



## WISKUNDE GRAAD 8



DATUM: .....  
ONDERWERP: PYTHAGORAS

### KONSEPTE EN VAARDIGHEDE OM TE BEMEESTER:

Teen die einde van die les behoort leerders die volgende te kan doen en verstaan:

- Die tipes driehoeke identifiseer, skuinssy van reghoekige driehoek kan bereken, die verhouding tussen die lengte van die sye van 'n reghoekige driehoek verstaan.
- Probleme oplos deur die stelling van Pythagoras te gebruik.
- Gebruik te maak van die stelling van Pythagoras om probleem op te los met betrekking tot die onbekende sylengtes.
- Bepaal of 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is deur die omgekeerde van die stelling van Pythagoras te gebruik.

#### BRONNE:

DBE Werkboek, Sasol-Inzalo boek, handboeke.

#### AANLYNBRONNE

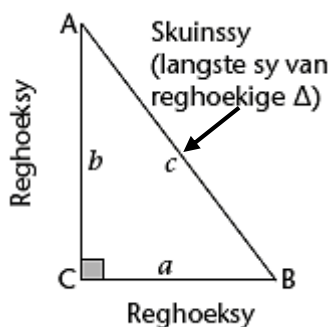
<https://drive.google.com/open?id=1Qw6gZmSxQ-ypsHmqx1LHnVbA2HsKX79>  
<https://www.thelearningtrust.org/asp-treasure-box>

### DAG 1:

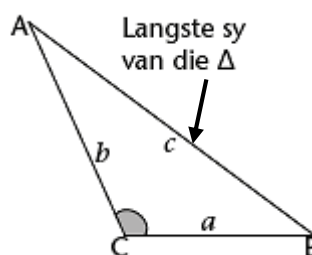
#### INLEIDING: LEES DIE VOLGENDE OM JOUSELF VERTROUD TE MAAK MET DIE ONDERWERP:

Wat onthou jy van die verskillende driehoeke?

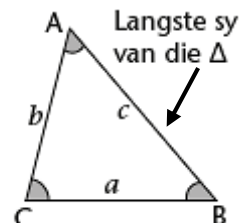
Reghoekige driehoeke:  
Een hoek is  $90^\circ$



Stomphoekige driehoeke:  
Een hoek is 'n stomphoek  
(tussen  $90^\circ$  en  $180^\circ$ )



Skerphoekige driehoek:  
Alle hoeke is  
skerphoeke (kleiner as  $90^\circ$ )



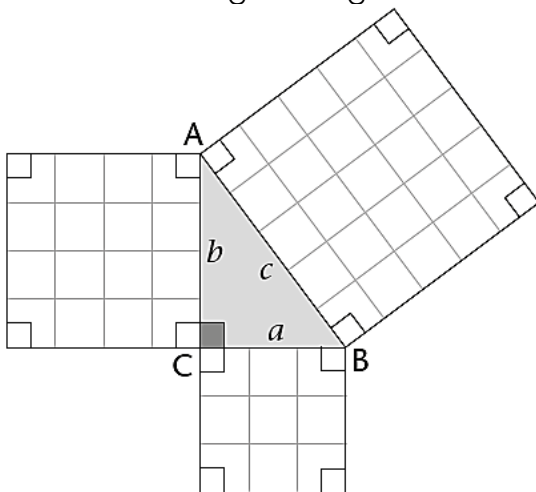
As die hoekpunte van 'n driehoek A, B en C gemerk is, word die teenoorstaande sye dikwels as  $a$ ,  $b$  en  $c$  gemerk, soos getoon in die diagramme hier bo.

Ons gebruik die word **skuinssy** vir die sy teenoor die  $90^\circ$ -hoek van 'n reghoekige driehoek. Die skuinssy is altyd die langste sy van 'n reghoekige driehoek. 'n Driehoek sonder 'n regte hoek het nie 'n skuinssy nie.

## LESONTWIKKELING:

### ONDERSOEK DIE VERBAND TUSSEN DIE LENGTES VAN DIE SYE:

Bestudeer die volgende figure. Elke driehoek het 'n vierkant op elkeen van sy sye.



Ons kan sien dat hierdie 'n reghoekige driehoek is.

Ons kan ook sien dat sy  $a$  drie eenhede het, sy  $b$  het vier eenhede en sy  $c$  het 5 eenhede.

Indien ons die aantal eenhede per vierkant gaan bereken sal ons 'n baie interessante feit waarneem.

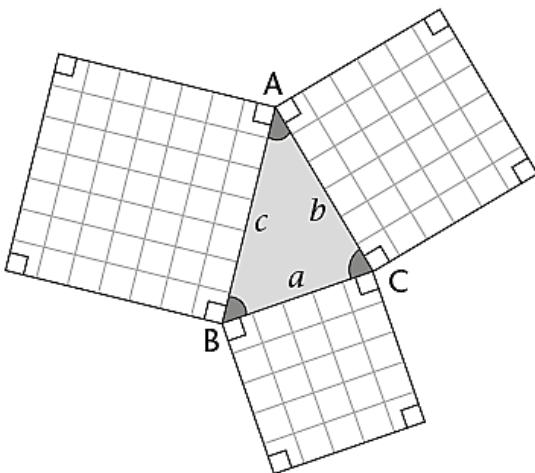
Sy	Eenhede per sy	Eenhede per vierkant
$a$	3	9
$b$	4	16
$c$	5	25

Ons kan waarneem dat by al driesy is die eenhede per vierkant dieselfde as die kwadraat van die eenhede per sy.

Die ander waarneming wat ons kan maak is dat  $9 + 16 = 25$ . Ons kan dus die volgende gevolgtrekking maak vir reghoekige driehoeke.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ons kan sien dat hierdie 'n skerphoekige driehoek is.



Sy	Eenhede per sy	Eenhede per vierkant
$a$	5	25
$b$	6	36
$c$	7	49

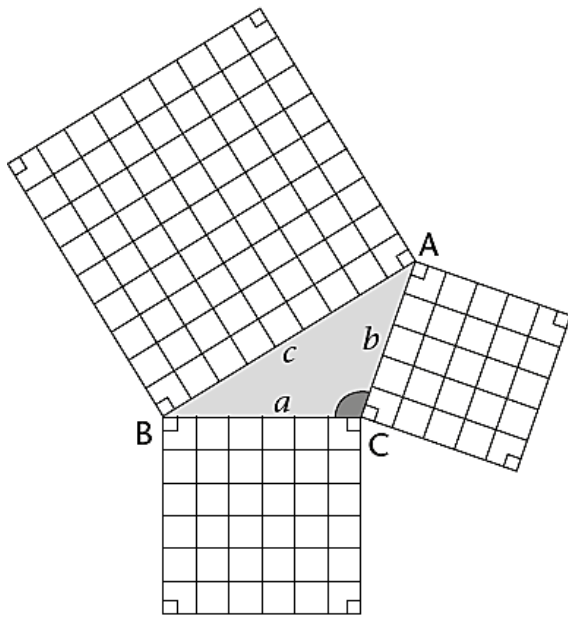
Indien ons dieselfde toepas soos hier bo sal ons sien dit is nie waar vir hierdie driehoek nie.

$$a^2 + b^2 = 25 + 36 \\ = 61$$

$$c^2 = 49$$

Soos genoem is dit nie die geval nie maar eerder

$$a^2 + b^2 > c^2$$



Ons kan sien dat hierdie 'n stomphoekige driehoek is.

Sy	Eenhede per sy	Eenhede per vierkant
<b>a</b>	6	36
<b>b</b>	5	25
<b>c</b>	9	81

Indien ons dieselfde toepas soos hier bo sal ons sien dit is nie waar vir hierdie driehoek nie.

$$a^2 + b^2 = 36 + 25$$

$$= 61$$

$$c^2 = 81$$

Soos genoem is dit nie die geval nie maar eerder

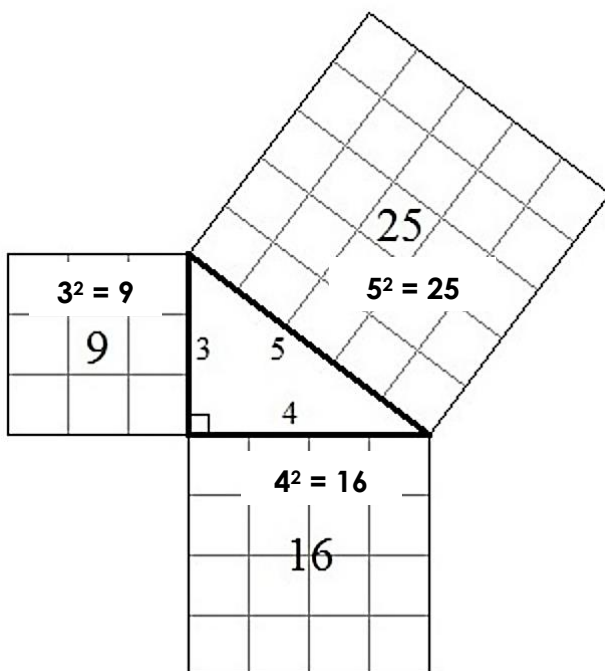
$$a^2 + b^2 < c^2$$

Wanneer ons na die bogenoemde kyk kan ons die afleiding maak dat indien ons 'n reghoekige driehoek het weet ons dat  $a^2 + b^2 = c^2$ , en hierdie word die stelling van Pythagoras genoem en is slegs geldig vir reghoekige driehoeke.

