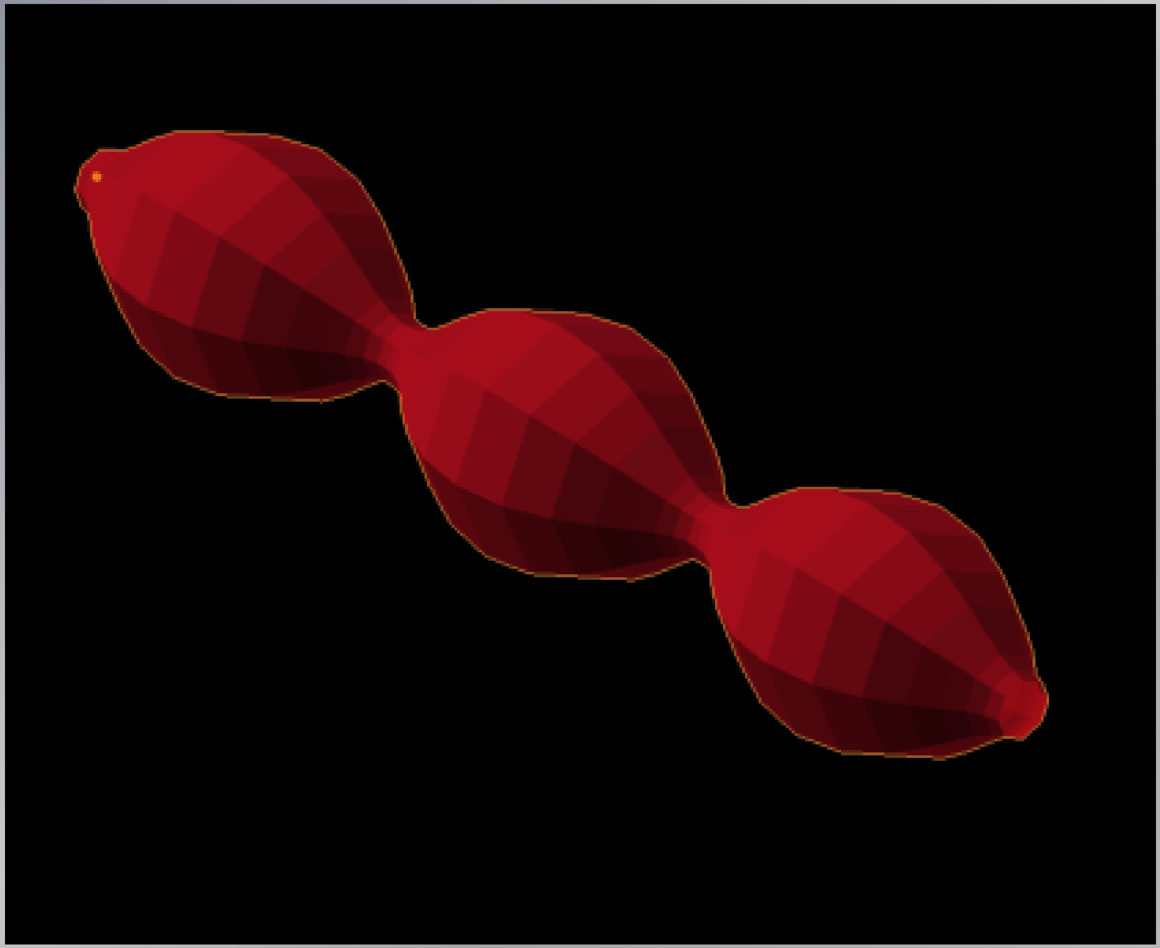
Delaunay

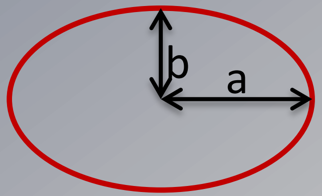


Gliederung

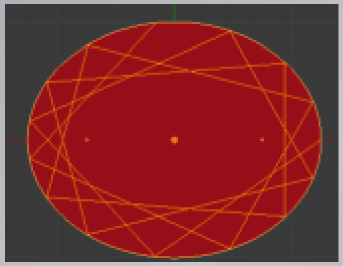
- **Konstruktion**
- **Eigenschaften**
- **Anwendungsfälle**

