

目錄

| | |
|------------|---|
| 主文 | 1 |
| 摘要 | 1 |
| 方法 | 1 |
| 結果 | 2 |
| 討論 | 3 |
| 結論 | 4 |
| Code | 4 |

外銷訂單 VS 貨物裝卸量

主文

摘要

以頻率派與貝氏方法並行，檢驗貨物裝卸量年增率與外銷訂單金額（美元）年增率之間是否存在線性關係。資料期間為民國 106 年至 112 年，共七年觀測。頻率派分析採用普通最小平方法（OLS）與置換檢定；貝氏分析採用常態與 Student-t（厚尾）線性回歸，並以 Savage–Dickey 方法估算 Bayes 因子（BF01），同時以 BIC 差值近似、LOO/WAIC 比較與先驗敏感度掃描作為補充。主要結論為：證據不確定。

方法

本節精確描述所採模型、先驗、推論程序與診斷指標，並以數學式明確定義。

研究以外銷訂單年增率為自變數 (x)，以貨物裝卸量年增率為應變數 (y)。基礎線性模型採下列中心化形式以改善數值穩定性 $y_i = \alpha + \beta(x_i - \bar{x}) + \varepsilon_i$, 其中

(ε_i) 於常態模型下假設 $(\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2))$ ，於厚尾模型下假設 $(\varepsilon_i \sim t_\nu(0, \sigma))$ 。頻率派之 OLS 以最小平方估計 $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ 並報告決定係數 (R^2) 。相關性以 Pearson (r) 表示，並以置換檢定 (permutation test) 估計雙側 p 值，置換次數設為 5000 次以獲得穩定的隨機化分布。

貝氏分析以 PyMC 實作 MCMC 抽樣，採用下列先驗結構：

截距 $(\alpha \sim \mathcal{N}(0, 10))$ ，斜率 $(\beta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\beta^2))$ ，誤差尺度 $(\sigma \sim \text{HalfNormal}(5))$ ，Student-t 模型另對自由度 (ν) 採指數先驗。為改善抽樣穩定性，對自變數採中心化與標準化處理，並在必要時採用非中心化參數化 (non-centered parameterization) 與提高 NUTS 之 target_accept。後驗抽樣以多鏈 MCMC 取得樣本，並檢查 Gelman–Rubin 收斂指標 (\hat{R}) 與有效樣本數 (ESS)；若出現 divergence，依序嘗試提高 target_accept、收緊先驗、改用非中心化參數化或改用 Student-t likelihood，直至診斷指標達可接受範圍或記錄失敗情形。

證據衡量採用 Savage–Dickey 點虛無檢驗：以後驗樣本對 (β) 估計後驗密度 $(p_{\text{post}}(\beta = 0))$ (以核密度估計 KDE)，先驗密度於零點為 $(p_{\text{prior}}(\beta = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\beta})$ ，其比值定義 BF01： $\text{BF01} = \frac{p_{\text{prior}}(\beta=0)}{p_{\text{post}}(\beta=0)}$ 。當 $(\text{BF01} > 1)$ 表示資料相對支持虛無模型 (無關係)，當 $(\text{BF01} < 1)$ 表示資料相對支持替代模型 (有關係)。為降低單一估計方法之偏誤，亦以 BIC 差值近似 Bayes 因子、LOO/WAIC 比較模型預測適配性，並在多組 (σ_β) 下計算 BF01 之敏感度。後驗不確定性以後驗均值、標準差與 95% 高密度區間 (HDI) 呈現；若 HDI 不包含零，視為該先驗下斜率在 95% 可信度下偏離零。

所有數值結果均以原始尺度或經明確標示之標準化尺度報告；若模型內部採標準化以利抽樣，報告之後驗均值已換回原始尺度以利解讀。後驗預測檢查 (PPC) 嘗試以後驗預測樣本檢驗模型能否再現觀測統計量 (平均與標準差)；若 PPC 無法取得，於結果中明確註記。

結果

經資料對齊與清理後之有效樣本數為七 (民國 106 至 112)。頻率派分析之 OLS 結果顯示斜率估計 $(\hat{\beta}=-0.02640783)$ ，決定係數 $(R^2=0.00492873)$ 。Pearson 相關係數為 $(r=-0.0702)$ ，置換檢定 ($n=5000$) 之雙側 p 值約為 (0.867) ，表示在頻率派框架下無法拒絕「無相關」之虛無假設。

