已知球面$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0$,一平面通过其球心,且与直线$\begin{cases} x=0, \\ y-z=0 \end{cases}$垂直相交,试求球面与平面的交线在平面xoy上的投影.

解析: 球面方程可以改写为

$$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14,$$

球心坐标为$(1,-2,3)$.

直线$\begin{cases} x=0, \\ y-z=0 \end{cases}$的方向向量为 $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0,1,1),$

$\Rightarrow$平面的法向量为$(0,1,1)$，平面方程为

$$0g(x-1)+(y+2)+(z-3)=0,$$

即 $$y+z-1=0.$$

$\Rightarrow$交线方程为

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0, \\ y+z-1=0. \end{cases}$$

柱面方程$(x-1)^2+2(y+2)^2=14,$

所求投影 $$\boxed{\begin{cases} (x-1)^2+2(y+2)^2=14, \\ z=0. \end{cases}}$$