电子科技大学

期末考试试题（一）

一 填空题（每空 2 分，合计 20 分）

1. 如果有限集合 A 有 n 个元素，则$|2^A|$=_________________。

2. 设 P：它占据空间，Q：它有质量，R：它不断运动，S：它叫做物质。命题“占据空间的，有质量的而且不断运动的叫做物质”的符号化为____________________。

3. 某人有三个儿子，组成集合 A={S_1,S_2,S_3}，在 A 上的兄弟关系具有__________________________________性质。

4. 公式 $\neg(P\vee Q)\wedge(P\vee\neg(Q\wedge\neg S))$ 的对偶公式为____。

5. 设 K[N]= $\aleph_0$，K[(0,1)]= $\aleph$，则 K[N×(0,1)]=__________________。

6. 设 $X=\{a,b,c\}$，X 上的关系 R 的关系矩阵是 $M_R=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$，则 $M_{R\circ R}=$____。

7. 若 $f:A\to B$ 是函数，则当 f 是 $A\to B$ 的______________，$f^c:B\to A$ 是 f 的逆函数。

8. 若连通平面图 $G=<V,E>$ 共有 r 个面，其中 $|V|=v,|E|=e$，则它满足的 Euler 公式为____________________________。

9. 命题公式 $A\Leftrightarrow P\vee(\neg P\to(Q\wedge(\neg Q\to R)))$ 的主合取范式为____，其编码表示为____________________。

二 选 择（每题 2 分，合计 20 分）

1. 下列结果正确的是（ ）。

A、$(A\cup B)-A=B$；B、$(A\cap B)-A=\Phi$；C、$(A-B)\cup B=A$；D、$\Phi\cup\{\Phi\}=\Phi$。

2. 在（ ）下有 $A\times B\subseteq A$。

A、$A=B$；B、$B\subseteq A$；C、$A\subseteq B$；D、$A=\Phi$或$B=\Phi$

3. 若公式 $(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge R)$ 的主析取范式为 $m_{001}\vee m_{011}\vee m_{110}\vee m_{111}$ 则它的主合取范式为（ ）

A. $m_{001}\wedge m_{011}\wedge m_{110}\wedge m_{111}$；B. $M_{000}\wedge M_{010}\wedge M_{100}\wedge M_{101}$；

C. $M_{001}\wedge M_{011}\wedge M_{110}\wedge M_{111}$；D. $m_{000}\wedge m_{010}\wedge m_{100}\wedge m_{101}$。

4. 命题“尽管有人聪明，但未必一切人都聪明”的符号化

（P(x)：x 是聪明的，M(x)：x 是人）（ ）

A. $\exists x(M(x)\to P(x))\wedge\neg(\forall x(M(x)\to P(x)))$

B. $\exists x(M(x)\wedge P(x))\wedge\neg(\forall x(M(x)\wedge P(x)))$

C. $\exists x(M(x)\wedge P(x))\wedge\neg(\forall x(M(x)\to P(x)))$

D. $\exists x(M(x)\wedge P(x))\vee\neg(\forall x(M(x)\to P(x)))$

5. 设集合 A，B 是有穷集合，且 $|A|=m$，$|B|=n$，则从 A 到 B 有（ ）个不同的双射函数。

A、n；B、m；C、$n!$；D、$m!$。

6. 设 K={e，a，b，c}，$<K,*>$ 是 Klein 四元群，则元素 a 的逆元为（ ）。

A、e；B、a；C、b；D、c。

7. 连通非平凡的无向图 G 有一条欧拉回路当且仅当图 G（ ）。

A、只有一个奇度结点；B、只有两个奇度结点；

C、只有三个奇度结点；D、没有奇度结点。

8. 设无向图$G=<V,E>$是连通的且$|V|=n$，$|E|=m$ 若（ ）则 G 是树。

A、M=N+1 ； B、n=m+1 ； C、$m\le 3n-6$ ； D、$n\le 3m-6$ 。

9. n 个结点的无向完全图K_n的边数为（ ）。

A、$n(n+1)$ ； B、$\dfrac{n(n+1)}{2}$ ； C、$n(n-1)$ ； D、$\dfrac{n(n-1)}{2}$。

10. 下列图中（ ）是根树。

A、$G_1=<\{a,b,c,d\},\{<a,a>,<a,b>,<c,d>\}>$ ；

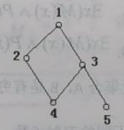
B、$G_2=<\{a,b,c,d\},\{<a,b>,<b,d>,<c,d>\}>$ ；