Konstruktion

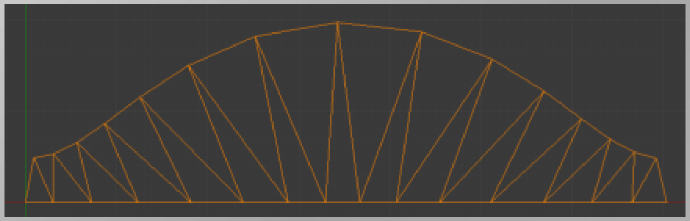
1. Ellipse



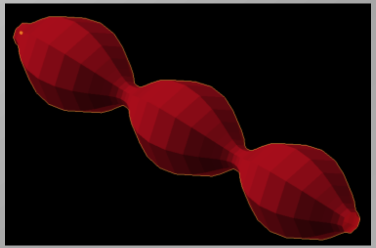
2. Billard



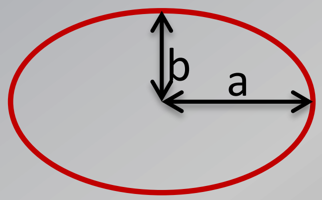
3. Ausrollen



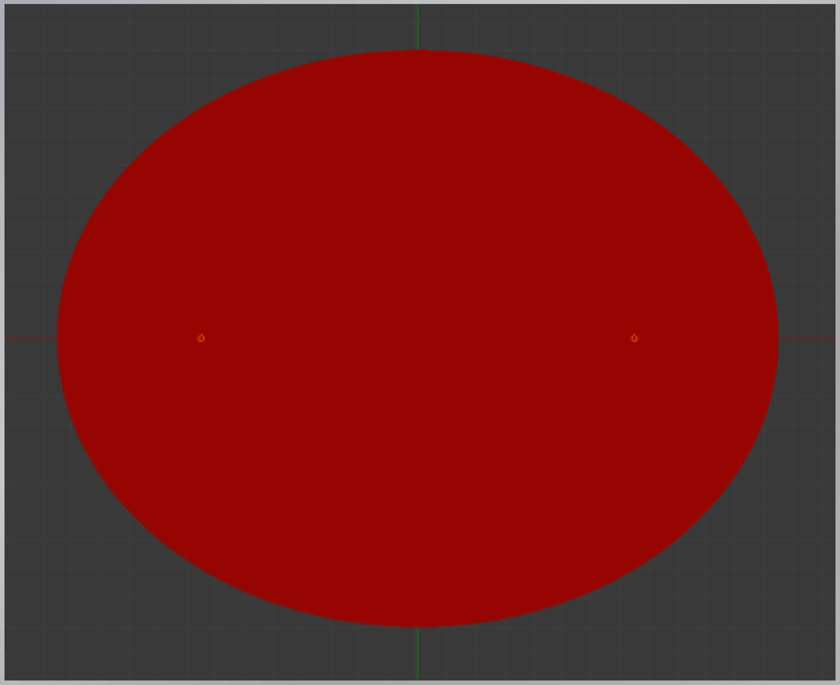
4. Rotieren



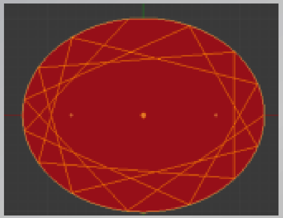
1. Ellipse



- Ellipsenformel: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- Ellipse $\triangleq$ Billardtisch



2. Billard



- <u>Startpunkt x der Kugel:</u> beliebiger Ellipsenpunkt
  <u>Startrichtung d:</u> günstige Anstoßrichtung

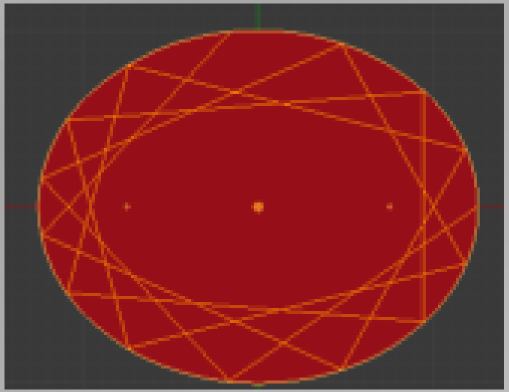
- <u>Aufzeichnung der Kugelbahn</u>:
  - Schnittpunkt Gerade mit Ellipse

