue Konsumpunkt in diesem Bereich liegt, muss Gut 1 ein normales und Gut 2 ein inferiores Gut sein, wobei Gut 2 ein Substitut zu Gut 1 ist.
- b) Im Intervall d-e gilt: $\frac{\partial X_2}{\partial P_1} > 0$, $\frac{\partial X_2}{\partial B} > 0$ und $\frac{\partial X_1}{\partial B} > 0$. Gut 2 ist jetzt ein normales Gut. Gut 2 ist ein Substitut zu Gut 1.
- c) Im Intervall e-f gilt: $\frac{\partial X_2}{\partial P_1} < 0$, $\frac{\partial X_2}{\partial B} > 0$ und $\frac{\partial X_1}{\partial B} > 0$. Beide Güter sind normale Güter. Gut 2 ist jetzt ein Komplement zu Gut 1.
- d) Im Intervall f-g gilt: $\frac{\partial X_2}{\partial P_1} < 0$, $\frac{\partial X_2}{\partial B} > 0$ und $\frac{\partial X_1}{\partial B} < 0$. Gut 1 ist jetzt inferior.
- e) Im Intervall g-h gilt: $\frac{\partial X_2}{\partial P_1} > 0$, $\frac{\partial X_2}{\partial B} > 0$ und $\frac{\partial X_1}{\partial B} < 0$. Gut 1 ist jetzt ein Giffen-Gut.

Zusammengefasst ergibt sich:

- a) Gut 2 ist ein Substitut zu Gut 1 in dem Bereich c-e.
- b) Gut 2 ist ein Komplement zu Gut 1 in dem Bereich e-h.
- c) Gut 2 ist ein normales Gut in dem Bereich d-h.
- d) Gut 2 ist ein inferiores Gut in dem Bereich c-d.
- e) Gut 1 ist ein normales Gut in dem Bereich c-f.
- f) Gut 1 ist ein inferiores Gut in dem Bereich f-h.
- g) Gut 1 ist ein Giffen-Gut in dem Bereich g-h.

Lösung zu Übungsaufgabe 57

Die Einkommens-Konsum-Kurve ist die Verbindungsgerade der optimalen Konsumpunkte im Konsumraum bei einer Variation der Budgetsumme.

Die Preis-Konsum-Kurve ist die Verbindungsgerade der optimalen Konsumpunkte im Konsumraum bei einer Variation des Preises einer der beiden Güter.

Lösung zu Übungsaufgabe 58

Bei einer kompensierten Preissenkung müssen die Konsumenten einen Teil ihres „Real“-Einkommensanstiegs abtreten. Diese Abtretung ist bei einer Einkommenskompensation geringer als bei einer Nutzenkompensation, da die Konsumenten im Falle der Einkommenskompensation weiterhin in der Lage sein sollen, ihren ursprünglichen Konsumpunkt zu erreichen, während dies bei einer Nutzenkompensation nicht gefordert wird.

Bei einer Preissteigerung sinkt das Realeinkommen im Falle einer Einkommenskompensation nicht, bei einer Nutzenkompensation etwas und bei Fehlen einer Kompensation im vollen Umfang der Preissteigerung. Entsprechend liegt die einkommenskompensierte Preis-Konsum-Kurve bei einer Preissteigerung oberhalb der nutzenkompensierten und diese oberhalb der nicht kompensierten Preis-Konsum-Kurve.

Lösung zu Übungsaufgabe 59

Die Lagrangefunktion zur Ableitung der Marshall'schen Nachfragefunktion lautet $\Lambda = X_1^\alpha X_2^\beta + \lambda [B - P_1 X_1 - P_2 X_2]$. Die Bedingungen 1. Ordnung für ein Maximum lauten dann:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_1} = \alpha \frac{U}{X_1} - \lambda P_1 = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_2} = \beta \frac{U}{X_2} - \lambda P_2 = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = B - P_1 X_1 - P_2 X_2 = 0.$$

Daraus folgt:

$\frac{\alpha}{\beta} \frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2}$ und damit $X_2 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} X_1$. Da die Budgetsumme gegeben ist, muss dieser Ausdruck in die Budgetgleichung eingesetzt und Letztere nach X_1 aufgelöst werden, um die Nachfragefunktion für X_1 zu erhalten:

$$B = P_1 X_1 + P_2 \left[\frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} X_1 \right] = P_1 X_1 \left[1 + \frac{\beta}{\alpha} \right]$$

$$X_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{1}{P_1} B \text{ und } X_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{1}{P_2} B.$$

Für die Hicks'sche Nachfragefunktion ist der Nutzen konstant, deshalb muss der Optimierungsansatz geschrieben werden als

$$\Lambda = P_1 X_1 + P_2 X_2 + \lambda [\bar{U} - X_1^\alpha X_2^\beta].$$

Die Bedingungen 1. Ordnung sind identisch mit jenen der Marshall'schen Nachfragefunktion. Deshalb gilt auch hier $X_2 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} X_1$. Da jetzt aber der Nutzen und nicht das Budget gegebene Größen sind, muss $X_2 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} X_1$ in die Nutzenfunktion eingesetzt und nach X_1 aufgelöst werden, um die Hicks'sche Nachfragefunktion zu erhalten:

$$\bar{U} = X_1^\alpha \left[\frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} X_1 \right]^\beta = \left[\frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} \right]^\beta X_1^{\alpha+\beta}$$

$$X_1^{H^*} = \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} U^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \text{ und } X_2^{H^*} = \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} U^{\frac{1}{\alpha+\beta}}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 60

$$AU = P_1 X_1^{H^*} + P_2 X_2^{H^*}$$

$$AU = P_1 \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \bar{U}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + P_2 \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \bar{U}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$= \left[P_1 \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + P_2 \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right] \bar{U}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = \left[P_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{2}} + P_2 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \bar{U}$$

$$= \left[(P_1 P_2)^{\frac{1}{2}} + (P_1 P_2)^{\frac{1}{2}} \right] \bar{U}$$

$$AU = 2(P_1 P_2)^{\frac{1}{2}} \bar{U}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 61

Die Ausgabenfunktion lautet $AU = 2(P_1 P_2)^{\frac{1}{2}} \bar{U}$. Dann ist

$$\frac{\partial AU}{\partial P_1} = (P_1 P_2)^{\frac{1}{2}} P_2 \bar{U} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{2}} \bar{U}.$$

Aus Übungsaufgabe 59 ergibt sich für $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$ $X_1^{H^*} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{2}} \bar{U}$.

Also ist $\frac{\partial AU}{\partial P_1} = X_1^{H^*}$ und der Satz von Shephard somit erfüllt. (Analog für P_2).

Lösung zu Übungsaufgabe 62

Da Nutzenmaximierung und Ausgabenminimierung zu demselben optimalen Konsumgüterbündel führen, können beide Ansätze gewählt werden, um dieses Bündel zu bestimmen. Aus Übungsaufgabe 48 wissen wir, dass $X_1^* = \frac{B}{2P_1}$

und $X_2^* = \frac{B}{2P_2}$. Setzt man diese Ausdrücke in die Nutzenfunktion ein, ergibt sich

$$\text{die indirekte Nutzenfunktion: } \tilde{U} = \frac{B}{2P_1} \frac{B}{2P_2} = \frac{1}{4P_1 P_2} B^2 = \left(\frac{1}{2} B\right)^2 \frac{1}{P_1 P_2}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 63

$$\text{Es gilt: } -\frac{\partial \tilde{U}}{\partial B} X_1^* = -\frac{1}{2} B \frac{1}{P_1 P_2} \frac{B}{2P_1} = -\frac{B^2}{4P_1^2 P_2} = (\frac{1}{2} B)^2 \frac{1}{P_2} (-P_1^{-2}) = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial P_1}.$$

Die Identität von Roy ist also erfüllt.