C、$G_3=<\{a,b,c,d\},\{<a,b>,<a,d>,<c,a>\}>$ ；

D、$G_4=<\{a,b,c,d\},\{<a,b>,<a,c>,<d,d>\}>$ 。

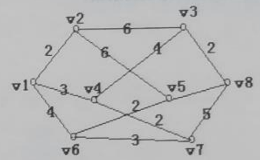
三 计 算（每题 8 分， 合计 40 分）

1. 设 A={1，2，3，4，5}，A 上的偏序关系如下图所示，求 A 的子集{3，4，5}和{1，2，3}，的上界，下界，上确界和下确界。



2. 求$(Q\to P)\wedge(\neg P\wedge Q)$的主合取范式。

3. 求图中的一个最小生成树。



4. 将公式$((P\vee Q)\wedge R)\to(P\wedge R)$划为只含有联结词$\neg,\wedge$的等价公式。

5. 已知某有向图的邻接矩阵如下：$A=\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 试求：v_3 到 v_1 的长度为 4 的有向路径的条数。

四 证明题（每题 10 分， 合计 20 分）

1. 令 $R=\{m \mid m=a+b\sqrt{2}, a, b\in Q, +\text{为普通加法}\}$，定义映射 g：$R\rightarrow R$ 为 $g(a+b\sqrt{2})=a-b\sqrt{2}$，试证：g 是 $<R,+>$ 到 $<R,+>$ 的自同构映射。

2. 用 CP 规则证明 $A\rightarrow(B\wedge C)$， $(E\rightarrow\neg F)\rightarrow\neg C$， $B\rightarrow(A\wedge\neg S)'$ $B\rightarrow E$。

电子科技大学

期末考试试题（一）参考答案

一 填空题（每空 2 分，合计 20 分）

1	2^n	2	$S \leftrightarrow P \wedge Q \wedge R$	3	反自反性、对称性、传递性	4	$\neg(P \wedge Q) \wedge (P \wedge \neg(Q \vee \neg S$
5	S	6	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	7	双射	8	$v-e+r=2$
9	$(P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R)$；$M_{000} \wedge M_{001}$						

二 选 择（每题 2 分，合计 20 分，在正确答案上划√）

1	A	√	C	D	2	A	B	C	√	3	A	√	C	D
4	A	B	√	D	5	A	B	C	√	6	A	√	C	D

7	A	B	C	√	8	A	√	C	D	9	A	B	C	√
10	A	B	√	D										

三 计 算（每题 8 分 合计 40 分）

1.

{3，4，5}：上界：1，3；上确界：3；下界：无；下确界：无；

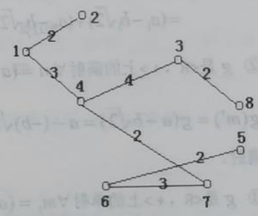
{1，2，3}：上界：1；上确界：1；下界：4；下确界：4。

2.

$$(Q \to P) \wedge (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg Q \vee P) \wedge (\neg P \wedge Q))$$
$$\Leftrightarrow (\neg Q \wedge \neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg P \wedge Q) \Leftrightarrow F$$
$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$$

3. 用 Kruskal 算法，选一条权最小的边，逐一选取剩余的边中与已知边未构成回路且权数最小的边 (v_1, v_2)，每次选出的边记入 T,其权加入 T 的成本。

T 的边	T 的成本
(v_1, v_2)	2
(v_3, v_8)	2+2
(v_4, v_7)	2+2+2
(v_5, v_6)	2+2+2+2
(v_6, v_7)	2+2+2+2+3
(v_1, v_4)	2+2+2+2+3+3



4.

$$原式 \Leftrightarrow \neg((P \vee Q) \wedge R) \vee (P \wedge R) \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg R \vee (P \wedge R)$$
$$\Leftrightarrow \neg(\neg(\neg P \wedge \neg Q) \wedge R \wedge \neg(P \wedge R))。$$

5.

$$A=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&1\\1&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\quad A^2=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\2&1&0&1\\1&0&2&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\quad A^3=\begin{pmatrix}1&0&2&1\\1&0&3&1\\3&2&1&2\\1&1&0&1\end{pmatrix},$$

$$A^4=\begin{pmatrix}3&2&1&2\\4&3&1&3\\3&1&5&3\\1&0&2&1\end{pmatrix}$$，由v_3到v_1长度为4的有向路径的条数为3条。

四 证明题（每题10分 合计20分）

1.

