Projet de probabilité et statistique

LAFONTAINE Laurine - SÉGUY Margaux

IMAC 2021

Table des matières

Chapitre 1

Descriptif du projet

1.1 Le jeu du blackjack

Le blackjack est un jeu de cartes typique du casino. La partie oppose individuellement chaque joueur contre la banque. Le but est de battre le croupier sans dépasser 21. Dès qu'un joueur fait plus que 21, on dit qu'il ≪ brûle ≫ et il perd sa mise initiale. La valeur des cartes est établie comme suit :

— de 2 à 9 → valeur nominale de la carte
— chaque figure + le 10 → 10 points
— l'As → 1 ou 11 (au choix)

Le blackjack est régi par la **loi hypergéométrique**, puisque l'on extrait au hasard un échantillon de n éléments. On a un tirage exhaustif de n éléments (c'est à dire n tirages sans remise). Ici, n représente les cartes.
La loi hypergéométrique de paramètres associés n, p et A est une loi de probabilité discrète. Parmi les n objets tirés, k sont souhaités et $n-k$ ne le sont pas. Il y a C_k^m façons de constituer des lots de k objets parmi les m présentant le caractère étudié et C_{n-k}^{N-m} façons de choisir les autres. Le nombre de cas possibles est C_N^n. Finalement, la loi de probabilité hypergéométrique est fournie par la formule :

$$P(X=k) = \frac{C_k^m * C_{n-k}^{N-m}}{C_N^n}$$

Chaque sabot (les cartes du croupier) étant indépendant du prochain, on peut approximer le jeu avec une loi binomiale. Le jeu est constitué d'une suite de manches indépendantes les unes des autres où le joueur gagne ou perd. A chaque manche, le joueur touche un gain positif ou négatif aléatoire. On peut considérer le hit (lorsque l'utilisateur pioche une carte) comme la variable de temps. A chaque hit, on considère un nouveau cycle, pour lequel les probabilités de jeu changent.

1.2 Les composantes aléatoires du jeu

Composante 1 : Les paquets de cartes

Espace d'état : Tirage de paquet et des cartes
Loi choisie : Tirage de Bernoulli
Pourquoi : Le choix de paquet n'admet que 2 issues : soit on tombe sur le paquet équilibré et c'est un succès, soit on tombe sur le paquet déséquilibré et c'est un échec. Toute application mesurable à valeur dans 0,1 est une variable de Bernoulli.
Paramètre : Plus ou moins de chance de tomber sur un paquet équilibré ou non, ce qui engendre plus ou moins de chance de gagner une partie.
Comment : On effectue un tirage aléatoire d'un nombre. Si ce nombre est inférieur au paramètre p du tirage de Bernoulli, alors on retourne vrai (et donc on tombe sur le paquet équilibré). Ce paramètre p peut être choisi par l'utilisateur dans un intervalle [0 ;1]. On affiche aussi l'espérance et la variance.

```
function binomiale(p, n, k) {
    nk = combination(n, k);
    return nk * Math.pow(p, k) * Math.pow((1 - p), n - k);
}
```

Composante 2 : Comportement du croupier

Espace d'état : Difficulté et tirage des cartes
Loi choisie : Loi normale
Pourquoi : On cherche à modéliser un phénomène naturel issus de plusieurs événements aléatoires. On simule la probabilité d'une variable aléatoire continue suivant une loi normale standard (centrée réduite). Cette distribution a une moyenne égale à 0 et un écart type égal à 1.
Paramètre : Plus ou moins de chance d'avoir un jeu difficile avec le comportement du croupier différent en fonction de la difficulté.
Comment : On effectue une distribution normale entre [0 ;1] en utilisant Box Muller et on récupère t, la valeur générée. On cherche à comparer cette distribution avec la valeur choisi par l'utilisateur dans le slider. En fonction des difficultés, si t $\geq$ la valeur de l'utilisateur, on applique une certaine limite au croupier, correspondant au nombre maximal de points qu'il est censé collecter avant de se stopper.

```
function normalDistribution() {
    let u = 0,
        v = 0;
    //Converting [0,1) to (0,1)
    while (u === 0) u = Math.random();
    while (v === 0) v = Math.random();
```

```
    let num = Math.sqrt(-2.0 * Math.log(u)) * Math.cos(2.0 *
        Math.PI * v);
    // Translate to 0 -> 1
    num = num / 10.0 + 0.5;
    // resample between 0 and 1
    if (num > 1 || num < 0) return randn_bm();
    return num;
}
```

