

**UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA AGRICOLA**  
**CURSO INGENIERIA DE CONTROL MODERNO**  
**TAREA NO. 3**

**Cano García Eduardo**

**6° 6**

El modelo de una aeronave esta dado por la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1.151s + 0.1774}{s^3 + 0.739s^2 + 0.921s}$$

Se desea diseñar un sistema de control que cuando se le aplique una entrada escalón de magnitud 0.2 radianes, en lazo cerrado tenga el comportamiento siguiente:

- a) Sobre impulso (overshoot) menor del 10%
- b) Tiempo de subida (rise time) menor de 2 segundos
- c) Tiempo de asentamiento (settling time) menor de 10 segundos
- d) Error en estado estacionario (steady-state error) menor de 2%

**Problema 1. Diseñar un controlador con adelanto mediante el método de diseño de respuesta en frecuencia.**  
**Sugerencia: usar la herramienta controlSystemDesigner de MATLAB.**

K=110

K = 110

num= K\*[1.151 0.1774]

num = 1×2  
126.6100 19.5140

den= [1 0.739 0.921 0]

den = 1×4  
1.0000 0.7390 0.9210 0

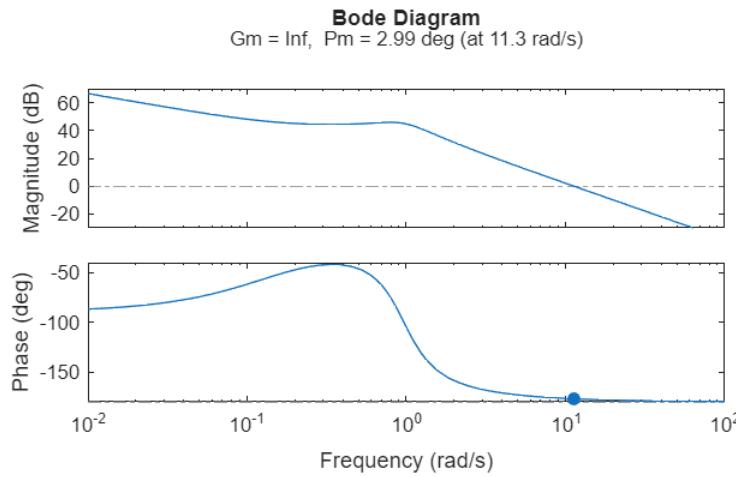
Gs=tf(num,den)

Gs =

$$\frac{126.6 s + 19.51}{s^3 + 0.739 s^2 + 0.921 s}$$

Continuous-time transfer function.  
Model Properties

```
margin(Gs)
```



```
Gscl=feedback(Gs,1)
```

```
Gscl =
```

$$126.6 \text{ s} + 19.51$$

$$-----$$
$$s^3 + 0.739 s^2 + 127.5 s + 19.51$$

Continuous-time transfer function.

Model Properties

```
Numc =[1 1.5]
```

$$\begin{matrix} \text{Numc} & = 1 \times 2 \\ & 1.0000 \quad 1.5000 \end{matrix}$$

```
DenC=[1 18.1]
```

$$\begin{matrix} \text{DenC} & = 1 \times 2 \\ & 1.0000 \quad 18.1000 \end{matrix}$$

```
NumCompensado=conv(num,Numc)
```

$$\begin{matrix} \text{NumCompensado} & = 1 \times 3 \\ & 126.6100 \quad 209.4290 \quad 29.2710 \end{matrix}$$

```
DenCompensado=conv(den,DenC)
```

$$\begin{matrix} \text{DenCompensado} & = 1 \times 5 \\ & 1.0000 \quad 18.8390 \quad 14.2969 \quad 16.6701 \quad 0 \end{matrix}$$

```
SysCompensado=tf(NumCompensado,DenCompensado)
```

```
SysCompensado =
```

