

BÀI TẬP GIẢI TÍCH

Họ và tên:

Ngày 8 tháng 12 năm 2025

Câu 1. Xác định tính chẵn lẻ của hàm số (1.0 điểm)

Lý thuyết:

- Hàm chẵn: $f(-x) = f(x)$ với mọi x trong tập xác định
- Hàm lẻ: $f(-x) = -f(x)$ với mọi x trong tập xác định

a) $f(x) = x^2 + x$

Giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}f(-x) &= (-x)^2 + (-x) \\&= x^2 - x\end{aligned}$$

So sánh với $f(x)$ và $-f(x)$:

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + x \\-f(x) &= -(x^2 + x) = -x^2 - x\end{aligned}$$

Nhận xét:

- $f(-x) = x^2 - x \neq x^2 + x = f(x) \Rightarrow$ Không phải hàm chẵn
- $f(-x) = x^2 - x \neq -x^2 - x = -f(x) \Rightarrow$ Không phải hàm lẻ

Kết luận: Hàm số $f(x) = x^2 + x$ không chẵn không lẻ.

b) $f(x) = x^3 + x$

Giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}f(-x) &= (-x)^3 + (-x) \\&= -x^3 - x \\&= -(x^3 + x) \\&= -f(x)\end{aligned}$$

Vì $f(-x) = -f(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Kết luận: Hàm số $f(x) = x^3 + x$ là hàm lẻ.

c) $f(x) = \frac{4}{x^4 - 4}$

Giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

Nhận xét: Nếu $x \in D$ thì $-x \in D$ (tập xác định đối xứng qua gốc tọa độ).

Ta có:

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{4}{(-x)^4 - 4} \\ &= \frac{4}{x^4 - 4} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Vì $f(-x) = f(x)$ với mọi $x \in D$.

Kết luận: Hàm số $f(x) = \frac{4}{x^4 - 4}$ là **hàm chẵn**.

d) $f(x) = \frac{x^3}{x^4 - 4}$

Giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

Nhận xét: Nếu $x \in D$ thì $-x \in D$ (tập xác định đối xứng qua gốc tọa độ).

Ta có:

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^3}{(-x)^4 - 4} \\ &= \frac{-x^3}{x^4 - 4} \\ &= -\frac{x^3}{x^4 - 4} \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

Vì $f(-x) = -f(x)$ với mọi $x \in D$.

Kết luận: Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x^4 - 4}$ là **hàm lẻ**.

Bảng tóm tắt kết quả Câu 1:

Hàm số	Kết luận
$f(x) = x^2 + x$	Không chẵn không lẻ
$f(x) = x^3 + x$	Hàm lẻ
$f(x) = \frac{4}{x^4 - 4}$	Hàm chẵn
$f(x) = \frac{x^3}{x^4 - 4}$	Hàm lẻ

Câu 2. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{555}{x^2 - 25}$ **(1.0 điểm)**

Phân tích: Ta có $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

Hàm số có hai điểm gián đoạn tại $x = 5$ và $x = -5$.

a) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{555}{x^2 - 25}$

Giải:

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{555}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)}$$

Khi $x \rightarrow 5^+$:

- Tử số: $555 > 0$ (hằng số dương)
- $(x - 5) \rightarrow 0^+$ (dương, tiến về 0 từ bên phải)
- $(x + 5) \rightarrow 10 > 0$

Do đó:

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{555}{0^+ \cdot 10} = \frac{555}{0^+} = +\infty$$

Kết luận: $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{555}{x^2 - 25} = \boxed{+\infty}$

b) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{555}{x^2 - 25}$

Giải:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{555}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)}$$

Khi $x \rightarrow 5^-$:

- Tử số: $555 > 0$ (hằng số dương)
- $(x - 5) \rightarrow 0^-$ (âm, tiến về 0 từ bên trái)
- $(x + 5) \rightarrow 10 > 0$

Do đó:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{555}{0^- \cdot 10} = \frac{555}{0^-} = -\infty$$

Kết luận: $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{555}{x^2 - 25} = \boxed{-\infty}$

c) $\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{555}{x^2 - 25}$

Giải:

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{555}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)}$$

Khi $x \rightarrow -5^+$:

- Tử số: $555 > 0$ (hằng số dương)
- $(x - 5) \rightarrow -10 < 0$
- $(x + 5) \rightarrow 0^+$ (dương, tiến về 0 từ bên phải)

Do đó:

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{555}{(-10) \cdot 0^+} = \frac{555}{0^-} = -\infty$$

Kết luận: $\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{555}{x^2 - 25} = \boxed{-\infty}$

d) $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{555}{x^2 - 25}$

Giải:

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{555}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)}$$

Khi $x \rightarrow -5^-$:

- Tử số: $555 > 0$ (hằng số dương)
- $(x - 5) \rightarrow -10 < 0$
- $(x + 5) \rightarrow 0^-$ (âm, tiến về 0 từ bên trái)

Do đó:

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{555}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{555}{(-10) \cdot 0^-} = \frac{555}{0^+} = +\infty$$

Kết luận: $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{555}{x^2 - 25} = \boxed{+\infty}$

Bảng tóm tắt kết quả Câu 2:

Giới hạn	$x \rightarrow 5^+$	$x \rightarrow 5^-$	$x \rightarrow -5^+$	$x \rightarrow -5^-$
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{555}{x^2 - 25}$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Nhận xét:

- Tại $x = 5$: Giới hạn trái và giới hạn phải khác nhau nên $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{555}{x^2 - 25}$ không tồn tại.
- Tại $x = -5$: Giới hạn trái và giới hạn phải khác nhau nên $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{555}{x^2 - 25}$ không tồn tại.
- Đường thẳng $x = 5$ và $x = -5$ là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.