Composante 3 : Comportement du joueur

Espace d'état : Les martingales qui permettent de modéliser le comportement du joueur concernant sa mise
Loi choisie : Loi uniforme
Pourquoi : Tous les intervalles de même longueur inclus dans le support de la loi ont la même probabilité. Ici on a 3 martingales qui procèdent de la même façon.
Paramètre : Mise du joueur plus ou moins grande en fonction des parties gagnées et de la martingale appliquée
Comment : X est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle [0 ;3]. On effectue un tirage sur l'intervalle [0 ;1]. En fonction du tirage, une martingale est appliquée.

```
function uniforme(a, b, c, d) {
    return ((d - c) / (b - a));
}
```

Composante 4 : Argent de départ

Espace d'état : Argent du joueur
Loi choisie : Loi binomiale
Pourquoi : On réitère n fois un tirage de Bernoulli de façon indépendante.
Paramètre : Argent initial du joueur plus ou moins élevé
Comment : L'utilisateur peut définir la variable du succès de la probabilité. Le nombre d'expérience correspond au nombre d'éléments du tableau qui contient les événements de l'argent initial. Enfin, on cherche a obtenir un succès donc k = 1.

```
function binomiale(p, n, k) {
    nk = combination(n, k);
    return nk * Math.pow(p, k) * Math.pow((1 - p), n - k);
}
```

Composante 5 : Difficulté

Espace d'état : Difficulté et jeu du croupier

Loi choisie : Loi de Poisson
Pourquoi : Événement fixé dans le temps : en fonction du nombre de parties jouées, la difficulté peut changer
Paramètre : Difficulté du jeu qui augmente plus ou moins
Comment : k correspond au nombre de parties jouées et λ est un paramètre que le joueur peut choisir, qui correspond au nombre de partie maximale.

```
function poisson(k, lambda) {
    let A = Math.pow(lambda, k);
    let L = Math.exp(-lambda);
    return ((A * L) / factorial(k))
}
```

Structure de corrélation : Les cartes que le joueur peut piocher dépendent du paquet de cartes initial. Pareil pour la pioche du croupier. Les actions du joueur et du croupier modifient les probabilités en jeu. La difficulté change aussi la configuration de tout le jeu. Il en est de même pour les martingales, qui agissent sur la mise du joueur et qui peuvent le faire perdre tout son argent plus ou moins rapidement (de même avec l'évènement de départ qui offre plus ou moins d'argent). Le fait que le joueur gagne sa partie dépend donc de plusieurs facteurs différents.

Chapitre 2

Les variables aléatoires et la probabilité au sein du blackjack

2.1 Choix du paquet

Soit un paquet de 52 cartes ou de 32 cartes. Un paquet de 32 cartes contient AS, 7, 8, 9, 10, J, D, R. Entre autre, différents nombre de cartes, il existe aussi deux types de paquet. Soit un paquet est équilibré et alors il est normalement constitué (répartition des probabilités de manière équiprobable). Soit un paquet est truqué et le paquet n'est pas équiprobable. Les paquets sont choisis grâce à un **tirage de Bernoulli**.

On considère le paquet truqué suivant : 10% de chance d'obtenir l'AS de coeur et le reste des cartes de manière équiprobable (90% de chance réparti sur 51 cartes). Pour le paquet non truqué, chaque carte a environ 1.8% de chance d'être tirée.

On note P(blackjack) la probabilité de gagner au Blackjack dès le début de la partie, lorsque le joueur tire ses deux premières cartes. L'événement possible est donc d'avoir un as (qui vaut 11 points quand le score est inférieur à 11, sinon 1) + une tête (valet, dame, roi) ou un dix car ces cartes valent 10 points. La probabilité de l'événement blackjack "obtenir un blackjack dès les deux premières cartes" est noté P(blackjack) et correspond au rapport :

$$P(blackjack) = \frac{nb_{issuesfavorables}}{nb_{issues}}$$

.

JEU ÉQUILIBRÉ :
Chaque carte étant dispersée de manière équiprobable, on peut utiliser le calcul

combinatoire.

