

第二章 行列式

§ 2.5 矩阵的秩

- 一. 矩阵秩的概念
- 二. 基本结论与性质
- 三. 矩阵秩的计算
- 四. 矩阵的标准形 (分解)
- 五. 三个证明例子

电子科技大学 黄廷祝

一. 矩阵秩的概念

矩阵 A 中非零子式的最高阶数 r ，称为 A 的秩，
记为 $R(A) = r$.

显然对任意矩阵 A ， A 的秩唯一，
但其最高阶非零子式一般不唯一.

矩阵秩的另一种理解：

若矩阵 A 中有一个不等于0的 r 阶子式 D ，且所有 $r+1$ 阶子式（如果存在）全等于0，那么 D 称为矩阵 A 的最高阶非零子式，数 r 称为矩阵 A 的秩.

例1. 求矩阵的秩：

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; (2) B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; (3) C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 2 \\ 3 & 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

解. (1)(2) 易

(3): C 中所有3阶子式全为零, 可得 $R(A) = 2$.

为什么?

思考 若 $R(A) = r$, A 的所有 r 阶子式均不为零吗?
所有 $r - 1$ 阶子式均不为零吗?

[结束]