① g 是<R，+>上的同态映射 $\forall m_1=(a_1+b_1\sqrt{2})$，$m_2=(a_2+b_2\sqrt{2})\in R$

$$g(m_1+m_2)=g(a_1+b_1\sqrt{2}+a_2+b_2\sqrt{2})=g((a_1+a_2)+(b_1+b_2)\sqrt{2})=(a_1+a_2)-(b_1+b_2)\sqrt{2}$$
$$=(a_1-b_1\sqrt{2})+(a_2-b_2\sqrt{2})=g(m_1)+g(m_2)$$

② g 是<R，+>上的满射 $\forall m=(a+b\sqrt{2})\in R$，$\exists m'=a-b\sqrt{2}\in R$ 使 $g(m')=g(a-b\sqrt{2})=a-(-b)\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}=m$ 所以 g 是<R，+>上的满射。

③ g 是<R，+>上的单射 $\forall m_1=(a_1+b_1\sqrt{2})$，$m_2=(a_2+b_2\sqrt{2})\in R$，且 $m_1\neq m_2$ 则 $g(m_1)=a_1-b_1\sqrt{2}$，$g(m_2)=a_2-b_2\sqrt{2}$，如果 $g(m_1)=g(m_2)$

则 $(a_1-a_2)-(b_1-b_2)\sqrt{2}=0$，$\therefore$ 必有$a_1=a_2$，$b_1=b_2$ 这与 $m_1\neq m_2$ 矛盾。

故 $g(m_1)\neq g(m_2)$。由①，②，③知 g 是从<R，+>到<R，+>的自同构映射。

2.

(1)	B	P(附加前提)
(2)	$B\to(A\wedge\neg S)$	P
(3)	$A\wedge\neg S$	T(1)(2)I
(4)	A	T(3)I
(5)	$A\to B\wedge C$	P
(6)	$B\wedge C$	T(4)(5)I
(7)	C	T(6)I
(8)	$(E\to\neg F)\to\neg C$	P
(9)	$\neg(E\to\neg F)$	T(7)(8)I
(10)	$E\wedge F$	T(9)E
(11)	E	T(10)I
(12)	$B\to E$	CP

电子科技大学
期末考试试题（二）

一 填空题（每空 2 分，合计 20 分）

1. 任意两个不同小项的合取为 ________，全体小项的析取式为 ________。

2. 设 R 为集合 A 上的等价关系，对 $\forall a \in A$，集合 $[a]_R =$ ________，称为元素 a 形成的 R 等价类，$[a]_R \neq \Phi$，因为 ________。

3. 设 $A=\{0,1\}$，N 为自然数集，$f(x)=\begin{cases}0, & x\text{是奇数},\\ 1, & x\text{是偶数}。\end{cases}$ 若 $f: A \to A$，则 f 是 ____ 射的，若 $f: N \to A$，则 f 是 ____ 射的。

4. 设 S 为非空有限集，代数系统 $<2^S, \cup>$ 中幺元为 ____，零元为 ____。

5. 若 $G=<V,E>$ 为汉密尔顿图，则对于结点集 V 的每个非空子集 S，均有 W(G-S) ____ $|S|$ 成立，其中 W(G-S)是 ________。

二 选 择（每题 2 分，合计 20 分）

1. 命题公式 $P \to (Q \vee P)$ 是（ ）。

A、矛盾式； B、可满足式； C、重言式； D、等价式。

2. 下列各式中哪个不成立（ ）。

A、$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$；

B、$\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$；

C、$\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$；

D、$\forall x(P(x) \wedge Q) \Leftrightarrow \forall x P(x) \wedge Q$。

3. 谓词公式 $\forall x(P(x) \vee \exists y R(y)) \to Q(x)$ 中的 x 是（ ）。

A、自由变元； B、约束变元；

C、既是自由变元又是约束变元； D、既不是自由变元又不是约束变元。

4. 设 f 和 g 都是 X 上的双射函数，则 $(f \circ g)^{-1}$ 为（ ）。

A、$f^{-1} \circ g^{-1}$； B、$(g \circ f)^{-1}$； C、$g^{-1} \circ f^{-1}$； D、$g \circ f^{-1}$。