Lösung zu Übungsaufgabe 64

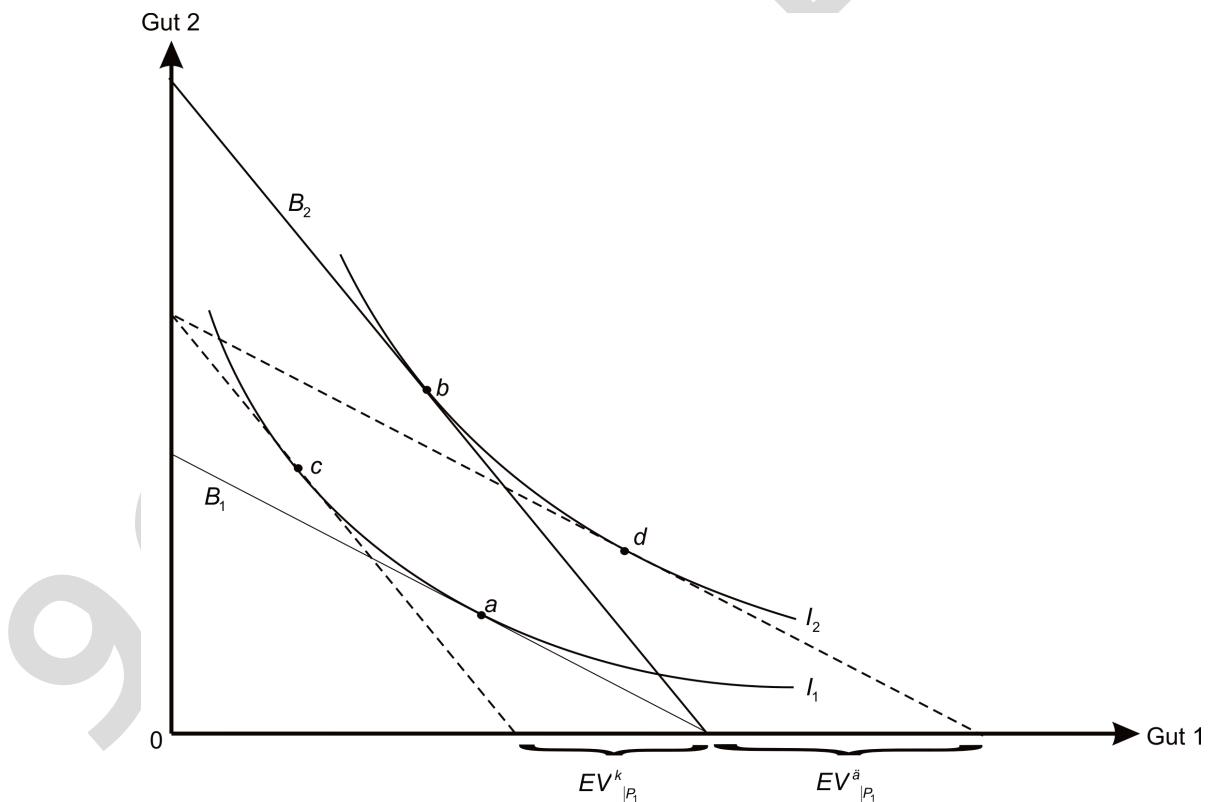


Abbildung (L 78): Lösung zu Übungsaufgabe 78

Bei der kompensatorischen Einkommensvariation wird eine Parallele zur neuen Budgetgeraden gezogen, welche die ursprüngliche Indifferenzkurve tangiert. Die waagerechte Differenz zwischen B_2 und der Parallelen zu B_2 gibt die kompensatorische Einkommensvariation an.

Bei der äquivalenten Einkommensvariation wird eine Parallele zur ursprünglichen Budgetgeraden gezogen, welche die „neue“ Indifferenzkurve tangiert. Die waage-

rechte Differenz zwischen B_1 und der Parallelen zu B_1 gibt die äquivalente Einkommensvariation an.

Lösung zu Übungsaufgabe 65

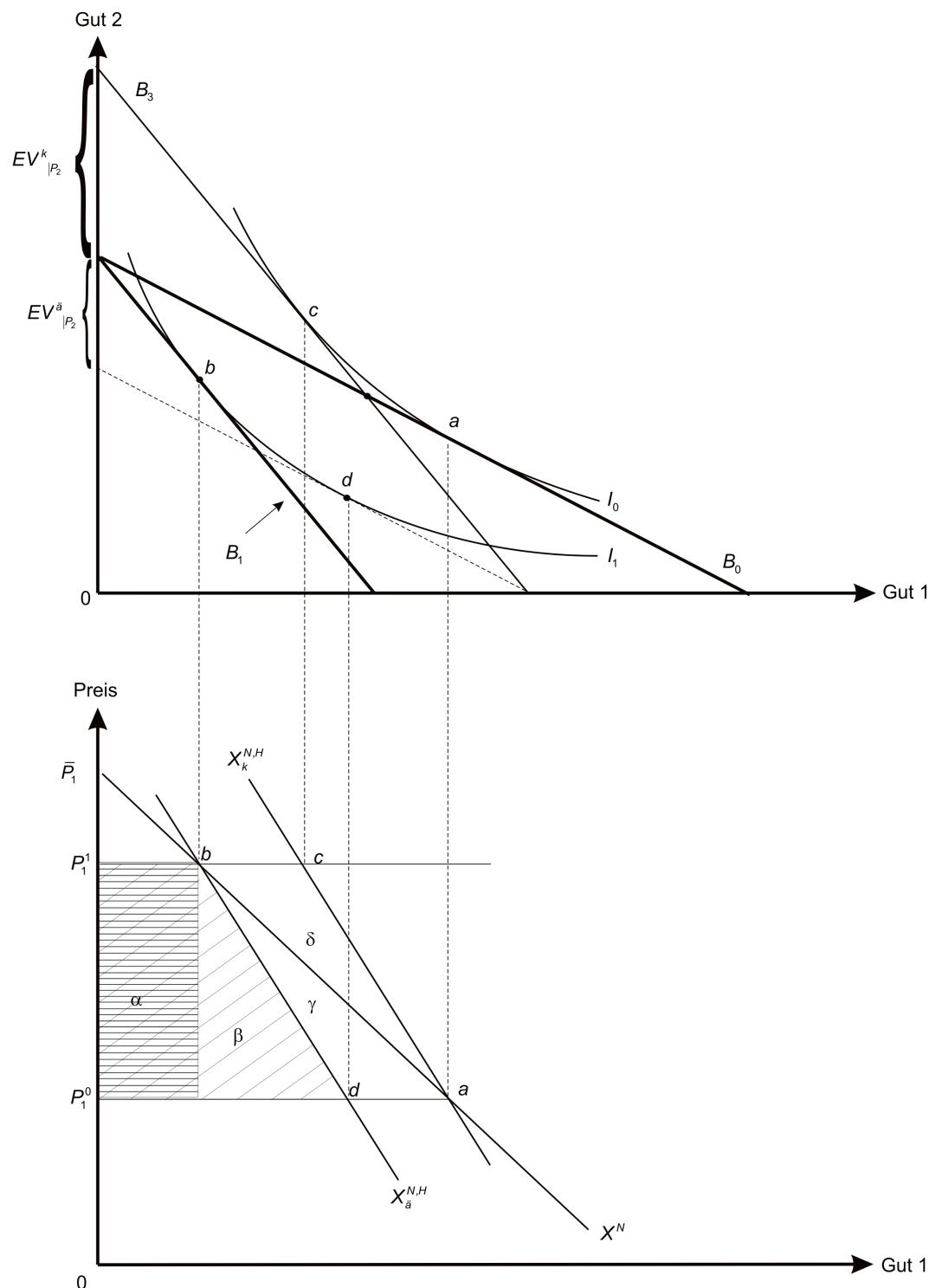


Abbildung (L 79): Lösung zu Übungsaufgabe 79

Die kompensatorische Einkommensvariation besteht aus der Summe der Flächen $\alpha + \beta + \gamma + \delta$.

Die äquivalente Einkommensvariation besteht aus der Summe der Flächen $\alpha + \beta$.

Lösung zu Übungsaufgabe 66

Der Verlust an Konsumentenrente entspräche der Summe der Flächen $\alpha + \beta + \gamma$.

Lösung zu Übungsaufgabe 67

Aus Übungsaufgabe 59 wissen wir, dass

$$\lambda = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial B} \quad \text{mit} \quad \tilde{U} = \left(\frac{B}{2P_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{B}{2P_2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{B}{2} (P_1 P_2)^{-\frac{1}{2}}. \quad \text{Demnach gilt} \quad \lambda = \frac{1}{2} (P_1 P_2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Der Grenznutzen des Einkommens λ ist also unabhängig von der Höhe des Budgets und damit des Einkommens.

Lösung zu Übungsaufgabe 68

$$\text{In diesem Fall gilt: } \tilde{U} = \frac{B^2}{4} (P_1 P_2)^{-1} \quad \text{und damit} \quad \lambda = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial B} = \frac{B}{2P_1 P_2}.$$

Der Grenznutzen des Einkommens λ ist also abhängig von der Höhe des Budgets und damit des Einkommens.

Lösung zu Übungsaufgabe 69

Die inverse Nachfragefunktion lautet $P = 20 - 2X$. Die Konsumentenrente ist die Differenz zwischen der Fläche unter der inversen Nachfragekurve in dem Intervall 0 bis 5 (da bei $P = 10$ die Nachfrage $X = 5$ beträgt) und den Ausgaben für diese Gütermenge (vgl. Abbildung).