Pour 52 cartes :

— Le nombre d'issues possibles de ce jeu est C_2^{52}

— Le nombre d'issues favorables est C_1^4 (1 as parmi les 4 possibilités : 1 carte as * 4 déclinaisons) et C_1^{16} (le nombre de têtes possibles = 4 * 4 cartes par couleurs = 16)

— On a donc $P(blackjack) = \frac{C_1^4 C_1^{16}}{C_2^{52}} = \frac{64}{1326} = \frac{32}{663} = 0,05$

— Autrement dit, on a

$$P(blackjack) = \frac{4}{52} * \frac{16}{51} + \frac{16}{52} * \frac{4}{51}$$

Pour 32 cartes :

— Le nombre d'issues possibles de ce jeu est C_2^{32}

— Le nombre d'issues favorables est C_1^4 et C_1^{16}

— On a donc

$$P(blackjack) = \frac{C_1^4 C_1^{16}}{C_2^{32}} = \frac{64}{496} = \frac{4}{31} = 0,13$$

JEU DÉSÉQUILIBRÉ :

Le jeu n'étant pas aléatoire, il faut faire attention entre l'événement "tirer l'as de coeur en premier puis une tête" et "tirer un as autre que l'as de coeur puis une tête". Soit C, l'évènement "Tirer une carte autre que l'As de coeur"

Pour 52 et 32 cartes :

$$P(A_{coeur}) = 10\%$$
$$\overline{P(A_{coeur})} = 100 - 10 = 90\%$$
$$P(C) = \frac{90}{51} = 1.76\%$$

On a 4 cas à calculer :

— **As de coeur + tête**
  — On a $P(b1) = 16 * (0.1 * \frac{1}{nbCartes-1}) = 0.03$

— **As quelconque + tête**
  — On a $P(b2) = (0.01 * \frac{90}{nbCartes-1}) * 3 * 16(\frac{90}{nbCartes-2} * 0.01) = 0.015$

— **Tête + As de coeur**
  — On a $P(b3) = 16 * (\frac{90}{nbCartes-1} * 0.01) * 0.1 = 0.03$

— **Tête + As quelconque**
  — On a $P(b4) = 16 * (\frac{90}{nbCartes-1} * 0.01) * 3 * (\frac{90}{nbCartes-2} * 0.01) = 0.02$

— On a donc

$$P(blackjack) = P(b1) + P(b2) + P(b3) + P(b4)$$

Le joueur a donc une probabilité de 0,05 de gagner dès le début si l'on commence avec un jeu de 52 cartes équilibré (ce qu'il se passe en temps normal au casino). Ce qui correspond à une fois toutes les 20 mains, pour donner un ordre d'idée. Dans les vraies conditions du casino, le blackjack est un des jeux les moins avantageux pour le joueur.

On voit que la meilleure chance de gagner dès le début est attribué au jeu déséquilibré de 32 cartes.

2.2 Probabilité d'obtenir un blackjack à la prochaine carte

La seule façon d'obtenir un blackjack au prochain hit est d'avoir un score de 10 et de tirer un AS. Sinon, l'obtention du blackjack se fait en plusieurs fois.

Au hit, on vérifie donc à chaque fois si le joueur a un score de 10.
Si c'est le cas,

$$P(blackjack) = \frac{C_1^4}{C_{nb_{\text{carte dans la main}}}^{nb_{\text{carte du paquet}} - nb_{\text{carte dans la main}}}}$$

pour le **paquet équilibré**.

Pour le **paquet déséquilibré**, si l'AS de coeur n'a pas été tiré, on a

$$P(blackjack) = 3 * (0.01 * \frac{90}{\text{nombre de carte total - 1 - nombre de carte dans la main}})$$

S'il a été tiré, on a :

$$P(blackjack) = 3 * (0.1 * \frac{1}{\text{nombre de carte total - 1 - nombre de carte dans la main}})$$

Sinon, la probabilité est de 0 puisque l'événement est impossible.

2.3 Chance du croupier

Notre croupier est automatisé. Celui-ci est obligé de piocher des cartes jusqu'à obtenir la limite définie dans la difficulté. En difficulté normale, cette limite est à 17 (règle normal du blackjack pour que le croupier ait une chance de gagner). Jusqu'à obtenir un score de 17, il est obligé de piocher.

En utilisant les transformations de Box Muller, on effectue une distribution normale entre 0 et 1. Si l'écart type est supérieur à 3.6, on rééchantillonne les valeurs. On applique la limite de 17, sinon une limite random entre 14 et 17.

2.4 Difficulté du jeu

La limite de tirage exposée plus haut est à 20 en mode facile, 17 en mode normal et 16 en mode difficile. A chaque fin de jeu, on applique une loi de Poisson de paramètre $k = nombredepartiesjouees$ et $\lambda = 10/3$. Si cette probabilité est supérieure à 0.2, alors on passe à la difficulté normale. Le joueur peut contrôler le λ de la loi de Poisson qui correspond au nombre de parties maximales.