5. 下面集合（ ）关于减法运算是封闭的。

A、N； B、$\{2x \mid x \in I\}$； C、$\{2x+1 \mid x \in I\}$；

D、$\{x \mid x\text{是质数}\}$。

6. 具有如下定义的代数系统 $<G, *>$，（ ）不构成群。

A、$G=\{1,10\}$，*是模 11 乘；

B、$G=\{1,3,4,5,9\}$，*是模 11 乘；

C、$G=Q$（有理数集），*是普通加法；

D、$G=Q$（有理数集），*是普通乘法。

7. 设 $G=\{2^m \times 3^n \mid m, n \in I\}$，*为普通乘法。则代数系统 $<G, *>$ 的幺元为（ ）。

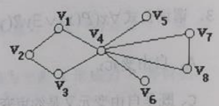
A、不存在 ； B、$e=2^0\times3^0$ ； C、$e=2\times3$ ； D、$e=2^{-1}\times3^{-1}$。

8. 下面集合（ ）关于整除关系构成格。

A、{2，3，6，12，24，36}； B、{1，2，3，4，6，8，12}；

C、{1，2，3，5，6，15，30}； D、{3，6，9，12}。

9. 无向图$G=<V,E>$，如下图所示，下面哪个边集不是其边割集（ ）。



A、$\{<v_1,v_4>,<v_3,v_4>\}$；

B、$\{<v_1,v_5>,<v_4,v_6>\}$；

C、$\{<v_4,v_7>,<v_4,v_8>\}$；

D、$\{<v_1,v_2>,<v_2,v_3>\}$。

10. 有 n 个结点$(n\ge3)$，m条边的连通简单图是平面图的必要条件（ ）。

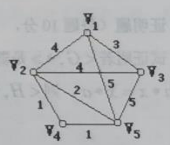
A、$n\ge3m-6$； B、$n\le3m-6$； C、$m\ge3n-6$； D、$m\le3n-6$。

三 计 算（每题 8 分，合计 40 分）

1. 设$A=\{a,b,c\}$上的关系 $\rho=\{<a,a>,<a,b>,<b,c>,<c,b>\}$，求出$r(\rho),s(\rho)$和$t(\rho)$。

2. 集合$A=\{2,3,6,12,24,36\}$上的偏序关系 为整除关系。设$B=\{6,12\}$，$C=\{2,3,6\}$，试画出 的哈斯图，并求 A，B，C 的最大元素、极大元素、下界、上确界。

3. 图给出的赋权图表示五个城市v_1，v_2，v_3，v_4，v_5及对应两城镇间公路的长度。试给出一个最优化的设计方案使得各城市间能够有公路连通。



4. 已知$G=\{1,2,3,4,5,6\}$，$\times_7$为模 7 乘法。试说明$<G,\times_7>$是否构成群？是否为循环群？若是，生成元是什么？

5. 给定命题公式$(P\wedge(\neg Q\wedge R))\vee(\neg S\vee W)$，试给出相应的二元树。

四 证明题（每题10分， 合计20分）

1. 试证明若$<G,*>$是群，$H\subseteq G$，且任意的$a\in H$，对每一个$x\in G$，有$a*x=x*a$，则$<H,*>$是$<G,*>$的子群。

2. 符号化下列各命题，并说明结论是否有效（用推理规则）。任何人如果他喜欢美术，他就不喜欢体育。每个人或喜欢体育，或喜欢音乐，有的人不喜欢音乐，因而有的人不喜欢美术。