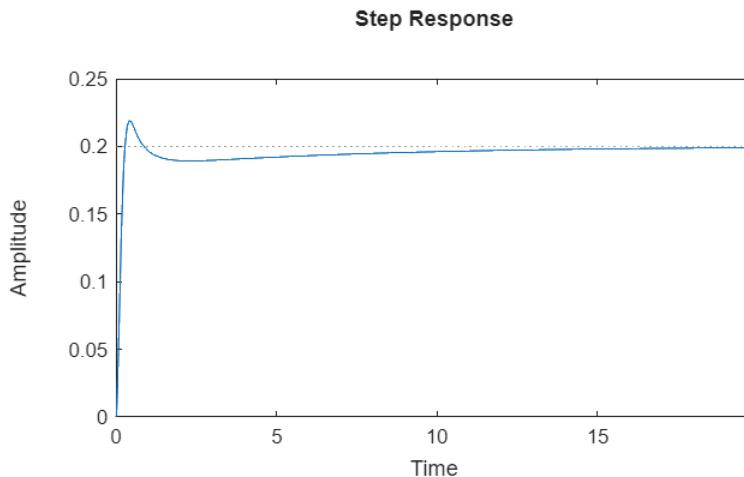
$$126.6 \text{ s}^2 + 209.4 \text{ s} + 29.27$$

$$-----$$
$$s^4 + 18.84 s^3 + 14.3 s^2 + 16.67 s$$

Continuous-time transfer function.

Model Properties

```
SysCompenscl = feedback(SysCompensado, 1);
step(0.2*SysCompenscl);
```



```
stepinfo(0.2*SysCompenscl)
```

```
ans = struct with fields:
    RiseTime: 0.1906
    TransientTime: 9.7975
    SettlingTime: 9.7975
    SettlingMin: 0.1832
    SettlingMax: 0.2188
    Overshoot: 9.4117
    Undershoot: 0
    Peak: 0.2188
    PeakTime: 0.4292
```

Tenemos un Overshoot: 9.4117 se cumplio un sobre impulso (overshoot) menor del 10%

Tenemos un RiseTime: 0.1906 se cumplio un tiempo de subida (rise time) menor de 2 segundos

Tenemos un SettlingTime: 9.7975 se cumplio un tiempo de asentamiento (settling time) menor de 10 segundos

Error en estado estacionario (steady-state error) menor de 2%

**Problema 2. Obtener el modelo en la representación de Espacio de Estados del modelo de la aeronave analíticamente. Nota: pueden complicarse las soluciones de los problemas 4, 6 y 8 si se usa la función [A,B,C,D]=tf2ss(num, den) de MATLAB.**

```
num= [1.151 0.1774]
```

```
num = 1×2
1.1510 0.1774
```

```
den= [1 0.739 0.921 0]
```

```
den = 1×4
1.0000 0.7390 0.9210 0
```

```
[A,B,C,D]=tf2ss(num, den);
% Display the state-space matrices
```

```
disp('State-space matrices:');
```

State-space matrices:

```
disp('A = '), disp(A);
```

```
A =  
-0.7390 -0.9210 0  
1.0000 0 0  
0 1.0000 0
```

```
disp('B = '), disp(B);
```

```
B =  
1  
0  
0
```

```
disp('C = '), disp(C);
```

```
C =  
0 1.1510 0.1774
```

```
disp('D = '), disp(D);
```

```
D =  
0
```

### Problema 3. Verificar si el sistema es completamente controlable.

```
% Aplicar la prueba de controlabilidad
```

```
controllabilityMatrix = ctrb(A, B);
```

```
disp('Matriz de Controlabilidad: '), disp(controllabilityMatrix);
```

Matriz de Controlabilidad:

```
1.0000 -0.7390 -0.3749  
0 1.0000 -0.7390  
0 0 1.0000
```

```
determMatrixControl = det(controllabilityMatrix)
```

```
determMatrixControl = 1
```

```
% Rango de la matriz de Contrabilidad
```

```
rankControl = rank(controllabilityMatrix)
```

