



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# TP1

16 de mayo de 2025      Introducción a la Investigación Operativa y Optimización

Integrante	LU	Correo electrónico
Laks, Joaquín	425/22	laksjoaquin@gmail.com
Szabo, Jorge	1683/21	jorgecszabo@gmail.com
Wilders Azara, Santiago	350/19	santiago199913@gmail.com



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón Cero + Infinito)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Conmutador: (+54 11) 5285-9721 / 5285-7400

<https://dc.uba.ar>

## Datos

**Horas por 1000 litros de combustible**

	Refinado	Fraccionado	Embalaje
Aviones	10	20	4
Vehículos	5	10	2
Keronsene	3	6	1

**Tiempos y gastos fijos**

	Capacidad Mensual	Gasto Fijo
Refinado	38.000 horas	\$5.000.000
Fraccinoado	80.000 horas	\$5.000.000
Embalaje Aviones	4.000 horas	\$2.000.000
Embalaje Vehículos	6.000 horas	\$1.000.000
Embalaje Keronsene	7.000 horas	\$500.000

**Costos y ganancias variables por 1000 litros**

	Precio de venta	Materia prima	Refinado	Fraccionado	Embalaje	Ganancia
Aviones	\$16.000	\$4.000	\$4.100	\$1.000	\$1.000	\$5.900
Vehículos	\$8.000	\$1.000	\$3.000	\$600	\$500	\$2.900
Keronsene	\$4.000	\$500	\$1.500	\$400	\$400	\$1.200

### 1.

Calcular la ganancia o pérdida (prorrateando los gastos fijos) de cada producto que se obtuvo en el mes anterior (cuando se produjeron 500.000 litros de combustible para aviones, 3.000.000 de combustible para vehículos y 6.000.000 litros de kerosene) y la ganancia (o pérdida) total de la compañía.

Los gastos de refinado y fraccionado van a ser prorrateados entre los tres combustibles producidos. Para un tipo de combustible, se modela la producción con variables  $X_i$  para la producción de mil litros de combustible con  $i \in \{a, v, k\}$  para aviones, vehículos y kerosene respectivamente.

Teniendo en cuenta los costos variables y los precios de venta por cada 1000 litros de combustible, definimos  $G_i$  la ganancia variable de dicha cantidad.

Luego los costos fijos  $F_j$  mensuales de refinado y fraccionado se comparten para los tres tipos de combustible. Siendo además  $H_{ij}$  el tiempo de producción de 1000 litros de combustible  $i$  en el proceso  $j$ , con  $j \in \{r, f\}$ . El costo para producir  $X_i$  miles de litros de combustible  $i$  en un proceso  $j$  se calcula como:

$$\frac{F_j H_{ij} X_i}{H_{aj} X_a + H_{vj} X_v + H_{kj} X_k}$$

Las etapa de embalaje es independiente para cada tipo de combustible. Notamos  $E_i$  con  $i \in \{a, v, k\}$  el costo fijo de operar el sector de embalaje para el combustible  $i$ .

Finalmente, el balance final se obtiene de restar a las ganancias variables, los costos prorrotheados y costos de embalaje para cada tipo de combustible  $i$ , es decir:

$$G_i X_i - \sum_{j \in \{r, f\}} \frac{F_j H_{ij} X_i}{H_{aj} X_a + H_{vj} X_v + H_{kj} X_k} - E_i$$

### Balances finales

	Balance
Aviones	-\$365.790
Vehículos	\$3.752.632
Kerosene	\$1.963.158
Total	\$5.350.000

Vemos que la empresa en total da ganancia, pero el combustible para aviones pérdida.

## 2.

Si la empresa no hubiese producido combustible para aviones manteniendo en los mismos valores los otros productos, ¿la ganancia de la compañía habría sido mejor? Suponer que se cierra el sector de embalaje de combustibles para aviones.