电子科技大学

期末考试试题（二)参考答案

一 **填空题**（每空 2 分，合计 20 分）

1 永假式(矛盾式)，永真式（重言式） 2 $[a]_R=\{x|x\in A,aRx\}$；$a\in[a]_R$ 3 双射 满射 4 Φ，S

5 ≤；$G-S$ 的连通分支数。

二 选 择（每题 2 分，合计 20 分，在正确答案上划√）

1	A	B	√	D	2	√	B	C	D	3	A	B	√	D
4	A	B	√	D	5	A	√	C	D	6	A	B	C	√
7	A	√	C	D	8	A	B	√	D	9	A	√	C	D
10	A	B	C	√										

三 计 算（每题 8 分 合计 40 分）

1．解 $r(\rho)=\{<a,a>,<a,b>,<b,c>,<c,b>,<b,b>,<c,c>\}$，

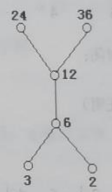
$s(\rho)=\{<a,a>,<a,b>,<b,c>,<c,b>,<b,a>\}$，

$\rho^2=\rho\circ\rho=\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<b,b>,<c,c>\}$，

$\rho^3=\rho^2\circ\rho=\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<a,b>,<b,c>,<c,b>\}$

$\therefore\ t(\rho)=\rho\cup\rho^2=\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<b,b>,<c,c>,<b,c>,<c,b>\}$

2．解： 的哈斯图为

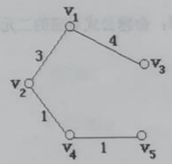


集合	最大元	极大元	下界	上确界
A	无	24，36	无	无
B	12	12	6，2，3	12
C	6	6	无	6

3．解：此问题的最优设计方案即要求该图的最小生成树，

由破圈法或避圈法得最小生成树为：

其权数为 1+1+3+4 = 9 。



4．解：$<G,\times_7>$既构成群，又构成循环群，其生成元为 3，5。因为：$\times_7$

的运算表为：

$\times_7$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

1）由运算表知，$\times_7$ 封闭；

2）$\times_7$ 可结合（可自证明）

3）1 为幺元；

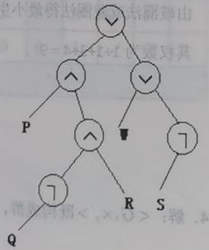
4）$1^{-1}=1$，$2^{-1}=4$，$3^{-1}=5$，$4^{-1}=2$，$5^{-1}=3$，$6^{-1}=6$，

综上所述，$<G,\times_7>$ 构成群。

由 $3^1=3$，$3^2=2$，$3^3=6$，$3^4=4$，$3^5=5$，$3^6=1$。所以，3 为其生成元，3 的逆元 5 也为其生成元。

故 $<G,\times_7>$ 为循环群。

5．解：命题公式对应的二元树见右图。



四 证明题（每题 10 分 合计 20 分）

1.

（1）设群 $<G,*>$ 的幺元为 e，则 $\forall x\in G$ 有 $x*e=e*x$，$\therefore e\in H$ 即 H 非空。

（2）$\forall a,b\in H$，则 $\forall x\in G$ 有 $a*x=x*a$，$b*x=x*b$，从而

$$
\begin{aligned}
(a*b^{-1})*x &= (a*b^{-1})*x*(b*b^{-1}) \\
&= a*(b^{-1}*b)*x*b^{-1} = (a*x)*b^{-1} \\
&= x*(a*b^{-1}),\quad \therefore a*b^{-1}\in H
\end{aligned}
$$

故 $<H,*>$ 是 $<G,*>$ 的子群。

2.

设 $P(x)$：x 喜欢美术，$Q(x)$：x 喜欢体育，$R(x)$：x 喜欢音乐。论域：人。

命题形式化为：前提：$\forall x(P(x)\to\neg Q(x))$，$\forall x(Q(x)\vee R(x))$，$\exists x\neg R(x)$

结论：$\exists x\neg P(x)$。

证明：

(1)	$\exists x\neg R(x)$	P
(2)	$\neg R(a)$	ES(1)
(3)	$\forall x(Q(x)\vee R(x))$	P
(4)	$Q(a)\vee R(a)$	US(4)
(5)	$Q(a)$	T(2)(4)I
(6)	$\forall x(P(x)\to\neg Q(x))$	P
(7)	$P(a)\to\neg Q(a)$	US(6)
(8)	$\neg P(a)$	T(5)(7)I

(9) $\exists x \neg P(x)$ EG(8)