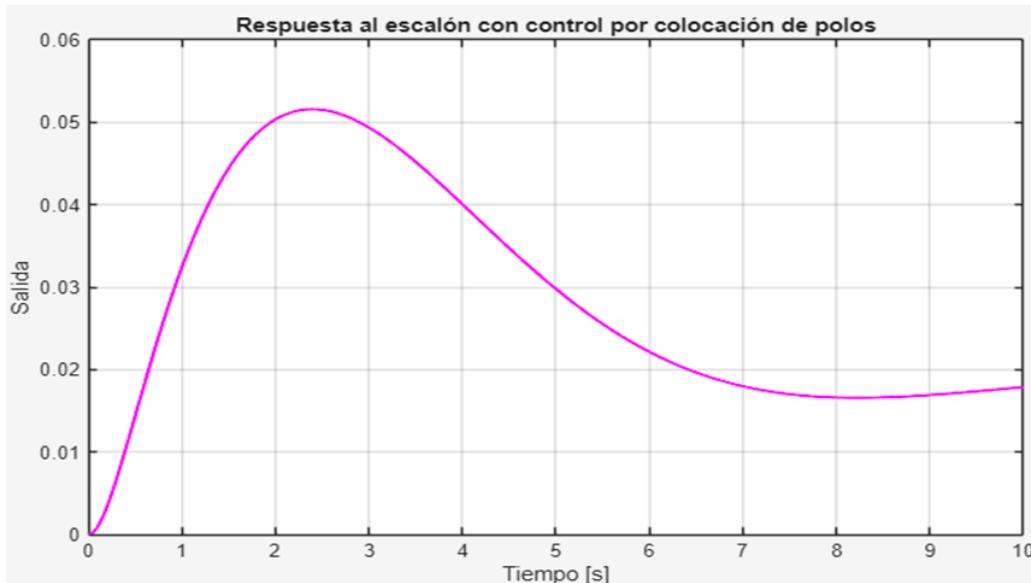
```
rankControl = 3
```

El orden del sistema es el mismo que la matriz de controlabilidad y su determinante es 1 lo que significa que el sistema es completamente controlable.

#### Problema 4. Diseñar un controlador mediante el método de colocación de polos.

```
kA_5 = [4.0610    2.7295    1.8021]
```

```
kA_5 = 1x3  
4.0610    2.7295    1.8021
```



#### Problema 5. Verificar si el sistema es completamente observable.

```
% Aplicar la prueba de observabilidad  
sys = ss(A,B,C,D);  
observabilityMatrix = obsv(A,C);  
disp('Matriz de Observabilidad para el sistema: '), disp(observabilityMatrix);
```

```
Matriz de Observabilidad para el sistema:
```

```
0    1.1510    0.1774  
1.1510    0.1774    0  
-0.6732   -1.0601    0
```

```
rank(observabilityMatrix)
```

```
ans = 3
```

```
rank(obsv(sys))
```

```
ans = 3
```

