INSAT	Module : Deep Learning
Département Mathématiques et Informatique	Sections : GL4
Année Universitaire : 2023 - 2024	Enseignante : Sana Hamdi

TP N°1 : Perceptron mono-couche

Objectif :

Ce TP a pour objectif d'introduire les bases de la théorie des réseaux de neurones et d'introduire le cas particulier du perceptron. Nous allons examiner l'algorithme Perceptron, qui est le réseau de neurones à une seule couche le plus élémentaire utilisé pour la classification binaire.

I. Travail à faire :

1. Algorithme :

Pour l'algorithme de base du perceptron vu dans le cours :

1.1.Quelle est sa complexité en temps ?
1.2. Quelle est sa complexité en espace ?

2. Dataset :

Essayons de comprendre l'algorithme Perceptron en utilisant les données suivantes comme exemple motivant.

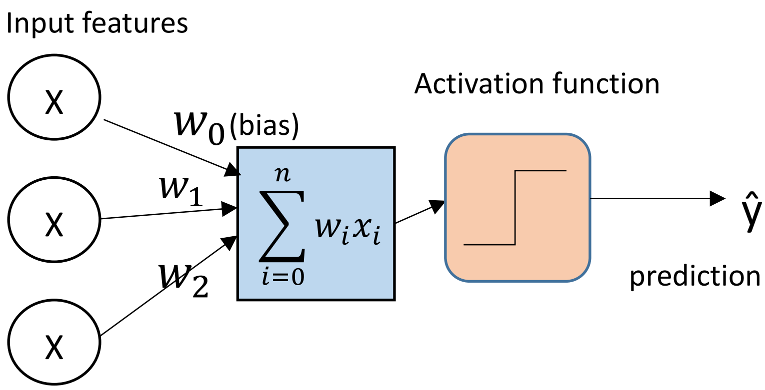
```
from sklearn import datasets

X, y = datasets.make_blobs (n_samples=150, n_features=2,
                            centers=2, cluster_std=1.05,
                            random_state=2)
#Plotting
fig = plt.figure(figsize=(10,8))
plt.plot(X[:, 0][y == 0], X[:, 1][y == 0], 'r^')
plt.plot(X[:, 0][y == 1], X[:, 1][y == 1], 'bs')
plt.xlabel("feature 1")
plt.ylabel("feature 2")
plt.title('Random Classification Data with 2 classes')
```

Il y a deux classes, rouge et bleue, et nous voulons les séparer en traçant une ligne droite entre elles. Ou, plus formellement, nous voulons apprendre un ensemble de paramètres w_i pour trouver un hyperplan optimal (ligne droite pour nos données) qui sépare les deux classes.

3. Implémentation :

Nous pouvons visuellement comprendre le Perceptron en regardant la figure ci-dessous. Pour chaque exemple d'apprentissage, nous prenons d'abord le produit scalaire des caractéristiques et paramètres d'entrée,w. Ensuite, nous appliquons la fonction d'activation pour faire la prédiction (y_hat).



1. Coder la fonction d'activation de Heaviside :

$$\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}, \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} \boldsymbol{1\ si\ x > 0} \\ \boldsymbol{0\ sinon} \end{cases}$$

```
def acti_func(z):
    ...
```

2. Implementer l'algorithme de perceptron

```
def perceptron(X, y, lr, epochs):

   # X --> Inputs.
   # y --> labels/target.
   # lr --> learning rate.
   # epochs --> Number of iterations.

   # m-> number of training examples
   # n-> number of features
   m, n = X.shape

   # Initializing parameters(theta) to zeros.
   # +1 in n+1 for the bias term.
   w = np.zeros((n+1,1))

   # Empty list to store how many examples were
   # misclassified at every iteration.
   n_miss_list = []

   # Training.
   for epoch in range(epochs):

       # variable to store #misclassified.
       n_miss = 0
```

```
        # looping for every example.
        for idx, x_i in enumerate(X):

            # Insering 1 for bias, X0 = 1.
            x_i = np.insert(x_i, 0, 1).reshape(-1,1)

            # Calculating prediction/hypothesis.
            y_hat = acti_func(np.dot(x_i.T, w))

            # Updating if the example is misclassified.
            if (np.squeeze(y_hat) - y[idx]) != 0:
                ....

                # Incrementing by 1.
                ...

       # Appending number of misclassified examples
       # at every iteration.
       n_miss_list.append(n_miss)

   return w, n_miss_list
```