∴ 结论有效。

电子科技大学

期末考试试题（三）

一 填空题（每空 2 分，合计 20 分）

1. 命题 P→Q 的真值为 0，当且仅当 ________。

2. $\mathscr{P}(\mathscr{P}(\Phi))=$ ________。

3. 设 $A=\{x\mid(x\in N)且(x<5)\},B=\{x\mid x\in E^{+}且x<7\}$（N：自然数集，$E^{+}$ 正偶数） 则 $A\cup B=$ ________。

4. 公式 $(P\wedge R)\vee(S\wedge R)\vee\neg P$ 的主合取范式为 ________。

5. n 阶完全图结点 v 的度数 d(v) = ________。

6. 代数系统<A,*>中，|A|>1，如果 e 和 θ 分别为<A,*>的幺元和零元，则 e 和 θ 的关系为 ________。

7. 设 <G,*> 是一个群，<G,*> 是阿贝尔群的充要条件是 ________。

8. 设 <G,*> 是由元素 $a\in G$ 生成的循环群，且 |G|=n，则 G = ________。

9. 拉格朗日定理说明若<H，*>是群<G,*>的子群，则可建立 G 中的等价关系

R= ________。若|G|=n，|H|=m 则 m 和 n 关系为 ________。

二 选 择（每题 2 分，合计 20 分）

1. 设 A={1，2，3}，则 A 上的二元关系有（ ）个。

A. 2^3； B. 3^2； C. $2^{3\times 3}$； D. $3^{2\times 2}$。

2.设 R，S 是集合 A 上的关系，则下列说法正确的是（ ）

A. 若 R，S 是自反的， 则 $R\circ S$ 是自反的；

B. 若 R，S 是反自反的， 则 $R\circ S$ 是反自反的；

C. 若 R，S 是对称的， 则 $R\circ S$ 是对称的；

D. 若 R，S 是传递的， 则 $R\circ S$ 是传递的。

3. 命题逻辑演绎的 CP 规则为（ ）。

A. 在推演过程中可随便使用前提；

B. 在推演过程中可随便使用前面演绎出的某些公式的逻辑结果；

C. 如要演绎出的公式为 $B\to C$ 形式，那么将 B 作为前提，设法演绎出 C；

D. $\Phi(A)$ 是含公式 A 的命题公式，$B\Leftrightarrow A$，则可用 B 替换 $\Phi(A)$ 中的 A。

4. 命题“有的人喜欢所有的花”的逻辑符号化为（ ）。设 D：全总个体域，F（x）：x 是花，M(x)：x 是人，H(x,y)：x 喜欢 y

A、$\forall x(M(x)\to\forall y(F(y)\to H(x,y)))$

B、$\forall x(M(x)\wedge\forall y(F(y)\to H(x,y)))$

C、$\exists x(M(x)\to\forall y(F(y)\to H(x,y)))$

D、$\exists x(M(x)\wedge\forall y(F(y)\to H(x,y)))$。

5.公式 $\forall x\forall y(P(x,y)\vee Q(y,z))\wedge\exists xP(x,y)$ 换名（ ）。

A. $\forall x\forall u(P(x,u)\vee Q(u,z))\wedge\exists xP(x,y)$

B. $\forall x\forall y(P(x,u)\vee Q(u,z))\wedge\exists xP(x,u)$

C. $\forall x\forall y(P(x,y)\vee Q(y,z))\wedge\exists xP(x,u)$

D. $\forall u\forall y(P(u,y)\vee Q(y,z))\wedge\exists uP(u,y)$。

6. N 是自然数集，定义 $f:N\to N$，$f(x)=(x)\ \mathrm{mod}\ 3$（即 x 除以 3 的余数），则 f 是（ ）。

A、满射不是单射；B、单射不是满射；C、双射；D、不是单射也不是满射。

7.设 $<A,\vee,\wedge>$ 是由格<A, ≤>诱导的代数系统，若对 $\forall a,b,c\in A$，当 $b\le a$ 时，有（ ）<A, ≤>是模格。