Ons het ook nie nodig om vierkante met eenhede binne die vierkant van die sye te teken nie. In plaas daarvan kan ons slegs die lengte van die sye kwadreer.

## VOORBEELD:

Bestudder die driehoek hier onder:



Hierdie driehoek het beide die lengtes van die sye sowel as die vierkante met die eenhede aangedui. Indien ons dit bestudeer sal ons waanmee dat die aantal eenhede in die vierkant is gelyk aan die kwadraat van die sy.

Ons kan dieselfde beginsel gebruik as hier bo maar ons hoef nie die aantal eenhede te tel nie.

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16$$

$$= 25$$

Ons kan ook waarneem dat  $5^2 = 25$ , ons kan dus die gevolgtrekking maak dat hierdie 'n reghoekige driehoek is.

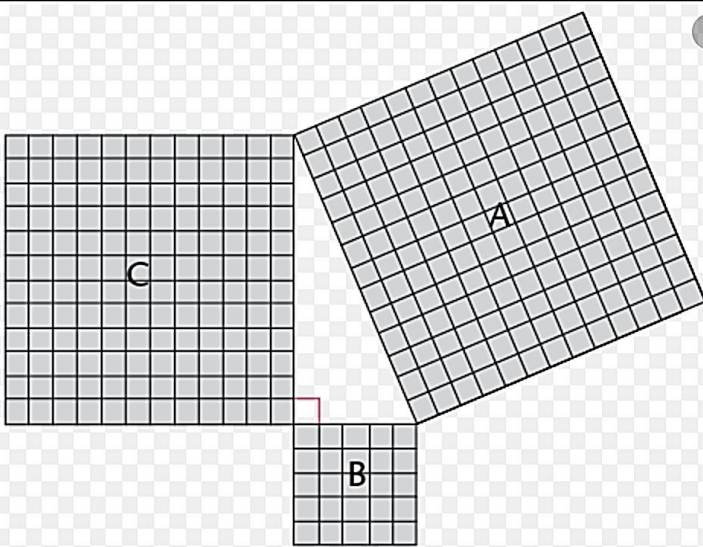
## KLASWERK

Werk deur die volgende oefeninge en skryf die antwoorde in u klaswerkboek. Aan die einde van die les kan die antwoorde gevind word:

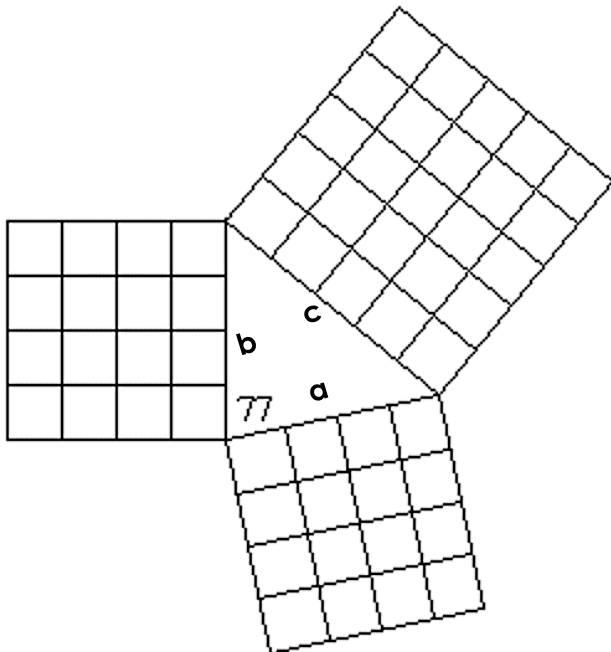
### AKTIWITEIT 1:

Bestudeer die figure hier onder en voltooi die tabel.

a)



b)



Figuur	Lengte van sy a	Lengte van sy b	Lengte van sy c	$a^2$	$b^2$	$c^2$	Tipe driehoek
a)							
b)							



### AKTIWITEIT 2:

Skryf die volgende stellings oor en gebruik die bostaande voltooide tabel hier bo om,  $>$ ,  $<$  of  $=$  by die stellings te voeg.

$a^2 + b^2$  \_\_\_  $c^2$  wanneer  $\Delta ABC$  'n skerphoekige driehoek is.

$a^2 + b^2$  \_\_\_  $c^2$  wanneer  $\Delta ABC$  'n stomphoekige driehoek is.

$a^2 + b^2$  \_\_\_  $c^2$  wanneer  $\Delta ABC$  'n reghoekige driehoek is.

### AKTIWITEIT 3:

Dui aan of die volgende stellings waar of onwaar is.

- In enige reghoekige driehoek, is die oppervlakte van die vierkant op die skuinssy gelyk aan die som van die oppervlakte van die vierkante op die ander twee sye.
- As 'n driehoek skerphoekig is, is die kwadraat van die lengte van die langste sy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.

### DIT IS BELANGRIK OM TE ONTHOU:

Ons gebruik die word **skuinssy** vir die sy teenoor die  $90^\circ$ -hoek van 'n reghoekige driehoek. Die skuinssy is altyd die langste sy van 'n reghoekige driehoek. 'n Driehoek sonder 'n regte hoek het nie 'n skuinssy nie.

Indien ons 'n reghoekige driehoek het weet ons dat  $a^2 + b^2 = c^2$ , en hierdie word die stelling van Pythagoras genoem en is slegs geldig vir reghoekige driehoeke.

Omdat nie alle driehoeke as A, B en C genoem word nie kan ons sê dat die stelling van Pythagoras soos volg gestel kan word:

$$(\text{Skuinssy})^2 = (\text{Sy } 1)^2 + (\text{Sy } 2)^2$$



### HUISWERK:

Doen die volgende oefening, deur toe te pas wat u vandag **VOLTOOI EERS AL JOU HUISWERK ALVORENS JY JOU ANTWOORDE VERGELYK MET GEGEWE MEMORANDUM. GELEER HET.**



### VRAAG 1:

x, y en z is die sye van die driehoeke, met sy z wat altyd die langste sy gaan wees.  $x^2$ ,  $y^2$  en  $z^2$  is die oppervlakte van die vierkante op daardie sye.

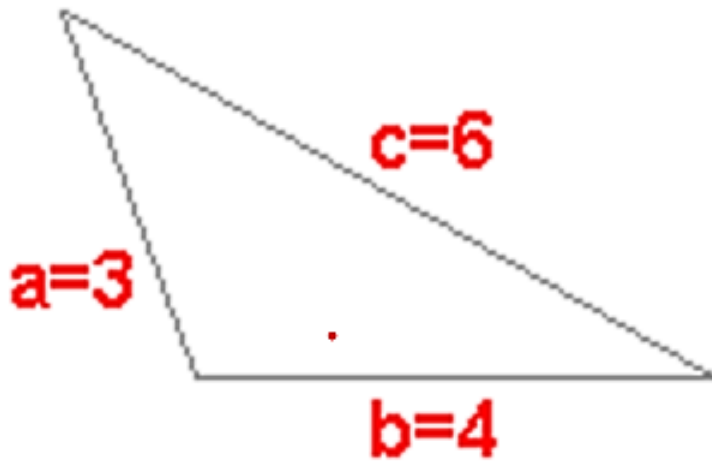
Voltooi die volgende tabel.

	x	$x^2$	y	$y^2$	z	$z^2$	= < >	$x^2 + y^2$	Tipe $\Delta$
$\Delta ABC$	2		3		4				
$\Delta DEF$	3		4		5				
$\Delta GHI$	3		4		6				

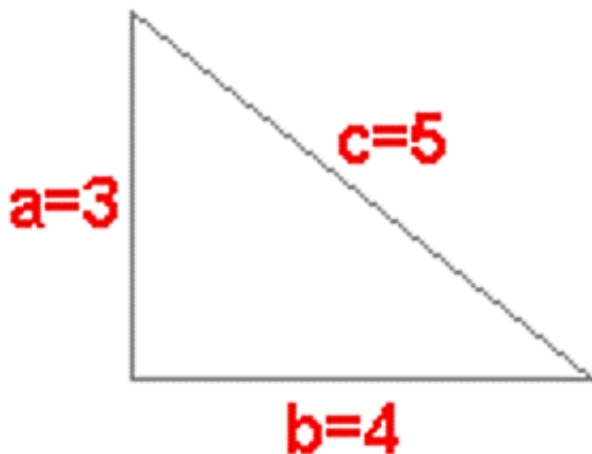
**VRAAG 2:**

Bestudeer die volgende figure en voltooi die tabel hier onder.

