### Grado en Ingeniería Información

## Estructura de Datos y Algoritmos

Sesión 14

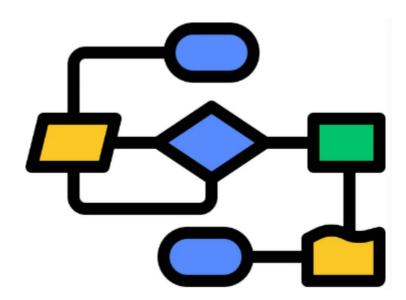
Curso 2023-2024

Marta N. Gómez



### **T4. Técnicas Algorítmicas**

- Divide y Vencerás
- Algoritmos Voraces
- Programación Dinámica
- Backtracking



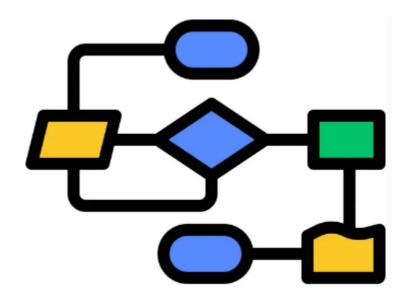




ÍNDICE

### **T4. Técnicas Algorítmicas**

- Divide y Vencerás
- Algoritmos Voraces
- Programación Dinámica
- Backtracking











La técnica de Divide y Vencerás puede provocar que se resuelvan varias veces el mismo problema porque en la descomposición del problema original se pueden general subproblemas que se solapen. Por ejemplo, la serie de Fibonacci.

La técnica de **Programación Dinámica**, similar a la de Divide y Vencerás, **evita el solapamiento** y los subproblemas se **resuelven una sóla vez**.



La técnica de **Programación Dinámica** exige **guardar la solución de cada subproblema** para evitar volver a resolverlo si se presenta nuevamente.

¡Se emplea más espacio de memoria para mejorar el tiempo de ejecución!

Se trata de una técnica Ascendente: se inicia con la resolución de subproblemas más pequeños cuyas soluciones serán utilizadas en la resolución de los subproblemas de mayor tamaño.

El cálculo de un determinado número de la serie de Fibonacci viene dado por:

$$f(n) \begin{cases} 1 & si \ n < 2 \\ f(n-1) + f(n-2) & si \ n \ge 2 \end{cases}$$

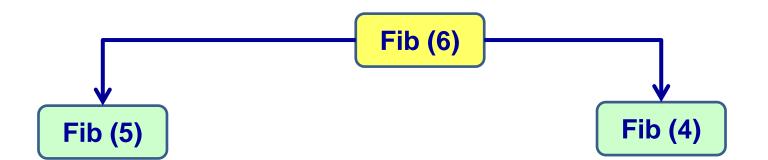


# **EJEMPLO 1:** Programación Dinámica Serie de Fibonacci

Fib (6)

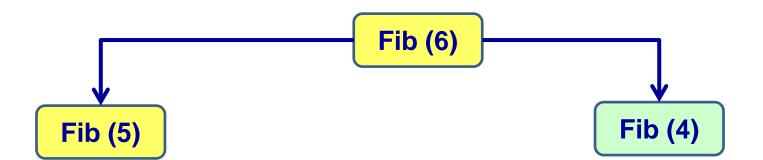


# **EJEMPLO 1: Programación Dinámica**Serie de Fibonacci



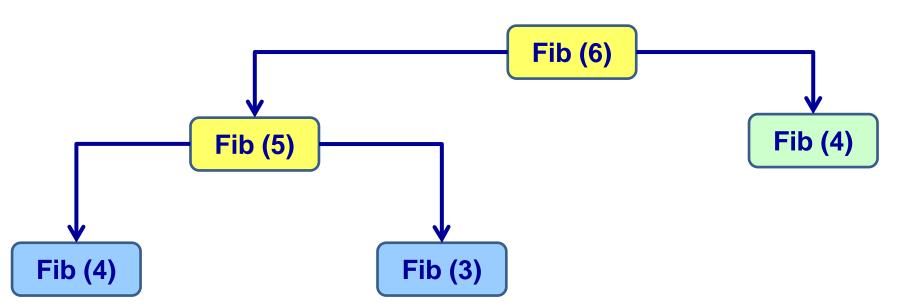


# **EJEMPLO 1: Programación Dinámica**Serie de Fibonacci



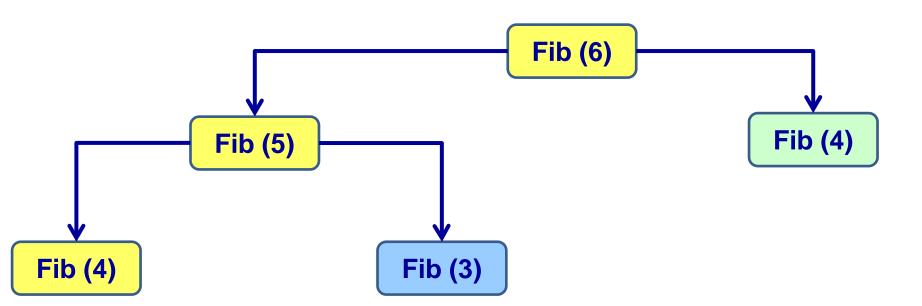


# **EJEMPLO 1:** Programación Dinámica Serie de Fibonacci

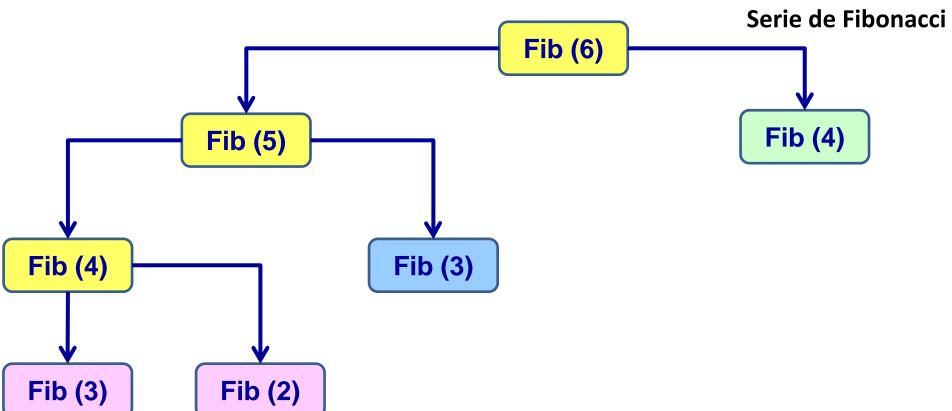




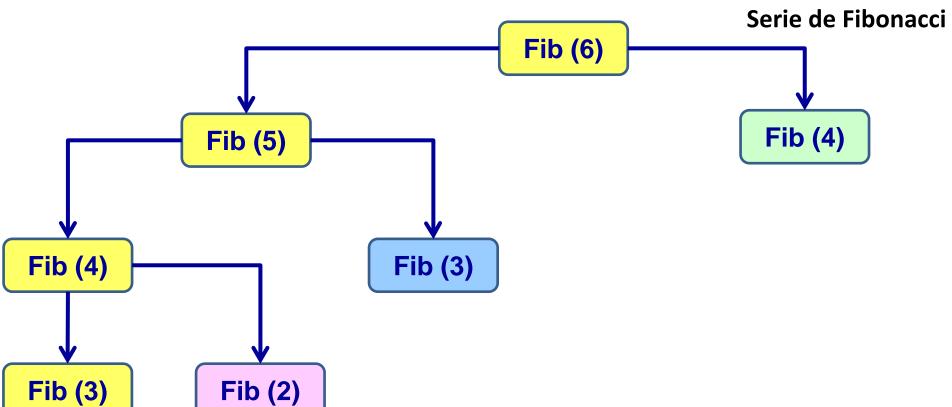
# **EJEMPLO 1:** Programación Dinámica Serie de Fibonacci



