

设 A 是 n 阶实对称矩阵, P 是 n 阶可逆矩阵.已知 n 维列向量 α 是属于特征值 λ 的特征向量,则矩阵 $(P^{-1}AP)^T$ 属于特征值 λ 的特征向量是()

(A) $P^{-1}\alpha$

(B) $P^T\alpha$

(C) $P\alpha$

(D) $(P^{-1})^T\alpha$

[解析] α 是特征值 λ 的特征向量 $\Rightarrow \alpha \neq 0, A\alpha = \lambda\alpha$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} \alpha \neq 0, A\alpha = \lambda\alpha \\ (P^{-1}AP)^T = P^T A^T (P^{-1})^T = P^T A (P^T)^{-1} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow$

$$(P^{-1}AP)^T = P^T A^T (P^{-1})^T = P^T A (P^T)^{-1}$$

$$\Rightarrow P^T A (\textcolor{red}{P}^T)^{-1} (\textcolor{blue}{P}^T \alpha) = P^T A \alpha = \lambda \textcolor{blue}{P}^T \alpha$$