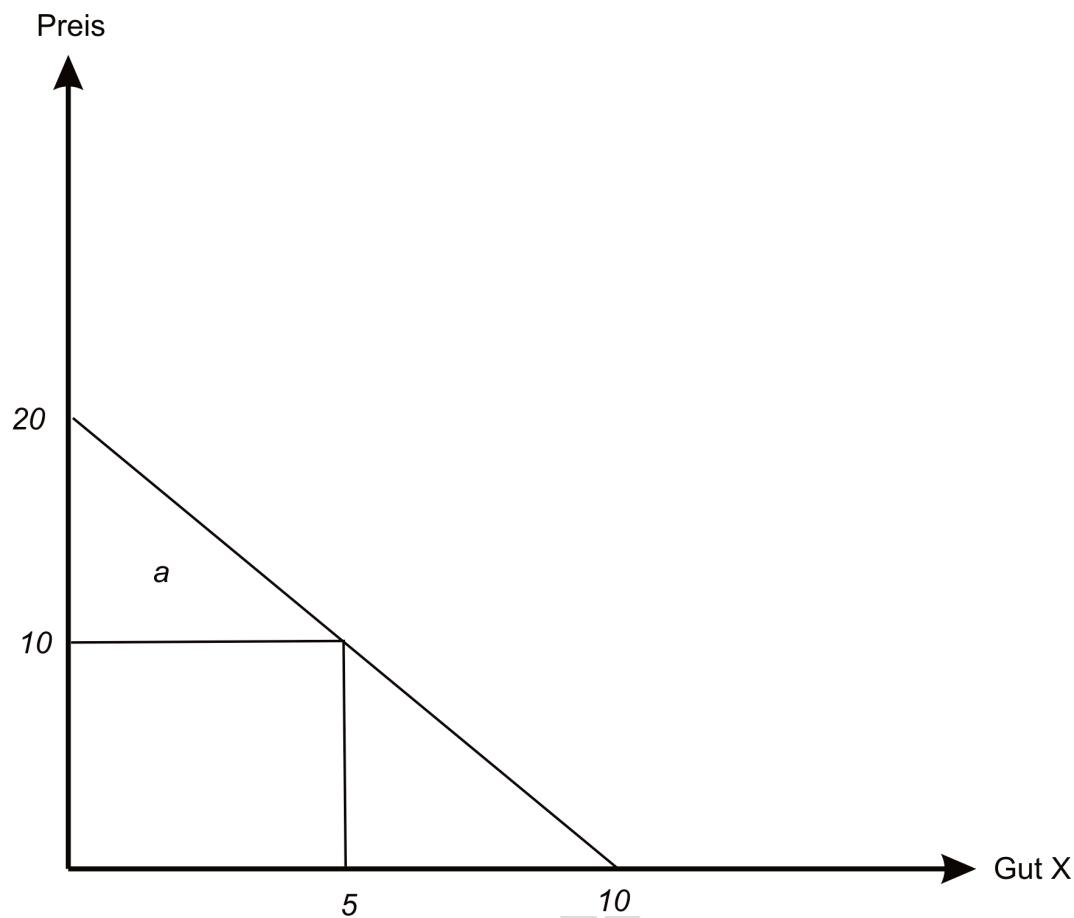


Abbildung (L 83): Lösung zu Übungsaufgabe 83

Die Fläche **a** entspricht der Konsumentenrente. Sie beträgt 25.

Lösung zu Übungsaufgabe 70

Das Composite-Commodities-Theorem lässt sich auch dann anwenden, wenn die Preisänderung durch Nachfrageänderungen hervorgerufen worden ist, vorausgesetzt, die Preisrelationen innerhalb der Gütergruppen ändern sich nicht. Will man z.B. die Auswirkungen einer Einkommenserhöhung auf die Nachfrage nach Konsumgütern abschätzen, so kann man Gruppen von Gütern bilden, innerhalb derer sich die Nachfragerelationen zwischen den Gütern einer Gruppe nicht verschoben haben.

Lösung zu Übungsaufgabe 71

- a) Richtig! Die Nutzenfunktion ist additiv separabel (siehe b) Eine additiv separable Nutzenfunktion ist immer auch schwach separabel.
- b) Richtig! Die Nutzenfunktion U ist additiv separabel, da sich U schreiben lässt als $U = e^{\ln X_1 + \ln X_2 + \ln X_3 + \ln X_4}$.
- c) Die Aussage ist falsch. Siehe die Lösung zu den Teilaufgaben a und b.

Lösung zu Übungsaufgabe 72

Wie wir wissen, heißt eine Funktion linear-homogen in einem oder mehreren Argumenten, wenn die Multiplikation dieser Argumente mit einem Faktor μ zu einer Multiplikation des Funktionswertes mit dem gleichen Faktor führt. Es gilt also $\mu AU = AU(P_1, \dots, P_n; \mu U)$. Setzt man $\mu = \frac{1}{U}$, folgt: $\frac{AU}{U} = AU(P_1, \dots, P_n; 1)$ und damit $AU = \widetilde{AU}(P_1, \dots, P_n)U$.

Lösung zu Übungsaufgabe 73

Die individuellen Nachfragefunktionen hatten wir in Übungsaufgabe 59 abgeleitet. Sie lauten: $X_{1,i} = c_{1,i} \frac{1}{P_1} B_i$ und $X_{2,i} = c_{2,i} \frac{1}{P_2} B_i$ mit $c_{1,i} = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i}$ und $c_{2,i} = \frac{\beta_i}{\alpha_i + \beta_i}$. Da die Parameter α_i und β_i für die einzelnen Konsumenten unterschiedlich sind, können die aggregierten Nachfragefunktionen nicht als $X_1 = c_1 \sum_i B_i$ bzw. $X_2 = c_2 \sum_i B_i$ geschrieben werden.

Lösung zu Übungsaufgabe 74

Prinzipiell lässt sich beobachten, ob zwei Güterbündel $X^{(1)}$ und $X^{(2)}$ im Rahmen des Budgets möglich sind und welches der beiden Bündel der Konsument wählt. Prinzipiell beobachtbar heißt: Es lassen sich Messvorschriften angeben. Ein Güterbündel ist möglich, wenn es die Budgetrestriktion nicht verletzt. Dann lässt sich auch beobachten, welches Güterbündel derselbe Konsument in einer anderen Situation, in welcher ebenfalls $X^{(1)}$ und $X^{(2)}$ möglich sind, wählt. Entscheidet er sich jetzt anders, ist sein Verhalten inkonsistent, d.h. intransitiv. Das Transitivitätsaxiom der Wahlhandlungstheorie ist also beobachtbar.

In der Präferenztheorie gilt eine Entscheidung als intransitiv, wenn $A \succ B$ und $B \succ C$, aber $C \succ A$ gilt. Ob A gegenüber B wirklich präferiert wird, lässt sich nicht beobachten. Beobachten lässt sich nur, ob A gewählt wird, wenn B ebenfalls möglich ist. A könnte aber auch dann gewählt werden, wenn B gegenüber A präferiert wird. Es widerspricht nicht dem Transitivitätsaxiom (und auch nicht den anderen beiden Rationalitätsaxiomen), wenn stets eine Allokation gewählt würde, welche nicht präferiert wird. Die Plausibilität spricht zwar dafür, dass im Allgemeinen jenes Bündel gewählt wird, welches präferiert wird, zwingend ist

dies jedoch nicht. Deshalb kann aus den Handlungen nicht auf die Präferenzen geschlossen werden.

Lösung zu Übungsaufgabe 75

Zur Lösung des Optimierungsproblems im Attributraum werden die Budgetrestriktion und die Technologierestriktionen zu einer Restriktion zusammengefasst, welche nur noch die beiden Attribute als Variablen enthält. Anschließend kann das übliche Lagrange-Verfahren angewendet werden.

Löst man die Technologiebeschränkung a_1 nach X_1 auf, ergibt sich:

$$X_1 = \frac{a_1}{\alpha_{11}} - \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} X_2.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Technologiebeschränkung für a_2 ein und löst nach X_2 auf, ergibt sich:

$$a_2 = \alpha_{21} \left[\frac{a_1}{\alpha_{11}} - \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} X_2 \right] + \alpha_{22} X_2$$

$$X_2 = \frac{a_2 - \frac{\alpha_{21} a_1}{\alpha_{11}}}{\alpha_{22} - \frac{\alpha_{21} \alpha_{12}}{\alpha_{11}}}$$

$$= \frac{a_2 \alpha_{11} - a_1 \alpha_{21}}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}} \text{ und damit } X_1 = \frac{a_1}{\alpha_{11}} - \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} \left[\frac{a_2 \alpha_{11} - a_1 \alpha_{21}}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}} \right]$$

$$X_1 = \frac{a_1}{\alpha_{11}} - \frac{\alpha_{12} (a_2 \alpha_{11} - a_1 \alpha_{21})}{\alpha_{11} (\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12})}$$

$$X_1 = \frac{a_1 (\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}) - \alpha_{12} (a_2 \alpha_{11} - a_1 \alpha_{21})}{\alpha_{11} (\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12})}$$

$$X_1 = \frac{\alpha_{22} \alpha_{11} a_1 - \alpha_{12} \alpha_{11} a_2}{\alpha_{11} (\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12})}$$

$$X_1 = \frac{\alpha_{22} a_1 - \alpha_{12} a_2}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}}.$$

