

# 第四章 $n$ 维向量空间

## 学习指南

### 一、学习内容及要求

#### 1. 内容：

- §4.1.  $n$  维向量空间的概念
- §4.2. 向量组的线性相关性
- §4.3. 向量组的秩与最大无关组
- §4.4. 线性方程组解的结构

#### 2. 要求：

- (1) 理解  $n$  维向量、向量的线性组合与线性表示的概念；
- (2) 理解向量组线性相关、线性无关的概念，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质，计算以及判别法；
- (3) 理解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念，会求向量组的极大线性无关组及秩；
- (4) 理解向量组等价的概念，理解矩阵的秩与其行（列）向量组的秩之间的关系；
- (5) 了解  $n$  维向量空间、子空间、基底、维数、坐标等概念；
- (6) 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件。
- (7) 理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。
- (8) 理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念。
- (9) 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法。

### 二、重点与难点

#### 1. 重点：

- (1) 向量组线性相关、线性无关的概念；
- (2) 向量组线性相关、线性无关的判定及相关性质；

(3) 向量组的极大线性无关组和向量组秩的概念及计算;

(4) 齐次线性方程组的基础解系、通解的概念及计算;

(5) 非齐次线性方程组解的结构、通解的计算。

## 2. 难点:

(1) 向量组线性相关、无关的概念及其判定;

(2) 向量组的秩与极大无关组;

(3) 向量组、矩阵、线性方程组之间的关系。

## 三、与其他知识点的联系

(1) 线性相关, 无关, 极大无关组的概念是线性空间与线性变换的基础;

(2) 线性方程组求解是线性代数发展之源。行列式理论中的 Cramer 法则给出了系数矩阵为方阵且有唯一解的公式; 初等行变换法(高斯消元法)是线性方程组求解最常用有效的方法; 解空间是线性空间的子空间, 是计算特征向量的基础。