五、$\mathbf{R}^n$的基、维数与坐标

$\mathbf{R}^n$：n维向量空间

$\mathbf{R}^n$的一组基：$\mathbf{R}^n$ 的一个最大无关组

$\mathbf{R}^n$的维数($\dim \mathbf{R}^n$)：$\mathbf{R}^n$ 的秩, $\dim \mathbf{R}^n = n$.

设$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$为$\mathbf{R}^n$的一组基，则

$$\mathbf{R}^n = L(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$$

又,
$$\mathbf{R}^n = L(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$$

$\mathbf{R}^n$ 的标准基

$\forall \alpha \in \mathrm{R}^n$, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$为一组基,

$$\alpha = x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \ldots + x_n\alpha_n$$

α在基$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$下的坐标

即: 任一向量在给定基下的坐标是惟一的.

例8. (1) 设$\alpha = (x_1, x_2, x_3) \neq 0$,

$$L(\alpha):\ \mathrm{R}^3\text{的一维子空间};$$

(2) 设$\alpha = (x_1, x_2, x_3)$, $\beta = (y_1, y_2, y_3)$ 线性无关,

$$L(\alpha, \beta):\ \mathrm{R}^3\text{的二维子空间}.$$