A、$a\wedge(b\vee c)=b\vee(a\wedge c)$； B、$c\wedge(a\vee c)=a\vee(b\wedge c)$；

C、$a\vee(b\wedge c)=b\wedge(a\vee c)$； D、$c\vee(a\wedge c)=b\wedge(a\vee c)$。

8. 在（ ）中，补元是唯一的。

A、有界格； B、有补格； C、分配格； D、有补分配格。

9.在布尔代数 $<A,\vee,\wedge,->$ 中，$b\wedge\bar{c}=0$ 当且仅当（ ）。

A、$b\le\bar{c}$； B、$\bar{c}\le b$； C、$b\le c$； D、$c\le b$。

10. 设<A, ≤>是偏序集，“≤”定义为：$\forall a,b\in A,a\le b\Leftrightarrow a\mid b$，则当 A=（ ）时，<A, ≤>是格。

A、{1,2,3,4,6,12}； B、{1,2,3,4,6,8,12,14}； C、{1,2,3,⋯，12}； D、{1,2,3,4}。

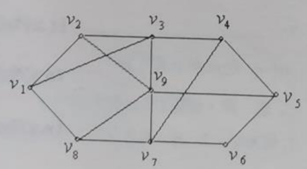
三 计 算（每题 8 分 合计 40 分）

1. 给定 3 个命题：P：北京比天津人口多；Q：2 大于 1；R：15 是素数。求复合命题：$(Q\to R)\leftrightarrow(P\wedge\neg R)$ 的真值。

2. 给定解释 I：D={2，3}，L（x,y）为 L(2,2)=L(3,3)=1，L(2,3)=L(3,2)=0，求谓词合式公式 $\exists y\forall xL(x,y)$ 的真值。

3. A={a,b,c,d}，R={<a,b>,<b,c>,<b,d>,<c,b>}为 A 上的关系，利用矩阵乘法求 R 的传递闭包，并画出 t（R）的关系图。

4. 某年级共有 9 门选修课程，期末考试前必须提前将这 9 门课程考完，每人每天只在下午考一门课，若以课程表示结点，



有一人同时选两门课程，则这两点间有边（其图如右），问至少需几天？

5. 用 Huffman 算法求出带权为 2，3，5，7，8，9 的最优二叉树 T，并求 W（T）。若传递 a，b，c，d，e，f 的频率分别为 2%，3%，5%，7%，8%，9%求传输它的最佳前缀码。

四 证明题（每题 10 分 合计 20 分）

1. 设<A,*>，是半群，e 是左幺元且 $\forall x\in A,\exists\hat{x}\in A$，使得 $\hat{x}*x=e$，则

<A，*>是群。

2. 设 A={1，2，3，4}，在 $\mathscr{P}$(A) 上规定二元关系如下：$R=\{<s,t>|\, s,t\in \mathscr{P}(A)\wedge(|s|=|t|)\}$，证明 R 是 $\mathscr{P}$(A) 上的等价关系并写出商集 $\mathscr{P}$(A) /R。

电子科技大学

期末考试试题（三）参考答案

一 填空题（每空 2 分，合计 20 分）

1	P 的真值为 1，Q 的真值为 0	2	$\{\Phi,\{\Phi\},\{\{\Phi\}\},\{\Phi,\{\Phi\}\}\}$	3	{0，1，2，3，4，6}	4	$(\neg P\vee S\vee R)\wedge(\neg P\vee\neg S\vee R)$
5	n-1	6	$e\neq\theta$	7	任意 ab ∈ G，(a*b)*(a*b)=(a*a)*(b*b)		
8	$G=\{a,a^2,\cdots a^{n-1},\ a^n=e\}$						
9	$\{<a,b>|\, a\in G,b\in G,a^{-1}*b\in H\}$；$m/n$；						

二 选 择（每题 2 分，合计 20 分，在正确答案上划√）

1	A	B	√	D	2	√	B	C	D	3	A	B	√	D
4	A	B	C	√	5	√	B	C	D	6	A	B	C	√

7	√	B	C	D	8	A	B	C	√	9	A	B	√	D
10	√	B	C	D										

三 计 算（每题 8 分 合计 40 分）

1． 解：

P，Q 是真命题，R 是假命题。

$$(Q \to R) \leftrightarrow (P \wedge \neg R) = (1 \to 0) \leftrightarrow (1 \wedge 1) = 0 \leftrightarrow 1 = 0$$

