

五、 \mathbf{R}^n 的基、维数与坐标

\mathbf{R}^n : n 维向量空间

\mathbf{R}^n 的一组基: \mathbf{R}^n 的一个最大无关组

\mathbf{R}^n 的维数($\dim \mathbf{R}^n$): \mathbf{R}^n 的秩, $\dim \mathbf{R}^n = n$.

设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为 \mathbf{R}^n 的一组基, 则

$$\mathbf{R}^n = L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$$

又,

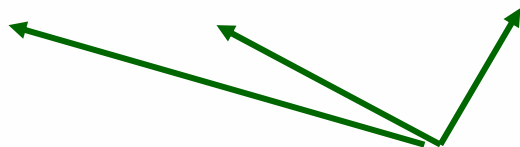
$$\mathbf{R}^n = L(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$$



\mathbf{R}^n 的标准基

$\forall \alpha \in \mathbf{R}^n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为一组基,

$$\alpha = x_1 \alpha_1 + x_2 \alpha_2 + \dots + x_n \alpha_n$$



α 在基 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 下的坐标

即: 任一向量在给定基下的坐标是惟一的.

例8. (1) 设 $\alpha = (x_1, x_2, x_3) \neq 0$,

$L(\alpha) : \mathbf{R}^3$ 的一维子空间;

(2) 设 $\alpha = (x_1, x_2, x_3), \beta = (y_1, y_2, y_3)$ 线性无关,

$L(\alpha, \beta) : \mathbf{R}^3$ 的二维子空间.