

第一章 矩阵及其初等变换

§ 1.1 矩阵及其运算

- 一. 矩阵的概念
- 二. 矩阵的线性运算
- 三. 矩阵乘法的定义
- 四. 矩阵乘法的运算规律
- 五. 方阵的幂与多项式
- 六. 矩阵的转置
- 七. 对称矩阵、反对称矩阵

电子科技大学 黄廷祝



§ 1.1 矩阵及其运算

一. 矩阵的概念

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 5y = 0 \end{cases}$$

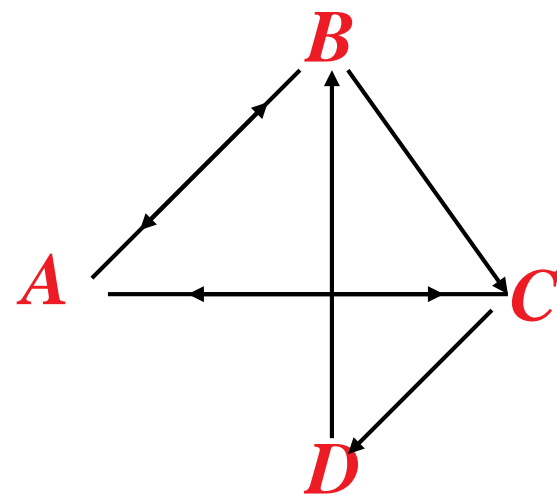
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1 \\ 4x_1 - 5x_2 = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$



某航空公司在 A, B, C, D 四城市之间开辟了若干航线，如图所示表示了四城市间的航班图。



如果从 A 到 B 有航班，则用带箭头的线连接 A 与 B 。

		到站			
		A	B	C	D
发站	A		✓	✓	
	B	✓		✓	
	C	✓			✓
	D		✓		

0	1	1	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	0	0



矩阵就是一个数表

由 $m \times n$ 个数排成的 m 行 n 列的数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为一个 m 行 n 列的**矩阵**，简称 $m \times n$ 矩阵

a_{ij} 矩阵第 i 行 j 列的元素



常记为 $A_{m \times n}$ 或 $A=(a_{ij})_{m \times n}$, 如:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \ 2 \ 4)$$

零矩阵 如

$$\mathbf{O}_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{O}_{2 \times 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$m=n$ 时, 称 A 为 n 阶矩阵 (方阵)

行矩阵、列矩阵

$$(1 \ 0 \ -1 \ 2), \quad \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$



对角矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{nn} \end{pmatrix} = \text{diag}(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn})$$

a_{ii} 称为对角元

单位矩阵:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix} = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$$



上三角形矩阵、下三角形矩阵:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$



线性方程组与矩阵的对应关系:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 \quad \quad + x_3 = -2 \end{cases} \quad (*)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

方程组(*)的系数矩阵

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

方程组(*)的增广矩阵

[结束]