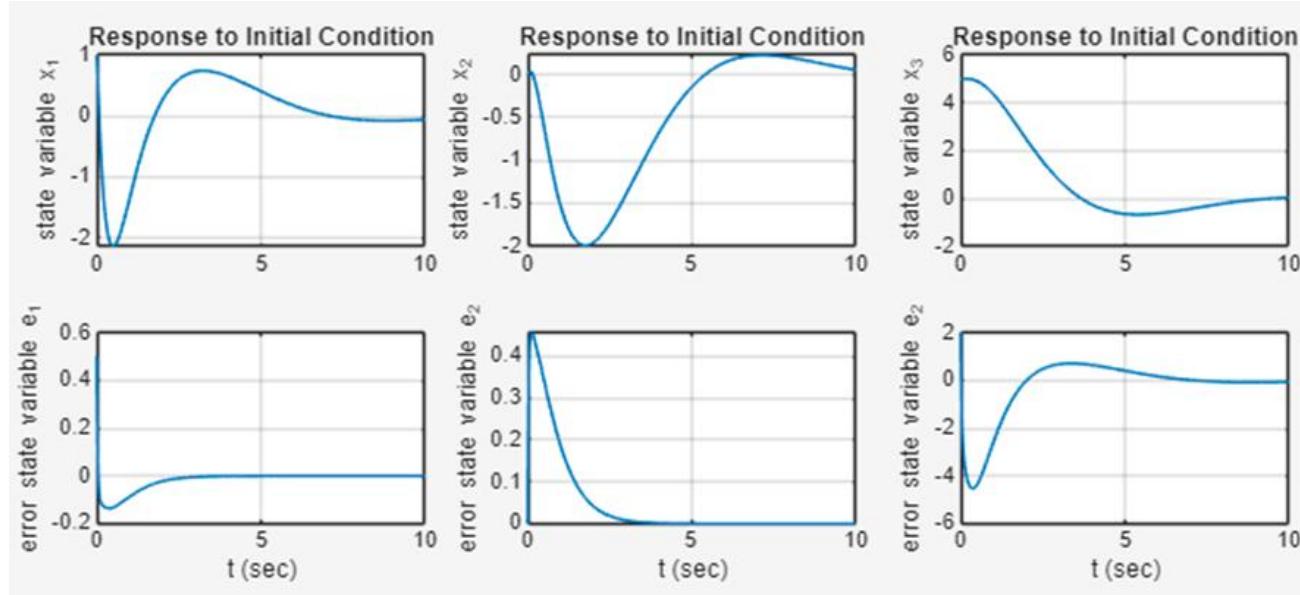
```
order(sys)
```

```
ans = 3
```

El orden y rango del sistema es el mismo que la matriz de observabilidad lo que significa que el sistema es observable.

**Problema 6. Diseñar un controlador-observador que use un observador de estados de orden completo y la matriz de ganancias de retroalimentación de los estados (K) obtenida en el Problema 4.**

$$L = [130.0174; -104.5150; 921.9714]$$



Como se muestra en la simulación, el observador funciona porque todas las variables llegan a cero

**Problema 7. Diseñar un controlador mediante el método del regulador lineal cuadrático (Linear Quadratic Regulator: LQR). Comentario: para este problema ver el ejemplo controladorobservadorordcompletoLQR.mlx**

```
% LQR
Q = C'*C; % Penaliza la salida
R = 1; % Penaliza el esfuerzo de control
K = lqr(A,B,Q,R)
```

$$K = \begin{matrix} 1 \times 3 \\ 0.6656 & 0.7134 & 0.1774 \end{matrix}$$

**Problema 8. Diseñar un controlador-observador que use un observador de estados de orden completo y la matriz de ganancias de retroalimentación de los estados (K) obtenida en el Problema 7. Comentario: para este problema ver el ejemplo controladorobservadorordcompletoLQR.mlx**

```
% Observador: ubicamos polos del observador 5 veces a la izquierda
desired_observer_poles = 5 * real(eig(A - B*K));
L = acker(A', C', desired_observer_poles)' % Transpuesto por convención
```

