

Ćwiczenia XI

Pryzma piasku – model Baka

Jakub Tworzydło

Instytut Fizyki Teoretycznej (FUW)

20 i 21/12/2022 Pasteura, Warszawa

Plan

1 Prawo potęgowe dla lawin

2 Powstawanie wzorków

Plan

1 Prawo potęgowe dla lawin

2 Powstawanie wzorków

Temat ćwiczenia

Badamy układ, w którym pojawia się potęgowy rozkład prawdopodobieństwa.

Symulujemy model pryzmy piasku Baka. Maksymalna stabilna liczba ziaren piasku $h_c = 3$ (w modelu Baka reprezentuje nachylenie). Ziarna osypują się na brzegach.

Zasada osypywania

1. kontynuuj dodawanie ziarenka do siatki, tak głęboko, aż w (pewnej) komórce zbierze się $h > h_c$
2. jednocześnie osyp (wsk. poniżej) wszystkie krytyczne węzły
3. wyczyść (osyp) brzegi i powtarzaj 2. (aż do osiągnięcia stanu stabilnego)
4. razem 1., 2. i 3. stanowią jeden krok czasowy, powtarzaj t_{\max} razy

```
while np.max(grid) > height_crit :  
    # get arrays to index all places at once  
    ix, iy = np.where( grid > height_crit )  
    # topple  
    grid[ix,iy] -= 4  
    grid[ix+1,iy] += 1  
    grid[ix-1,iy] += 1  
    grid[ix,iy+1] += 1  
    grid[ix,iy-1] += 1  
    # record avalanche ...  
    # empty border ...
```

Zadanie 1

Wykonać symulację dla małej siatki 31×31 (z zastosowanym dodatkowym brzegiem).

(A) Dosypywać ziarno w przypadkowych komórkach siatki. Wykreślić liczbę ziaren na komórkę w układzie w funkcji czasu, określić po jakim czasie ustala się równowaga.

(B) Dodawać ziarno cały czas w środku układu. Wykonać poklatkowe rysunki układu (lub animację) za pomocą mapy kolorowej `imshow` (np. co 100 lub 10 kroków).

Zadanie 2

Wprowadzić tablicę, w której zaznaczamy węzły, z których inicjowane było rozsypywanie (lawina). Po jednym kroku czasowym zsumować tę tablicę, otrzymując rozmiar lawiny.

Dosypywać ziarno w przypadkowych komórkach siatki. Wykonać histogram częstości występowania N w funkcji rozmiarów lawin S , przedstawić histogram na skali logarytmiczno-logarytmicznej. Dorysować na wykresie zależność $N \propto S^{-1}$.

W tym zadaniu potrzeba $t_{\max} = 50000$.

Zadanie 3

Zacznij osypywanie z siatki superkrytycznej (wszędzie $=7$). Traktujemy osypanie kolejnych kandydatów jako jedną bardzo długą lawinę.

Wykreśl (jak w zad. 1) stan układu co jakiś czas (np. co 10 sprawdzeń kandydatów do osypania). Osiągnij i wykreśl stan końcowy.

Wykonaj obliczenia dla dużej siatki np. 50×50 lub 100×100 lub nawet 200×200 .

```
plt.clf()
plt.axis('off')
plt.imshow(grid, interpolation='none', cmap='rainbow', vmin=0, vmax=8)
plt.grid()
plt.colorbar( ticks=range(9) )
```