已知平面上三条不同直线的方程为 $l_1: \quad ax+2by+3c=0$

$l_2: \quad bx+2cy+3a=0$，若这三条直线

$l_3: \quad cx+2ay+3b=0$

交于一点，求 a,b,c 满足的条件.

[解析] $\boxed{A\in R^{n\times n}, Ax=0\text{有非零解}\Leftrightarrow \det A=0}$

(1)令 $A=\begin{pmatrix} a & 2b & 3c \\ b & 2c & 3a \\ c & 2a & 3b \end{pmatrix}$，且设三条直线交于一点$(x_0,y_0)$，则

$$\begin{cases} ax_0+2by_0+3c=0 \\ bx_0+2cy_0+3a=0 \\ cx_0+2ay_0+3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & 2b & 3c \\ b & 2c & 3a \\ c & 2a & 3b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$(x_0,y_0,1)$ 为 $Ax=0$ 的非零解

$\Rightarrow \det A=0$

$$\Rightarrow\quad 0=\det A=\begin{vmatrix} a & 2b & 3c \\ b & 2c & 3a \\ c & 2a & 3b \end{vmatrix}=-6(a+b+c)[a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac]$$

$$=-3(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$$

(2)因 l_1,l_2,l_3 为三条不同的直线 $\Rightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\neq 0$

$$\Rightarrow \text{"}\det A=0 \Leftrightarrow a+b+c=0\text{"}$$