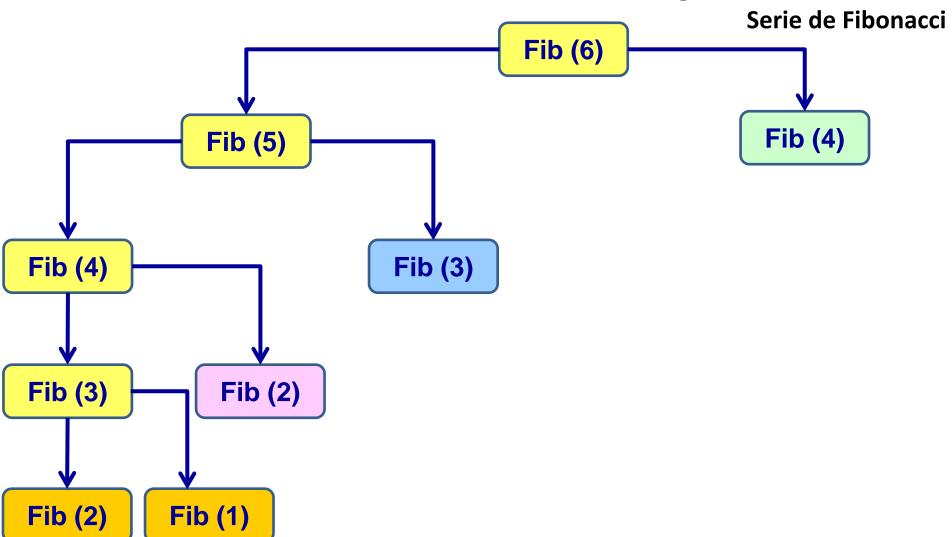




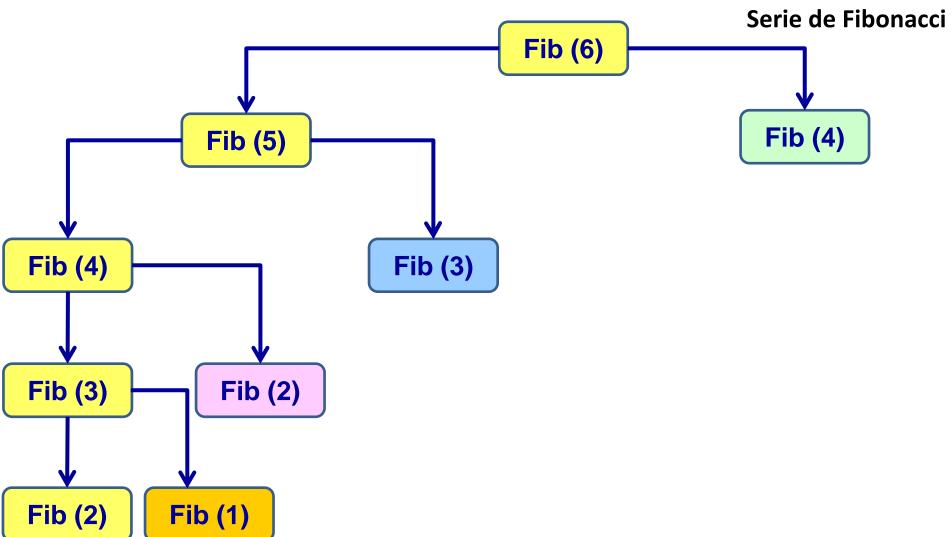




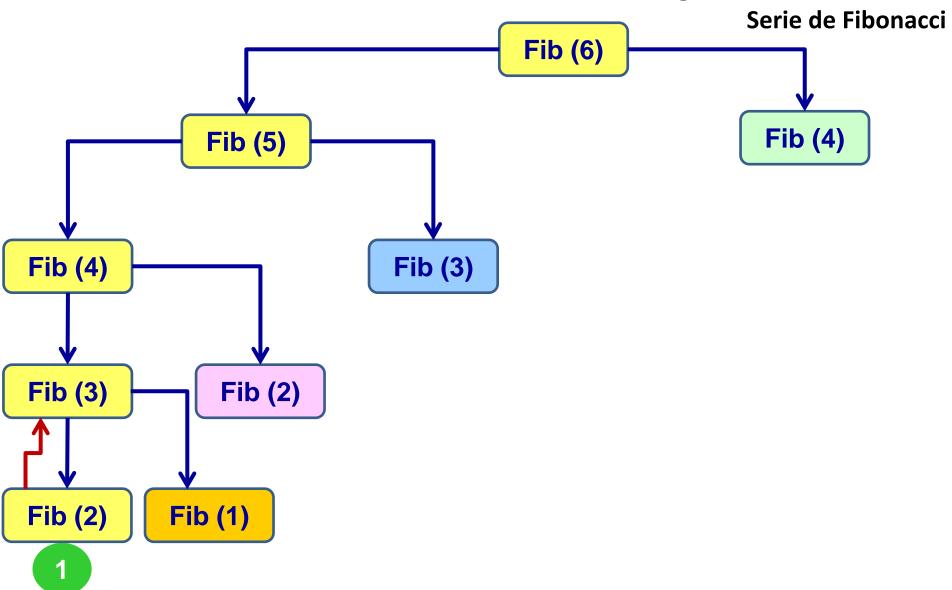




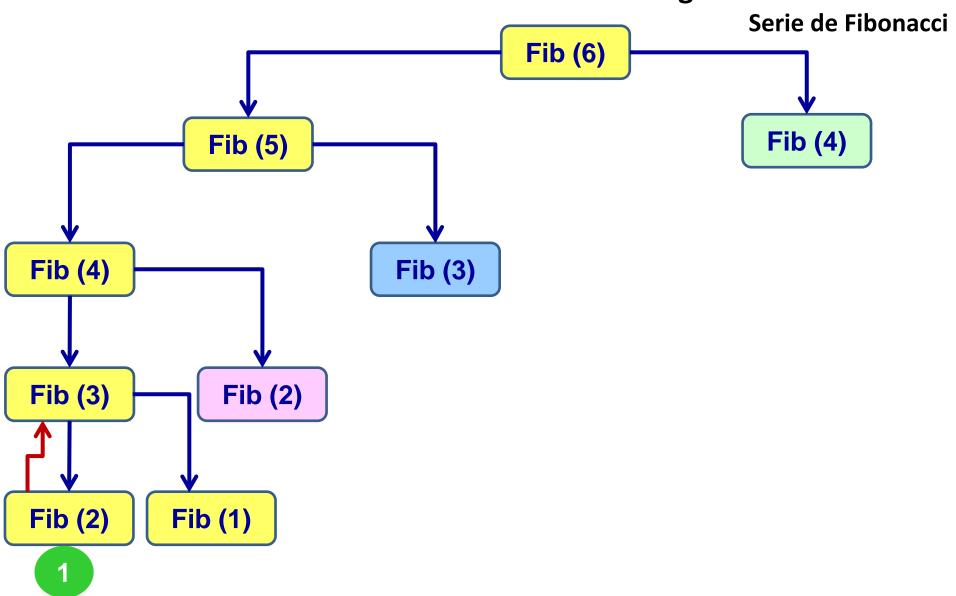




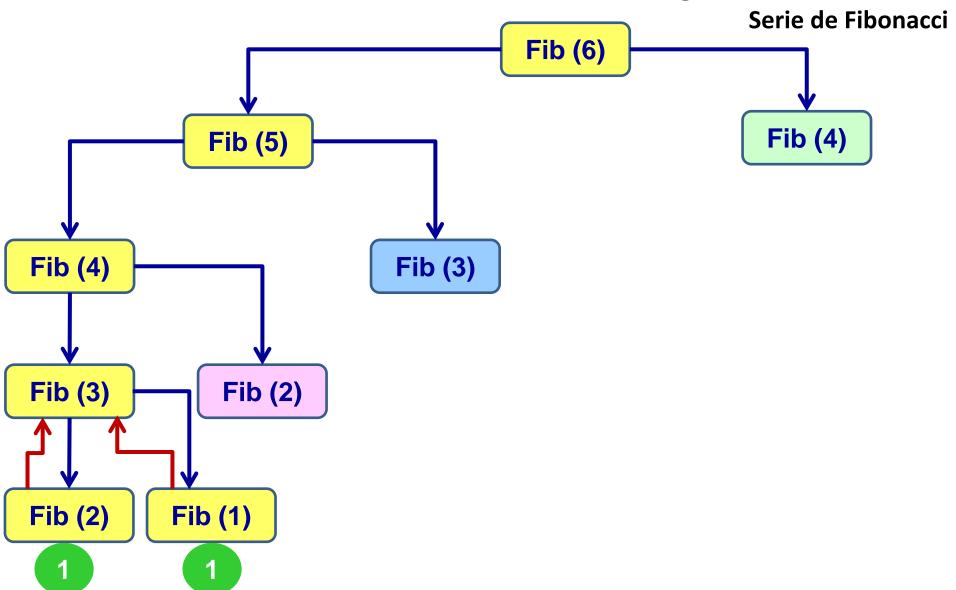






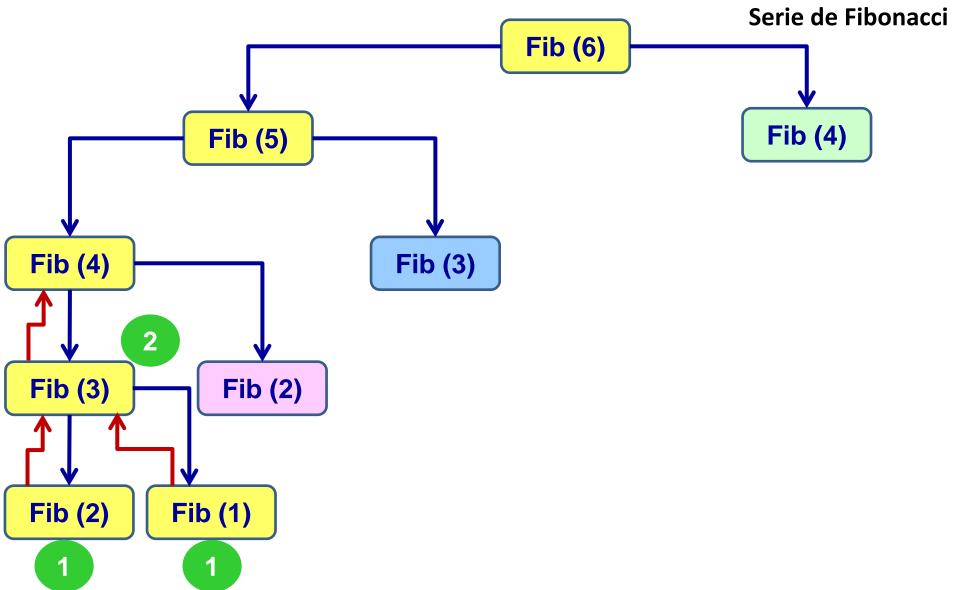








## **EJEMPLO 1: Programación Dinámica** Serie de Fibonacci





## **EJEMPLO 1: Programación Dinámica** Serie de Fibonacci Fib (6) Fib (4) Fib (5) Fib (3) Fib (4) 2 Fib (3) Fib (2) 1 Fib (1) Fib (2)

1

1



# Fib (4) Fib (3) Fib (1: Programación Dinámica Serie de Fibonacci Fib (4) Fib (4)

2

Fib (2)

1

Fib (1)

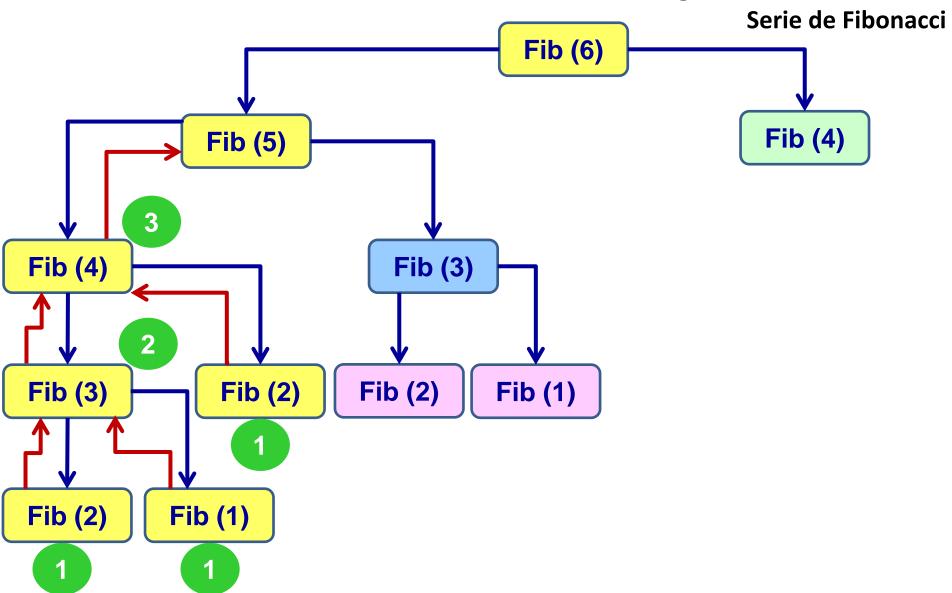
1

Fib (3)

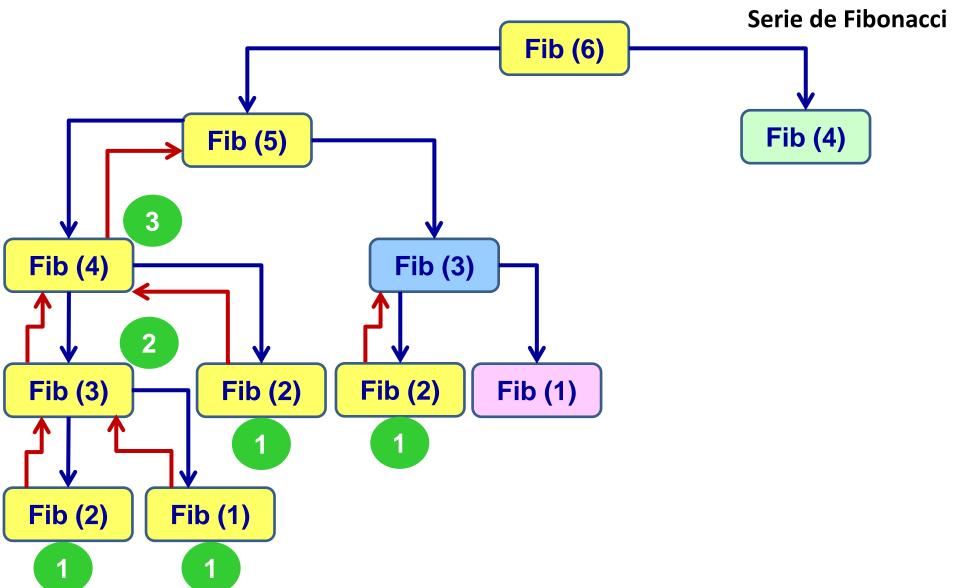
Fib (2)

1

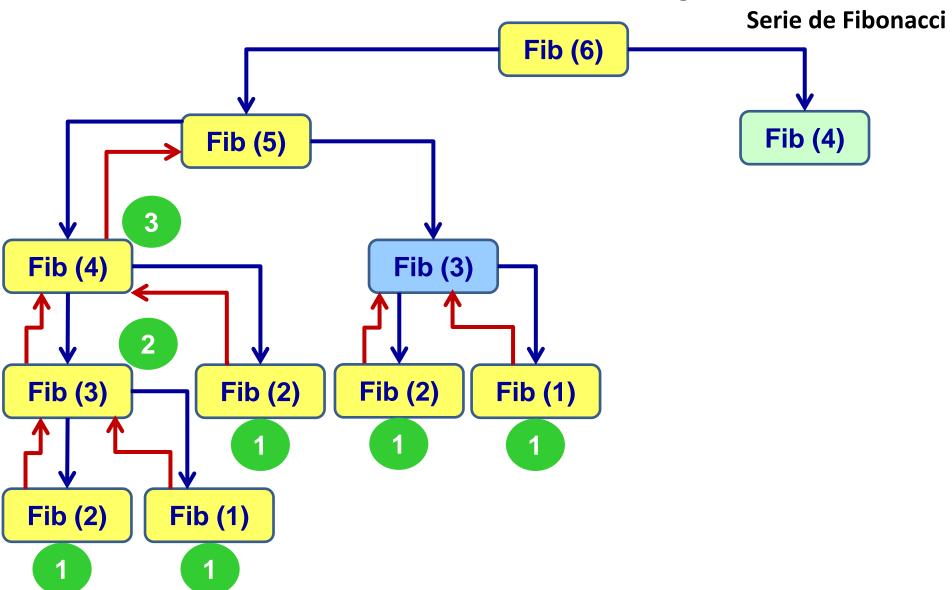




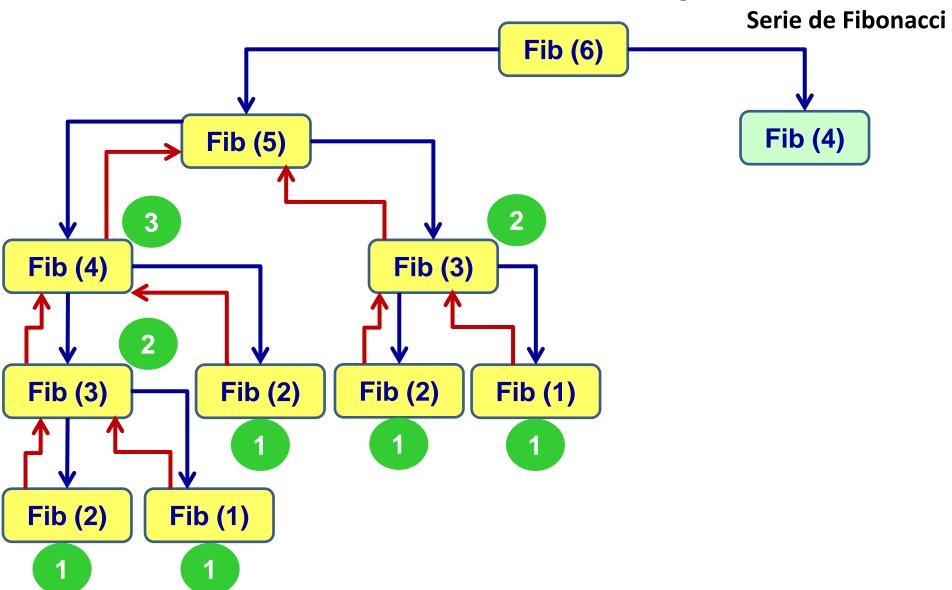




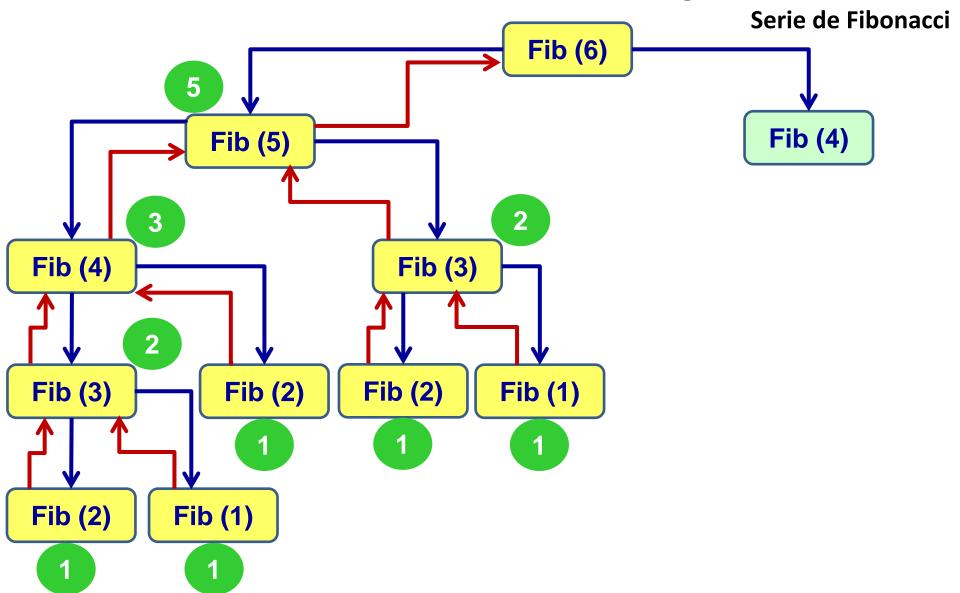




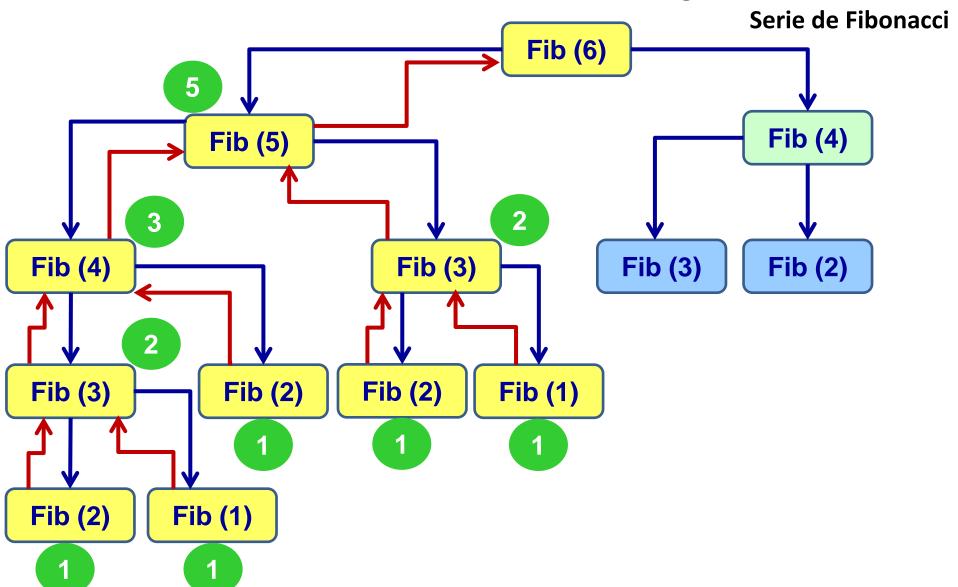




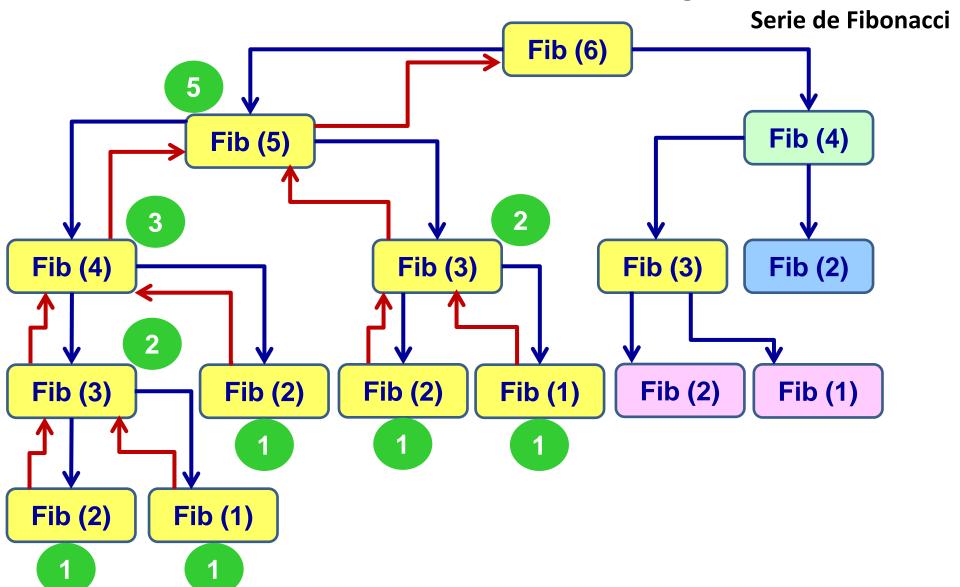




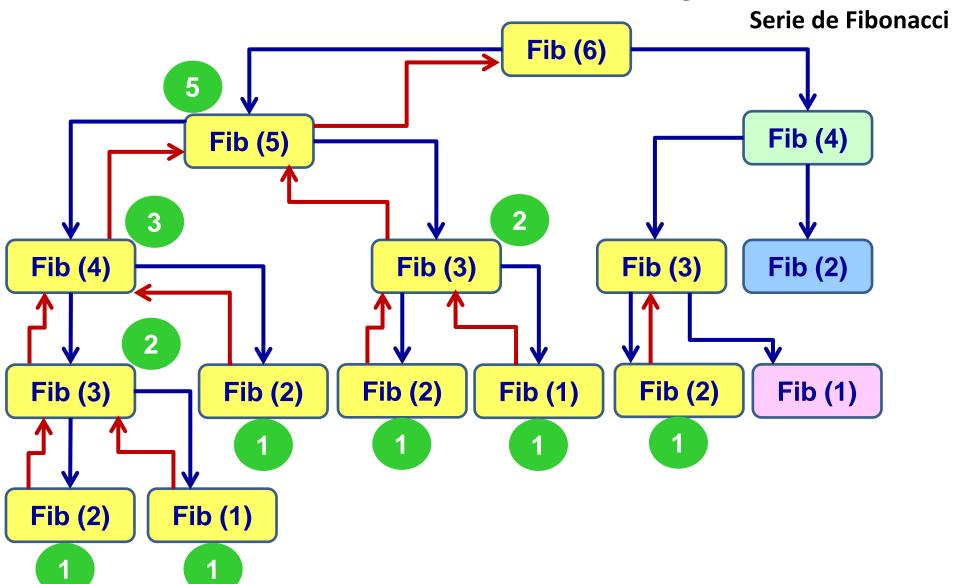




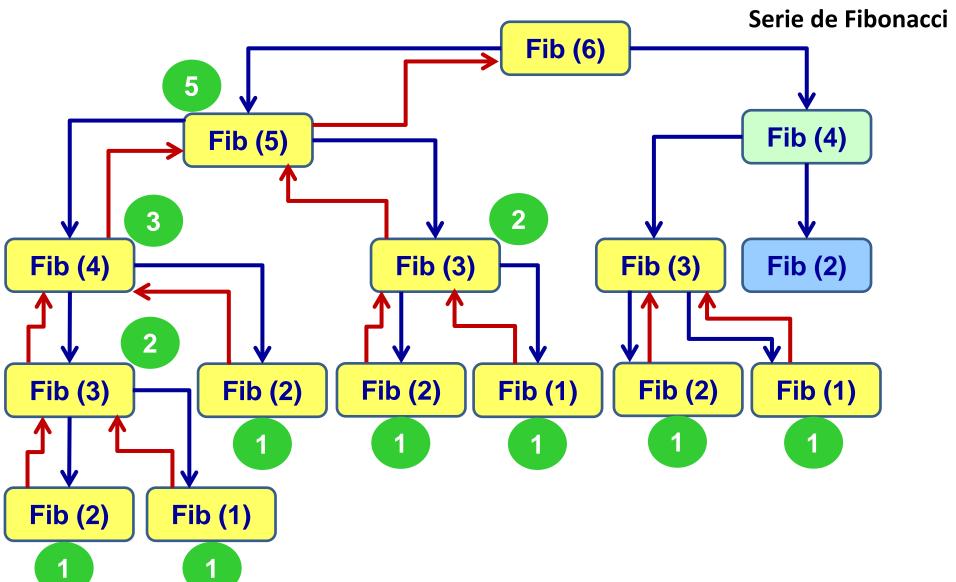




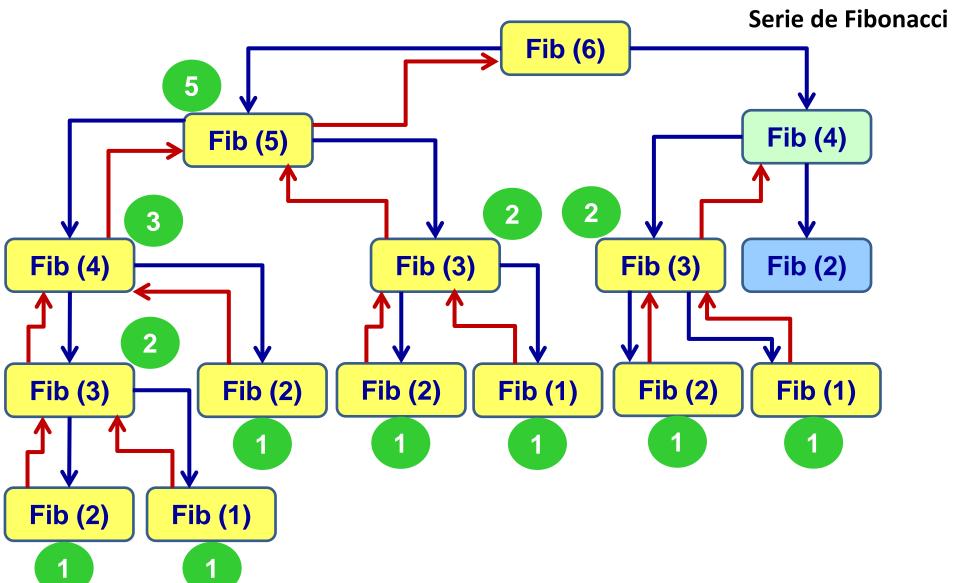




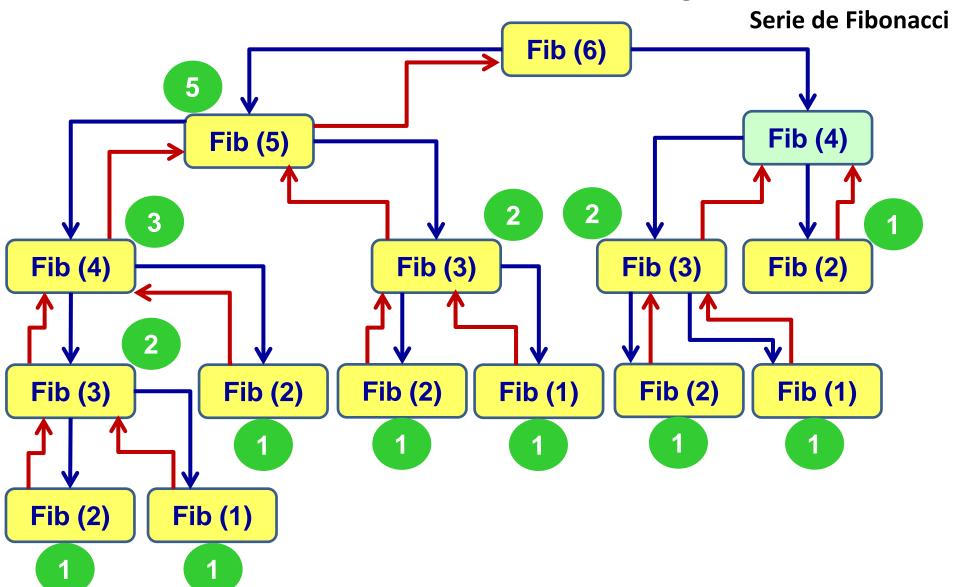




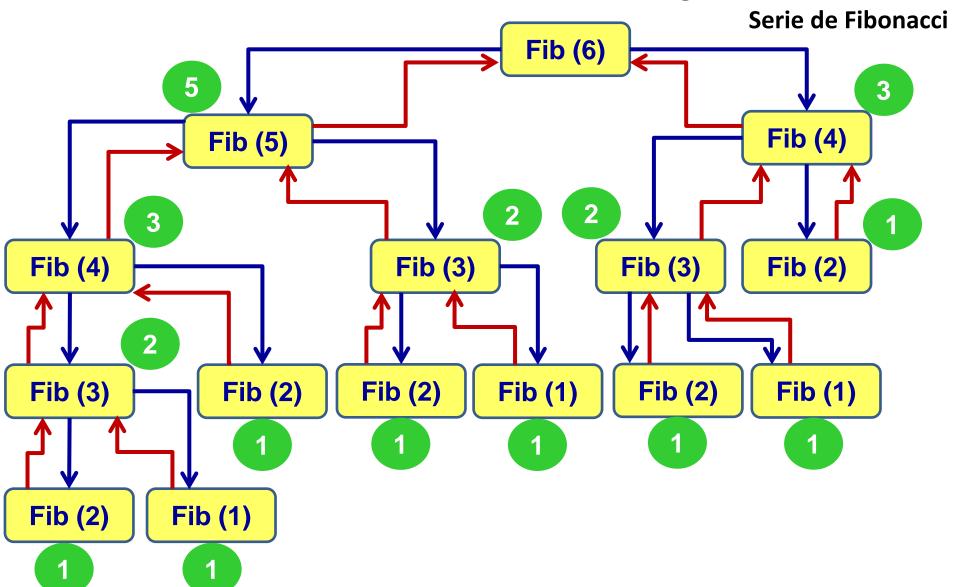




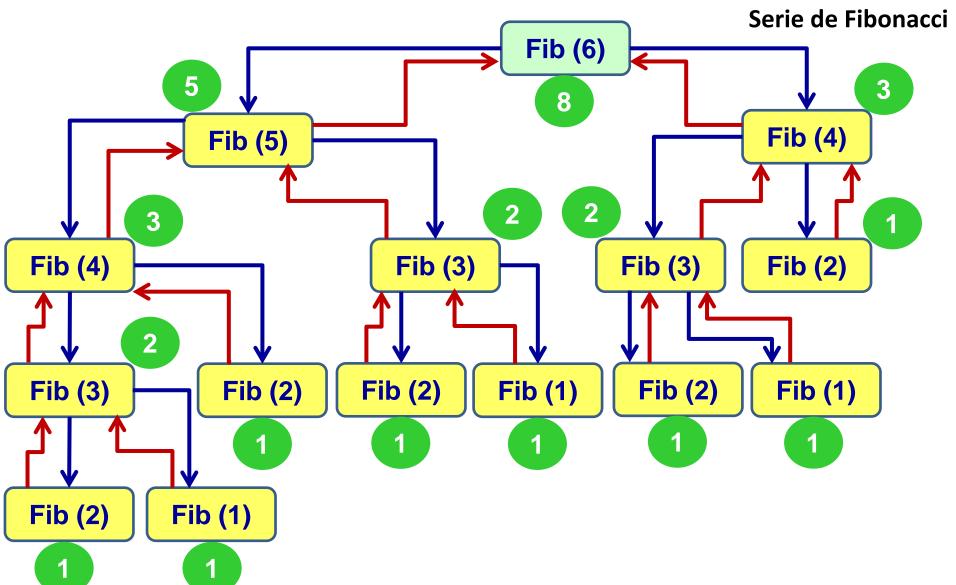














## **EJEMPLO 1: Programación Dinámica**Serie de Fibonacci



```
long Fibonacci (int num)
{ if ((num == 1)||(num == 2)) return (1);
  else return (Fibonacci(num-1) + Fibonacci(num-2));
}
```

El coste de este algoritmo es  $O(2^n)$ 

$$T(n) = 1+2T(n-1) = 1+2+4T(n-2) = 1+2+4+8T(n-3) = \dots$$
  
=  $1+2+4+8+16+\dots+2^{n-1} = O(2^n)$ 



## **EJEMPLO 1: Programación Dinámica**Serie de Fibonacci

```
#include <iostream>
using namespace std;
long Fibonacci (int num);
int main()
    int n;
    char resp;
    do
             cout << "\n\tIntroduza el termino que quiere calcular: ";</pre>
             cin >> n;
             cout << "\n\tEl termino " << n << " de la serie de Fibonacci es " << Fibonacci(n);</pre>
             cout << "\n\n\tDesea calcular otro termino de Fibonacci (S/N)? ";</pre>
             cin >> resp;
            resp = toupper(resp);
     } while (resp == 'S');
    cout << "\n\n\t" << endl;
    return 0;
long Fibonacci (int num)
{ if ((num == 1)||(num == 2)) return (1);
```

else return (Fibonacci(num-1) + Fibonacci(num-2));

## **EJEMPLO 1: Programación Dinámica**Serie de Fibonacci

Resulta sencillo evitar las llamadas recursivas repetidas con el siguiente esquema:

$$f(n) \leftarrow f(n-1) \leftarrow f(n-2) \leftarrow f(n-3) \leftarrow f(n-4) \leftarrow \dots$$



## **EJEMPLO 1: Programación Dinámica**Serie de Fibonacci

```
void calcularFibonacci (vector<int> & F, int t){
    for (int i{2}; i < t; i++){
        F.push_back(F.at(i-2)+F.at(i-1));
    }
}</pre>
```

El coste de este algoritmo es O(n)





La descomposición en subproblemas suele considerar el principio de optimización.

Las **soluciones de los subproblemas** se guardan en una **tabla** (*std::array, std::vector*, etc.).

La dificultad de esta técnica es establecer el orden en el que se calculan las soluciones de los subproblemas anteriores.

La técnica exige un compromiso entre el coste temporal y el coste espacial.



- Se dispone de una colección de  $m{n}$  objetos  $m{o_1}, \, m{o_2}, \dots, \, m{o_n}$ , cada uno de ellos con un peso  $m{p_i}$  y un valor asociado  $m{v_i}$ .
- Se tiene una mochila capaz de soportar un peso máximo  $p_{max}$ .
- El problema consiste en maximizar el valor de los objetos que se guardan en la mochila, pero sin superar el peso  $p_{max}$ .
- Los objetos se pueden o no fraccionar, existiendo dos variantes del problema:
  - Mochila fraccionada: los <u>objetos se pueden dividir</u>, luego se pueden introducir objetos fraccionado en la mochila. Solución a través de la técnica de los Algoritmos Voraces.
  - Mochila entera: los <u>objetos no se pueden dividir</u>, por tanto, la mochila solo puede contener <u>objetos enteros</u>.

El problema de la Mochila entera

- La técnica voraz no garantiza la obtención de la solución óptima cuando los objetos no se pueden fraccionar.
- **Ejemplo:** Si tenemos 3 objetos con valores

$$v_1 = 18$$
,  $v_2 = 20 y v_3 = 12$ 

y los pesos  $p_1 = 6$ ,  $p_2 = 4$  y  $p_3 = 2$ ,

siendo el peso máximo de la mochila  $p_{max} = 10$ ,

entonces el algoritmo voraz calcula la solución:

$$\{x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1\}$$
 cuyo valor es 32.

Sin embargo, la solución óptima es:

$$\{x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0\}$$
 cuyo valor es 38.

Si f(n, pmax) representa el valor de la mochila óptima:

$$f(n, p_{max}) = \begin{cases} 0 & n = 1 \ y \ p_{max} < p_1 \\ v_1 & n = 1 \ y \ p_{max} \ge p_1 \\ f(n-1, p_{max}) & n > 1 \ y \ p_{max} < p_n \\ \max(f(n-1, p_{max}), f(n-1, p_{max} - p_n) + v_n) & n > 1 \ y \ p_{max} \ge p_n \end{cases}$$

El algoritmo recursivo tiene un coste exponencial  $O(2^n)$ 

Sin embargo, el número de subproblemas no es tan grande porque hay subproblemas que se repiten.

Lo adecuado es almacenar en una tabla las soluciones de los subproblemas ya resueltos y utilizarlos cuando se necesiten.



Supongamos que hay 5 objetos con los siguientes pesos:

$$p(0)=5$$

$$p(1)=4$$

$$p(0)=5$$
  $p(1)=4$   $p(2)=2$   $p(3)=3$   $p(4)=4$ 

$$p(3)=3$$

$$p(4)=4$$

Y los **valores**:

$$v(0)=20$$

$$v(1)=15$$

$$v(0)=20$$
  $v(1)=15$   $v(2)=10$   $v(3)=12$   $v(4)=14$ 

$$v(3)=12$$

$$v(4)=14$$

Si el **peso máximo de la mochila** es **10**. Se generaría una tabla:

Valor\ <mark>Peso</mark>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0										
Objeto 1: <b>15\4</b>	0										
Objeto 2: <b>10\2</b>	0										
Objeto 3: <b>12\3</b>	0										
Objeto 4: <b>14\4</b>	0										





#### Peso máximo de la mochila es 10.

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0									
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0									
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0									
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0									
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0									



Todos los objetos superan el peso máximo de la mochila que es 1



Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0								
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0								
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10								
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10								
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10								







El problema de la Mochila entera

	Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0							
	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0							
>	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10							
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10								
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10								

								_			
Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0							
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0							
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10							
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12							
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10								





Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0							
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0							
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10							
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12							
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12							





El problema de la Mochila entera

	Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0						
•	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15						
	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10							
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12							
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12							

	Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0						
	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15						
>	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15						
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12							
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12							





El problema de la Mochila entera

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0						
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15						
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15						
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15						
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12							

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0						
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15						
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15						
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15						
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15						





El problema de la Mochila entera



Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20					
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15						
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15						
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15						
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12							

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20					
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20					
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15						
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15						
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15						



El problema de la Mochila entera

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20					
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20					
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20					
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15						
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12							

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20					
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20					
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20					
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22					
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15						





Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20					
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20					
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20					
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22					
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22					





El problema de la Mochila entera



Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20				
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20					
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20					
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22					
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22					

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20				
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20				
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20					
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22					
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22					



El problema de la Mochila entera

	Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20				
	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20				
>	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25				
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22					
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22					

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20				
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20				
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25				
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25				
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22					





Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20				
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20				
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25				
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25				
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25				

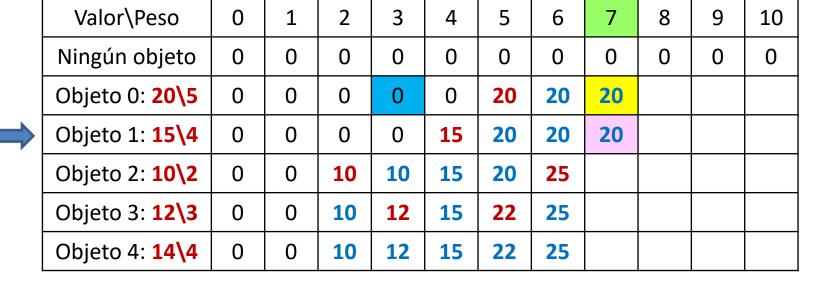




El problema de la Mochila entera



Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20			
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20				
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25				
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25				
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25				





El problema de la Mochila entera

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20			
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20			
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30			
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25				
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25				

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20			
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20			
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30			
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25				





Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20			
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20			
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30			
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			

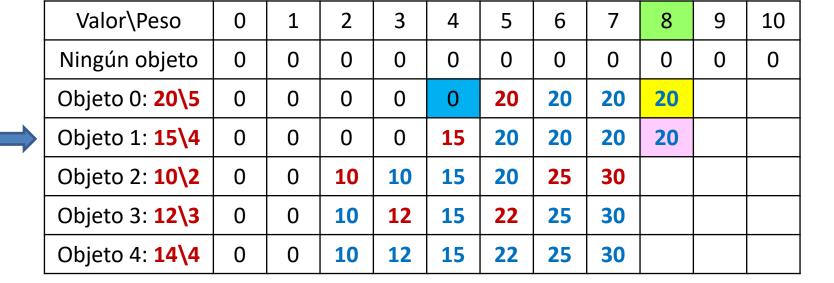




El problema de la Mochila entera



Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20		
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20			
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30			
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			





El problema de la Mochila entera

	Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20		
	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20		
•	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30		
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20		
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20		
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30		
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30			





Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20		
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20		
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30		
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		

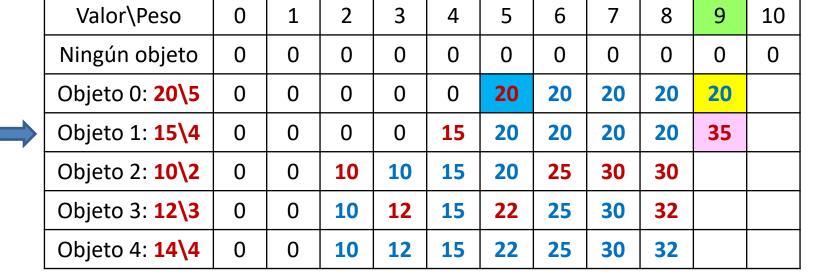




El problema de la Mochila entera



Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20		
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30		
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		





El problema de la Mochila entera

	Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	
	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	
>	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32		





Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	

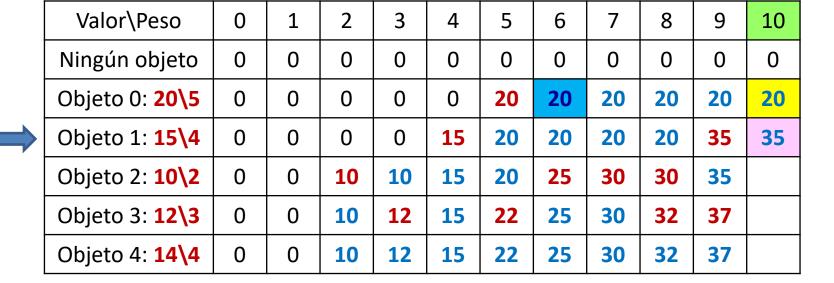




El problema de la Mochila entera



Valor\Peso3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	





El problema de la Mochila entera

	Valor\Peso3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
	Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
•	Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
	Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	
	Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	





#### Peso máximo de la mochila es 10.

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42
Objeto 4: <b>14\4</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42



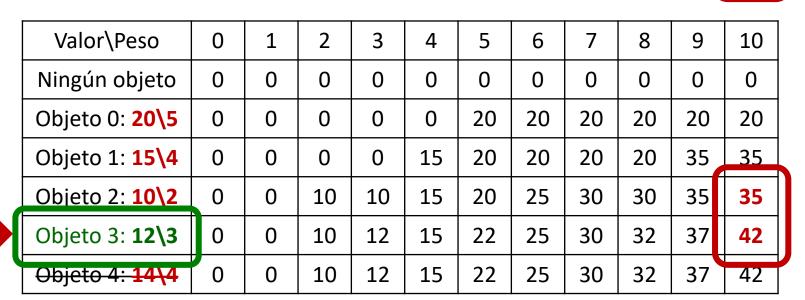
Valor máximo de la mochila es 42.



#### El problema de la Mochila entera

#### Objetos incluidos en la mochila.

Valor\Peso3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42
Objeto 4: 14\4	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42





#### El problema de la Mochila entera

### Objetos incluidos en la mochila.

Valor\Peso3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42
Objeto 4: 14\4	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún objeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\</b> 5	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: <b>15\4</b>	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42
Objeto 4: 14\4	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42



#### El problema de la Mochila entera

#### Objetos incluidos en la mochila.

Valor\Peso	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ningún ohjeto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Objeto 0: <b>20\5</b>	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
Objeto 1: 15\4	0	0	0	0	15	20	20	20	20	35	35
Objeto 2: <b>10\2</b>	0	0	10	10	15	20	25	30	30	35	35
Objeto 3: <b>12\3</b>	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42
Objeto 4: 14\4	0	0	10	12	15	22	25	30	32	37	42

Por tanto, los objetos incluidos en la mochila son:

Objeto 0, Objeto 2 y Objeto 3

El peso total es de 5+2+3=10

El valor total es de 20+10+12= 42

```
void crearTablaPesos (const array<int, NOBJ> &valor, const array<int, NOBJ> &peso,
                       array<array<int, PMAX>, NOBJ> &tabla){
    // Se inicializa la tabla a 0
    // La fila 0 representa una mochila de cualquier peso a 0 objetos
    // La columna 0 reprenta una mochila vacía
    for(int i{0}; i<NOBJ; i++){</pre>
        tabla.at(i).fill(0);
    }
    // Inicializamos a 0 o con el valor del primer objeto que tenga un peso
    // igual o menor al de la mochila
    for(int i{1}; i<NOBJ; i++){</pre>
        for (int j{0}; j<PMAX; j++){
            if (j < peso.at(i)){</pre>
                // Se propaga el valor anterior
                tabla.at(i).at(j) = tabla.at(i-1).at(j);
            else{
                if (tabla.at(i-1).at(j) > tabla.at(i-1).at(j-peso.at(i))+valor.at(i)){
                    // Se propaga el valor anterior
                    tabla.at(i).at(j) = tabla.at(i-1).at(j);
                else{
                    // Entra el objeto
                    tabla.at(i).at(j) = tabla.at(i-1).at(j-peso.at(i))+valor.at(i);
                }
            }
```

```
array <int, NOBJ> obtenerObjetos (int pesoMax, const array<int, NOBJ> &peso,
                                 const array<array<int, PMAX>, NOBJ> &tabla) {
    array<int, NOBJ> objetos;
    objetos.fill(0);
    for(int i(NOBJ-1); i>0; i--){
        if (tabla.at(i).at(pesoMax) == tabla.at(i-1).at(pesoMax)){
            objetos.at(i) = 0;
        else {
            objetos.at(i)=1;
            pesoMax -= peso.at(i);
    return objetos;
```