2.5 Martingale

Une martingale est une technique dont le but est d'augmenter les chances de gain aux jeux de hasard tout en respectant les règles de jeu.

Définition : Soit un processus adapté (Xn, Fn) tel que Xn est intégrable pour tout entier n. On dit que le processus est une martingale si $\forall 0 \leq m \leq n, E(Xn|Fm) = Xm$. Si Xn représente la fortune du joueur à l'instant n, dire que la suite (Xn) est une martingale signifie que la connaissance des parties passées (c'est-à-dire la connaissance des événements de Fm) ne donne pas d'avantages pour les parties à venir. Ici, on a implémenté trois martingales différentes :

- **La pyramide d'Alembert :** Augmenter la mise d'une unité après une perte et diminuer la mise d'une unité après un gain.
- **La contre d'Alembert :** Diminuer la mise d'une unité après une perte et augmenter la mise d'une unité après un gain.
- **Le paroli de 2 :** Doubler la mise à chaque gain, puis, à partir d'un nombre de 4 gains, s'arrêter et recommencer avec la mise de départ

On effectue un tirage uniforme, où X est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle [0 ;3]. On effectue un tirage sur l'intervalle [0 ;1]

$$P(c \leq X \leq d) = \frac{d-c}{b-a}$$

Si le tirage est entre 0 et 0.3 alors on effectue la martingale d'Alembert, si le tirage est entre 0.2 et 0.5 alors on effectue la contre d'Alembert, sinon la paroli de 2.

2.6 Retour espéré

Le retour espéré est un pourcentage attribué à chaque jeu qui définit la somme que doit reverser obligatoirement le casino aux joueurs, en fonction des mises. Parier un montant moindre à chaque fois ne change pas les chances de gagner une seule main, mais cela réduit la variation du retour espéré. En d'autres termes, la probabilité que vous vous retrouviez dans le positif diminue avec le temps de jeu. Comment calcule-t-on le retour espéré ?

Retour espéré $= P(1 - P(blackjack)) *$ mise perdue$-P(blackjack) *$ mise gagnée

2.7 Probabilité de la bonne main

Au blackjack, une bonne main est le fait de démarrer avec 21, 20, 19 ou 18 points (en seulement deux cartes donc). En début de jeu, on peut calculer la probabilité que le joueur démarre avec une bonne main.

JEU ÉQUILIBRÉ

Pour 52 et 32 cartes on a :

— Pour **21 points** (le cas Blackjack), nous avons déjà calculé la probabilité qui est de 5 % pour 52 cartes et 13% pour 32 cartes.

— Pour **20 points**, les cas possibles sont : un AS et un 9. Ou deux têtes. On a donc
$$P(20points) = \frac{C_1^4 C_1^4 + C_2^{16}}{C_2^{nbCarte}}$$

— Pour **19 points**, les cas possible sont : une tête et un neuf ; un AS et un 8. On a donc
$$P(19points) = \frac{C_2^4 + C_1^{16} C_1^4}{C_2^{nbCarte}}$$

— Pour **18 points**, les cas possible sont : une tête et un 8 ; un AS et un 7 ; deux 9. On a donc

$$P(18points) = \frac{C_2^4 + C_1^{16}C_1^4 + C_2^4}{C_2^{nbCarte}}$$

— Pour la bonne main totale :

$$P(bonnemain) = P(21points)+P(20points)+P(19points)+P(18points)$$

JEU DÉSÉQUILIBRÉ

A chaque fois, il faut penser au cas où l'as de coeur a été tiré, puisque la répartition du paquet est changé une fois cette carte tirée. Ici, on ne présentera que les formules finales et non toute l'explication détaillée du cas par cas, puisqu'on procède approximativement de la même manière que le calcul pour 21 points.

— Pour **21 points** (le cas Blackjack), nous avons déjà calculé la probabilité qui est de 9 % pour 52 cartes et 18% pour 32 cartes.

