利用Laplace展开定理计算 $D_{2n}=\begin{vmatrix} a & & & & & & b \\ & a & & & & b & \\ & & \ddots & & ⋰ & & \\ & & & a \ \ b & & & \\ & & & c \ \ d & & & \\ & & ⋰ & & \ddots & & \\ & c & & & & d & \\ c & & & & & & d \end{vmatrix}$.

**[解析]**

Laplace展开定理是将按一行(列)展开的定理推广到按$k$行或列展开的方法，其共涉及到$C_n^k$个子式及其对应的代数余子式，因此当所选取的$k$行中为0的子式比较多时，比较好用。

利用Laplace展开定理计算 $D_{2n}=\begin{vmatrix} a & & & & & & & b \\ & a & & & & & b & \\ & & \ddots & & & \iddots & & \\ & & & a & b & & & \\ & & & c & d & & & \\ & & \iddots & & & \ddots & & \\ & c & & & & & d & \\ c & & & & & & & d \end{vmatrix}\begin{matrix} \\ \\ \\ (n) \\ (n+1) \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$

[解析]

注意到该行列式中第 $n$ 和 $n+1$ 行，所涉及的所有 $C_{2n}^2$ 个2阶子式中只有第 $n$ 和 $n+1$ 列所对应的2阶子式不为0，因此按此展开可得：

$$D_{2n}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\cdot(-1)^{(n+n+1)+(n+n+1)}D_{2n-2}.$$

利用Laplace展开定理计算 $D_{2n}=$

$$D_{2n}=\left|\begin{array}{cccccccc} a & & & & & & & b\\ & a & & & & & b & \\ & & \ddots & & & \cdot^{\cdot^{\cdot}} & & \\ & & & a & b & & & \\ & & & c & d & & & \\ & & \cdot^{\cdot^{\cdot}} & & & \ddots & & \\ & c & & & & & d & \\ c & & & & & & & d \end{array}\right|\begin{array}{l} \\ \\ \\ (n)\\ (n+1)\\ \\ \\ \\ \end{array}$$

**[解析]**

对 $D_{2n\text{-}2}$ 继续展开到2阶为止可得：

$$D_{2n}=\begin{vmatrix} a & b\\ c & d\end{vmatrix}\cdot D_{2n-2}=\begin{vmatrix} a & b\\ c & d\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} a & b\\ c & d\end{vmatrix}\cdot\cdots\cdot\begin{vmatrix} a & b\\ c & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b\\ c & d\end{vmatrix}^{n}=(ad-bc)^{n}$$

利用Laplace展开定理计算$D_{2n}=$

$$\begin{vmatrix} a & & & & & & & b \\ & a & & & & & b & \\ & & \ddots & & & ⋰ & & \\ & & & a & b & & & \\ & & & c & d & & & \\ & & ⋰ & & & \ddots & & \\ & c & & & & & d & \\ c & & & & & & & d \end{vmatrix}$$

[解析]

实际上也可每次按第一、最后一行展开：

$$D_{2n}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\cdot\cdots\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^n=(ad-bc)^n$$