二．矩阵的线性运算

同型矩阵: $A_{m\times n}$与$B_{r\times s}$同型 $\Leftrightarrow m=r$且$n=s$

***A*与*B*相等:**

$$\left.\begin{array}{l} A=\left(a_{ij}\right)\text{与}B=\left(b_{ij}\right)\text{同型} \\ a_{ij}=b_{ij}, i=1,\ldots,m;\ j=1,\ldots,n \end{array}\right\}\Leftrightarrow A=B$$

矩阵的加法:

A与B同型，$A+B=\left(a_{ij}+b_{ij}\right)$

不同型的矩阵不能相加！

例1. 设

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & x & 3 \\ y & 1 & z \end{pmatrix},$$

已知 $A=B$,求 x, y, z

解: $\because\ A=B,$

$\therefore\ x=2,\ \ y=3,\ \ z=2.$

注意:

同型矩阵才能相等(可以相加)

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} 与 B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} 不能相加$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

负矩阵: $-\boldsymbol{A}=(-a_{ij})$

$$\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{A})=\boldsymbol{O}$$

减法: $A-B=A+(-B)$ 对应元素相减

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}\Leftrightarrow \boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$$

数乘: $k\boldsymbol{A}=(ka_{ij})$

例. $-A=(-1)A=(-a_{ij}),\ 2\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\0&2\end{pmatrix}$

矩阵的线性运算：加法、数乘

矩阵的线性运算满足如下八条性质：

$1^o \quad A+B=B+A$ 加法交换律

$2^o \quad (A+B)+C=A+(B+C)$ 加法结合律

$3^o \quad A_{m\times n}+0_{m\times n}=0_{m\times n}+A_{m\times n}=A_{m\times n}$ 零矩阵

$4^o \quad A+(-A)=0$ 负矩阵

$5^o \quad 1A=A$ 数乘1

$6^o \quad k(lA)=(kl)A$ 数乘的结合

$7^o \quad k\bullet(A+B)=kA+kB$

$8^o \quad (k+l)A=kA+lA$

数乘,加法的分配律

[结束]