3. Tracez la limite de décision trouvée par votre algorithme.

```
def plot_decision_boundary(X, w):

    # X --> Inputs
    # w --> parameters

    # The Line is y=mx+c
    # So, Equate mx+c = w0.X0 + w1.X1 + w2.X2
    # Solving we find m and c
    x1 = [min(X[:,0]), max(X[:,0])]
    m = ...
    c = ...
    x2 = m*x1 + c

    # Plotting
    ...
```

II. Exercice2

1. Dataset :

Considérons le data set $S = \{(x, y)\}_{i=1}^{250}$ composé de 250 points $x_i = (x_1, x_2)$ et leur classes y_i. Les premières 125 x_i sont classées $y_i = -1$ et sont générées selon une distribution gaussienne $x_i \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, où

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les dernières 125 x_i sont classées $y_i = 0$ et sont générées selon une distribution gaussienne $x_i \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, où

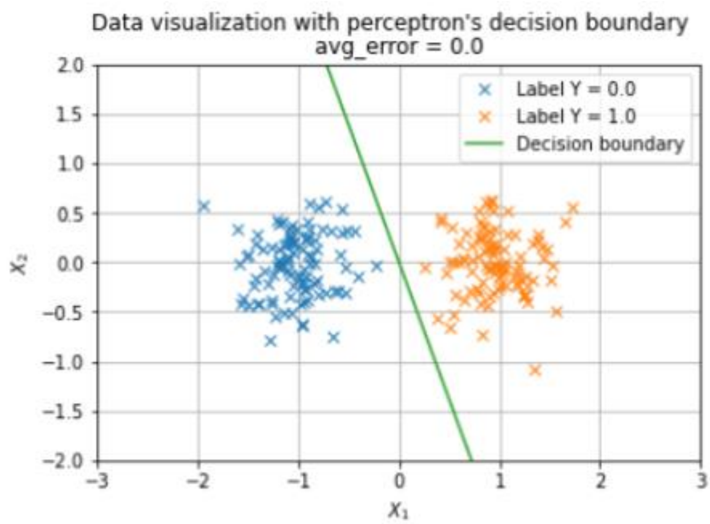
$$\mu_1=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

Après faire mélanger le dataset, on va le diviser en train and test sets, contenant 80 % et 20 % du dataset (utiliser des méthodes de shuffling et de splitting existantes).

2. Implémentation :

1. Implémenter l'algorithme de perceptron

2. **Expérience 1 :** Générer un dataset pour $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0.25$
   a. L'algorithme converge-t-il ? Pourquoi ?
   b. Tracez la limite de décision trouvée par votre algorithme. Cette limite de décision est-elle unique ? La modification de l'initialisation modifie-t-elle le résultat de l'algorithme ?
   c. Calculer la justesse (accuracy) de la classification sur l'ensemble de test. Tracez la limite de décision sur l'ensemble de test.
3. **Expérience 2 :** Générer un dataset pour $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0.75$
   d. L'algorithme converge-t-il ? Pourquoi ?
   e. Tracez la limite de décision trouvée par votre algorithme. Cette limite de décision est-elle unique ? La modification de l'initialisation modifie-t-elle le résultat de l'algorithme ?
   f. Calculer la justesse (accuracy) de la classification sur l'ensemble de test. Tracez la limite de décision sur l'ensemble de test.



4. **Expérience 3 :** Nous définissons une expérience comme suit :
   • Générez les données et entraînez votre modèle.
   • Calculez l'erreur sur l'ensemble de test.

Afin d'étudier l'impact de la variation de σ_2^1 et σ_2^2 sur les performances du système, nous stockons l'erreur sur plusieurs expériences (prendre nb expérience = 30). Puis on calcule la moyenne et la variance des erreurs stockées. Pour chaque σ_1^2 et $\sigma_2^2 \in [0.01, 0.1, 0.5, 0.7]$

calculez la moyenne et la variance puis tracez les résultats en utilisant **matplotlib.pyplot.errorbar**.

La figure suivante devrait être similaire au résultat attendu. Commenter le résultat.