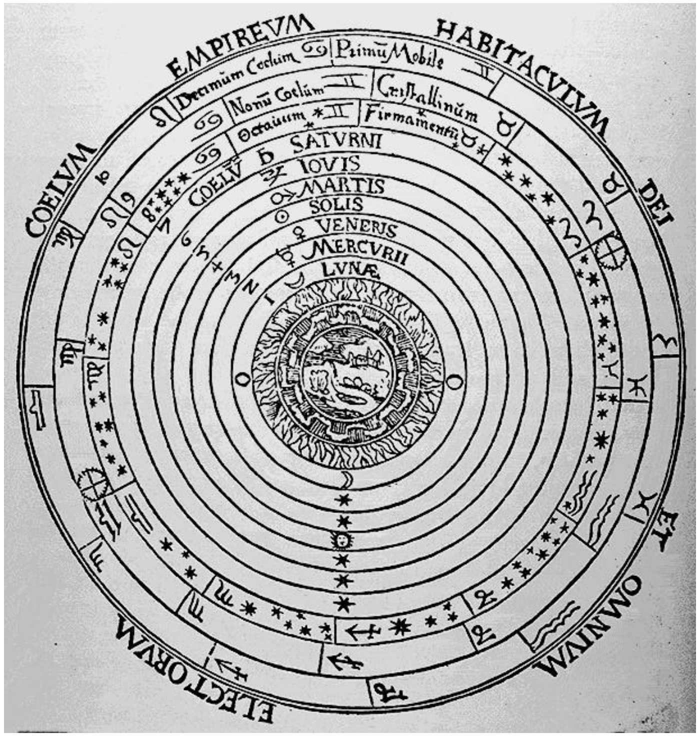
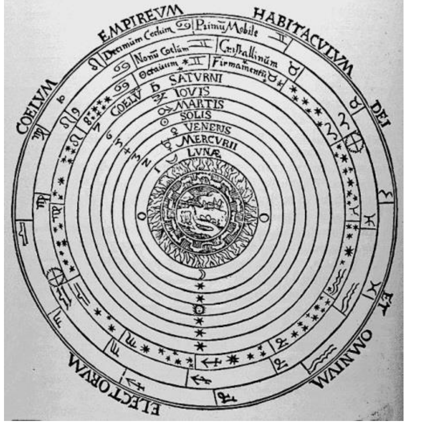
Symulacje komputerowe w fizyce

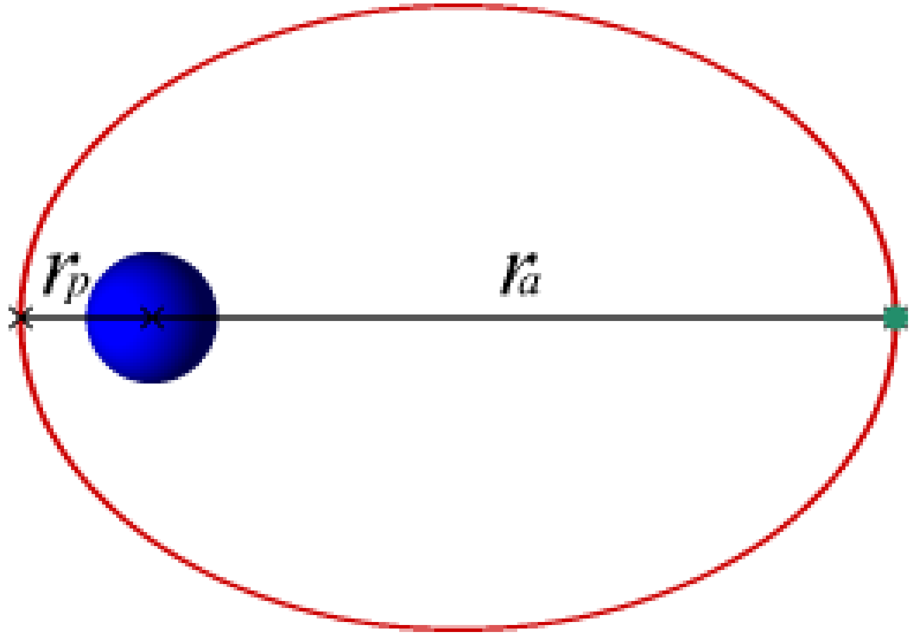


Ćwiczenia III - planety

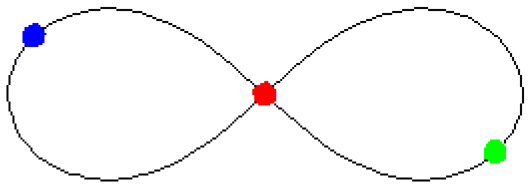
- Ruch w polu grawitacyjnym – problem 2 ciał
- Problem 3 ciał: Alex Chenciner i jego balet planetarny
- Przykłady ruchu wielu ciał

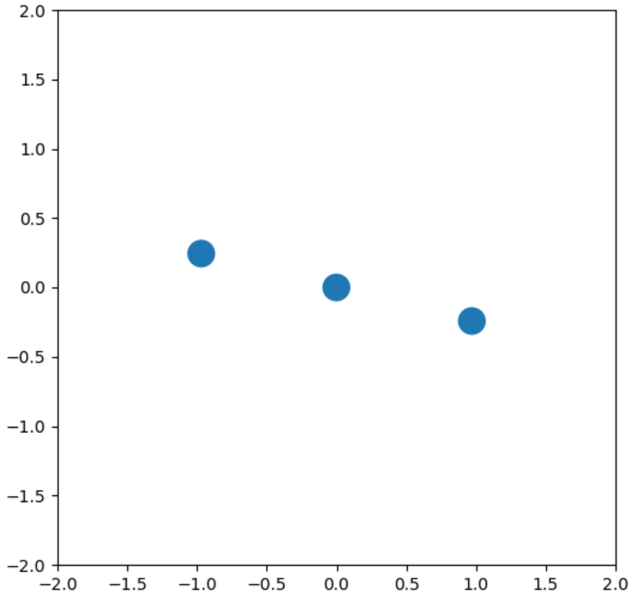


Problem dwóch ciał



Balet planetarny





Naukowo:

