

第三讲 曲面与空间曲线

曲面方程



1.柱面

2.旋转曲面

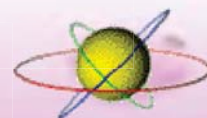
空间曲线

1.一般式方程

2.参数式方程

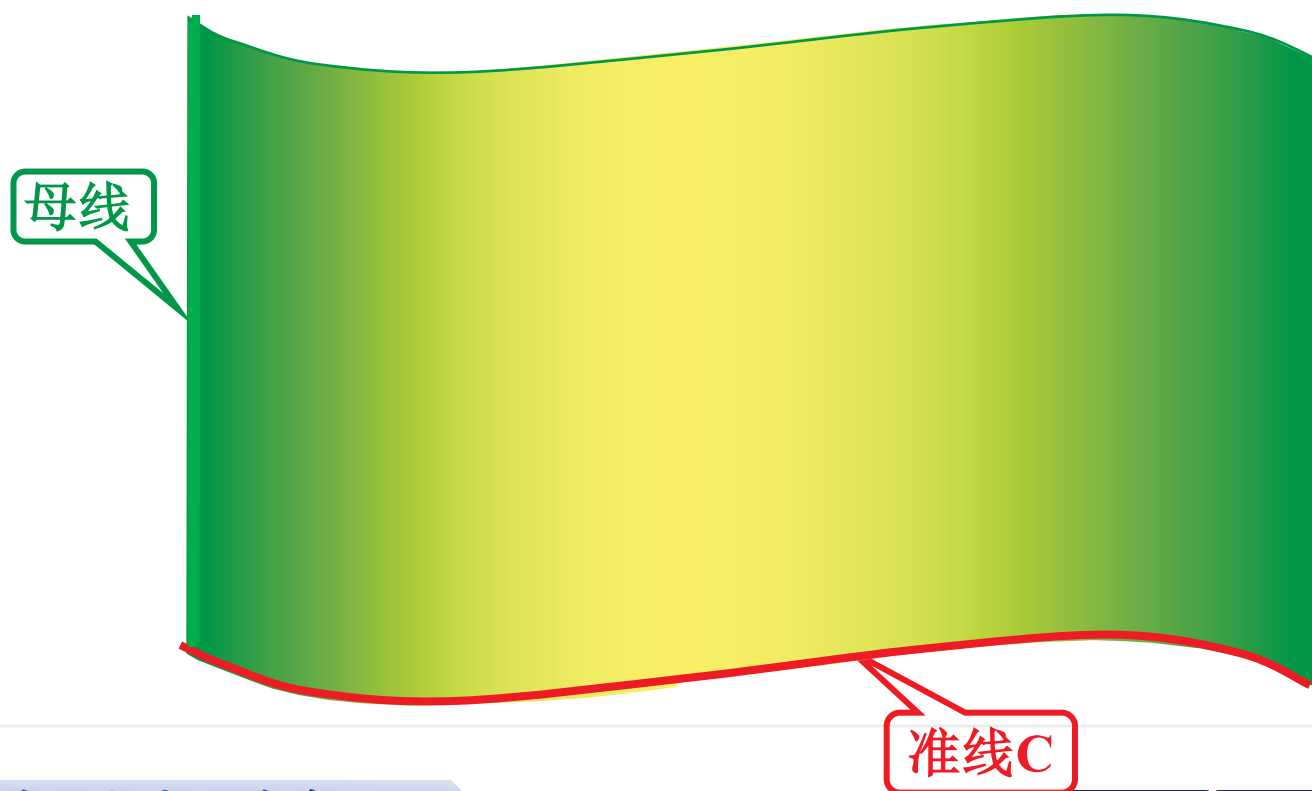
3.空间曲线在坐标面上的投影

内容小结



1. 柱 面

定义 平行于定直线并沿定曲线 C 移动的直线 L 所形成的曲面称为柱面. 定曲线 C 叫柱面的准线, 动直线 L 叫柱面的**母线**.



