

四阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$ 的值等于（ ）

(A) $a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4$;

(B) $a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 b_2 b_3 b_4$;

(C) $(a_1 a_2 - b_1 b_2)(a_3 a_4 - b_3 b_4)$;

(D) $(a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4)$.

【解析】 方法1. 注意到该行列式的行和列皆是“稀疏”的，按第一行展开：

$$\begin{aligned} a_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & 0 \\ b_3 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} 0 & a_2 & b_2 \\ 0 & b_3 & a_3 \\ b_4 & 0 & 0 \end{vmatrix} &= a_1 a_4 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ b_3 & a_3 \end{vmatrix} - b_1 b_4 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ b_3 & a_3 \end{vmatrix} \\ &= (a_1 a_4 - b_1 b_4)(a_2 a_3 - b_2 b_3). \end{aligned}$$

四阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$ 的值等于（ ）

(A) $a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4$;

(B) $a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 b_2 b_3 b_4$;

(C) $(a_1 a_2 - b_1 b_2)(a_3 a_4 - b_3 b_4)$;

(D) $(a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4)$.

[解析] 方法2. 注意到第二、三两行，很多二阶子式为0，因此可利用Laplace展开定理，将该行列式按第二、三两行展开：

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ b_3 & a_3 \end{vmatrix} \cdot (-1)^{(2+3)+(2+3)} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ b_4 & a_4 \end{vmatrix} \\ &= (a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4). \end{aligned}$$