

# 第二章 行列式

## 学习指南

### 一、学习内容及要求

#### 1. 内容：

§2.1.  $n$  阶行列式的定义

§2.2.  $n$  级行列式的性质

§2.3. Laplace 定理

§2.4. Cramer 法则

§2.5. 矩阵的秩

#### 2. 要求：

- (1) 了解行列式的概念，掌握行列式的性质；
- (2) 会用行列式性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式；
- (3) 理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵；
- (4) 会用克拉默法，了解 Laplace 定理；
- (5) 理解矩阵秩的概念，掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法。

### 二、重点与难点

#### 1. 重点：

- (1) 行列式的概念、性质与计算；
- (2) 伴随矩阵的概念与性质，矩阵可逆的充要条件；
- (3) 矩阵秩的概念与性质。

#### 2. 难点：

- (1) 行列式的定义及部分性质的证明；
- (2)  $n$  阶行列式的计算；
- (3) 行列式的 Laplace 展开；
- (4) 伴随矩阵的概念；
- (5) 矩阵秩的概念及相关性质。

### 三、与其他知识点的联系

在线性代数中，行列式、线性方程组、矩阵、向量组等内容相互交错密不可分，以下是矩阵可逆的一些常见等价命题（设  $A$  为  $n$  阶方阵）：

- (1)  $A$  可逆；
- (2)  $|A| \neq 0$ ；
- (3)  $AX = \mathbf{0}$  只有零解；
- (4)  $AX = \mathbf{b}$  有惟一解；
- (5)  $A$  可以经(行或列)初等变换化成单位矩阵；
- (6)  $A$  可以表示为一系列初等矩阵的乘积；
- (7)  $A$  的行(列)向量组线性无关；
- (8) 任一  $n$  维行(列)向量均可由  $A$  的行(列)向量组线性表出；
- (9)  $R(A) = n$  (方阵  $A$  的阶数)；
- (10)  $0$  不是  $A$  的特征值.

此外，行列式是计算矩阵特征值的基础。