母线平行于坐标轴的柱面

设准线为 xoy 平面曲线:

$$C: \begin{cases} F(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

母线平行于 z 轴.

点 $M(x, y, z)$ 在柱面 S 上

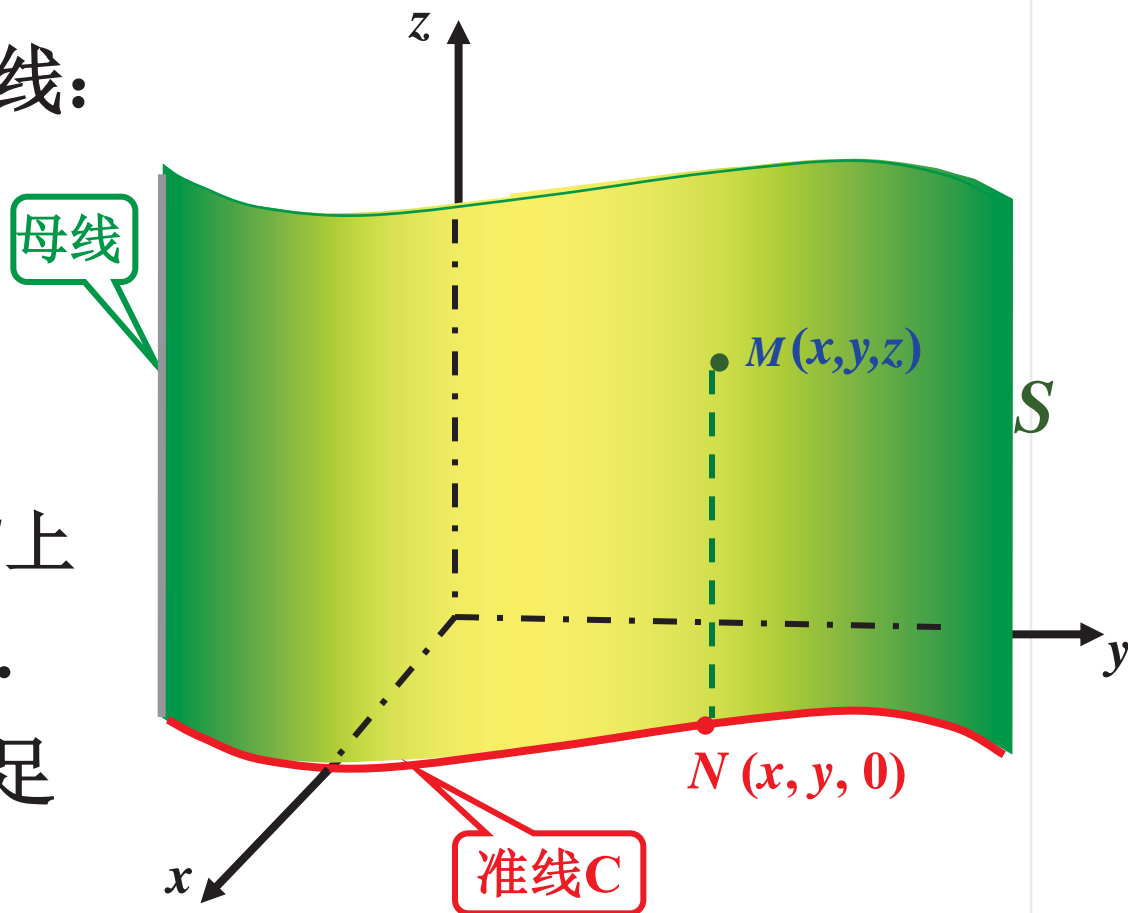
\Leftrightarrow 点 $N(x, y, 0) \in C$.