Setzt man die Werte für X_1 und X_2 in die Budgetrestriktion ein, erhält man:

$$B = P_1 \frac{\alpha_{22} a_1 - \alpha_{12} a_2}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}} + P_2 \frac{a_2 \alpha_{11} - a_1 \alpha_{21}}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}}$$

$$B = P_1 \frac{\alpha_{22} a_1 - \alpha_{12} a_2}{c} + P_2 \frac{a_2 \alpha_{11} - a_1 \alpha_{21}}{c} \text{ mit } c = \alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{21} \alpha_{12}$$

$$\begin{aligned}
 &= P_1 \alpha_{22} \frac{a_1}{c} - P_1 \alpha_{12} \frac{a_2}{c} + P_2 \alpha_{11} \frac{a_2}{c} - P_2 \alpha_{21} \frac{a_1}{c} \\
 &= [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{a_1}{c} + [P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}] \frac{a_2}{c}.
 \end{aligned}$$

Die Lagrangefunktion lautet dann:

$$\Lambda = a_1 a_2 + \lambda \left[B - [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{a_1}{c} - [P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}] \frac{a_2}{c} \right]. \quad \text{Die Bedingungen 1. Ordnung ergeben sich zu:}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Lambda}{\partial a_1} &= a_2 - \lambda [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{1}{c} = 0, \\
 \frac{\partial \Lambda}{\partial a_2} &= a_1 - \lambda [P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}] \frac{1}{c} = 0.
 \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$a_2 = \lambda [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{1}{c}$$

$$a_1 = \lambda [P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}] \frac{1}{c}$$

$a_2 = \frac{P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}}{P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}} a_1$. Setzt man diesen Ausdruck in die gemeinsame Budgetrestriktion ein, ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 B &= [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{a_1}{c} + [P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}] \frac{\left\{ \frac{P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}}{P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}} a_1 \right\}}{c} \\
 B &= [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{a_1}{c} + [P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{a_1}{c}
 \end{aligned}$$

$$B = 2[P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}] \frac{a_1}{c}. \quad \text{Aufgelöst nach der Attributenmenge } a_1 \text{ folgt:}$$

$$a_1^* = \frac{c}{2[P_1 \alpha_{22} - P_2 \alpha_{21}]} B \quad \text{und}$$

$$a_2^* = \frac{c}{2[P_2 \alpha_{11} - P_1 \alpha_{12}]} B.$$

Setzt man die Attributenmengen in die Gleichungen zur Bestimmung der Gütermengen ein, erhält man die Nachfragefunktionen für die Gütermengen X_1 und X_2 .

Lösung zu Übungsaufgabe 76

- a) Die beiden Restriktionen $24 = L + F$ und $Y = IL + \bar{Y}$ lassen sich zu einer einzigen Restriktion $Y = I(24 - F) + \bar{Y}$ zusammenfassen. Setzt man diese Restriktion in die Nutzenfunktion ein und differenziert nach F , erhält man die Bedingung 1. Ordnung für ein Nutzenmaximum:

$$U = [I(24 - F) + \bar{Y}]^\alpha F^\beta$$

$$\frac{\partial U}{\partial F} = \alpha [I(24 - F) + \bar{Y}]^{\alpha-1} (-I)F^\beta + [I(24 - F) + \bar{Y}]^\alpha \beta F^{\beta-1} = 0.$$

Daraus ergibt sich:

$$[I(24 - F) + \bar{Y}]^\alpha \beta F^{\beta-1} = \alpha [I(24 - F) + \bar{Y}]^{\alpha-1} I F^\beta$$

$$\frac{\beta}{\alpha} [I(24 - F) + \bar{Y}]^{I-1} = F$$

$$\frac{\beta}{\alpha} (24 - F) + \frac{\beta}{\alpha} \frac{\bar{Y}}{I} = F$$

$$\frac{\beta}{\alpha} (24 + \frac{\bar{Y}}{I}) = F(1 + \frac{\beta}{\alpha})$$

$$F(\frac{\alpha + \beta}{\alpha}) = \frac{\beta}{\alpha} (24 + \frac{\bar{Y}}{I})$$

$$F = \frac{\beta}{\alpha + \beta} (24 + \frac{\bar{Y}}{I})$$

$$F^* = \frac{24\beta}{\alpha + \beta} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{\bar{Y}}{I}.$$

- b) Dann ergibt sich:

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{Y}} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{1}{I} > 0 \text{ und } \frac{\partial F}{\partial I} = -\frac{\beta \bar{Y}}{\alpha + \beta} \frac{1}{I^2} < 0.$$

Bei einer Erhöhung des Lohnsatzes wird der Haushalt seine Freizeit reduzieren und sein Arbeitsangebot erhöhen.

Bei einem Abstieg des sonstigen Einkommens wird er seine Freizeit erhöhen und sein Arbeitsangebot reduzieren.

- c) Bildet man das totale Differenzial der Freizeit-Nachfragefunktion, ergibt sich:

$$dF = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left[\frac{1}{I} d\bar{Y} - \frac{\bar{Y}}{I^2} dI \right]. \text{ Für } dF = 0 \text{ folgt dann } \frac{1}{I} d\bar{Y} = \frac{\bar{Y}}{I^2} dI \text{ und da-} \\ \text{mit } \frac{d\bar{Y}}{\bar{Y}} = \frac{dI}{I}.$$

Sonstiges Einkommen und Lohnsatz müssen mit der gleichen Rate wachsen, damit das Arbeitsangebot konstant bleibt.

Lösung zu Übungsaufgabe 77

Die Zeitrestriktion lautet $24 = T_1 + T_2 + L$.

Löst man diese Restriktion nach L auf und setzt in die Einkommensrestriktion ein, erhält man:

$$Y = I[24 - \tau_1 X_1 - \tau_2 X_2] + \bar{Y}.$$

Die Gesamtrestriktion lautet demnach:

$$I24 - I\tau_1 X_1 - I\tau_2 X_2 + \bar{Y} = P_1 X_1 + P_2 X_2 \text{ oder}$$

$$I24 + \bar{Y} = P_1 X_1 + P_2 X_2 + I(\tau_1 X_1 + \tau_2 X_2).$$

Die Lagrangefunktion lautet dann:

$$\Lambda = X_1 X_2 + \lambda [I24 + \bar{Y} - P_1 X_1 - P_2 X_2 - I(\tau_1 X_1 + \tau_2 X_2)]. \text{ Die Bedingungen 1.}$$

Ordnung ergeben sich zu:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_1} = X_2 - \lambda [P_1 + I\tau_1] = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_2} = X_1 - \lambda [P_2 + I\tau_2] = 0. \text{ Daraus folgt:}$$

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1 + I\tau_1}{P_2 + I\tau_2} \text{ und damit } X_2 = \frac{P_1 + I\tau_1}{P_2 + I\tau_2} X_1. \text{ Setzt man diesen Ausdruck in die gesamte Budgetrestriktion ein, ergibt sich:}$$

$$I24 + \bar{Y} = (P_1 + I\tau_1) X_1 + (P_2 + I\tau_2) X_2$$

$$I24 + \bar{Y} = (P_1 + I\tau_1) X_1 + (P_2 + I\tau_2) \left[\frac{P_1 + I\tau_1}{P_2 + I\tau_2} X_1 \right]$$

$$I24 + \bar{Y} = (P_1 + I\tau_1) X_1 + (P_1 + I\tau_1) X_1$$

$$I24 + \bar{Y} = 2(P_1 + I\tau_1) X_1$$

$$X_1^* = \frac{I24 + \bar{Y}}{2(P_1 + I\tau_1)} \text{ und } X_2^* = \frac{I24 + \bar{Y}}{2(P_2 + I\tau_2)}.$$

$$T_1^* = \tau_1 \left[\frac{I24 + \bar{Y}}{2(P_1 + I\tau_1)} \right] \text{ und } T_2^* = \tau_2 \left[\frac{I24 + \bar{Y}}{2(P_2 + I\tau_2)} \right]$$

$$L = 24 - T_1 - T_2$$

$$L^* = 24 - \tau_1 \left[\frac{I/24 + \bar{Y}}{2(P_1 + I\tau_1)} \right] - \tau_2 \left[\frac{I/24 + \bar{Y}}{2(P_2 + I\tau_2)} \right] = 24 - \frac{24I + \bar{Y}}{2} \left[\frac{\tau_1}{P_1 + I\tau_1} + \frac{\tau_2}{P_2 + I\tau_2} \right].$$

Lösung zu Übungsaufgabe 78

Aus Übungsaufgabe 76 wissen wir, dass

$$F^* = \frac{24\beta}{\alpha + \beta} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{\bar{Y}}{I}.$$

Der Haushalt wählt $F^* = 24$, falls $\frac{24(\alpha + \beta)}{\alpha + \beta} = \frac{24\beta}{\alpha + \beta} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{\bar{Y}}{I}$ und damit

$$24\alpha = \beta \frac{\bar{Y}}{I} \text{ oder}$$

$$\frac{\bar{Y}}{I} = 24 \frac{\alpha}{\beta}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 79

Die Budgetrestriktion lautet jetzt $Y = (1-t)IL + (\bar{Y} + TZ)$ und damit $Y = (1-t)I/(24-F) + (\bar{Y} + TZ)$. Es ergibt sich

$$F^* = \frac{24\beta}{\alpha + \beta} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{\bar{Y} + TZ}{(1-t)I}. \text{ Dann ist}$$

$$\frac{\partial F^*}{\partial t} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{\bar{Y} + TZ}{I} \frac{1}{(1-t)^2} > 0 \text{ und } \frac{\partial F^*}{\partial TZ} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{1}{(1-t)I} > 0.$$

Sowohl eine Erhöhung des Steuersatzes als auch eine Erhöhung der Transferzahlungen führen zu einem Rückgang des Arbeitsangebots.