貝氏分析在多組先驗尺度下進行後驗抽樣與敏感度掃描，Savage–Dickey BF01 之幾何平均為 0.83，BIC 差值近似之 BF01 為 0.3846。跨先驗之後驗斜率平均值約為 (-0.0952439)，後驗斜率標準差約為 (0.884952)。在所測三組先驗設定中，95% 後驗 HDI 均包含零 (0 / 3)，表示在每一先驗下後驗區間未能排除零效應。後驗預測檢查未取得可用結果，故無法以 PPC 補充模型擬合之評估。模型比較方面，Student-t (robust) 模型在 LOO 指標上未被優先選擇。

討論

本節以嚴謹統計推理之觀點，解析各項結果之意義、相互關係與方法論上的一致性或衝突，並指出推論之不確定來源。

頻率派結果顯示 OLS 斜率接近零且 (R^2) 極低，Pearson r 接近零且置換檢定 p 值極高，這些指標共同表明以線性模型解釋之變異極少，且在傳統顯著性檢定框架下無法支持存在線性關係。頻率派檢定的結論主要反映資料在樣本空間下之隨機化分布特性，且不依賴先驗假設。

貝氏分析之 Savage–Dickey BF01 幾何平均為 0.83，數值接近 1，屬於「中度或不確定」之證據範圍；換言之，從邊際概然比的角度，資料並未提供強烈且一致的支持以偏向虛無或替代模型。值得注意的是，BIC 近似所得之 BF01 為 0.3846，與 Savage–Dickey 之 0.83 在數值上存在差異，顯示不同證據估計方法對資料與模型之敏感度不同。此差異可能源自於方法本身之近似性 (BIC 為大樣本近似) 與 Savage–Dickey 對後驗密度估計之數值穩定性 (KDE 在小樣本下之估計誤差)。

後驗斜率之平均值為 -0.0952439，但其標準差達 0.884952，顯示後驗分布極為分散，參數估計不確定性甚高。95% HDI 在所有先驗下均包含零，表示在每一先驗設定下，斜率在 95% 可信度範圍內仍可能為零。此一事實與頻率派檢定之結論一致，均指向參數估計之不確定性與缺乏排除零之證據。

方法間出現的表面衝突可由下列技術性因素解釋。首先，貝氏 Bayes 因子衡量的是模型之邊際概然比，該量對先驗分布之尾部與模型複雜度敏感；在小樣本情況下，BF 的數值可能受先驗選擇影響甚鉅，且 Savage–Dickey 需以 KDE 估計後驗密度於單一點，該估計在樣本稀少時易有數值不穩定。其次，BIC 近似基於大樣本漸近性，於 $n=7$ 的情況下其近似性受限，故 BIC 近似之 BF 與 Savage–Dickey 之差異並不令人意外。第三，後驗預測檢查 (PPC) 未能取

得，限制了以預測適配性檢驗模型是否能再現資料之關鍵統計特性，進而限制對模型適配性之判斷。

綜合上述，雖然某些貝氏指標在特定先驗下可能偏向替代模型，但由於後驗不確定性高、95% HDI 包含零、頻率派檢定不顯著，以及邊際概然估計之方法差異，整體證據不足以支持穩健且一致的結論。因此以保守且嚴謹的統計推理立場，應將結論定性為「證據不確定」。

結論

針對民國 106 年至 112 年之貨物裝卸量年增率與外銷訂單金額年增率之關聯性檢驗，經頻率派 OLS 與置換檢定、貝氏常態與厚尾回歸、Savage–Dickey Bayes 因子、BIC 近似、LOO/WAIC 比較與先驗敏感度掃描之綜合分析，所得結論為：證據不確定。主要支持此結論之理由包括頻率派檢定未發現顯著線性關係、後驗斜率分布之不確定性高且 95% HDI 在所有先驗下均包含零，以及不同證據衡量方法（Savage–Dickey、BIC 近似）之數值差異。

Code

<https://github.com/LaiYiChungC112193137/capstone-project/tree/b6d4a6de0139b06de485acd35b9c69a67e0b65c6/%E5%A4%96%E9%8A%B7%E8%A8%82%E5%96%AEvs%E8%B2%A8%E7%89%A9%E8%A3%9D%E5%8D%B8%E9%87%8F>