即, 点 $M(x, y, z)$ 满足

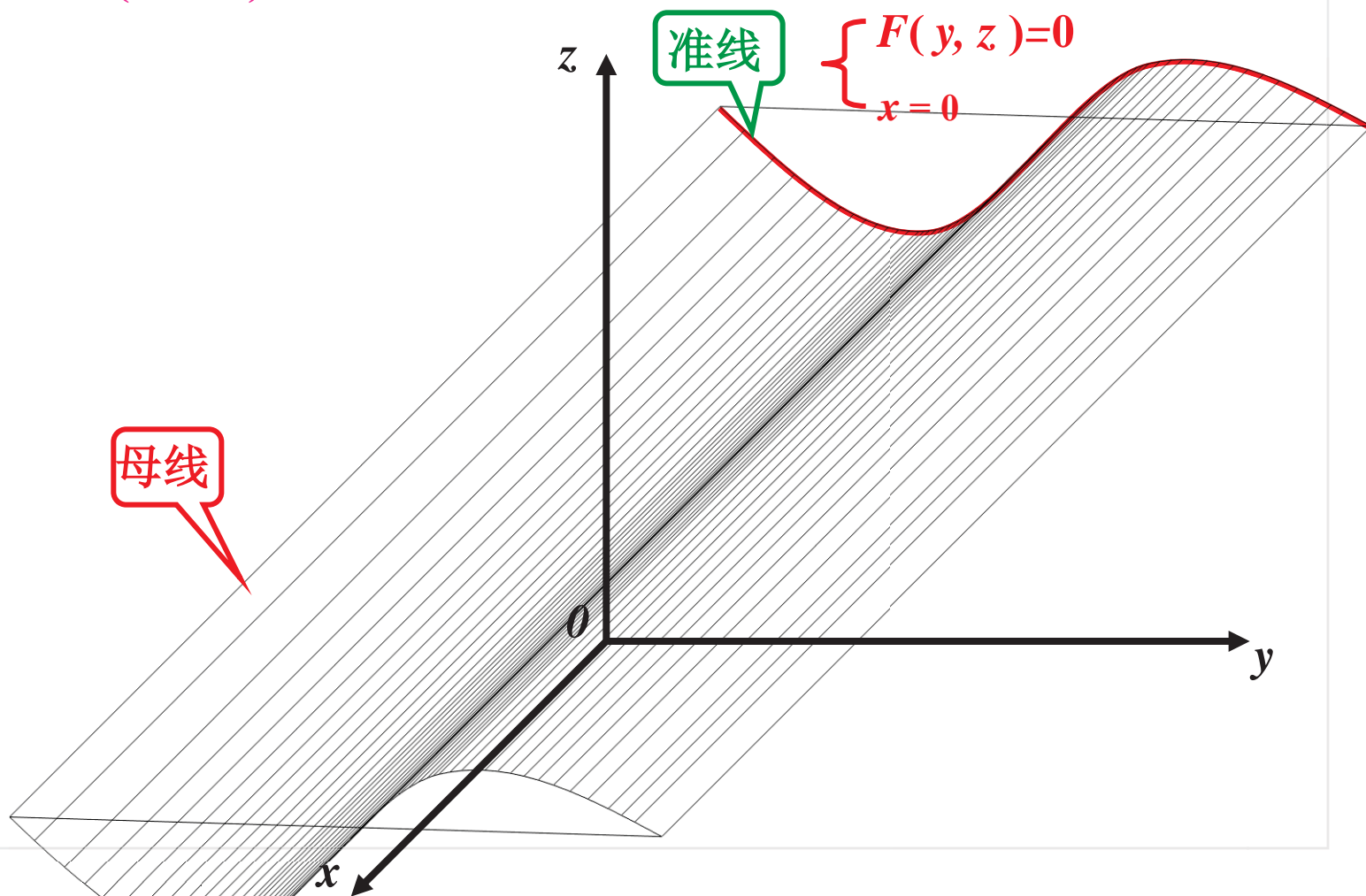
方程 $F(x, y) = 0$

$F(x, y) = 0$ 表示母线平行于 z 轴的柱面

(不含 z)



类似： $F(y,z)=0$ 表示母线平行于 x 轴 的柱面
(不含 x)