Haciendo la cuenta, nos quedaría la siguiente tabla:

### Ganancias totales

	Ganancia
Aviones	\$0
Vehículos	\$3.154.545
Kerosene	\$1.245.455
Total	\$4.400.000

En ese caso se puede ver que la ganancia es menor, esto se debe a que los costos fijos de Vehículos y Kerosene siguen estando, quedan horas extra en las cuales se podría producir mas combustible, en el escenario anterior era combustible de avión que llegaba a cubrir el costo fijo de su embalaje y generaba unos \$950,000 extra, el valor que diferencia los resultados.

## 3.

Y si hubiese aumentado lo máximo posible la producción de los otros productos? Suponer que se cierra el sector de embalaje de combustibles para aviones.

Para eso formulamos el siguiente LP:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 2900X_v + 1200X_k - 11\,500\,000 \\ \text{Subject to} \quad & 5X_v + 3X_k \leq 38\,000 \quad (\text{restricciones sobre el refinado}) \\ & 10X_v + 6X_k \leq 80\,000 \quad (\text{restricciones sobre el fraccionado}) \\ & 2X_v \leq 6\,000 \quad (\text{restricciones sobre el embalaje de combustible para vehículos}) \\ & X_k \leq 7\,000 \quad (\text{restricciones sobre el embalaje de kerosene}) \\ & X_v \geq 0, \quad X_k \geq 0 \end{aligned}$$

donde  $X_v$  son miles de litros de combustible para vehículos y  $X_k$  son miles de litros de kerosene. Los coeficientes de la función objetivo es el precio de venta cada 1000 litros de combustible menos los costos variables  $C_{ij}$  mencionados anteriormente. Los costos fijos se le restan directamente a la función objetivo.

El valor óptimo para la producción es de  $X_v = 3000$ ,  $X_k = 7000$ . Expresado en miles de litros de combustible a producir. La ganancia de la empresa aumentaría con estos nuevos valores:

### Ganancias totales

	Ganancia
Aviones	\$0
Vehículos	\$3.533.333
Kerosene	\$2.066.667
Total	\$5.600.000

4.

5.

### Diccionario óptimo

Dado el método simplex en su forma matricial: 
$$\frac{X_B = B^{-1}b - B^{-1}A_N X_N}{z = c_B B^{-1}b + (c_N - c_B B^{-1}A_N)X_N}$$

Nuestro diccionario óptimo va a tener a  $X_a$ ,  $X_v$ , y  $X_k$  como variables básicas porque toman valores no nulos en la solución óptima.

También vemos que las restricciones  $10X_v + 6X_k + 20X_a \leq 80000$  (2) y  $X_k \leq 7000$  (4) se cumplen por desigualdad estricta, entonces sus variables de holgura correspondientes van a ser mayores a 0 en la solución óptima. Siendo  $X_4, \dots, X_8$  las variables de holgura correspondientes a las restricciones 1,  $\dots$ , 5 respectivamente, esto significa que  $X_5$  y  $X_7$  son variables básicas.

Entonces tenemos en la base óptima:

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 6 & 20 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Entonces su inversa es:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{-5}{6} & 0 & \frac{-5}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{3} & 0 & \frac{5}{6} & 1 & \frac{5}{6} \end{pmatrix}$$

También tenemos  $c_B = (5900 \quad 2900 \quad 1200 \quad 0 \quad 0)$ ,  $c_N = (0 \quad 0 \quad 0)$ ,  $A_N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$b = \begin{pmatrix} 3800 \\ 80000 \\ 6000 \\ 7000 \\ 4000 \end{pmatrix}$$

6.

7.

8.

9.

Por otro lado, el gerente de compras propone cambiar algunos proveedores, lo que permitiría bajar el costo de la materia prima del aceite para vehículos de \$1000 a \$800 por cada 1000 litros procesados. ¿Cambiaría el plan de producción óptimo? Si es así, dar la nueva planificación óptima.

10.

11.

12.