Oneintlike Integrale §7.8

Definisie 1
Gestel $a \in \mathbb{R}$ en f is kontinu op $[a, \infty)$. Dan is

$$\int_a^\infty f(x)\,dx = \lim_{t\to\infty} \int_a^t f(x)\,dx$$

mits hierdie limiet bestaan.

Gestel $b \in \mathbb{R}$ en f is kontinu op $(-\infty, b]$. Dan is

$$\int_{-\infty}^b f(x)\,dx = \lim_{t\to-\infty} \int_t^b f(x)\,dx$$

mits hierdie limiet bestaan.

oneintlike integrale van die eerste soort

konvergent indien limiet bestaan
divergent indien limiet nie bestaan nie

Indien *beide* $\int_a^\infty f(x)\,dx$ en $\int_{-\infty}^a f(x)\,dx$ konvergent is, dan is

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)\,dx := \int_{-\infty}^a f(x)\,dx + \int_a^\infty f(x)\,dx.$$

Lemma 4

1. Gestel $a < b$. As f kontinu is op $[a, \infty)$, dan is $\int_a^\infty f(x)\,dx$ konvergent as en slegs as $\int_b^\infty f(x)\,dx$ konvergent is.

2. As beide $\int_a^\infty f(x)\,dx$ en $\int_a^\infty g(x)\,dx$ konvergeer en α en β is getalle, dan konvergeer $\int_a^\infty [\alpha f(x) + \beta g(x)]\,dx$ ook.

Lemma 5

Gestel $a < b$. Dan is $\int_b^\infty \frac{1}{(x-a)^p}\,dx$ konvergent vir $p > 1$ en divergent vir $p \leq 1$.

Lemma 6

Gestel $a \in \mathbb{R}$. Dan is $\int_a^\infty e^{-px}\,dx$ konvergent vir $p > 0$ en divergent vir $p \leq 0$.

Huiswerk

Ex. 7.8 nr. 9, 13, 15

Definisie 2

Gestel f is kontinu maar onbegrens op $[a, b)$. Dan is

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{t \to b-} \int_a^t f(x)\,dx$$

mits hierdie limiet bestaan.

Gestel f is kontinu maar onbegrens op $(a, b]$. Dan is

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{t \to a+} \int_t^b f(x)\,dx$$

mits hierdie limiet bestaan.

oneintlike integrale van die tweede soort

Lemma 7
Gestel $a < b$. Dan is $\int_a^b \frac{1}{(x-a)^p}\,dx$ en $\int_a^b \frac{1}{(x-b)^p}\,dx$ konvergent as $p < 1$ en divergent as $p \geq 1$.

Definisie 2 (laaste deel)
Gestel $a < c < b$, f is diskontinu by c en f is kontinu maar onbegrens op $[a, c)$ en op $(c, b]$. As *beide* $\int_a^c f(x)\,dx$ en $\int_c^b f(x)\,dx$ konvergent is, dan is

$$\int_a^b f(x)\,dx := \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx.$$

Definisie 3
Gestel $a \in \mathbb{R}$, f is kontinu op (a, ∞) en vir enige $c > a$ is f onbegrens op $(a, c]$. Indien *beide* die oneintlike integrale $\int_a^c f(x)\,dx$ en $\int_c^\infty f(x)\,dx$ konvergeer, dan is

$$\int_a^\infty f(x)\,dx := \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^\infty f(x)\,dx.$$

oneintlike integraal van die derde soort

Huiswerk
Ex. 7.8 nr. 29, 33
Oefeninge 1 (Sunlearn)