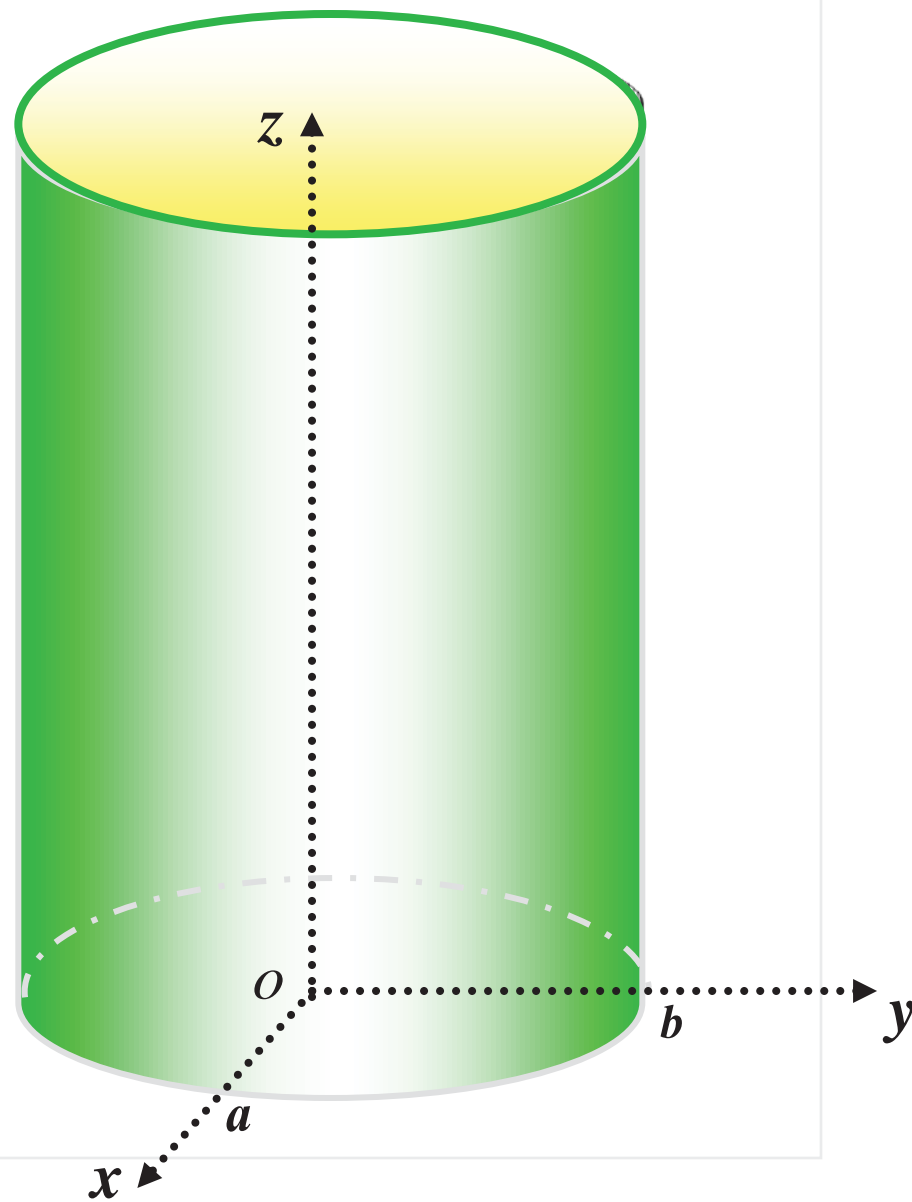
例1 椭圆柱面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

准线 C 是 xoy 平面上的椭圆.

