

项目链接: https://github.com/HighTorque-Robotics/Mini-Pi-Plus_BeyondMimic

GMR: <https://arxiv.org/abs/2510.02252>

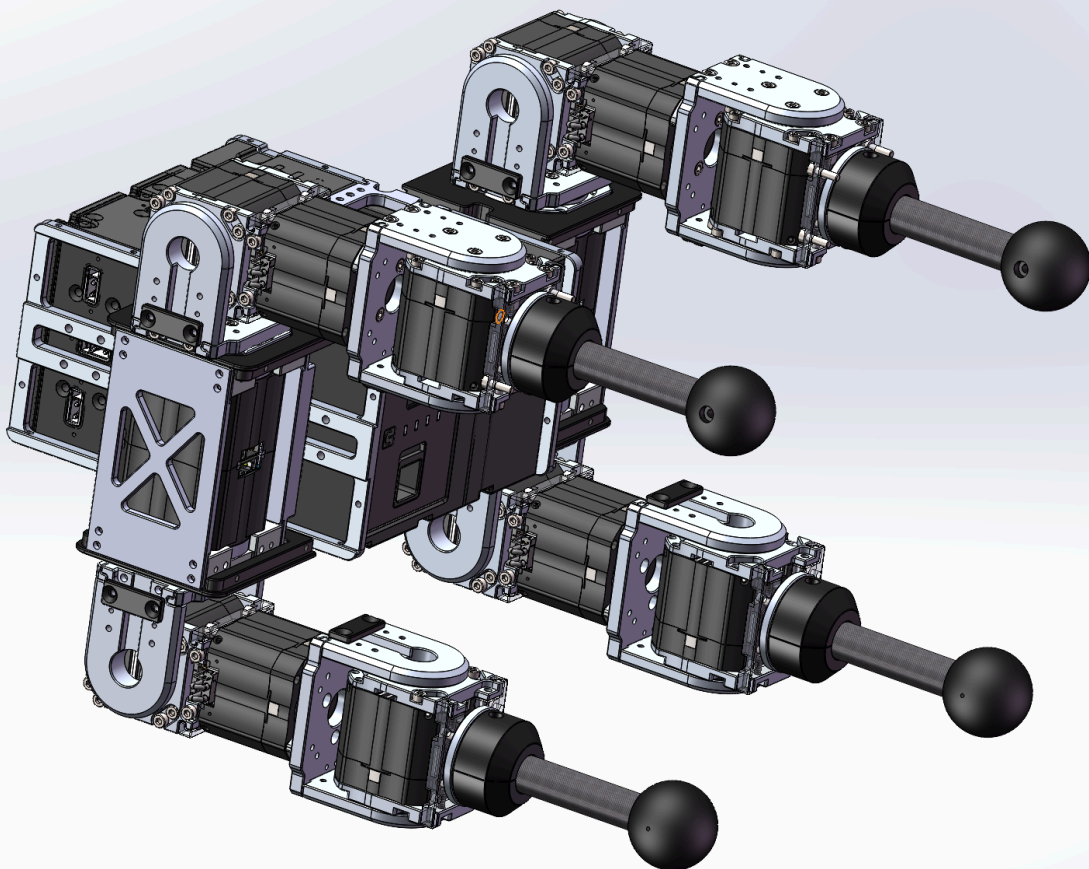
https://jaraujo98.github.io/retargeting_matters/

四足机器人高程图跳跃 sim2sim:cnn + 多头(参考eth)

Attention-Based Map Encoding for Learning Generalized Legged Locomotion

四足系统设计: (保持原计划)

- 1.单腿四自由度+舵向 舵向单自由度锁死处理
- 2.基础的迁移处理已跑通
- 3.暂时使用打印件替代 使用板件链接, 销钉+304螺丝
- 4.强度件与外部装饰零件分开



四自由度机械臂运动学正解

1. 机械臂结构与D-H参数

机械臂采用串联结构，关节顺序为：基座Yaw（绕Z轴）→ 肩关节Pitch（绕Y轴）→ 肘Yaw（绕Z轴）→ 腕关节Pitch（绕Y轴）。采用标准D-H参数建模，参数表如下：

连杆i	关节角 θ_i (变量)	连杆偏距 d_i (固定)	连杆长度 a_i (固定)	连杆扭转角 α_i (固定)
1	θ_1 (基座Yaw)	d_1	a_1	0°
2	θ_2 (肩Pitch)	0	a_2	-90°
3	θ_3 (肘Yaw)	0	a_3	0°
4	θ_4 (腕Pitch)	0	a_4	-90°