Lösung zu Übungsaufgabe 80

Der Nutzen des Haushalts hängt von der Höhe der Rente R (pro Zeiteinheit) und der erwarteten Rentenbezugsdauer τ ab:

$$U = U(R, \tau) \text{ mit } U_R, U_\tau > 0.$$

Die Budgetrestriktion lautet unter der Annahme der Linearität

$$R = \begin{cases} R_{\max} & \text{für } \tau < \tau_{\min} \\ \alpha - \beta\tau & \text{für } \tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max} \\ R_{\min} & \text{für } \tau = \tau_{\max} \end{cases}.$$

Aus $R_{\max} = \alpha - \beta\tau_{\min}$ und $R_{\min} = \alpha - \beta\tau_{\max}$ folgt $R_{\max} + \beta\tau_{\min} = R_{\min} + \beta\tau_{\max}$ und daraus

$$\beta = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\tau_{\max} - \tau_{\min}} \text{ sowie } \alpha = R_{\max} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\tau_{\max} - \tau_{\min}} \tau_{\min}.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 81

Die Budgetrestriktion $R = \alpha - \beta\tau$ stellt eine Linearisierung der eigentlichen, nicht-linearen Budgetrestriktion dar. Wenn der Beitragssatz steigt, muss mindestens einer der Rentenparameter $\tau_{\max}, \tau_{\min}, R_{\max}, R_{\min}$ geändert werden. Die Auswirkungen derartiger Parameteränderungen könnten im Rahmen des Modells analysiert werden.

Lösung zu Übungsaufgabe 82

Ob es sich um eine Sparentscheidung handelt oder nicht, hängt davon ab, ob die Entscheidung Einfluss auf die Höhe der Ersparnis hat. Falls der Gesamtkonsum (unter Einschluss des Mietwertes des erworbenen Hauses) steigt, geht die Ersparnis zurück (bzw. wird negativ). Falls der Gesamtkonsum sinkt, steigt die Ersparnis. Falls der Gesamtkonsum konstant bleibt, liegt keine zusätzliche Ersparnis vor. In allen drei Fällen kommt es zu einer Bilanzverlängerung: Auf der Aktivseite steigt die Position Sachvermögen, auf der Passivseite der Posten Verbindlichkeiten. Ob es gleichzeitig zu einer Änderung des Konsumgüterbündels kommt, hängt davon ab, ob der Mietwert des Hauses gleich der Miete für die bisherige Wohnung ist oder nicht.

Falls es zu einer positiven Ersparnis kommt, kann hierfür sowohl das Vorsorgemotiv als auch das Ertragsmotiv ausschlaggebend sein.

Das Vorsorgemotiv könnte eine Rolle spielen, wenn das Ehepaar davon ausgeht, dass es in Zukunft ein geringeres Einkommen beziehen wird. Dieser Gesichtspunkt könnte vor allem im Hinblick auf das Alterseinkommen eine Rolle spielen.

Das Ertragsmotiv könnte eine Rolle spielen, wenn das Ehepaar eine niedrigere (subjektive) Zeitdiskontrate besitzt als der (objektive) Marktzins beträgt. Dann schätzt der Markt zukünftige Erträge geringer ein, als dies das Ehepaar tut, und ein Tausch Gegenwartsgüter gegen Zukunftsgüter wird für beide Seiten vorteilhaft. Das Ehepaar gibt Gegenwartsgüter her (die Ersparnis) und erhält dafür Zukunftsgüter (Mietwert des Hauses).

Falls es zu einer negativen Ersparnis kommt, spielt das Vorsorgemotiv eine Rolle, falls für die Zukunft Einkommenssteigerungen erwartet werden, und das Ertragsmotiv spielt eine Rolle, falls das Ehepaar Gegenwartsgüter im Vergleich zu Zukunftsgütern höher schätzt als der Markt.

Lösung zu Übungsaufgabe 83

In Periode 1 lautet die Budgetrestriktion:

$$B_1 = P_1 X_1 + S.$$

$$B_2 + (1+r)S = P_2 X_2.$$

Diese beiden Restriktionen lassen sich zusammenfassen zu

$$B_2 + (1+r)[B_1 - P_1 X_1] = P_2 X_2.$$

Die Lagrangefunktion lautet

$\Lambda = X_1^\alpha X_2^\beta + \lambda [B_2 + (1+r)B_1 - (1+r)P_1 X_1 - P_2 X_2]$. Daraus ergeben sich die Bedingungen 1. Ordnung zu:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_1} = \alpha \frac{U}{X_1} - \lambda(1+r)P_1 = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_2} = \beta \frac{U}{X_2} - \lambda P_2 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{\alpha}{\beta} \frac{X_2}{X_1} = (1+r) \frac{P_1}{P_2} \text{ oder}$$

$$X_2 = \frac{\beta}{\alpha} (1+r) \frac{P_1}{P_2} X_1.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Budgetgleichung ein, ergibt sich:

$$B_2 + (1+r)B_1 - (1+r)P_1 X_1 = \frac{\beta}{\alpha} (1+r)P_1 X_1$$

$$B_2 + (1+r)B_1 = \left(\frac{\beta}{\alpha} + 1\right)(1+r)P_1 X_1 \text{ und damit}$$

$$X_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{B_2 + (1+r)B_1}{(1+r)P_1} \text{ und } X_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{B_2 + (1+r)B_1}{P_2}$$

mit

$$\frac{\partial X_1^*}{\partial r} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{-B_2 P_1}{[(1+r)P_1]^2} < 0 \text{ und } \frac{\partial X_2^*}{\partial r} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{B_1}{P_2} > 0.$$

Lösung zu Übungsaufgabe 84

$$S = B_1 - P_1 X_1 = 0$$

$$B_1 = P_1 \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{B_2 + (1+r)B_1}{(1+r)P_1}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha} (1+r) B_1 = B_2 + (1+r) B_1$$

$$(1+r) \left[\frac{\alpha + \beta}{\alpha} B_1 - B_1 \right] = B_2$$

$$(1+r) = \frac{B_2}{\left[\frac{\alpha + \beta}{\alpha} - 1 \right] B_1}$$

$$(1+r) = \frac{\alpha}{\beta} \frac{B_2}{B_1}$$

$$r = \frac{\alpha}{\beta} \frac{B_2}{B_1} - 1.$$



Lösung zu Übungsaufgabe 85

Eine Form der Diversifikation besteht darin, relativ stark in allgemeinverwertbares Humankapital und relativ wenig in tätigkeitsspezifisches Humankapital zu investieren. Spezifisches Wissen kann schnell an Wert verlieren, wenn die entsprechenden Fähigkeiten am Arbeitsmarkt nicht mehr gefragt sind. Generelles Wissen entwertet kaum, da es Voraussetzung für den Erwerb spezifischen Wissens ist. Da eine Bildungsinvestition im Allgemeinen sowohl in dem Erwerb generellen als auch dem Erwerb spezifischen Wissens besteht, nimmt die Humankapital-Diversifikation mit steigenden Bildungsinvestitionen zu. Mit anderen Worten: Je höher das Bildungsniveau, desto geringer ist das Ertragsrisiko des Human-kapitals.