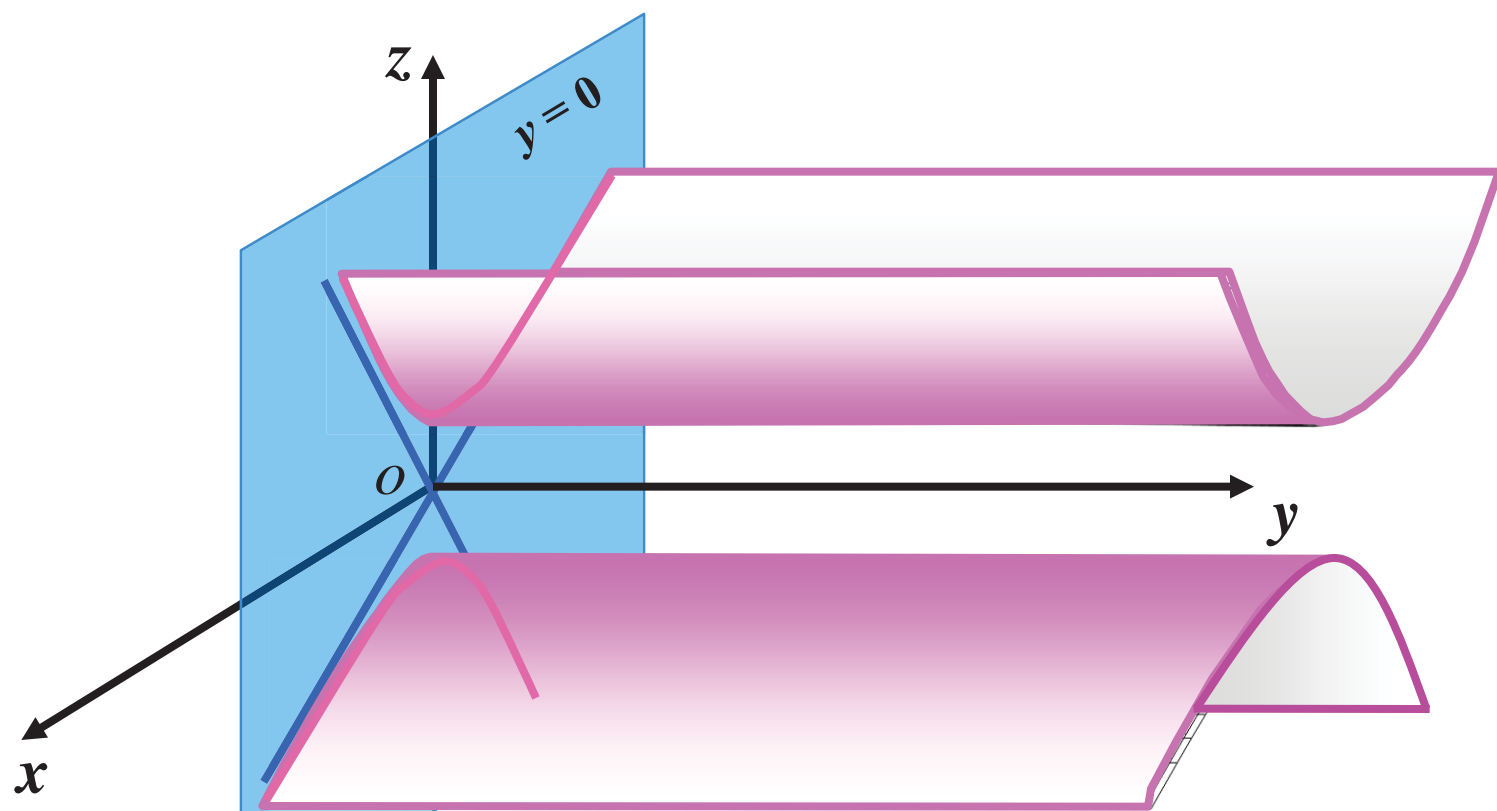
母线 l 与 z 轴平行.

$a = b$: 圆柱面



例2 双曲柱面 $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$

准线： xoz 平面上的双曲线； 母线： 与 y 轴平行.

