

第三讲 平面

平面的方程

1. 点法式方程
2. 一般式方程
3. 截距式方程

平面与平面的位置关系

► 内容小结

内容小结

1. 平面的方程

(1) 点法式

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

点: $M_0(x_0, y_0, z_0)$, 法向量: $\vec{n} = (A, B, C)$.

三点式:
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

(2) 一般式

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$D=0$, 平面过原点;

$A=0$, 平面平行于 x 轴;

(3) 截距式

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

2. 点到平面距离

$$\therefore d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

3. 平面与平面的位置关系

$$\pi_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \quad \vec{n}_1 = (A_1, B_1, C_1).$$

$$\pi_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \quad \vec{n}_2 = (A_2, B_2, C_2).$$

两平面的夹角(法向量所夹锐角)

$$\cos \theta = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$$(1) \pi_1 \perp \pi_2 \quad \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0;$$

$$(2) \pi_1 // \pi_2 \quad \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$