Lösung zu Übungsaufgabe 86

Unter der Rentabilität einer Investition versteht man das Verhältnis von Ertrag zur Höhe des eingesetzten Kapitals. Wie wir wissen, bestehen Kosten und Erträge nicht nur aus monetären Größen, sondern sie umfassen z.B. auch solche monetarisierbaren Nutzengrößen wie die persönlichen Neigungen bei Bildungsinvestitionen. Die Fähigkeiten beeinflussen die Investitionskosten. Je größer die Fähigkeiten sind, desto geringer sind ceteris paribus (d.h. bei gleichem Ausbildungsziel) die Investitionskosten. Neigungen und Fähigkeiten lassen sich im ökonomischen Rationalitätskalkül also durchaus berücksichtigen. Wegen der großen Unsicherheit und der dadurch bedingten hohen Entscheidungskosten, die mit Bildungsinvestitionen verbunden sind, kann es allerdings vernünftig sein, der Entscheidung eine lexikografische Präferenzordnung an Stelle einer stetigen Präferenzordnung zu Grunde zu legen. Dann kann es durchaus im Einklang mit den Rationalitätsaxiomen der Ökonomik stehen, wenn das Ausbildungsziel zunächst unter dem Gesichtspunkt der Neigung und Fähigkeit und erst in zweiter Linie unter dem Gesichtspunkt der Rentabilität ausgewählt wird.

Lösung zu Übungsaufgabe 87

Man sollte sich nicht rational i.S. der ökonomischen Theorie verhalten, wenn ein derartiges Verhalten nicht „rentabel“ ist. Dieser Fall tritt ein, falls das rationale Entscheidungsverfahren Ressourcen verbraucht, welche in anderen Verwendungen einen höheren Ertrag brächten. Der Ertrag des rationalen Entscheidungsverfahrens besteht in der Differenz zwischen dem erwarteten Nutzen bei Anwendung dieses Verfahrens und dem erwarteten Nutzen bei Anwendung eines anderen Entscheidungsverfahrens, z.B. einer Zufallsentscheidung. Da in dem Hauptstrom der Theorie der Marktwirtschaft von den Kosten der Entscheidungsfindung abstrahiert wird, ist es in diesem Rahmen stets geboten, das rationale Entscheidungsverfahren anzuwenden.

Lösung zu Übungsaufgabe 88

Wenn Eltern risikoscheu sind, werden sie versuchen, ihr Vermögen zu diversifizieren. Wenn sie ihre Kinder als Investitionsobjekte ansehen, ist das Ertragsrisiko umso geringer, je mehr Kinder sie haben. Insofern spricht eine geringe Kinderzahl gegen die These von Kindern als Investitionsobjekt. Andererseits existieren neben der Investition in Humankapital (in Form eigener Kinder) auch Möglichkeiten der Diversifikation in Sach- und Finanzkapital. Unter Risikogesichtspunkten muss die geringe Kinderzahl deshalb nicht gegen die Investitionshypothese sprechen.

Selbst wenn Eltern Kinder als Investitionsobjekte betrachten und risikoscheu sind, könnten sie sich gegen eine größere Kinderzahl entscheiden, wenn der Nettoertrag dieser „Investition“ abnimmt, wenn z.B. ein Kind mit sehr guter Ausbildung mehr verdient als zwei Kinder mit schlechterer Ausbildung zusammen.

Lösung zu Übungsaufgabe 89

In vielen Entwicklungsländern existiert nur ein schwach oder gar nicht entwickeltes System der staatlichen Altersfürsorge. Wenn Eltern nicht länger erwerbsfähig sind, sind sie deshalb auf die Unterstützung durch ihre Kinder angewiesen. Kinder dienen unter diesem Gesichtspunkt als Investitionsobjekte. Nicht nur Risikogründe sprechen für eine hohe Kinderzahl. Auch Ertragsgründe können dafür sprechen, wenn nämlich der Unterhalt eines Kindes weniger kostet als dieses Kind an produktiven Beiträgen in Form von Kinderarbeit leistet. Würden Kinder als Konsumgut betrachtet, so sollte man eine kleinere Kinderzahl erwarten, zumal moderne Konsumgüter immer stärker in Konkurrenz zu dem „Konsumgut“ Kind treten.

Lösung zu Übungsaufgabe 90

1. Das Vollständigkeitsaxiom wäre weiterhin gültig.
2. Das Transitivitätsaxiom wäre ebenfalls weiterhin gültig.
3. Das Reflexivitätsaxiom wäre weiterhin gültig.

4. Stetigkeit der Präferenzordnung könnte nicht gefordert werden, weil es keine gemischten Bündel gibt. Beispiel: Wenn Petra ihren Freund Lars gegenüber Ingo vorzieht, und wenn Sven in Petras Wertschätzung zwischen Lars und Ingo liegt, existiert keine „Mischung“ aus Lars und Ingo, welche Petra indifferent zu Sven sein lässt.
5. Auch die Annahme der Unersättlichkeit scheint in diesem Zusammenhang wenig plausibel.
6. Da wegen des Fehlens der Stetigkeit keine Indifferenzkurven existieren, macht die Annahme der Konvexität ebenfalls keinen Sinn.

Der Grund dafür, dass die zusätzlichen Annahmen im Fall der Partnerwahl keinen Sinn machen, liegt allerdings nicht so sehr an dem Entscheidungsproblem an sich, sondern daran, dass die „Güter“ (hier: Personen) nicht teilbar sind. Wir ständen vor dem gleichen Problem, wenn es um die Entscheidung zwischen verschiedenen Automodellen ginge. Aber auch Entscheidungsprobleme mit Ganzzahligkeiten lassen sich lösen. Für ihre formale Behandlung ist jedoch eine andere Art der Mathematik erforderlich.

Lösung zu Übungsaufgabe 91

Wie Sie wissen, werden im Hauptstrom der Theorie der Marktwirtschaft keine Transaktionskosten berücksichtigt. Die Ausweitung der Wahlmöglichkeiten kann deshalb niemals zu einer Nutzenminderung, also einer „Qual“, führen, da keine Entscheidungskosten bestehen. Anders wäre der Fall zu beurteilen, falls derartige Kosten bestünden. Das Hinzufügen einer Alternative wird im Allgemeinen die Entscheidungskosten erhöhen, ohne dass hierdurch notwendigerweise der Nutzen steigen müsste. Die neue Alternative könnte sich ja z.B. als schlechter als die beste bisherige Alternative herausstellen.

Index

- Analysen,
komparativ-dynamische 87
komparativ-statische 87
- Anfangsausstattung 79
- Anlageentscheidung 167
- Arbeitsangebot 144
- Arbeitsangebotsentscheidungen.. 171
- Arbeitsangebotskurve 145
- Arbeitseinkommen 141
- Arrow-Pratt-Koeffizient der relativen Risikoaversion 65
- Arrow-Pratt-Koeffizient der absoluten Risikoaversion 64
- Attributenbündel 135
- Attributenumraum 135
- Ausgabenfunktion 113, 116
- Ausgabengerade 113
- Ausgabensumme 113
- Ausstattungseffekt 13, 122
- Axiom,
der Reflexivität 14, 17
der Transitivität 14, 16
der Vollständigkeit 14, 15
- Axiome 14
- Bayes'sches Theorem 82
- Befriedigungsniveau 11
- beschränkt rational 10
- Budgetgerade 41, 70
- Budgetgerade,
intertemporale 159
- Budgetrestriktion 40, 78
- composite commodities 126
- Differenzierbarkeit 37
- Diversifikation 169
- Effect,
- Endowment 13
- Effekt,
Anchoring 13
- Ausstattungs- 122
- Einkommens- 97
- Preis- 97
- Substitutions- 97
- Eigennutzmaximierung 9
- Einkommen,
verfügbares 154
- Einkommenseffekt 97
- Einkommens-Konsumkurve 90
- Einkommensvariation,
äquivalente 119
kompensatorische 119
- Engel-Kurve 91
- Entscheidungen,
autonome 2
- individuelle 3
- interaktive 2
- kollektive 3
- unter Risiko 51
- unter Sicherheit 5
- unter Ungewissheit 51
- unter Unsicherheit 51
- Ersparnis 3
- Ersparnisbildung 3
- Ertragssparen 158
- Erwartungsnutzenfunktion.53, 56, 78
- Erwartungswert 52
- Finanzkapital 3, 5, 167
- Framing-Effekt 17
- Funktion
homogene 89
- Gegenwartskonsum 160
- Gesetz vom abnehmenden
Grenznutzen 39