2． 解：

$$\exists y \forall x L(x,y) \Leftrightarrow \exists y (L(2,y) \wedge L(3,y)) \Leftrightarrow (L(2,2) \wedge L(3,2)) \vee (L(2,3) \wedge L(3,3))$$
$$\Leftrightarrow (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) = 0 \vee 0 = 0$$

3． 解：

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

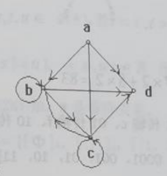
$$M_{R^2} = M_R \circ M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{R^3} = M_{R^2} \circ M_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = M_R$$

$$M_{R^4} = M_{R^3} \circ M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = M_{R^2}$$

$$\therefore M_{t(R)} = M_R \vee M_{R^2} \vee M_{R^3} \vee M_{R^4} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

所以 t（R）={<a,b>,<a,c>,<a,d>,<b,b>,<b,c>,<b,d>,<c,b>,<c,c>,<c,d>}



关系图为

4.解：

$\chi(G)$ 即为最少考试天数。

用 Welch-Powell 方法对 G 着色：$v_9 v_3 v_7 v_1 v_2 v_4 v_5 v_8 v_6$

第一种颜色的点 $v_9 v_1 v_4 v_6$，剩余点 $v_3 v_7 v_2 v_5 v_8$

第二种颜色的点 $v_3 v_7 v_5$，剩余点 $v_2 v_8$

第三种颜色的点 $v_2 v_8$

所以 $\chi(G) \leqslant 3$

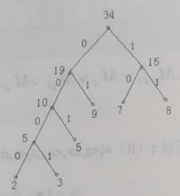
任 $v_2 v_3 v_9$ 构成一圈，所以 $\chi(G) \geqslant 3$

故 $\chi(G)=3$

所以三天下午即可考完全部九门课程。

5.解：

2	3	5	7	8	9
	5	5	7	8	9
		10	7	8	9
			10	15	9
				15	19
					34



$$W(T)=2\times4+3\times4+5\times3+9\times2+7\times2+8\times2=83$$

用 0000 传输 a、0001 传输 b、001 传输 c、01 传输 f、10 传输 d、11 传输 e 传输它们的最优前缀码为{0000，0001，001，01，10，11}。

四 证明题（每题 10 分 合计 20 分）

1.

（1）$\forall a,b,c\in A$，若$a*b=a*c$ 则 $b=c$

事实上：$\because a*b=a*c\ \therefore \exists\hat{a}$ 使$\hat{a}*(a*b)=\hat{a}*(a*c)$

$(\hat{a}*a)*b=(\hat{a}*a)*c,\therefore e*b=e*c$

即：$b=c$

(2) e 是<A，*>之幺元。

事实上：由于 e 是左幺元，现证 e 是右幺元。

$\forall x\in A$，$x*e\in A$，$\exists\hat{x}$ 使$\hat{x}*(x*e)=(\hat{x}*x)*e=e*e=e=\hat{x}*x$

由(1)即$x*e=x$，$\therefore e$为右幺元

（3）$\forall x\in A$，则 $x^{-1}\in A$

事实上：$\forall x\in A\ \ (x*\hat{x})*x=x*(\hat{x}*x)=x*e=x=e*x$

$x*\hat{x}=e$ 故有$\hat{x}*x=x*\hat{x}=e\ \ \therefore x$有逆元$\hat{x}$

由（2），（3）知：<A,*>为群。

2.

证明：(1)$\forall s\in\mathcal{P}(A)$，由于$|s|=|s|$，所以$<s,s>\in R$，即 R 自反的。

(2) $\forall s,t\in\mathcal{P}(A)$，若 $<s,t>\in R$，则 $|s|=|t|\Rightarrow|t|=|s|$，

$\therefore<t,s>\in R$，R 是对称的。

(3)$\forall s,t,u\in\mathcal{P}(A)$，若：$<s,t>\in R$ 且 $<t,u>\in R$，即：$|s|=|t|=|u|$

$\therefore|s|=|u|$，$<s,u>\in R$ 所以 R 是传递的。

由(1)(2)(3)知，R 是等价关系。

$\mathcal{P}(A)/R=\{[\Phi]_R，[\{1\}]_R，[\{1，2\}]_R，[\{1，2，3\}]_R，[\{1，2，3，4\}]_R\}$