

Programowanie i metody numeryczne

Zadania – seria 1.

Podstawy.

Zadanie 1. bmi – Wskaźnik masy ciała.

Wskaźnik masy ciała (ang. *Body Mass Index*, BMI) to współczynnik stosowany do określania poprawności masy ciała. Oblicza się go zgodnie ze wzorem

$$\text{BMI} = \frac{\text{masa ciała}}{\text{wzrost}^2},$$

przy czym masa ciała wyrażona jest w kilogramach, zaś wzrost – w metrach. W przypadku młodej osoby dorosłej wartości BMI interpretowane są w następujący sposób:

poniżej 18,5 – niedowaga,
18,5 – 25 – waga prawidłowa,
25 – 30 – nadwaga,
powyżej 30 – otyłość.

Napisz program `bmi`, który prosi użytkownika o podanie masy ciała w kilogramach i wzrostu w metrach, a następnie wypisuje wartość BMI odpowiadającą tym danym oraz jej interpretację.

Przykładowe wykonanie

Wejście

Podaj masę ciała (w kilogramach): 70

Podaj wzrost (w metrach): 1.8

Wyjście

BMI = 21.60

Waga prawidłowa.

Zadanie 2. lineq – Rozwiązywanie równań liniowych.

Napisz program `lineq`, który prosi użytkownika o podanie rzeczywistych współczynników $a \neq 0$ i b , a następnie wypisuje rozwiązanie równania liniowego $ax + b = 0$.

Zadanie 3. qeq – Rozwiązywanie równań kwadratowych.

Napisz program `qeq`, który prosi użytkownika o podanie rzeczywistych współczynników $a \neq 0$, b i c , a następnie wypisuje wszystkie (również zespolone) rozwiązania równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$.

Zadanie 4. nextPrime – Następna liczba pierwsza.

Napisz funkcję `nextPrime`, która przyjmuje jako argument liczbę naturalną n i zwraca najmniejszą liczbę pierwszą większą od n .

Korzystając z tej funkcji, napisz program `nextPrime`, który prosi użytkownika o podanie liczby naturalnej n , a następnie wypisuje najmniejszą liczbę pierwszą większą od n .

Zadanie 5. numbers – Analiza ciągu liczb całkowitych.

Napisz program `numbers`, który prosi użytkownika o podanie ciągu liczb całkowitych, a następnie wczytuje podane przez użytkownika liczby aż do pojawienia się liczby 0. Liczba 0 jest wyłącznie symbolem końca danych i nie powinna być brana pod uwagę w dalszej analizie. Po wczytaniu danych program powinien:

- wypisać wartość najmniejszego elementu wczytanego ciągu oraz liczbę wystąpień tego elementu w ciągu,
- wypisać wartość największego elementu wczytanego ciągu oraz liczbę wystąpień tego elementu w ciągu,
- długość najdłuższej sekwencji, w której występuje kolejno ta sama liczba, oraz tę liczbę.

Zadanie 6. Ciąg Fibonacciego.

Ciagiem Fibonacciego nazywamy ciąg $(F_n)_{n=1}^{\infty}$ określony wzorem

$$F_n \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{gdy } n = 1 \text{ lub } n = 2, \\ F_{n-1} + F_{n-2}, & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases}$$

Piętnaście początkowych wyrazów tego ciągu to

$$(F_n) = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, \dots).$$

- Napisz program `fib`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę naturalną n oraz oblicza i wypisuje n -ty wyraz ciągu Fibonacciego.
- Napisz program `fibsum` obliczający i wypisujący sumę wyrazów ciągu Fibonacciego spełniających jednocześnie dwa warunki: wskaźnik wyrazu jest parzysty, a wartość wyrazu jest mniejsza od 3×10^6 .

Zadanie 7. Ciąg Collatza.

Niech k będzie liczbą naturalną. *Ciagiem Collatza* nazywamy ciąg $(c_n^k)_{n=0}^{\infty}$ określony wzorem

$$c_n^k \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} k, & \text{gdy } n = 0, \\ \frac{1}{2}c_{n-1}, & \text{gdy } c_{n-1} \text{ jest liczbą parzystą,} \\ 3c_{n-1} + 1, & \text{gdy } c_{n-1} \text{ jest liczbą nieparzystą.} \end{cases}$$

Na przykład

$$\begin{aligned} (c_n^{12}) &= (12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, \mathbf{1}, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots), \\ (c_n^{13}) &= (13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, \mathbf{1}, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots), \\ (c_n^{15}) &= (15, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, \mathbf{1}, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots). \end{aligned}$$

Gdy pewien wyraz ciągu Collatza ma wartość 1, wyrazy następujące po nim mają wartości 4, 2, 1, 4, 2, 1, ... – sekwencja 4, 2, 1 powtarza się w nieskończoność. Przypuszcza się, że ciąg Collatza (c_n^k) osiąga wartość 1 dla dowolnego k , hipoteza ta pozostaje jednak problemem otwartym.

- Napisz program `collatz`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę naturalną k oraz oblicza i wypisuje początkowe wyrazy ciągu Collatza (c_n^k) aż do pierwszego z wyrazów o wartości 1 włącznie.
- Napisz program `lcollatz` znajdujący tę liczbę naturalną $k < 10^6$, dla której ciąg Collatza (c_n^k) ma najwięcej wyrazów występujących przed pierwszym z wyrazów o wartości 1.

Zadanie 8. histogram – Rysowanie histogramu w terminalu.

Napisz program `histogram`, który przyjmuje jako argumenty wywołania dowolnie wiele nieujemnych liczb całkowitych, a następnie wypisuje na standardowym wyjściu ciąg „słupków” złożonych z gwiazdek (*), wyrównanych do dołu. Słupków powinno być tyle, ile wczytanych liczb, a wysokości (tzn. ilości gwiazdek) w kolejnych z nich powinny odpowiadać kolejnym z wczytanych liczb.