— Pour **20 points**, les cas possibles sont : un AS et un 9. Ou deux têtes. On a donc

$$\begin{aligned} P(20points) = 0.1 * (&\frac{1}{nbCarte-1}) * 4) + ((\frac{90}{nbCarte-1}) * 0.01) \\ &* \frac{90}{nbCarte-2} * 0.01)) * 2 + (0.01 * (\frac{90}{nbCarte-1})) \\ &* 4 * 0.1) + (\frac{90}{nbCarte-1}) * 0.01 * 4) \\ &* (3 * (\frac{90}{nbCarte-2} * 0.01)) \end{aligned} \tag{2.1}$$

— Pour **19 points**, les cas possibles sont : une tête et un neuf ; un AS et un 8. On a donc

$$\begin{aligned} P(19points) = (16 * (&\frac{90}{nbCarte-1} * 0.01)) * 4 * \\ &\frac{90}{nbCarte-2} * 0.01)) * 2 + (0.1 * \frac{1}{nbCarte-1} * 4)) \\ &+(\frac{90}{nbCarte-1} * 0.01) * 4 * 0.1) + (\frac{90}{nbCarte-1} * 0.01 \\ &* 3 * 4 * (\frac{90}{nbCarte-2} * 0.01) * 2 \end{aligned} \tag{2.2}$$

— Pour **18 points**, les cas possible sont : une tête et un 8 ; un AS et un 7 ;

deux 9. On a donc

$$P(18points) = ((\frac{90}{nbCarte-1}) * 0.01) * 16 * 4 * \\ \frac{90}{nbCarte-2} * 0.01)) * 2 + (0.1 * (\frac{1}{nbCarte-1} * 4)) \\ + (\frac{90}{nbCarte-1} * 0.01) * 4 * 0.1) + (\frac{90}{nbCarte-1} * 0.01 \\ * 3 * 4 * (\frac{90}{nbCarte-2} * 0.01)) * 2 + ((\frac{90}{nbCarte-1} * 0.01) * 4 * \\ \frac{90}{nbCarte-2} * 0.01) * 4) * 2 \tag{2.3}$$

— Pour la bonne main totale :

$$P(bonnemain) = P(21points) + P(20points) + P(19points) + P(18points)$$

2.8 Probabilité de la prochaine carte

Dans le blackjack de 52 cartes ou 32 cartes, on a 1 as et 4 cartes allant de 10 à Roi (on rappelle que chaque carte est déclinée en 4 couleurs) ce qui fait en vérité 4 as et 16 têtes.

Le joueur peut entrer la valeur de la carte dont il aimerait connaître la probabilité pour le prochain tirage. La formule de probabilité pour obtenir une certaine valeur favorable dépend du nombre de jeux de cartes utilisés. Si l'on indique par x une valeur favorable, par nx le nombre de cartes ayant la valeur x (de la main du joueur et du croupier) et par nv le nombre total de cartes, alors la probabilité que la prochaine carte du jeu ait la valeur x est :

Pour le jeu équilibré :

— $P(prochainecarte = x) = \frac{4-nx}{nombredecartestotaldanslepaquet-nv} six \neq 10$

— $P(prochainecarte = x) = \frac{16-nx}{nombredecartestotaldanslepaquet-nv} six = 10$

2.9 Probabilité de brûler

Brûler au blackjack signifie dépasser le 21. On veut calculer la probabilité de bust à la prochaine carte donné (au prochain hit). La formule utilisée est la suivante :

$$P(bruler) = \frac{\text{nombre de carte qui peuvent faire brûler}}{\text{nombre de carte inconnue}}$$

On s'explique : à chaque fois avant le hit, on vérifie le score du joueur. On soustrait 21 (le blackjack) à ce score. On obtient la limite à ne pas dépasser (i.e les valeurs de carte qu'il ne faut pas dépasser). Pour trouver le nombre de carte qui ferait dépasser la limite, on parcourt le paquet du joueur et on vérifie à chaque carte si elle est supérieure ou non à la limite. Si c'est le cas, on ajoute 1 au compteur. A la fin du parcours, on aura donc le nombre de carte qui font brûler.

Le nombre de carte inconnues est le nombre de carte contenue dans le paquet - le nombre de carte dans la main du joueur.

```
    let nbUnknownCard = this.numberCard - this.numberCardHand
    let count = 0
    //limit is a card the player must draw in order to not bust
    let limit = 21 - this.player.getScore()
    let cards = []
    for (let i = 0; i < this.player.hand.length; i++) {
        cards.push(this.player.hand[i].rank)
    }
    for (let i = 0; i < deck.length; i++) {
        if (deck[i].getValue() >= limit) {
            count++;
        }
    }
    return count / nbUnknownCard;
```

2.10 Graphique de distribution des cartes

Attention, ce graphique ne s'applique que pour le paquet équilibré.