    ⇒ x_{neu}

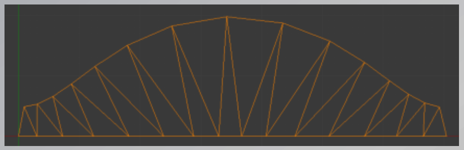
  - Bestimmung des Ausfallwinkels mittels Normale

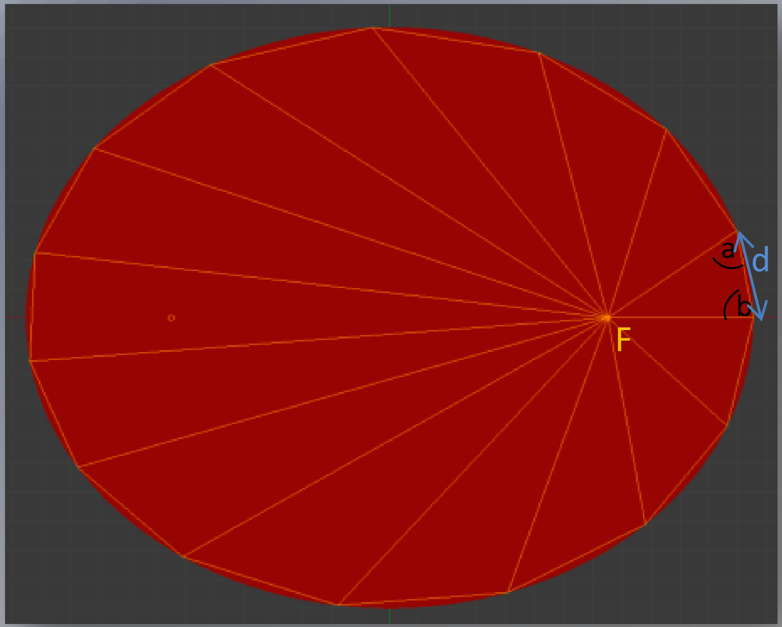
    $$n(x, y) = \frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2}$$