C. Moore, *Braids in classical gravity*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3675, 1993

A. Chenciner and R. Montgomery, *A remarkable periodic solution of the three body problem in the case of equal masses*, Ann. Math. **152**, 2000

D. Mackenzie *Triple Star Systems May Do Crazy Eights*, Science, **287**, 1910, 2000

Science-fiction:

Problem trzech ciał, Liu Cixin

Zadanie

- rozwiązać (numerycznie) problem dwóch ciał

potencjał oddziaływania:
$$V(r_{12}) = \frac{-GMm}{r_{12}}$$

$$G = 0.01, \ M = 500.0, \ m = 0.1, \ dt = 0.001$$

dla uproszczenia, potraktujmy *M* jako nieruchome i usytuowane w środku układu współrzednych siła na masę *m* wynosi wtedy:

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$$

wygodnie pracować z wektorami!

znaleźć orbitę dla warunków początkowych:

$$(x, y) = (2, 0), \ (p_x, p_y) = (0, 0.1)$$

używając metody Eulera, Verleta oraz żabki

Metody całkowania

Euler:

$$\mathbf{r}(t+\delta t) = \mathbf{r}(t) + \frac{\mathbf{p}(t)}{m}\delta t + \frac{1}{2}\frac{\mathbf{F}(t)}{m}\delta t^2$$

$$\mathbf{p}(t+\delta t) = \mathbf{p}(t) + \mathbf{F}(t)\delta t$$

Verlet:

$$\mathbf{r}(t+\delta t) = 2\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t-\delta t) + \left(\frac{\mathbf{F}(t)}{m}\right)\delta t^2$$

Inicjalizacja: $\mathbf{r}(t_0-\delta t) = \mathbf{r}(t_0) - \mathbf{p}(t_0)/\mathrm{m}\,\delta t$

Żabka:

$$\boldsymbol{p}\left(t+\frac{\delta t}{2}\right) = \boldsymbol{p}\left(t-\frac{\delta t}{2}\right) + \boldsymbol{F}(t)\delta t$$

$$\mathbf{r}(t+\delta t) = \mathbf{r}(t) + \boldsymbol{p}\left(t+\frac{\delta t}{2}\right)/m\,\delta t$$

Inicjalizacja: $\mathbf{p}\left(t_0-\frac{\delta t}{2}\right) = \boldsymbol{p}(t_0) - \mathbf{F}(t_0)\frac{1}{2}\delta t$

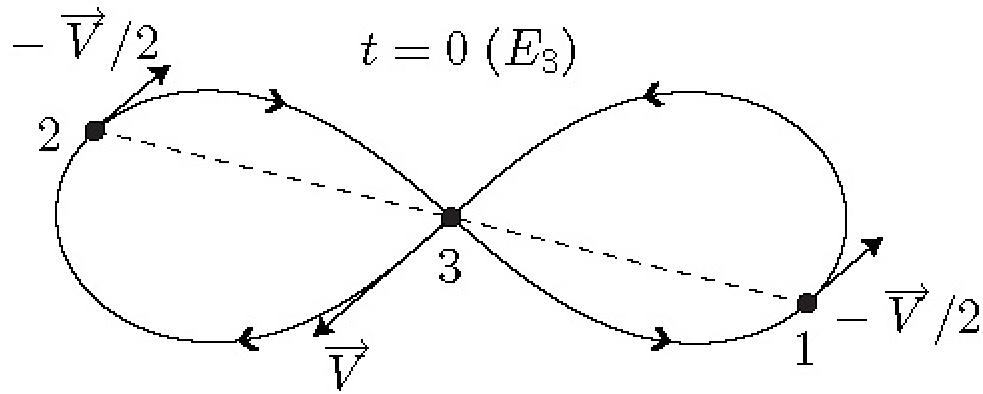
Zadanie – cd.

- znajdź orbitę
- narysuj zalezność od czasu energii kinetycznej, potencjalnej i całkowitej dla róznych algorytmów
- w którym punkcie algorytm traci dokładność?

Wskazówki:

- warto pracować na wektorach (np. **r0**=array([2.,0.])
- iloczyn skalarny **a**.**b**=dot(**a**,**b**)
- warto zdefiniowac funkcje sila(**r**), potencjal(**r**) etc.

Z gwiazdką: ósemka Chencinera



$\mathbf{r_1}=-\mathbf{r_2}=(0.97000436,-0.24308753)$; $\mathbf{r_3}=(0,0)$;

$\mathbf{v_3}=-2\mathbf{v_1}=-2\mathbf{v_2}=(0.93240737,0.86473146)$;

(G=1, m=1)

Spróbujcie uzyskać to numerycznie

Punktacja

- 0.4 pkt – zaimplementowanie Eulera i zrobienie rysunków orbity, energii potencjalnej, kinetycznej, całkowitej
- 2 x 0.3 pkt – powtórzenie powyższego dla Verleta i żabki
- 0.2 pkt – ósemka Chencinera