Giffen-Güter	99	Komplementarität, vollständige	101
Giffen-Paradox	99, 144	Konsistenz	7
Gleichgewicht	44, 87	Konsumbudget.....	5
Gleichgewicht, individuelles	44	Konsumentenrente	123
Grenznutzen des Geldes	49	Konsumentensouveränität	9, 117
Grenznutzenschule.....	35	Konsumententscheidungen.....	171
Grenzrate der Substitution	28, 38	Konsummöglichkeitsmenge	41
Gruppenentscheidungen	3	Konsumraum	90
Gut, inferiores	93	Kontrakt,	
Güter, normale	92	Kassa-.....	74
notwendige	93	Spot-.....	74
öffentliche	4	Termin-.....	74
Güterbündel	19, 33	Kontur.....	38
Güterraum	33	Konvexität	14
Haushalt	1	Konvexitätsannahme	30
Haushalt, öffentlicher	1	Lagrange-Funktion	48
Haushaltsgleichgewicht	44	Lagrange-Multiplikator	48
Humankapital.....	3, 5, 167	Lagrange-Verfahren	48
Identität, Roy'sche	115	Lancaster-Theorie.....	136
Indifferenzklasse.....	20	Liquidität	168
Indifferenzkurve	19, 21, 33, 38	Lohnsteuer	152
Indifferenzkurven einer Erwartungsnutzenfunktion.....	66	Luxusgüter	93
Indifferenzkurven, konvexe	27	mainstream economics	23
Indifferenzordnung	15	Markt, faire.....	75
Indifferenzrelation	12	Marktnachfragefunktion	130
Kapitalmarkt, perfekter	158	Maximin-Prinzip.....	80
vollkommener	164	Messbarkeit des Nutzens, kardinale.....	35
Kassakontrakt	74	ordinale	35
Komplement	100	Modell.....	86
		Modell, dynamisches.....	87
		statisches	87
		Nachfrage, Hicks-kompensierte	102

- Slutsky-kompensierte 103
Nachfragefunktion 88
Nachfragefunktion,
 Hicks'sche 110
 Markt- 130
Nachfragekurve,
 Hicks'sche 108
 Marshall'sche 108
Nachfragekurven 105
Nicht-Sättigung 14, 24, 32
Numéraire-Gut 29
Nutzen 11, 34
Nutzenfunktion 36, 40, 116
Nutzenfunktion,
 homothetische 128
 indirekte 114, 116
Nutzentheorie 35
Nutzentheorie,
 kardinale 35
 ordinale 35
Nutzenvergleich,
 interpersoneller 35
 intrapersoneller 35
Nutzenzahl 56
Nutzenzahlen 36
Ökonomie,
 experimentelle 12
 psychologische 18
Ordnung 7
Portfolios,
 gemischte 68
Präferenz 12
Präferenzen 40
Präferenzen,
 lexikografische 21
 offenbarte 131
Präferenz-Indifferenz-Relation 12
Präferenzordnung 7, 12
Präferenzordnung,
 schwache 15
 starke 15
Präferenzrelation 12
Präferenztheorie 40
Preisänderungen,
 nutzenkompensierte 101
Preiseffekt 97
Preis-Konsumkurven 105
Preisrelation 42
Private Organisationen ohne
Erwerbscharakter 1
Prospekt 53
Prospekt,
 einfacher 54
 kumulierter 54
Rationalität 7
Rationalität,
 instrumentelle 7
 perfekte 10
 substanziale 8
Rationalitätsaxiome 14
Rationalitätskonzept,
 ökonomisches 8
Risiko 51
Risikofreude 61
Risikoillusion 54
Risikoneutralität 60
Risikoprämie 64, 67
Risikoscheu 60
Risikoverhalten 60
Sachkapital 3, 5, 167
Sättigung 24
Separabilität,
 schwach additive 127
 schwache 127
Shephard's lemma 113

Sicherheitsäquivalent	59, 67	Utilitarismus	34
Slutsky-Gleichung	99	Variable,	
Slutsky-Kompensation.....	103	endogene	86
Social-Choice-Theorie.....	3	exogene	86
Sparentscheidung	158, 171	Versicherung.....	69
Sparentscheidungen	5	Versicherung,	
Sparfunktion	163	faire	73
Spotkontrakt.....	74	Versicherungsvertrag,	
Standardprospekt	54	fairer.....	70
Stetigkeit.....	14, 20, 33	Vollständigkeitsaxiom.....	33
Substituierbarkeit,		Vorsorgesparen.....	158
vollständige	101	Wahlhandlungstheorie	131
Substitut	100	Wahrscheinlichkeit,	
Substitutionseffekt	97	subjektive	81
Substitutionseffekt,		Wahrscheinlichkeitsverteilungen ..	52
eigener.....	97	Wette.....	70
Substitutionselastizität	30	Wirtschaftsforschung,	
Suchtheorie	146	experimentelle.....	13
Tauschverhältnis,		Wirtschaftstheorie,	
objektives	46	experimentelle.....	86
subjektives.....	46	Zahlungsbereitschaft.....	118
Terminkontrakt	74	Zahlungsbereitschaft,	
Transaktionskosten	168	marginale	29, 118
Transferzahlungen	153	Zahlungsfähigkeit	118
Transitivitätsaxiom	33	Zeitallokation.....	140
Unabhängigkeitsaxiom	54	Zeitbudget.....	140, 142
Unersättlichkeit.....	33	Zeitdiskontfaktor	162
Unersättlichkeitssaxiom	24	Zeitkosten des Konsums.....	148
Unsicherheit.....	5	Zukunftskonsum	160
Unternehmen.....	1	Zustand der Welt	52
		Zustandsgüter	74

Autorenverzeichnis

Fälle

Alger	4
Amlung	175
Arieli	174
Bayes	81
Becker	8, 10, 140, 167, 171, 174, 175
Bentham	34
Berger	175
Bernoulli	63
Bolton	10
Braun	175
Caplin	136
Caulkins	176
Cooter	4
Croson	86
Cubbin	136
de Tocqueville	8
Diewert	110
Eichenberger	18
Endres	122, 125
Engel	91
Fehr	9, 10
Fischbacher	9
Frank	4
Franz	146
Frey	18, 175
Gächter	86
Giffen	99
Gossen	35, 49
Gravelle	37, 51, 65, 109, 110, 123, 129, 147

Gray	99
Grossman	175
Hanemann	125
Hartwig	175
Hayes	125
Henderson	127
Henrich	10
Herberg	34
Hicks	102, 111, 126
Hitsch	174
Holm-Müller	122, 125
Hortacsu	174
Hume	9
Jevons	35
Kahneman	17
Kliemt	4
Knight	51
Kuhn	140
Lancaster	133
Leontief	126
Lory	175
MacKillop	175
Marshall	99
Martiensen	11
Maurer	140
McKenzie	171
Menger	35
Morgenstern	56
Morrison	125
Murphy	175
Nalebuff	136
Nicosia	176

Ockenfels	10
Pies	175
Pigou	161
Pratt	64
Quandt	127
Ramb	7
Rees	37, 51, 65, 109, 110, 123, 129, 147
Rosser	4
Roy	115
Samuelson	131
Schmidt	10
Sen	7, 8, 23
Shephard	113
Shogren	125
Sichelstiel	171
Simon	10
Slutsky	98
Smith	12, 86
Söllner	171
Takayama	125
Tietzel	7
Tullock	171
Tversky	17
v. Böhm-Bawerk	161
v. Mises	161
v. Neumann	56
Zahner	175
Zellner	82

Literatur zu Kurseinheit 2

- Alger, I., (2010), Public Goods Games, Altruism, and Evolution, *Journal of Public Economic Theory* 12, 789-813.
- Amlung, M., J. MacKillop, (2011), Understanding Addiction via Behavioral Economics and Neuroeconomics: Insights from Delayed Reward Discounting, *Progress in Economics Research* 21, 87-105.
- Arrow, K.J., (1950), A Difficulty in the Concept of Social Welfare, *Journal of Political Economy* 58, 328-346.
- Aumann, R.J., (1959), Acceptable Points in General Cooperative N-Person Games, *Contributions to the Theory of Games IV*, Princeton.
- Axelrod, R., (1984), *The Evolution of Cooperation*, New York.
- Becker, G.S., (1962), Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis, *Journal of Political Economy* 70, 9-49.
- Becker, G.S., (1964), *Human Capital*, New York (3. Aufl., 1993).
- Becker, G.S., (1965), A Theory of the Allocation of Time, *Economic Journal* 75, 493-517.
- Becker, G.S., (1981), *A Treatise on the Family*, Cambridge, Mass. (Enlarged Second Edition: 1991).
- Becker, G.S., (1993), Nobel Lecture: The Economic Way of Looking at Behavior, *Journal of Political Economy* 101, 385-409.
- Becker, G.S., (1996), *Accounting for Tastes*, Cambridge, Mass.
- Becker, G.S., M. Grossman, K.M. Murphy (1991), Rational Addiction and the Effect of Price on Consumption, *American Economic Review* 81, 237-241.
- Becker, G.S., K.M. Murphy (1988), A Theory of Rational Addiction, *Journal of Political Economy* 96, 675-700.
- Böhm-Bawerk, E. v., (1881), *Rechte und Verhältnisse vom Standpunkte der volkswirtschaftlichen Güterlehre*, Innsbruck.
- Bolton, G.E., A. Ockenfels, (2000), ERC: A Theory of Equity, Reciprocity, and Competition, *American Economic Review* 90, 166-193.
- Braun, N., B.N. Lory, R. Berger, C. Zahner, (2001), *Illegal Märkte für Heroin und Kokain*, Bern.
- Caplin, A.S., B.J. Nalebuff, (1986), Multi-dimensional Product Differentiation and Price Competition, *Oxford Economic Papers* 38, 129-145.