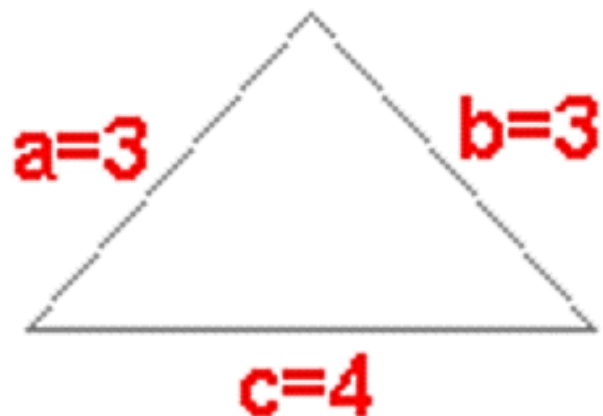
a)



b)



c)



Figuur	Tipe driehoek	Lengte van sy a	Lengte van sy b	Lengte van sy c	$a^2$	$b^2$	$c^2$
a)							
b)							
c)							

**VRAAG 3:**

Dui aan of die volgende stellings waar of onwaar is.

- As 'n driehoek reghoekig is, is die kwadraat van die lengte van die skuinssy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.
- In enige stomphoekige driehoek, is die oppervlakte van die vierkant op die langste sy gelyk aan die som van die oppervlakte van die vierkante op die ander twee sye.

## MEMORANDUM: DAG 1:

### KLASWERK

#### AKTIWITEIT 1:

Figuur	Lengte van sy a	Lengte van sy b	Lengte van sy c	$a^2$	$b^2$	$c^2$	Tipe driehoek
a)	13	5	12	169	25	144	Reg-hoekige
b)	4	4	5	16	16	25	Stomp-hoekige



#### AKTIWITEIT 2:

- a) >
- b) <
- c) =

#### AKTIWITEIT 3:

- a) Waar
- b) Onwaar

### HUISWERK :

#### VRAAG 1:

	x	$x^2$	y	$y^2$	z	$z^2$	= < >	$x^2 + y^2$	Tipe $\Delta$
$\Delta ABC$	2	4	3	9	4	16	<	13	Stomp-hoekig
$\Delta DEF$	3	9	4	16	5	25	=	25	Reg-hoekig
$\Delta GHI$	3	9	4	16	6	36	>	25	Skerp-hoekig

#### VRAAG 2:

Figuur	Tipe driehoek	Lengte van sy a	Lengte van sy b	Lengte van sy c	$a^2$	$b^2$	$c^2$
a)	Obtuse-angled	3	4	6	9	16	36
b)	Right-angled	3	4	5	9	16	25
c)	Acute-angled	3	3	4	9	16	16

#### VRAAG 3:

- a) Waar
- b) Onwaar



## DAG 2:

### LESONTWIKKELING:

#### WERK MET DIE STELLING VAN PYTHAGORAS

Die spesiale verband tussen die lengtes van die sye van 'n reghoekige driehoek staan bekend as die stelling van Pythagoras.  
Dit kan in terme van oppervlakte as volg gestel word:



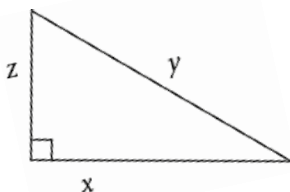
*As 'n driehoek 'n regte hoek bevat, is die oppervlakte van die vierkant, waarvan die sy die skuinssy van die driehoek is, gelyk aan die som van die oppervlakte van die vierkante op die ander twee sye.*

Ons kan dit aanpas en die verwysing na die oppervlakte weglaat aangesien nie alle voorbeelde gebruik gaan maak van vierkante nie.

*As 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is, dan is die kwadraat van die lengte van die skuinssy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.*

$$(Skuinssy)^2 = (Sy 1)^2 + (Sy 2)^2$$

Ons kan die verband uitdruk deur gebruik te maak van die "naam" van die sye.  
Voorbeeld:



Hier word die sye x, y en z genoem, waar z die skuinssy is.

Met hierdie in gedagte kan dit geskryf word soos volg:

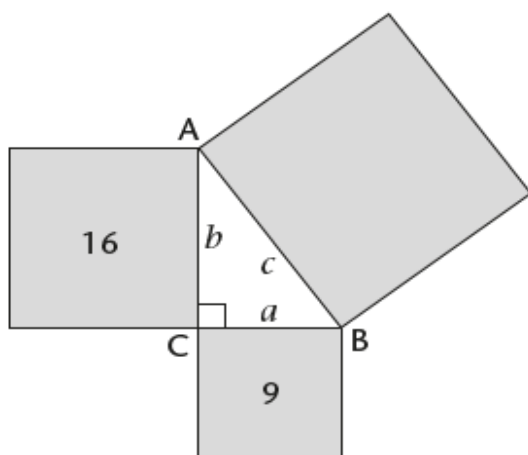
$$x^2 + y^2 = z^2$$

Ons kan hierdie metode gebruik met enige driehoek.

Wanneer ons die verband tussen die sye verstaan kan ons die lengte van die skuinssy bereken indien die ander twee sye gegee word.

#### VOORBEELD:

Beskou die driehoek hier onder. Sy a is drie eenhede lank en sy b is vier eenhede lank. Wat is die lengte van sy c?



Indien sy a drie eenhede lank is en sy b vier eenhede lank is, dan sal volgens die stelling van Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

$$c^2 = 25$$

Ons het nou die kwadraat van sy c, ons moet nou die vierkantswortel ( $\sqrt{\quad}$ ) van dit bepaal om die lengte van sy te bereken.

$$\therefore c = \sqrt{25}$$

$$\therefore c = 5 \text{ units.}$$



Indien ons by 'n geval kom waar die antwoord nie 'n perfekte wortel is los ons die antwoord in wortelvorm – wanneer die getal nie verder vereenvoudig kan word om die vierkantswortel te verwyder nie, byvoorbeeld  $\sqrt{8}$ .

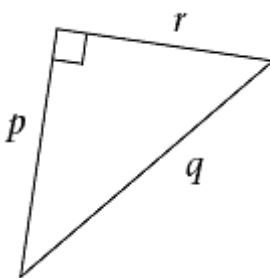
### KLASWERK:

Werk deur die volgende oefeninge en skryf die antwoorde in u klaswerkboek. Aan die einde van die les kan die antwoorde gevind word:

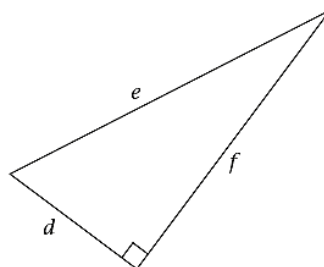
#### AKTIWITEIT 1:

Skryf 'n Pythagoras-vergelyking vir elk van die volgende driehoek.

a)

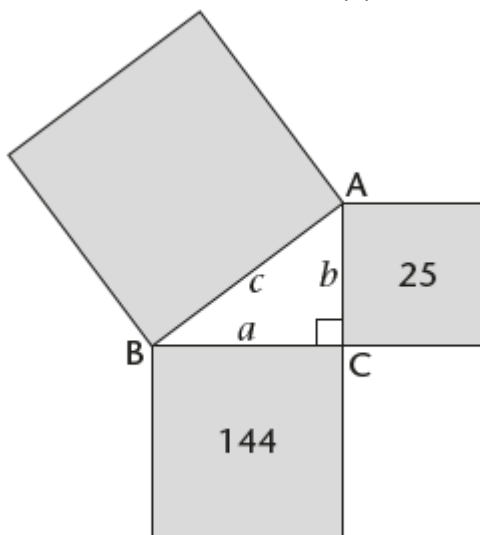


b)



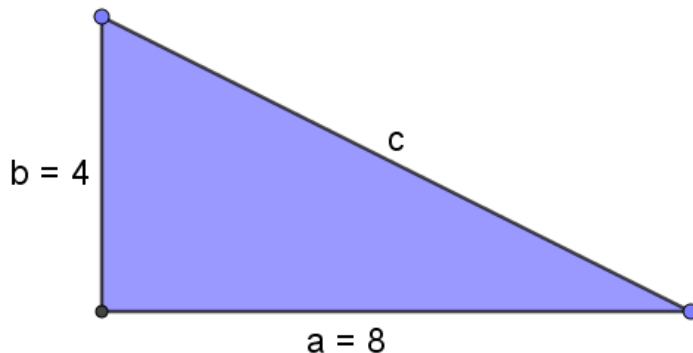
#### AKTIWITEIT 2:

Bestudeer die volgende driehoek, Die oppervlakte van sommige van die vierkant word gegee. Bereken die ontbrekende oppervlakte van die vierkante, sowel as die lengtes van al die sye.



#### AKTIWITEIT 3:

Bestudeer die volgende driehoek. Bereken die lengtes van die skuinssy, los jou antwoord in wortelvorm indien nodig.