$$L = \begin{matrix} 3 \times 1 \\ 7.3224 \\ 0.9747 \\ 29.0999 \end{matrix}$$

```
% Sistema extendido: estados + estimador (orden 2n)
A_est = [(A - B*K) B*K;
          zeros(size(A)) (A - L*C)];
B_est = [B; zeros(size(B))];
```

```

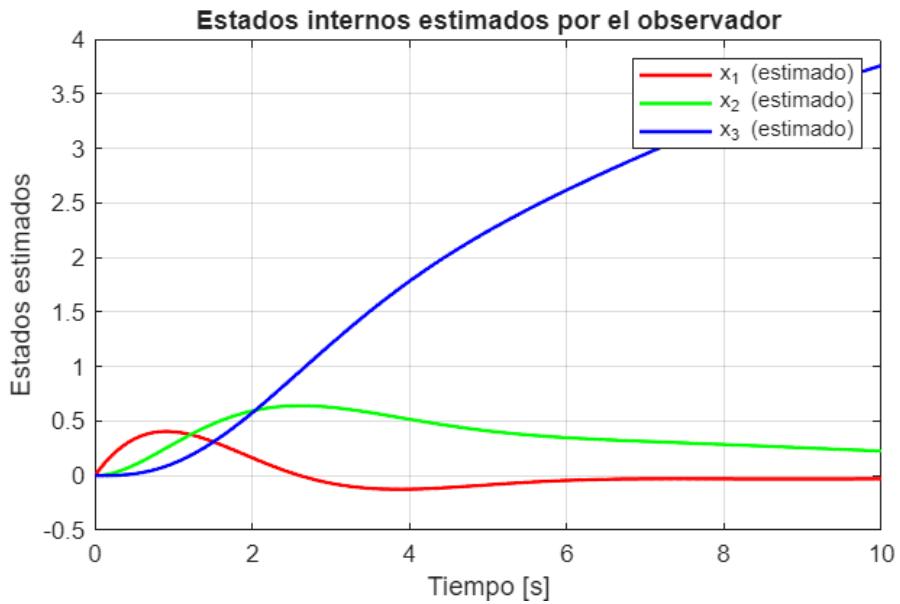
C_est = [C, zeros(size(C))];
D_est = D;

% Sistema en espacio de estados con observador + LQR
sys_obs_lqr = ss(A_est, B_est, C_est, D_est);

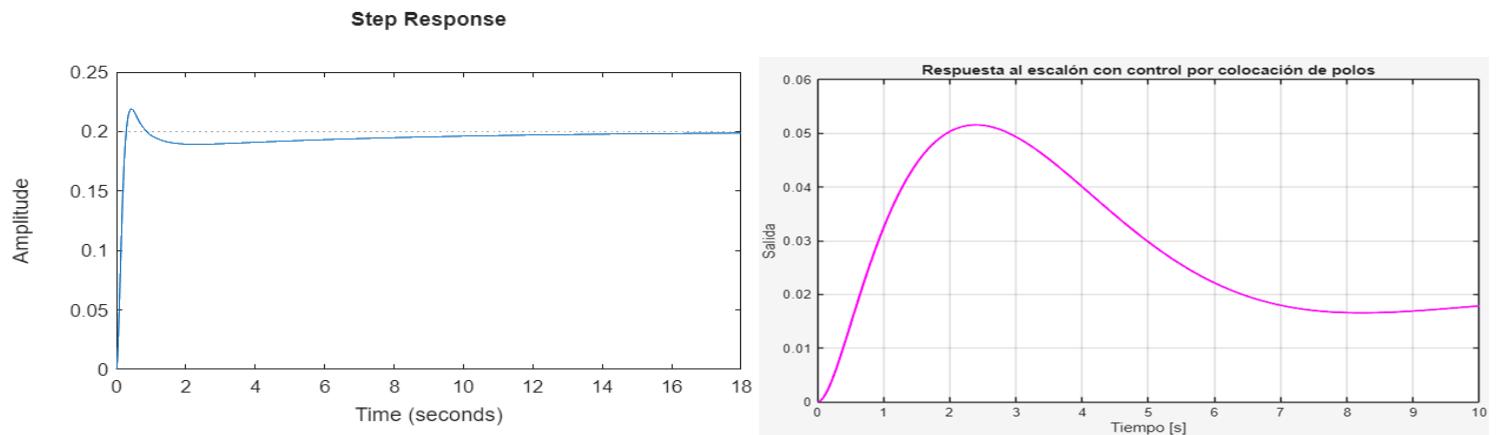
% Simulación
t = 0:0.01:10;
[y,t,x] = step(0.2 * sys_obs_lqr, t); % Entrada escalón de 0.2 rad

figure;
plot(t, x(:,1), 'r', 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(t, x(:,2), 'g', 'LineWidth', 1.5);
plot(t, x(:,3), 'b', 'LineWidth', 1.5);
legend('x_1 (estimado)', 'x_2 (estimado)', 'x_3 (estimado)')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Estados estimados')
title('Estados internos estimados por el observador')
grid on;