2. 正解公式推导

基于D-H变换矩阵，末端执行器的位姿由各连杆变换矩阵的乘积得到：

$$T_4^0 = T_1^0 \times T_2^1 \times T_3^2 \times T_4^3$$

其中，单个连杆的D-H变换矩阵为：

$$T_i^{i-1} = Rot(z, \theta_i) \times Trans(z, d_i) \times Trans(x, a_i) \times Rot(x, \alpha_i)$$

通过矩阵乘积化简，得到末端位置 ((x, y, z)) 和旋转矩阵 (R)：

末端位置公式

$$\begin{cases} x = \cos(\theta_1 + \theta_2) [a_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + a_3 \cos \theta_3 + a_2] + a_1 \cos \theta_1 \\ y = \sin(\theta_1 + \theta_2) [a_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + a_3 \cos \theta_3 + a_2] + a_1 \sin \theta_1 \\ z = -a_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) - a_3 \sin \theta_3 + d_1 \end{cases}$$

末端旋转矩阵 (R)

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_3 + \theta_4) & \sin(\theta_1 + \theta_2) & -\cos(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_3 + \theta_4) & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ -\sin(\theta_3 + \theta_4) & 0 & -\cos(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix}$$

四自由度机械臂运动学逆解

1. 逆解问题分析

四自由度机械臂为欠驱动系统（4关节控制6自由度末端位姿），因此逆解存在约束条件：

- 姿态约束：末端Y轴方向必须在XY平面内（旋转矩阵第3行第2列元素为0，即 $R_{21} = 0$ ）
- 位置约束：末端位置需满足特定几何关系

2. 逆解公式推导

基于正解模型，逆解步骤如下：

2.1 符号定义

- 末端位姿：位置 (x, y, z) ，旋转矩阵 R
- 关节角： θ_1 （基座Yaw）、 θ_2 （肩Pitch）、 θ_3 （肘Yaw）、 θ_4 （腕Pitch）
- 连杆参数： d_1, a_1, a_2, a_3, a_4 （固定）
- 中间变量： $\phi = \theta_1 + \theta_2$ （肩肘合成角）， $\psi = \theta_3 + \theta_4$ （肘腕合成角）

2.2 逆解步骤

1. 姿态约束检查：旋转矩阵 R 的第3行第2列元素必须为0，即 $R_{21} = 0$ ，否则无解。

2. 求解 $\phi = \theta_1 + \theta_2$ ：

由旋转矩阵第2列（末端Y轴方向）得：

$$\phi = \arctan 2(R_{01}, -R_{11})$$

3. 求解 $\psi = \theta_3 + \theta_4$ ：

由旋转矩阵第3列（末端Z轴方向）得：

$$\sin \psi = -\frac{R_{02}}{\cos \phi} \quad (\text{或} \quad -\frac{R_{12}}{\sin \phi}, \text{避免分母为0})$$

$$\cos \psi = -R_{22}$$

$$\psi = \arctan 2(\sin \psi, \cos \psi)$$

4. 求解 θ_3 ：

由Z坐标方程 $z = d_1 - (a_4 \sin \psi + a_3 \sin \theta_3)$ 变形得：

$$\sin \theta_3 = \frac{d_1 - z - a_4 \sin \psi}{a_3}$$

存在条件： $\left| \frac{d_1 - z - a_4 \sin \psi}{a_3} \right| \leq 1$ (超出则无解)

解为两种构型 (肘关节上下)：

$$\theta_3^{(1)} = \arcsin \left(\frac{d_1 - z - a_4 \sin \psi}{a_3} \right) \quad (\text{elbow up})$$

$$\theta_3^{(2)} = \pi - \theta_3^{(1)} \quad (\text{elbow down})$$

5. 求解 θ_4 ：

由 $\psi = \theta_3 + \theta_4$ 变形得：

$$\theta_4 = \psi - \theta_3$$

6. 求解 θ_1 ：

定义中间变量 $A = a_4 \cos \psi + a_3 \cos \theta_3 + a_2$ ，代入位置方程化简得：

$$C = x - A \cos \phi, \quad D = y - A \sin \phi$$

存在条件： $C^2 + D^2 \approx a_1^2$ (考虑数值误差，误差容限建议 10^{-6})

$$\theta_1 = \arctan 2(D, C)$$

7. 求解 θ_2 ：

由 $\phi = \theta_1 + \theta_2$ 变形得：

$$\theta_2 = \phi - \theta_1$$

3. 逆解存在条件

1. 姿态约束： $R_{21} = 0$ (末端Y轴无Z向分量)

2. 位置约束：

$$\left| \frac{d_1 - z - a_4 \sin \psi}{a_3} \right| \leq 1$$

$$(x - A \cos \phi)^2 + (y - A \sin \phi)^2 = a_1^2$$