### DIT IS BELANGRIK OM TE ONTHOU:

As 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is, dan is die kwadraat van die lengte van die skuinssy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.

$$(\text{Skuinssy})^2 = (\text{Sy 1})^2 + (\text{Sy 2})^2$$

Indien ons by 'n geval kom waar die antwoord nie 'n perfekte wortel is los ons die antwoord in wortelvorm – wanneer die getal nie verder vereenvoudig kan word om die vierkantswortel te verwyder nie, byvoorbeeld  $\sqrt{8}$ .



### HUISWERK:

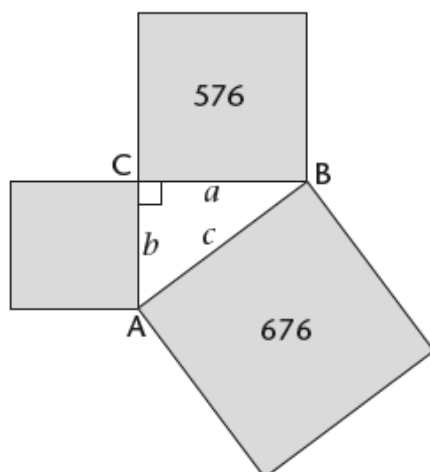
Doen die volgende oefeninge en pas dit wat u vandag geleer het, toe.

**VOLTOOI EERS AL U TUISWERK, VOORDAT U U ANTWOORDE IN DIE MEMORANDUM HIERONDER VERGELYK.**



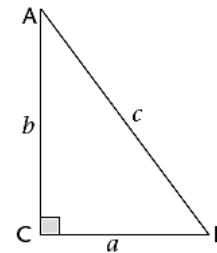
### VRAAG 1:

Bestudeer die volgende driehoek, Die oppervlakte van sommige van die vierkant word gegee. Bereken die ontbrekende oppervlakte van die vierkante, sowel as die lengtes van al die sye.



**VRAAG 2:**

Die tabel hier onder verskaf inligting omtrent die sye van vyf reghoekige driehoek. Die lettersimbool  $c$  verteenwoordig die lengte van die skuinssy in al die gevalle. Skryf die tabel oor en gebruik Pythagoras se stelling om dit te voltooi. Laat die antwoorde in wortelvorm indien nodig.

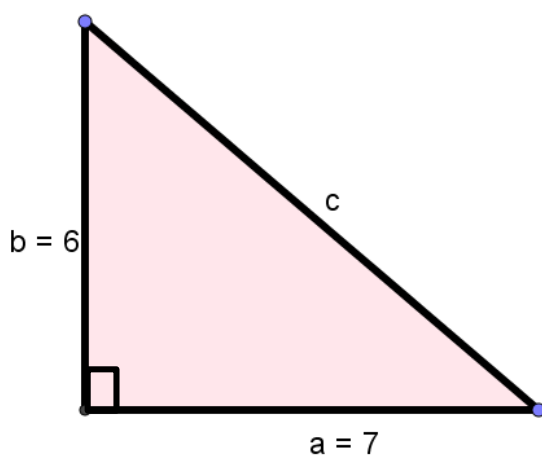


$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$a^2 + b^2$	$c^2$
7	24					
16		34				
10				576		
			16	49		
	1		1			

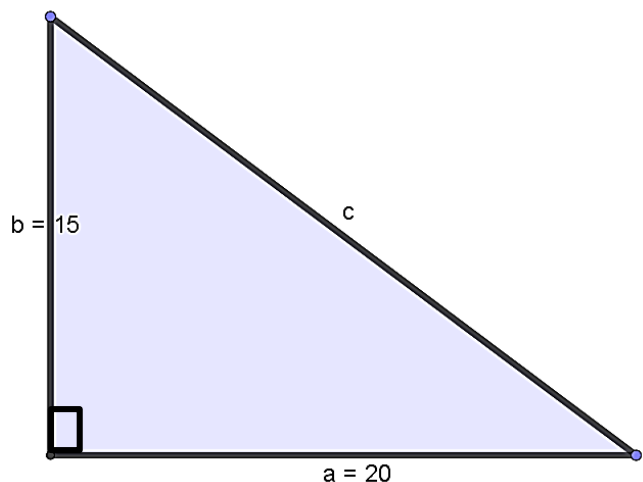
**VRAAG 3:**

Bestudeer die volgende driehoek. Bereken die lengte van die skuinssy.

a)



b)



**MEMORANDUM: DAG 2:**

**KLASWERK:**

**AKTIWITEIT 1:**

- a)  $q^2 = r^2 + p^2$   
b)  $e^2 = d^2 + f^2$

**AKTIWITEIT 2:**

Vierkant van die skuinssy = vierkant van sy  $a$  + vierkant van sy  $b$   
Vierkant van die skuinssy =  $144 + 25$   
Vierkant van die skuinssy =  $169$

Sy  $a = \sqrt{144}$





$$\text{Sy } a = 12$$

$$\text{Sy } b = \sqrt{25}$$

$$\text{Sy } b = 5$$

$$\text{Sy } c = \sqrt{169}$$

$$\text{Sy } c = 13$$

### AKTIWITEIT 3:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 8^2 + 4^2$$

$$c^2 = 64 + 16$$

$$c^2 = 80$$

$$c = \sqrt{80}$$

$$c = 4\sqrt{5}$$

### HUISWERK

#### VRAAG1:

Vierkant van die skuinssy = vierkant van sy a + vierkant van sy b

Vierkant van die skuinssy =  $576 + 100$

Vierkant van die skuinssy = 676

$$\text{Sy } a = \sqrt{576}$$

$$\text{Sy } a = 24$$

$$\text{Sy } b = \sqrt{100}$$

$$\text{Sy } b = 10$$

$$\text{Sy } c = \sqrt{676}$$

$$\text{Sy } c = 26$$

#### VRAAG2:

a	b	c	$a^2$	$b^2$	$a^2 + b^2$	$c^2$
7	24	25	49	576	625	625
16	30	34	256	900	1 156	1 156
10	24	26	100	576	676	676
4	7	$\sqrt{65}$	16	49	65	65
1	1	$\sqrt{2}$	1	1	2	2

#### VRAAG3:

a)  $c^2 = a^2 + b^2$

$$c^2 = 7^2 + 6^2$$

$$c^2 = 49 + 36$$

$$c^2 = 85$$

$$c = \sqrt{85}$$

$$c = \sqrt{85}$$

b)  $c^2 = a^2 + b^2$   
 $c^2 = 20^2 + 15^2$   
 $c^2 = 400 + 225$   
 $c^2 = 625$   
 $c = \sqrt{625}$   
 $c = 25$

**DAG 3:**

**LESONTWIKKELING:**

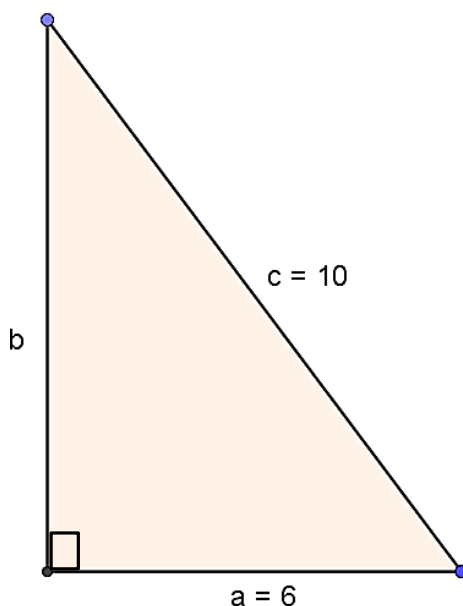
**BEPAAAL DIE ONTBREKENDE SYLENGTES IN REGHOEKIGE DRIEHOEKE:**



Deur die basiese beginsels van algebraïese vergelykings te verstaan en toe te pas by die stelling van Pythagoras kan ons die lense van enige een van die drie sye bereken indien ons die ander twee sye se lengtes het.

In die vorige les het ons deur die stappe gegaa om die lengte van die skuinssy te bereken. Ons sal 'n soortgelyke prosedure volg om een van die ander sye te bereken.

**VOORBEELD:**



Vanaf oons vorige lesse weet ons die volgende is waar vir hierdie voorbeeld:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} 10^2 &= 6^2 + b^2 \\ 100 &= 36 + b^2 \\ 100 - 36 &= 36 - 36 + b^2 \\ 64 &= b^2 \\ \sqrt{64} &= b \\ 8 &= b \end{aligned}$$

(deur die optellings omgekeerde te gebruik kan ons die veranderlike isoleer)

OF

Ons kan die vergelyking manipuleer om  $b^2$  te isoleer.

