第一章 矩阵及其初等变换

§1.3 逆矩阵

一. 逆矩阵的概念

二. 逆矩阵的性质

三. 矩阵可逆的充要条件

四. 用行初等变换求逆矩阵

电子科技大学 黄廷祝

一. 逆矩阵的概念

数$a \neq 0$：$a\, a^{-1} = a^{-1}\, a = 1$

什么样的矩阵A：$A \cdot ? = I$

设A为n阶矩阵，若存在n阶矩阵B，使得

$$AB = BA = I,$$

则称A为可逆矩阵，B为A的逆矩阵，记为$A^{-1} = B$.

若A可逆，则A^{-1}存在，且$AA^{-1} = A^{-1}A = I$.

单位阵 I: $I^{-1}=I$

对角阵:

$$D=\begin{pmatrix} d_1 & & \\ & \ddots & \\ & & d_n \end{pmatrix},\ (d_1,\ldots,d_n\neq 0)\ ;\quad D^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{d_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{1}{d_n} \end{pmatrix}$$

$$(kI)^{-1}=\frac{1}{k}\ I,\ (k\neq 0)$$

定理1. 设A可逆， 则它的逆是唯一的.

证 设有B和C满足

$$AB = BA = I, \qquad AC = CA = I.$$

则

$$B = BI = B(AC) = (BA)C = IC = C$$

可以证明:

> 若A, B均为方阵，且$AB = I$ (或 $BA = I$), 则:
> A可逆且$B=A^{-1}$.

思考: $AB=kI$可得什么？

[结束]