- Caulkins, J.P., N. Nicosia, (2010), What Economics can Contribute to the Addiction Sciences, *Addiction* 105, 1156-1163.
- Cooter, R.D., (1991), Lapses, Conflict, and Akrasia in Torts and Crimes: Towards an Economic Theory of the Will, *International Review of Law and Economics* 11, 149-164.
- Croson, R., S. Gächter, (2010), The Science of Experimental Economics, *Journal of Economic Behavior and Organization* 73, 122-131.
- Cubbin, J. (1975), Quality Change and Pricing Behaviour in the UK Car Industry 1956-68, *Economica* 42, 43-58.
- Diewert, W.E., (1982), Duality Approaches to Microeconomic Theory, in: K.J. Arrow, M.D. Intriligator (Hrsg.), *Handbook of Mathematical Economics* Vol. II, Amsterdam et al., Kap. 12, 535-599.
- Endres, A., K. Holm-Müller, (1998), Die Bewertung von Umweltschäden – Theorie und Praxis sozioökonomischer Verfahren, Stuttgart.
- Fehr, E., K.M. Schmidt, (1999), A Theory of Fairness, Competition and Cooperation, *Quarterly Journal of Economics* 114, 817-868.
- Fehr, E., U. Fischbacher, (2003), The Nature of Human Altruism, *Nature* 425, 785-791.
- Frank, R.H., (1987), If Homo Economicus Could Choose His Own Utility Function, Would He Want One with a Conscience? *American Economic Review* 77, 593-604.
- Franz, W., (2009), *Arbeitsmarktkökonomik*, 7. Aufl., Berlin et al.
- Frey, B.S., (1997), Drugs: Drugs, Economics and Policy, *Economic Policy* 12, 387-398.
- Frey, B.S., R. Eichenberger, (2001), Economic Incentives Transform Psychological Anomalies, in: B.S. Frey, *Inspiring Economics – Human Motivation in Political Economy*, Cheltenham, UK et al., Kap. 3, 21-36.
- Fudenberg, D., E. Maskin, (1986), The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information, *Econometrica* 54, 533-554.
- Gravelle, H., R. Rees, (2004), *Microeconomics*, 3. Aufl., London, New York.
- Gravelle, H., R. Rees, (1992), *Microeconomics*, 2. Aufl., London, New York.
- Hanemann, W.M., (1991), Willingness to Pay and Willingness to Accept: How Much Can They Differ? *American Economic Review* 81, 635-647.
- Harrison, G.W., J.A. List, (2004), Field Experiments, *Journal of Economic Literature* 42, 1009-1055.

- Hartwig, K.-H., I. Pies, (1995), Rationale Drogenpolitik in der Demokratie – Wirtschaftswissenschaftliche und wirtschaftsethische Perspektiven einer Heroinvergabe, Tübingen.
- Held, M., G. Kubon-Gilke, R. Sturn, (Hrsg.), (2003), Experimente in der Ökonomik, Marburg.
- Henderson, J.M., R.E. Quandt, (1983), Mikroökonomische Theorie, 5. Aufl., München.
- Henrich, J., R. Boyd, S. Bowles, C. Camerer, E. Fehr, H. Gintis, R. McElreath, (2001), In Search of Homo Economicus: Behavioral Experiments in 15 Small-Scale Societies, American Economic Review 91, 73-78.
- Herberg, H., (1994), Preistheorie, 3. Aufl., Stuttgart, Berlin, Köln.
- Hicks, J.R., (1939), Value and Capital, Oxford.
- Hitsch, G., H. Hortacsu, D. Ariely, (2010), What Makes You Click?- Mate Preferences in Online Dating, Quantitative Marketing and Economics 8, 393-427.
- Hume, D., (1739/40), A Treatise of Human Nature, Neuauflage 1985, London et al.
- Kahneman, D., (2003), Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics, American Economic Review 93, 1449-1475.
- Kahneman, D., A. Tversky, (1979), Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, Econometrica 47, 263-291.
- Kahneman, D., A. Tversky, (1984), Choices, Values, and Frames, American Psychologist 39, 341-350.
- Kliemt, H., (1993), Ökonomische Analyse der Moral, B.-T. Ramb, M. Tietzel (Hrsg.), Ökonomische Verhaltenstheorie, München, 281-310.
- Kuhn, T., A. Maurer, (1995), Ökonomische Theorie der Zeitallokation – Gary Becker's Weiterentwicklung der Konsum- und Haushaltstheorie, in: B. Biervert, in: M. Held (Hrsg.), Zeit in der Ökonomik – Perspektiven für die Theoriebildung, Frankfurt a.M. et al., Kap. 7, 132-146.
- Lancaster, K.J., (1966), A New Approach to Consumer Theory, Journal of Political Economy 74, 132-157.
- Leontief, W., (1936), Composite Commodities and the Problem of Index Numbers, Econometrica 4, 39-59.
- Martiensen, J., (2000), Institutionenökonomik, München.
- McKenzie, R.B., G. Tullock, (1984), Homo Oeconomicus – Ökonomische Dimensionen des Alltags, Frankfurt a.M. et al.

Mises, L. v., (1940), Nationalökonomie: Theorie des Handelns und Wirtschaftens, Genf.

Morrison, G.C., (1997), Resolving Differences in Willingness to Pay and Willingness to Accept: Comment, American Economic Review 87, 236-240.

Mortensen, D. T., C. A. Pissarides, (1999), New Developments in Models of Search in the Labor Market, in: O. Ashenfelter, D. Card (Hrsg.), Handbook of Labor Economics, Bd. 3B, Amsterdam.

Neumann, J. v., O. Morgenstern, (1944), The Theory of Games and Economic Behavior, New York.

Pigou, A.C., (1920), The Economics of Welfare, London.

Pratt, J.W., (1964), Risk Aversion in the Small and in the Large, Econometrica 32, 122-136.

Ramb, B.-T., M. Tietzel (Hrsg.), (1993), Ökonomische Verhaltenstheorie, München.

Rosser, J.B. (Hrsg.), (2004), Evolution and Altruism, Journal of Economic Behavior and Organization 53, Sonderausgabe.

Roy, R.F.J., (1942), De l'utilité – contribution à la théorie des choix, Paris.

Samuelson, L., (2005), Economic Theory and Experimental Economics, Journal of Economic Literature, 43, 65-107.

Samuelson, P.A., (1938), A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour, Economica 5, 61-71.

Samuelson, P.A., (1948), Consumption Theory in Terms of Revealed Preference, Economica 15, 243-253.

Sen, A., (1986), Social Choice Theory, in: K.J. Arrow, M.D. Intriligator (Hrsg.), Handbook of Mathematical Economics Vol. III, Amsterdam et al., 1073-1181. Sen, A., (1995), Rationality and Social Choice, American Economic Review 85, 1-24.

Shephard, R.W., (1953), Cost and Production Functions, Princeton.

Shogren, J.F., S.Y. Shin, D.J. Hayes, J.B. Kliebenstein, (1994), Resolving Differences in Willingness to Pay and Willingness to Accept, American Economic Review 84, 255-270.

Shogren, J.F., D.J. Hayes, (1997), Resolving Differences in Willingness to Pay and Willingness to Accept: Reply, American Economic Review 87, 241-244.

Sichelstiel, G., F. Söllner, (2004), „Gleich und gleich gesellt sich gern” – ökonomische Ansätze zur Partnerwahl, Perspektiven der Wirtschaftspolitik 5, 249-270.

- Simon, H.A. (1957), Models of Man – Social and Rational – Mathematical Essays on Rational Human Behaviour in a Social Setting, New York.
- Slutsky, E.E. (1915), Sulla teoria del bilancio del consumatore, *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica* 51, 1-26. Englische Übersetzung (“On the Theory of the Budget of the Consumer”) in: K.E. Boulding, G.J. Stigler (Hrsg.) (1953), *Readings in Price Theory*, London.
- Smith, V.L., (1991), *Papers in Experimental Economics*, Cambridge.
- Smith, V.L., (2000), *Bargaining and Market Behavior – Essays in Experimental Economics*, Cambridge.
- Takayama, A., (1984), Consumer’s Surplus, Path Independence, Compensating and Equivalent Variations, *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft* 140, 594-625.
- Weizsäcker, C.C. v., (2002), Welfare Economics bei endogenen Präferenzen: Thünen-Vorlesung 2001, *Perspektiven der Wirtschaftspolitik* 3, 425-446.
- Zellner, A., (1987), Bayesian Inference, in: J. Eatwell, M. Milgate, P. Newman (Hrsg.), *The New Palgrave – A Dictionary of Economics*, London et al.

9611711

9611711

002 492 431 (10/16)

00049-4-02-S1



Alle Rechte vorbehalten
© 2016 FernUniversität in Hagen
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft