DEPARTAMENTO DE COMPUTACION
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

TP3

9 de julio de 2025 Introducción a la Investigación Operativa y Optimización

Integrante	LU	Correo electrónico
Laks, Joaquín	425/22	laksjoaquin@gmail.com
Szabo, Jorge	1683/21	jorgecszabo@gmail.com
Wilders Azara, Santiago	350/19	santiago199913@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón Cero + Infinito)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Conmutador: (+54 11) 5285-9721 / 5285-7400
https://dc.uba.ar

1. Introducción

En este trabajo práctico se implementaron distintos algoritmos para encontrar la ubicación óptima de un centro de servicio médico que responda a zonas afectadas con distintos niveles de atención necesarios. Mas formalmente, se busca encontrar un punto que minimice la suma de las distancias euclidianas ponderadas respecto a un conjunto discreto de puntos, es decir, encontrar la mediana geométrica de dicho conjunto.

Formalmente, dado un conjunto de puntos $\mathbf{P} = \{p_1, \ldots, p_m\} \subset \mathbb{R}^n$ y pesos $w_1, \ldots, w_m > 0$, el problema se reduce a encontrar:

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} w_i \|\mathbf{x} - p_i\|$$

2. Algoritmos

Se evaluaron tres algoritmos distintos para resolver el problema de minimizar M.

2.1. Weiszfeld

Se implementó la variante 1 del algoritmo de Weiszfeld (operador $\tilde{T}$). Es un algoritmo iterativo que busca el punto fijo de:

$$T(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i p_i}{\|\mathbf{x} - p_i\|}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{\|\mathbf{x} - p_i\|}}$$

$T(\mathbf{x})$ converge al mínimo global de W si $x^{(k)} \notin \mathbf{P} \quad \forall k$.

La variante 1 consiste en encontrar un punto alternativo en las iteraciones donde se caiga en el caso de $T(p_j)$ con $p_j \in \mathbf{P}$.

La implementación de la variante 1 es correcta porque en el caso de tener un punto $p_j \in \mathbf{P}$ no óptimo, se calcula un punto $S(p_j) = p_j + d_j t_j$ con un cierto paso y dirección de descenso que en la próxima iteración T no se evalúe en un punto de $\mathbf{P}$, así asegurando la eventual convergencia al punto fijo.

2.2. Método de Hooke y Jeeves

Aplicar el método de Hooke y Jeeves para este problema es correcto porque W es una función convexa. Esto quiere decir que un x^* mínimo local de W implica que es un posible mínimo global. Si los puntos de $\mathbf{P}$ no están alineados W es estrictamente convexa y este x^* es único.

Este método no requiere del cálculo del diferencial de W, pero con la condición de convexidad se puede asegurar que el método no va a converger en mínimos locales, su convergencia va a ser en un mínimo global.

2.3. Descenso de gradiente

El descenso de gradiente consiste en encontrar un punto tal que $0 \in \partial M(x^*)$.

M es una función convexa por lo que se puede asegurar que x^* es un mínimo global sii $0 \in \partial M(x^*)$. El resultado de aplicar el método de descenso de gradiente a M es una solución a el problema planteado.

3. Comparación de tiempos entre algoritmos

3.1. Conclusión