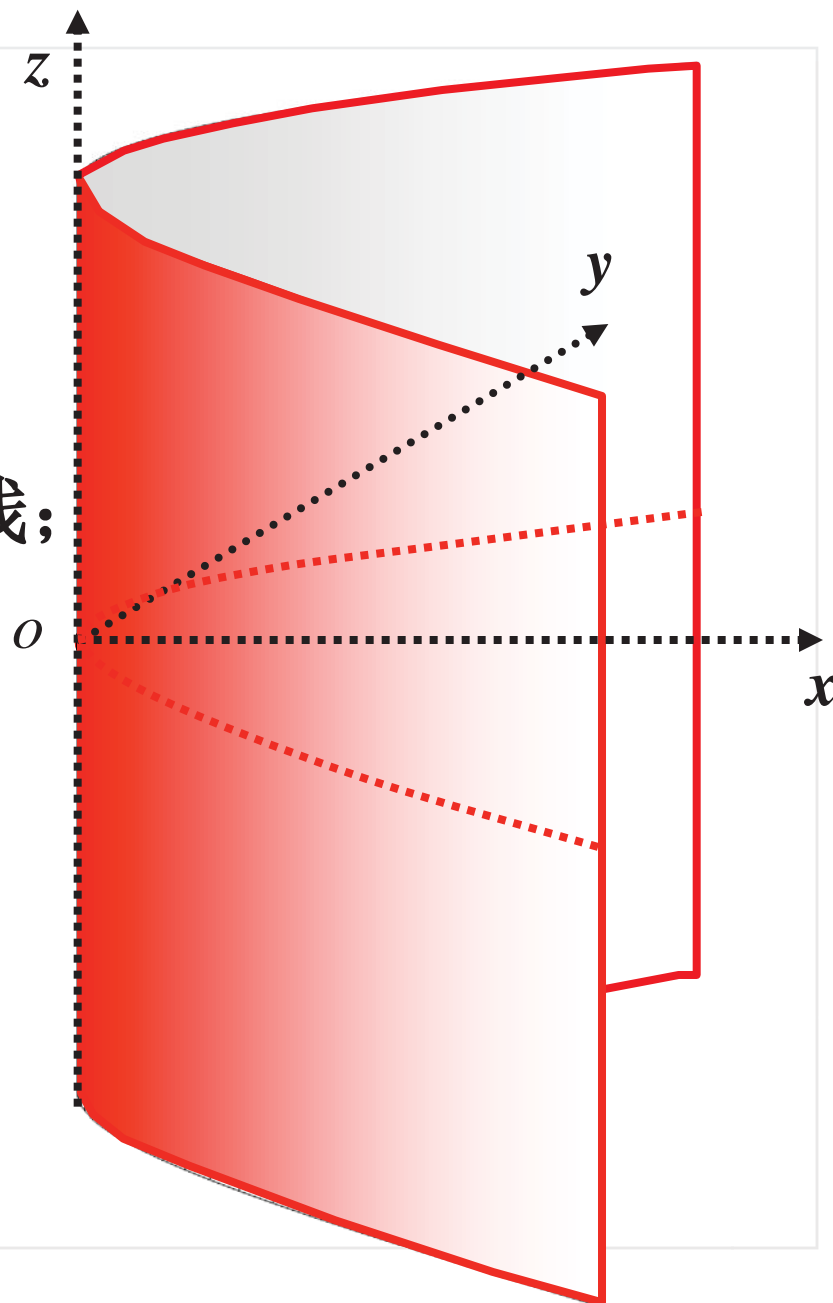


例3 抛物柱面

$$y^2 = 2px$$

准线: xoy 平面上的抛物线;

母线: 与 z 轴平行.



主要内容

1.柱面的概念;

2. 母线平行于坐标轴的柱面方程.

练习

下列曲面中那些是柱面? 并说明母线平行的坐标轴.

1. $y^2 + 2xy + 1 = 0$ ——柱面, 母线平行于 z 轴.

2. $z = x^2 + y^2$ ——非柱面.

3. $x + y - z = 1$ ——柱面 (平面), 母线不平行于坐标轴.

4. $z = \sin x$ ——柱面 (平面), 母线平行于 y 轴.