```

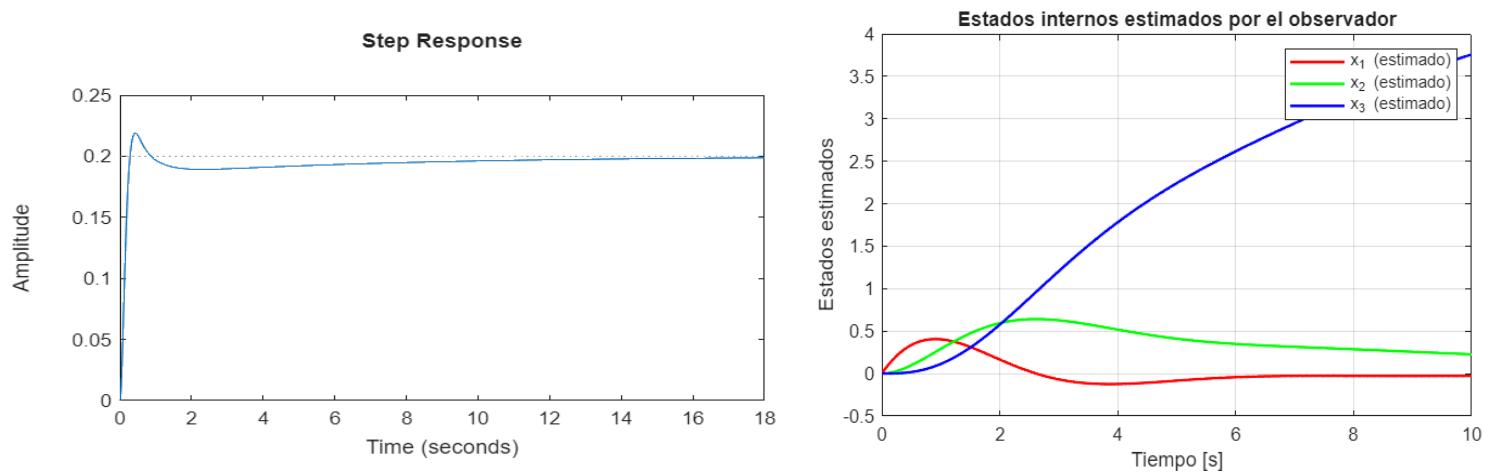


**Problema 9. Comparar gráficamente, el comportamiento de los sistemas de control obtenidos en el Problema 1 y en el Problema 4.**



El controlador que emplea una matriz de retroalimentación no logra alcanzar el estado deseado de forma efectiva. Por otro lado, el controlador de adelanto, diseñado con base en la respuesta en frecuencia, demuestra una mayor eficacia. Sin embargo, este último tiene una desventaja crucial: su polo está ubicado a una distancia considerable del origen, lo que podría hacerlo impráctico en un escenario real.

**Problema 10. Comparar gráficamente, el comportamiento de los sistemas de control obtenidos en el Problema 1 y en el Problema 7.**



Observamos que la salida (indicada en rojo) está mucho más estable que en el problema 4. La sobre elongación, si bien está muy cerca del límite, aún cumple con los requisitos de diseño. Notablemente, la transición es menos abrupta que la del problema 1. Esto se debe al esfuerzo de control aplicado por las matrices, que permite esta transición suave mientras el sistema se approxima al estado estacionario. Aunque toma un poco más de tiempo, el sistema permanece dentro de los parámetros deseados.