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 - a^2 \\ b^2 &= 10^2 - 6^2 \\ b^2 &= 100 - 36 \\ b^2 &= 64 \\ b &= \sqrt{64} \\ b &= 8 \end{aligned}$$

### KLASWERK:

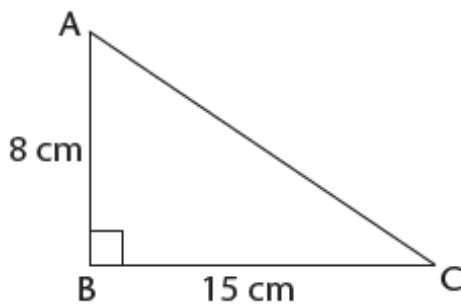
Werk deur die volgende oefeninge en skryf die antwoorde in u klaswerkboek. Aan die einde van die les kan die antwoorde gevind word:



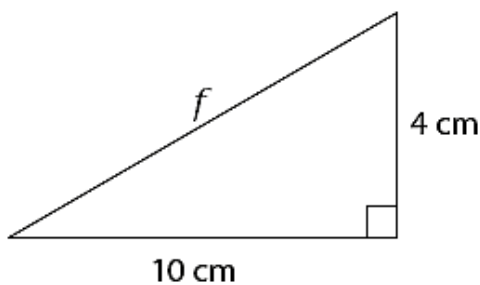
### AKTIWITEIT 1:

Gebruik die formule vir die stelling van Pythagoras en bereken die lengte van die skuinssy.

a)



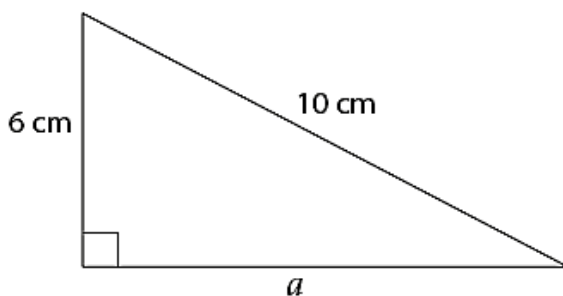
b)



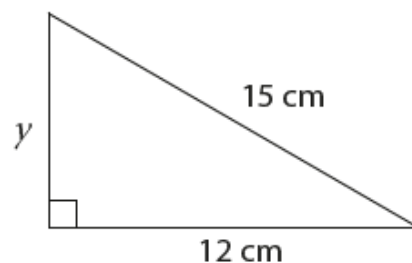
### AKTIWITEIT 2:

Bereken die ontbrekende sye van die volgende driehoek. Los die antwoord in eenvoudigste wortelvorm waar van toepassing.

a)



b)



### AKTIWITEIT 3:

'n Reghoekige driehoek met 'n skuinsy  $c$  en sye met die volgende lengtes:

$A = 9$  cm en  $b = 40$  cm.

Bereken die lengte van die skuinssy.

### DIT IS BELANGRIK OM TE ONTHOU:

Deur die stelling van Pythagoras te gebruik kan ons die lengte van enige onbekende sy bepaal indien ons die twee ander sye se lengtes het. Jy kan hierdie bepaal deur of gebruik te maak van inplasing en dan die optellings omgekeerde te gebruik om die veranderlike te isoleer, of jy die vergelyking aan die begin manipulaar voor jy enige inplasing doen.



### HUISWERK:

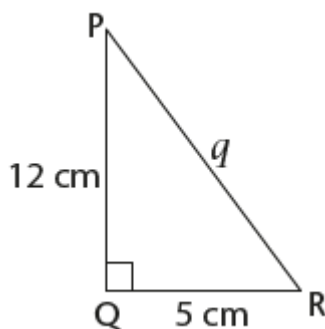
Doen die volgende oefeninge en pas dit wat u vandag geleer het, toe. **VOLTOOI EERS AL U TUISWERK, VOORDAT U U ANTWOORDE IN DIE MEMORANDUM HIERONDER VERGELYK.**



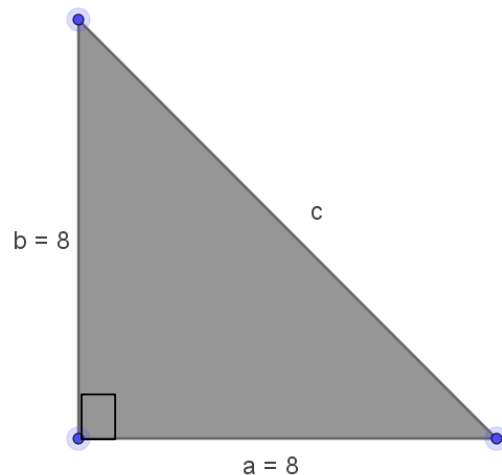
#### VRAAG 1:

Gebruik die formule vir die stelling van Pythagoras en bereken die lengte van die skuinsy. Los jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm waar van toepassing.

a)



b)



#### VRAAG 2:

'n Reghoekige driehoek met 'n skuinsy  $c$  en sye met die volgende lengtes:  
 $a = 12$  cm en  $b = 36$  cm.

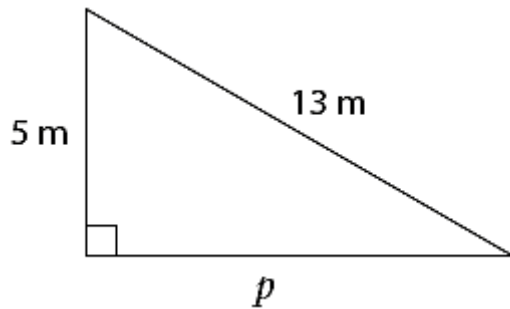
Bereken die lengte van die skuinsy.



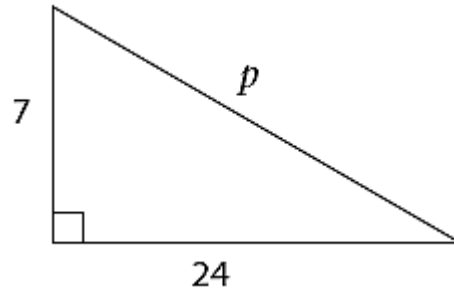
**VRAAG 3:**

Gebruik die stelling van Pythagoras en bereken die lengtes van die ontbrekende sye.

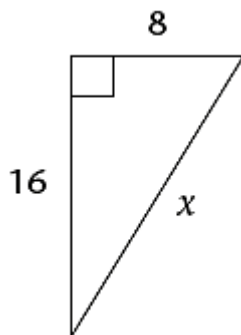
a)



b)



c)



**MEMORANDUM: DAG 3:**

**KLASWERK:**

**AKTIWITEIT 1**

a)  $AC^2 = BC^2 + AB^2$

$$AC^2 = 15^2 + 8^2$$

$$AC^2 = 225 + 64$$

$$AC^2 = 289$$

$$AC = \sqrt{289}$$

$$AC = 17$$

b)  $f^2 = 10^2 + 4^2$

$$f^2 = 100 + 16$$

$$f^2 = 116$$

$$f = \sqrt{116}$$

$$f = 2\sqrt{29}$$

**AKTIWITEIT 2:**

a)  $a^2 = 10^2 - 6^2$

$$a^2 = 100 - 36$$

$$a^2 = 64$$

$$a = \sqrt{64}$$

$$a = 8$$





$$\begin{aligned}\text{b) } y^2 &= 15^2 - 12^2 \\ y^2 &= 225 - 144 \\ y^2 &= 81 \\ y &= \sqrt{81} \\ y &= 9\end{aligned}$$

**AKTIWITEIT 3:**

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 9^2 + 40^2 \\ c^2 &= 81 + 1\,600 \\ c^2 &= 1\,681 \\ c &= \sqrt{1\,681} \\ c &= 41\end{aligned}$$

**HUISWERK**

**VRAAG 1:**

$$\begin{aligned}\text{a) } q^2 &= 5^2 + 12^2 \\ q^2 &= 25 + 144 \\ q^2 &= 169 \\ q &= \sqrt{169} \\ q &= 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 8^2 + 8^2 \\ c^2 &= 64 + 64 \\ c^2 &= 128 \\ c &= \sqrt{128} \\ c &= 8\sqrt{2}\end{aligned}$$

**VRAAG 2:**

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 12^2 + 36^2 \\ c^2 &= 144 + 1\,296 \\ c^2 &= 1\,440 \\ c &= \sqrt{1\,440} \\ c &= 12\sqrt{10}\end{aligned}$$

**VRAAG 3:**

$$\begin{aligned}\text{a) } p^2 &= 13^2 - 5^2 \\ p^2 &= 169 - 25 \\ p^2 &= 144 \\ p &= \sqrt{144} \\ p &= 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } p^2 &= 24^2 + 7^2 \\ p^2 &= 576 + 49 \\ p^2 &= 625 \\ p &= \sqrt{625} \\ p &= 25\end{aligned}$$

c)  $x^2 = 8^2 + 16^2$   
 $x^2 = 64 + 256$   
 $x^2 = 320$   
 $x = \sqrt{320}$   
 $x = 8\sqrt{5}$

## DAG 4:

### LESONTWIKKELING: IS DIE DRIEHOEKE REGHOEKIG OF NIE?



In die vorige lesse het ons geleer dat in 'n reghoekige driehoek, die oppervlakte van die vierkant op die skuinssy gelyk is aan die som van die oppervlakte van die vierkante op die ander twee sye. Hoe weet ons of 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is as die lengtes van die sye gegee word? Een manier is om die "omgekeerde" van die stelling van Pythagoras te gebruik.

