设$A=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，若$A^{100}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，则$a=$（　　）

(A) 1； (B) -1； (C) $\frac{1}{2}$； (D) 0 .

[解析] 本题考查矩阵高次幂的运算，可用归纳法进行分析.

由 $A=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 得 $A^2=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$$A^3=\begin{pmatrix}1 & 2a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 3a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

设$A=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, 若$A^{100}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, 则$a=$(　　)

(A) 1； (B) -1； (C) $\dfrac{1}{2}$； $\boxed{\text{(D) } 0}$.

[解析]

假设 $A^{n-1}=\begin{pmatrix}1 & (n-1)a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 则 $A^{n}=\begin{pmatrix}1 & (n-1)a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & na\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

故 $A^{100}=\begin{pmatrix}1 & 100a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 又 $A^{100}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 所以$a=0$.