求过点(1, 1, 1)且垂直于平面$\pi_1: x-y+z=7$和$\pi_2: 3x+2y-12z+5=0$的平面方程.

[解析] 如何确定一个平面的方程?

点法式：点+法向量

$$\left.\begin{array}{r}\text{法向量}\,\boldsymbol{n}=(A, B, C)\\ \text{点}\,M=(x_0, y_0, z_0)\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0}$$

一般式和截距式：参数

$$Ax+By+Cz+D=0 \qquad \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

求过点(1, 1, 1)且垂直于平面$\pi_1: x-y+z=7$和$\pi_2: 3x+2y-12z+5=0$的平面方程.

[解析]平面π_1和π_2的法向量可分别取为：$\boldsymbol{n}_1=(1,-1,1), \boldsymbol{n}_2=(3,2,-12)$

设所求平面的法向量为$\boldsymbol{n}$, 则 $\boldsymbol{n}\perp\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}\perp\boldsymbol{n}_2$. 所以,

$$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -12 \end{vmatrix}=(10,15,5),$$

故所求的平面方程为$10(x-1)+15(y-1)+5(z-1)=0$, 即

$$2x+3y+z-6=0.$$