Die omgekeerde stel:

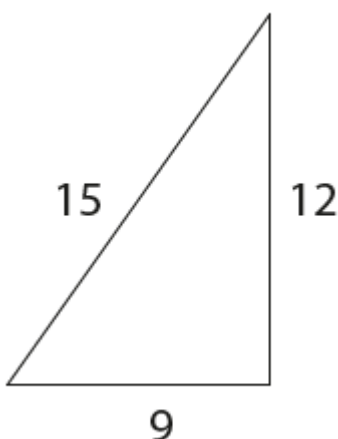
**As die som van die kwadrate van twee sye gelyk is aan die kwadraat van die langste sy, dan is die driehoek reghoekig.**

Ons kan die omgekeerde ook as volg stel:

**As 'n driehoek met sylengtes  $a$ ,  $b$  en  $c$  sodanig is dat  $c^2 = a^2 + b^2$ , dan is die driehoek reghoekig.**

#### VOORBEELD:

Bepaal of die driehoek reghoekig is of nie.



$$(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 15^2$$

$$(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 225$$

$$\begin{aligned}\text{Som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye} \\ &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225\end{aligned}$$

$$(\text{Langste sy lengte})^2 = \text{Som van kwadrate van die ander twee sylengtes}$$

$$\text{End it kan geskryf word as } 15^2 = 9^2 + 12^2$$

$\therefore$  Die driehoek is reghoekig.

**Indien die waardes nie gelyk is aan mekaar nie dan is die driehoek nie 'n reghoekige driehoek nie.**

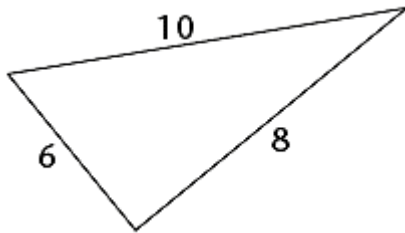
### KLASWERK:

Werk deur die volgende oefeninge en skryf die antwoorde in u klaswerkboek. Aan die einde van die les kan die antwoorde gevind word:

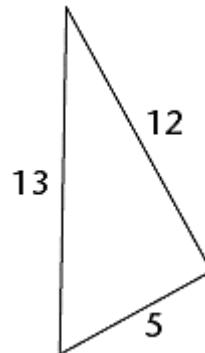
#### AKTIWITEIT 1:

Bepaal of die volgende driehoeke reghoekig is of nie.

a)



b)



#### AKTIWITEIT 2:

Bepaal of die driehoeke met die volgende afmetings reghoekig is of nie.

- a) Sye met mates ses, nege en 15 eenhede.
- b) Sye met mates 6 cm, 10 cm en 12 cm.
- c) Sye met mates 37 eenhede, 35 eenhede en 12 eenhede.

### DIT IS BELANGRIK OM TE ONTHOU:

Indien ons die lengtes van die sye van 'n driehoek het kan ons bepaal of die driehoek 'n reghoekige driehoek is of nie deur die omgekeerde van die stelling van Pythagoras te gebruik.

Die omgekeerde stel:

**As die som van die kwadrate van twee sye gelyk is aan die kwadraat van die langste sy, dan is die driehoek reghoekig.**

Ons kan die omgekeerde ook as volg stel:

**As 'n driehoek met sylengtes  $a$ ,  $b$  en  $c$  sodanig is dat  $c^2 = a^2 + b^2$ , dan is die driehoek reghoekig.**

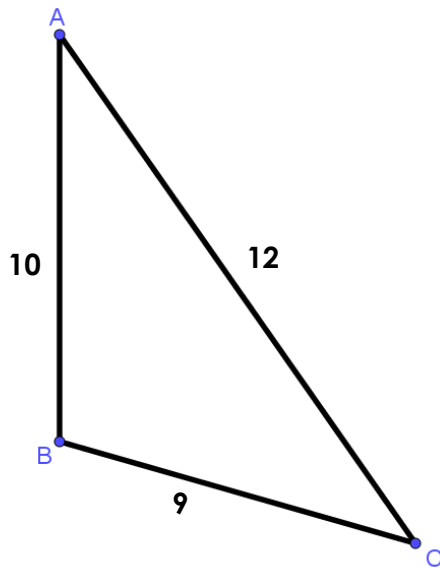
**HUISWERK:**

Doen die volgende oefeninge en pas dit wat u vandag geleer het, toe. **EERSTENS VOLTOOI AL U TUISWERK, VOORDAT U U ANTWOORDE IN DIE MEMORANDUM HIERONDER VERGELYK.**

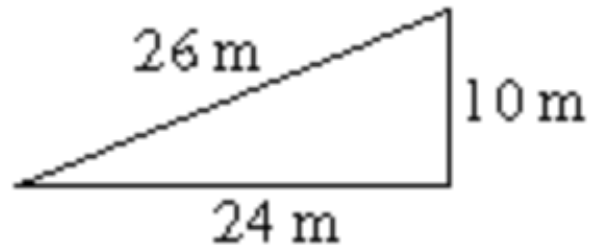
**VRAAG 1:**

Bepaal of die volgende driehoeke reghoekig is of nie.

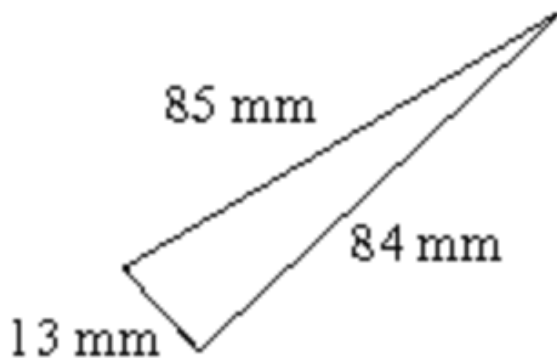
a)



b)



c)



**VRAAG 2:**

Bepaal of die driehoeke met die volgende afmetings reghoekig is of nie.

- a) Sye met mates 7, 24 en 15 eenhede.
- b) Sye met mates 20 cm, 25 cm en 30 cm.
- c) Sye met mates 30 eenhede, 33 eenhede en 35 eenhede.

## MEMORANDUM: DAG 4:

### KLASWERK: AKTIWITEIT 1:

- a) (Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 10<sup>2</sup>  
(Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 100

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
= 6<sup>2</sup> + 8<sup>2</sup>  
= 36 + 64  
= 100

(Langste sylengte)<sup>2</sup> = Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
Dit kan geskryf word as 10<sup>2</sup> = 6<sup>2</sup> + 8<sup>2</sup>  
∴ Hierdie driehoek is reghoekig.

- b) (Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 13<sup>2</sup>  
(Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 169

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
= 5<sup>2</sup> + 12<sup>2</sup>  
= 25 + 144  
= 169

(Langste sylengte)<sup>2</sup> = Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
Dit kan geskryf word as 13<sup>2</sup> = 5<sup>2</sup> + 12<sup>2</sup>  
∴ Hierdie driehoek is reghoekig.

### AKTIWITEIT 2:

- a) (Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 15<sup>2</sup>  
(Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 225

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
= 6<sup>2</sup> + 9<sup>2</sup>  
= 36 + 81  
= 117

(Langste sylengte)<sup>2</sup> ≠ Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
∴ Hierdie driehoek is nie 'n reghoekige driehoek nie.

- b) (Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 12<sup>2</sup>  
(Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 144

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
= 6<sup>2</sup> + 10<sup>2</sup>  
= 36 + 100  
= 136

(Langste sylengte)<sup>2</sup> ≠ Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
∴ Hierdie driehoek is nie 'n reghoekige driehoek nie.



c)  $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 37^2$   
 $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 1\,369$

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
 $= 35^2 + 12^2$   
 $= 1\,225 + 144$   
 $= 1\,369$

$(\text{Langste sylengte})^2 = \text{Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye}$   
Dit kan geskryf word as  $37^2 = 35^2 + 12^2$   
 $\therefore$  Hierdie driehoek is reghoekig.

## HUISWERK

### VRAAG 1:

a)  $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 12^2$   
 $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 144$

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
 $= 9^2 + 10^2$   
 $= 81 + 100$   
 $= 181$

$(\text{Langste sylengte})^2 \neq \text{Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye}$   
 $\therefore$  Hierdie driehoek is nie 'n reghoekige driehoek nie.

b)  $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 26^2$   
 $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 676$

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
 $= 24^2 + 10^2$   
 $= 576 + 100$   
 $= 676$

$(\text{Langste sylengte})^2 = \text{Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye}$   
Dit kan geskryf word as  $26^2 = 24^2 + 10^2$   
 $\therefore$  Hierdie driehoek is reghoekig.

c)  $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 85^2$   
 $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 7\,225$

Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye  
 $= 84^2 + 13^2$   
 $= 7\,056 + 169$   
 $= 7\,225$

$(\text{Langste sylengte})^2 = \text{Som van die kwadraat van die lengtes van die ander twee sye}$   
Dit kan geskryf word as  $85^2 = 84^2 + 13^2$   
 $\therefore$  Hierdie driehoek is reghoekig.