Pour le cas d'un couple aléatoire, on peut généraliser une loi de probabilité. Soit (X, Y), un couple de variable aléatoire et si l'on définit $Z = h(X, Y)$, la fonction de répartition de cette variable est obtenue en identifiant pour le $couple(X, Y)$ un événement. Soit $Z = X + Y$ avec $X \perp Y$ car X et Y ont la même distribution.

On cherche donc la distribution des valeurs obtenues avec les deux premières cartes si l'on veut obtenir la plus grosse somme (avec l'AS valant 11). Soit X et Y les valeurs respectives de la première et de la deuxième carte. Les valeurs possibles vont de 2 à 11 pour X et Y. Dans un jeu classique de 52 cartes, on a comme distribution :

$p_z(4) = p_x(2) * p_y(2) = 1/169$ car $p_x(x) = 1/13$ si $2 \leq x \leq 9$ et $p_x(10) = 4/13$ et $p_x(11) = 1/13$

avec ce même principe, on calcule toutes les répartitions possibles jusqu'à la valeur 22 (deux AS). Cela donne le graphique que vous pouvez voir sur le site.

Pour 32 cartes, on a la même distribution mais le dénominateur est égal à 256.

2.11 Risque de ruine

L'opposé du gain de la $n^e me$ manche constitue une perte X_n. On peut donc calculer la perte cumulée à la $i^e me$ manche. $S_n = X_1 + X_2 + ... + X_n$ En mathématiques, on appelle la suite $(S_1, S_2, ..., S_n)$ la **marche au hasard**.

On suppose que le joueur est compétant : l'espérance de gain à un manche est donc $\nu > 0$. On a donc comme espérance de perte $E(X_1) = -\nu$ On peut donc calculer la variance sur le gain ou la perte : $Var(X_1) = \sigma^2 > 0$

Ici, comme le jeu est hasardeux, à tout moment il peut y avoir une perte cumulée, qui va dépasser la cagnotte. $\exists$ n tq $S_n \geq Ca$. Ce qui simule la ruine.

On suppose la perte X_n composé d'une partie déterministe (pour le même argument renverra toujours le même résultat) $-\nu$ et de fluctuation aléatoire de la loi normale d'espérance 0 et de variance σ^2

Puisque le jeu est en temps continu, on peut calculer la perte du joueur à un instant t. Celle-ci est composée d'une partie déterministe $-\nu t$ et de fluctuation cumulée σWt de la loi normale centrée, issue des manches aux instants $S \leq t$

Comme la variance d'une somme de variables indépendantes est la somme des variances, on demande que la variance de σWt soit $\sigma^2 t$ (cf mouvement brownien standard)

On peut donc calculer le risque de ruine comme suit : $\exp(\frac{-2\nu Ca}{\sigma^2})$

σ étant la variance

Introduire le risque de ruine étant trop complexe, nous allons nous contente de calculer la banque requise qui défini le montant a avoir pour éviter de se ruiner.

$$B = \frac{\ln(R)}{2E} * (-(SD)^2)$$

Où : B = Banque totale requise
ln= Logarithme naturel
R = Risque acceptable
E = Espérance mathématique
SD = Écart-type (Standard Deviation)

Le risque acceptable est de 2%.

Cela correspond au champ "Total bank required" dans le jeu.

Chapitre 3

Conclusion

Nous avons trouvé intéressant de réfléchir sur un jeu et d'expérimenter l'utilisation de mathématiques au sein d'un projet, mais nous nous perdons vite lorsque l'on essaie de calculer des probabilités. Il est difficile de savoir si nos calculs de probabilités sont bons ou non. Une des difficultés majeure a été d'implémenter les calculs de probabilité avec les poids pour le paquet déséquilibré. Lorsque l'on donne plus ou moins de chance à un carte, le paquet n'est plus équiprobable et tous les calculs de probabilité engendrés en devienne plus compliqués. Nous avons réussi à régler ce problème en lisant beaucoup de sources différentes. En outre, la réalisation du projet a été assez complexe mais c'est en cela qu'elle a été intéressante, nous avons beaucoup appris tant sur le plan mathématique que celui de la programmation. On n'y pense pas souvent, mais les probabilités sont vraiment quelque chose d'important dans un jeu vidéo. Ce projet nous a donc permis d'apprendre beaucoup de choses par rapport au domaine des probabilités et nous sommes contentes de ce que nous avons réalisé.