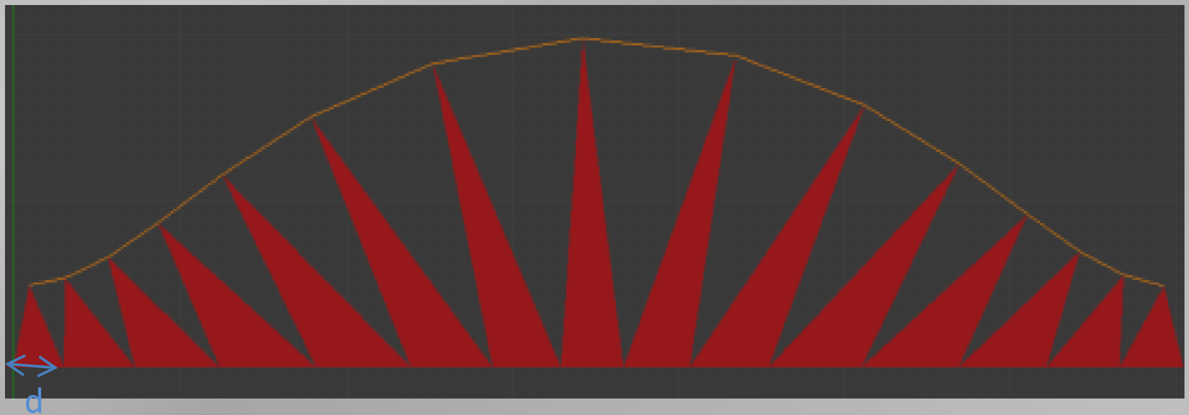
    ⇒ d_{neu}



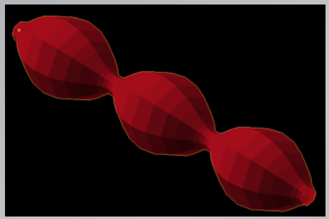
3. Ausrollen



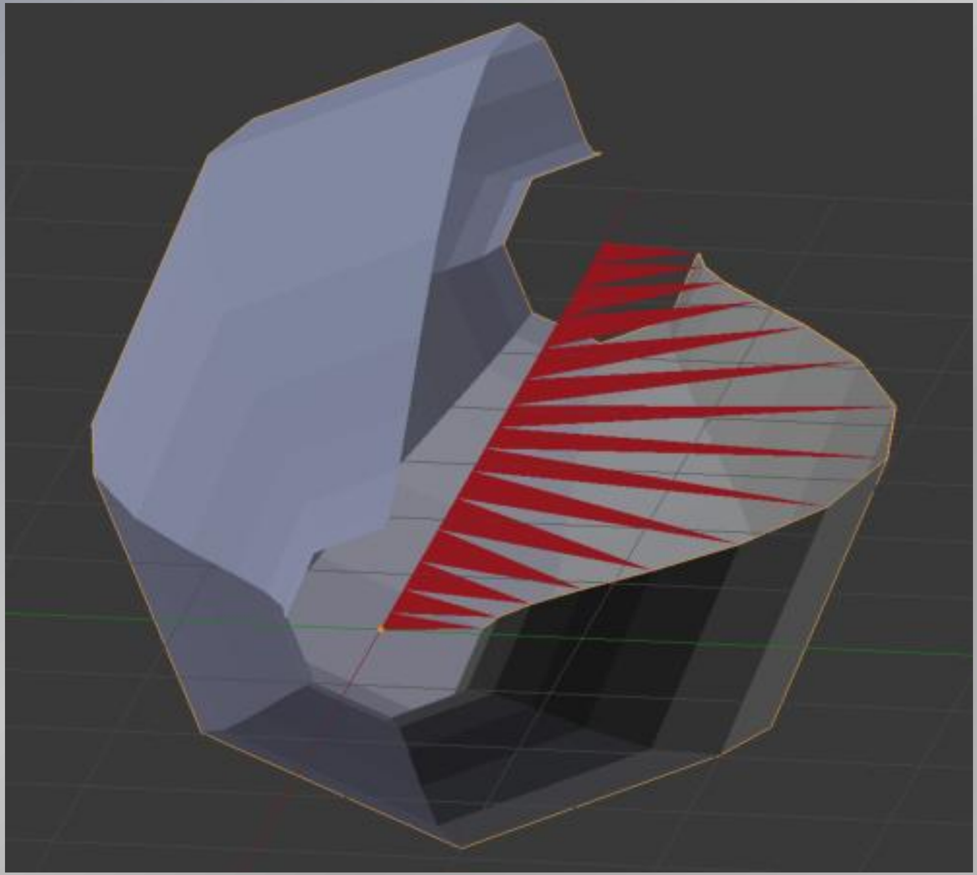




4. Rotieren



$$(p_1, p_2) \longrightarrow (p_1, cos(\varphi)p_2, sin(\varphi)p_2)$$



Eigenschaften

Isotherme Fläche:

Eine diskrete isotherme Fläche $\mathbb{R}^3$ ist eine Abbildung $F : \mathbb{Z}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$ bei der $[F_{n,m}, F_{n+1,m}, F_{n+1,m+1}, F_{n,m+1}]$ Doppelverhältnis -1 haben.

In unserem Fall muss gelten:

$$\frac{1}{c} + 1 = \frac{1 + \cos(\alpha_n - \beta_n)}{1 + \cos(\alpha_n + \beta_n)}$$

Konstante mittlere Krümmung:

Eine isotherme Fläche F hat *konstante mittlere Krümmung* mit mittlerer Krümmung $H \neq 0$, falls es eine geeignete duale Fläche F^* von F in konstantem Abstand gibt.

$$\|F_{n,m} - F^*_{n,m}\| = \frac{1}{H}$$

Unsere Rotationsfläche hat konstante mittlere Krümmung. Die entsprechende Dualfläche erhält man durch Ausrollen mit dem anderen Focuspunkt.

Anwendungsfälle

- Seifenblasen

- Traglufthallen

→ stetige CMCs

Fragen

Code und Videos:

https://github.com/Laetus/ws1415-modelle-seminar