## DAG 5:

### KONSOLIDASIE:

VANDAG SAL ONDER MEER MET VOORBEELDE GEWERK WORD OM TE KONSOLIDEER WAT U GELEER HET UIT DIE STELLING VAN PYTHAGORAS.

### HUISWERK:

Doen die volgende oefeninge en pas dit wat u vandag geleer het, toe. VOLTOOI EERS AL U TUISWERK, VOORDAT U U ANTWOORDE IN DIE MEMORANDUM HIERONDER VERGELYK.



#### VRAAG 1:

Voltooi die volgende stelling:

Die stelling van \_\_\_\_\_ stel dat in 'n \_\_\_\_\_ driehoek is die kwadraat van die \_\_\_\_\_ gelyk aan die \_\_\_\_\_ van die ander twee \_\_\_\_\_.

#### VRAAG 2:

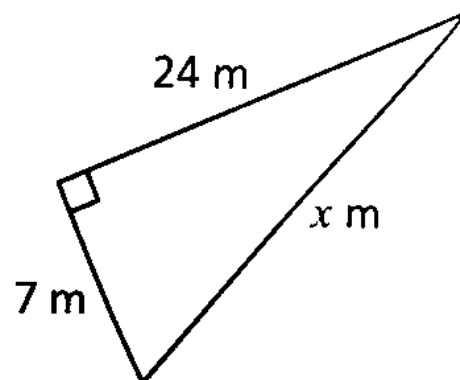
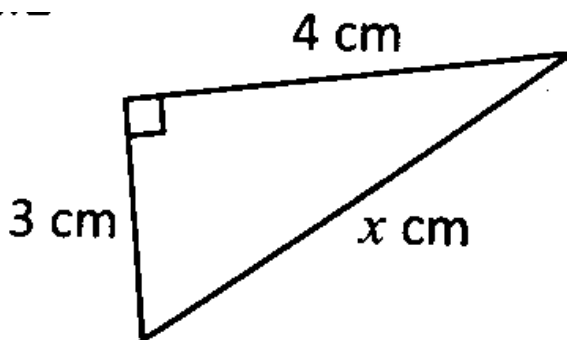
Klassifiseer die volgende driehoek as skerp-, reg- of stomphoekig indien:

- a)  $p = 5$  eenhede,  $q = 8$  eenhede en  $r = 9$  eenhede.
- b)  $p = 37$  eenhede,  $q = 35$  eenhede en  $r = 12$  eenhede.
- c)  $p = 9$  eenhede,  $q = 12$  eenhede en  $r = 15$  eenhede.

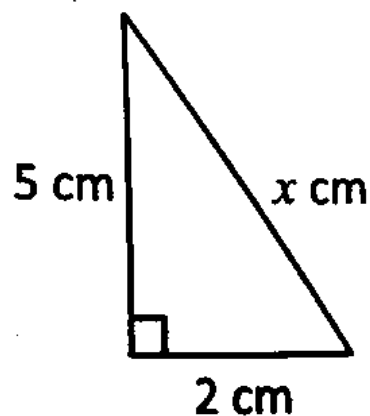
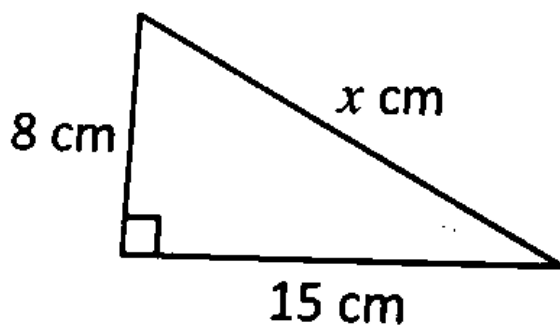
#### VRAAG 3:

Bereken die waarde van  $x$ . Los jou antwoord in die eenvoudigste wortelvorm waar van toepassing.

a) \_ \_ \_



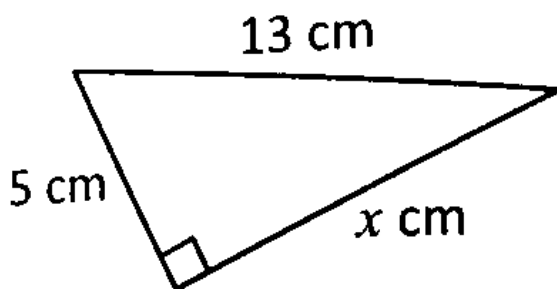
d)



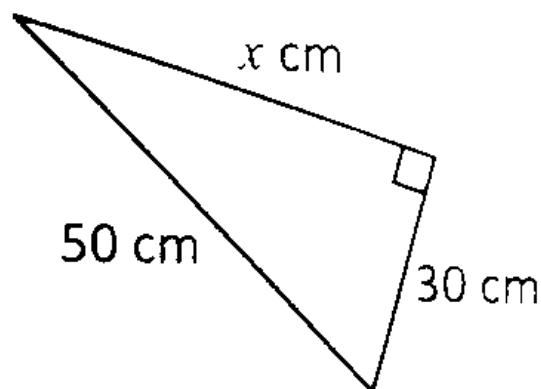
**VRAAG 4:**

Bereken die waarde van  $x$ . Los jou antwoord in die eenvoudigste wortelvorm waar van toepassing.

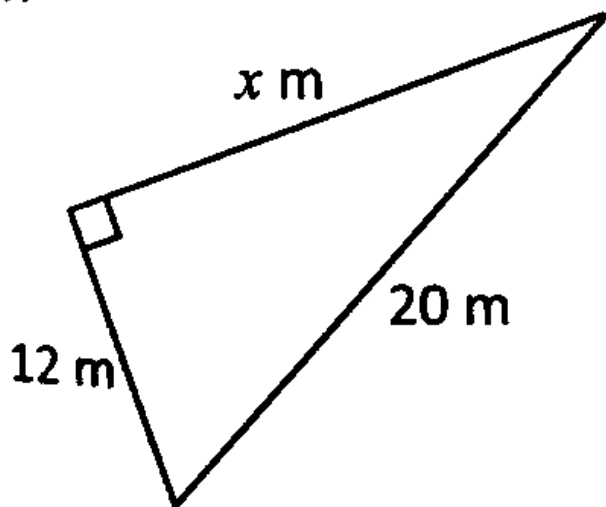
a)



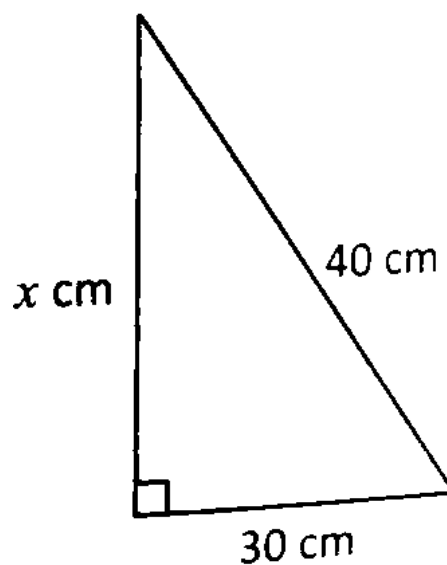
b)



c)

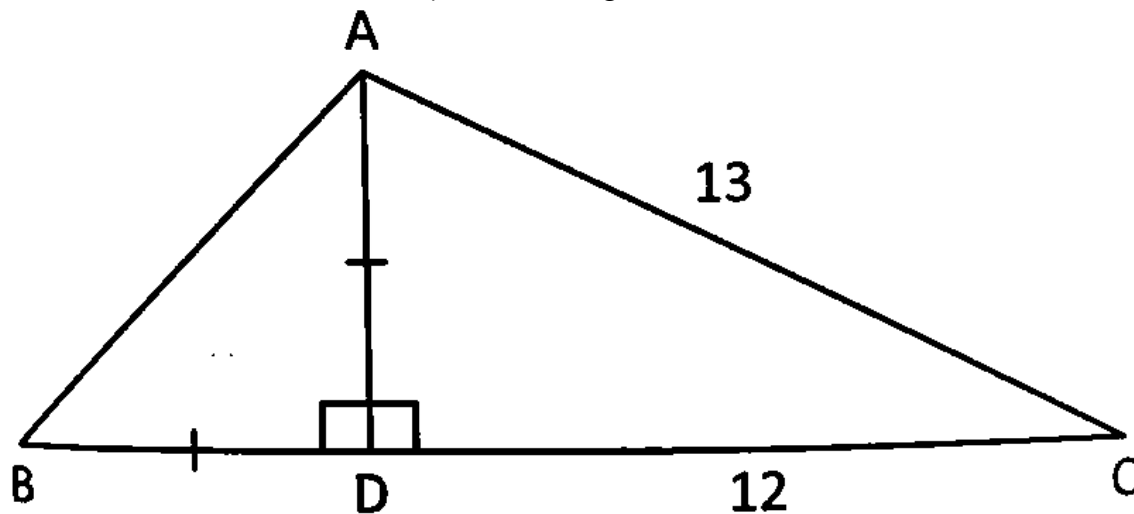


d)



**VRAAG 5:**

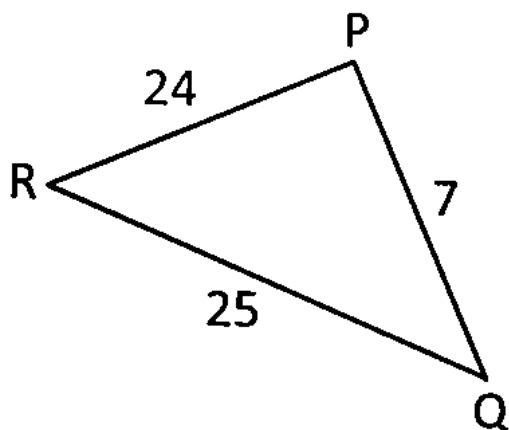
Indien  $AC = 13$  cm en  $DC = 12$  cm, bepaal die lengte van  $AB$ .



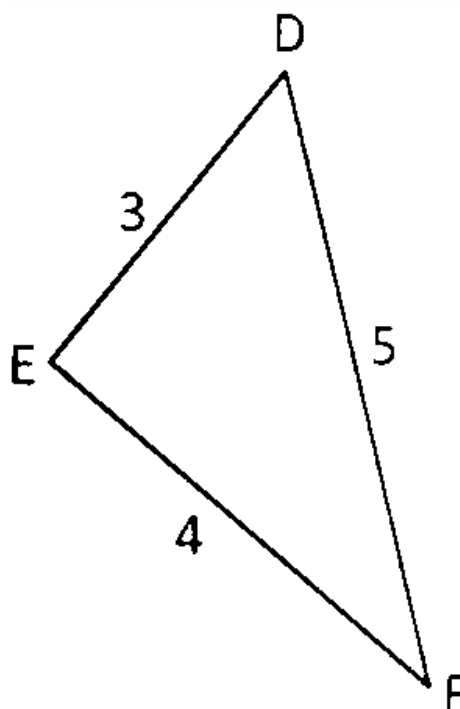
**VRAAG 6:**

Bepaal deur middel van berekening of die volgende driehoeke reghoekig is of nie.

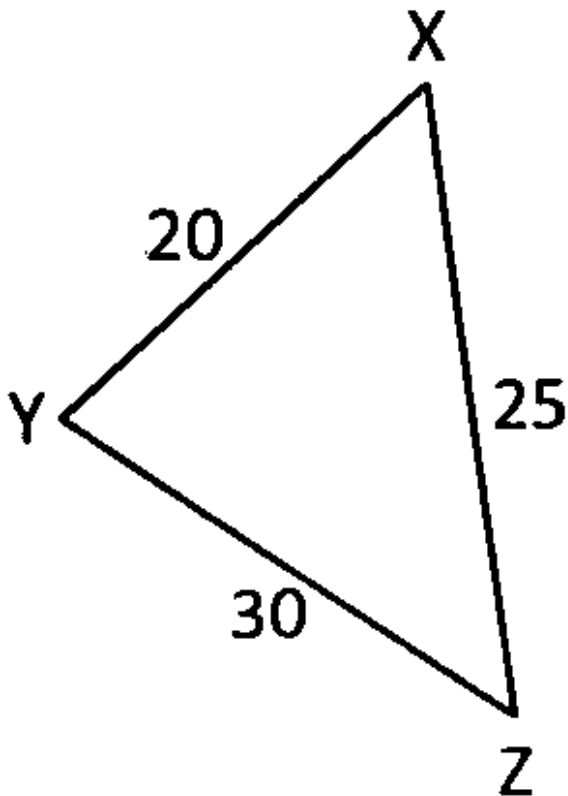
a)



b)



c)



### MEMORANDUM: DAG 5:

#### HUISWERK

##### VRAAG 1:

Die stelling van **Pythagoras** stel dat in 'n **reghoekige** driehoek is die kwadraat van die **skuinssy** gelyk aan die **kwadraat** van die ander twee **sy**e.

##### VRAAG 2:

a)  $r^2 = 9^2$

$$r^2 = 81$$

$$p^2 + q^2 = 5^2 + 8^2$$

$$p^2 + q^2 = 25 + 64$$

$$= 89$$

$$\therefore p^2 + q^2 > r^2$$

$\therefore$  driehoek is 'n skerphoekige driehoek.

b)  $p^2 = 37^2$

$$p^2 = 1\,369$$

$$q^2 + r^2 = 35^2 + 12^2$$

$$p^2 + q^2 = 1\,225 + 144$$



$$= 1\,369$$

$$\therefore p^2 + q^2 = r^2$$

$\therefore$  driehoek is 'n reghoekige driehoek.

**c)**  $r^2 = 15^2$

$$r^2 = 225$$

$$p^2 + q^2 = 9^2 + 12^2$$

$$p^2 + q^2 = 81 + 144$$

$$= 225$$

$$\therefore p^2 + q^2 = r^2$$

$\therefore$  driehoek is 'n reghoekige driehoek..

**VRAAG 3:**

**a)**  $x^2 = 3^2 + 4^2$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

**b)**  $x^2 = 7^2 + 24^2$

$$x^2 = 49 + 576$$

$$x^2 = 625$$

$$x = \sqrt{625}$$

$$x = 25 \text{ m}$$

**c)**  $x^2 = 8^2 + 15^2$

$$x^2 = 64 + 225$$

$$x^2 = 289$$

$$x = \sqrt{289}$$

$$x = 17 \text{ cm}$$

**d)**  $x^2 = 2^2 + 5^2$

$$x^2 = 4 + 25$$

$$x^2 = 29$$

$$x = \sqrt{29} \text{ cm}$$

**VRAAG 4:**

**a)**  $x^2 = 13^2 - 5^2$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

**b)**  $x^2 = 50^2 - 30^2$   
 $x^2 = 2\,500 - 900$   
 $x^2 = 1\,600$   
 $x = \sqrt{1\,600}$   
 $x = 40 \text{ cm}$

**c)**  $x^2 = 20^2 - 12^2$   
 $x^2 = 400 - 144$   
 $x^2 = 256$   
 $x = \sqrt{256}$   
 $x = 16 \text{ m}$

**d)**  $x^2 = 40^2 - 30^2$   
 $x^2 = 1\,600 - 900$   
 $x^2 = 700$   
 $x = \sqrt{700}$   
 $x = 10\sqrt{7} \text{ cm}$

**VRAAG 5:**

$$AD^2 = AC^2 - DC^2$$
$$AD^2 = 13^2 - 12^2$$
$$AD^2 = 169 - 144$$
$$AD^2 = 25$$
$$AD = \sqrt{25}$$
$$AD = 5$$

$AD = BD$   $\triangle ABD$  is 'n gelykbenige driehoek

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$$
$$AB^2 = 5^2 + 5^2$$
$$AB^2 = 25 + 25$$
$$AB^2 = 50$$
$$AB = \sqrt{50}$$
$$AB = 5\sqrt{2}$$

**VRAAG 6:**

**a)**  $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 25^2$   
 $(\text{Lengte van die langste sy})^2 = 625$

Som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye

$$= 24^2 + 7^2$$
$$= 576 + 49$$
$$= 625$$

$(\text{Langste sylengte})^2 = \text{Som van die kwadrate van ander twee sylengtes}$   
Dit kan geskryf word as  $25^2 = 24^2 + 7^2$   
 $\therefore$  Die driehoek is reghoekig.



- b) (Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 5<sup>2</sup>  
(Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 25

Som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye  
= 4<sup>2</sup> + 3<sup>2</sup>  
= 16 + 9  
= 25

(Langste sylengte)<sup>2</sup> = Som van die kwadrate van ander twee sylengtes  
Dit kan geskryf word as 5<sup>2</sup> = 4<sup>2</sup> + 3<sup>2</sup>  
∴ Die driehoek is reghoekig.

- c) (Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 30<sup>2</sup>  
(Lengte van die langste sy)<sup>2</sup> = 900

Som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye  
= 25<sup>2</sup> + 20<sup>2</sup>  
= 625 + 400  
= 1 025

(Langste sylengte)<sup>2</sup> < Som van die kwadrate van ander twee sylengtes  
∴ Die driehoek is nie 'n reghoekige driehoek nie.