

Examen - 21 novembre 2008

Notes de cours autorisées

Exercice I (environ 20mn)**Question I**

1. Sur l’alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, donner : (a) un automate fini déterministe \mathcal{B} acceptant exactement l’ensemble M des mots sur Σ commençant par ba et se terminant par c , et (b) un automate fini déterministe \mathcal{C} acceptant exactement l’ensemble N des mots sur Σ ayant un nombre impair de b .

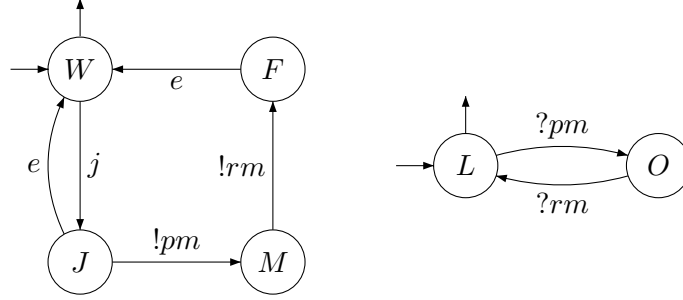
En déduire un automate fini déterministe acceptant l’intersection $M \cap N$.

2. Pour un mot w sur un alphabet Σ , on dit qu’un mot u est un préfixe de w si w “com-
mence” par u ou encore que u est un “début” de w , c’est-à-dire qu’il existe un mot v
tel que $w = uv$. Par exemple sur l’alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, le mot ba est un préfixe du
mot $babbc$. L’ensemble de tous les préfixes de $babbc$ est $\{\varepsilon, b, ba, bab, babb, babbc\}$.

On considère un automate fini $\mathcal{A} = (Q, Q_0, T, F)$ sur l’alphabet Σ et on note $L = L(\mathcal{A})$
l’ensemble des mots acceptés par \mathcal{A} . Comment pourrait-on modifier cet automate pour
accepter exactement l’ensemble de tous les préfixes des mots de L ? (essayer sur l’exemple
précédent avec $L = M \cap N$).

Exercice II

Dans cet exercice, on considère des travailleurs qui ont chacun un tournevis mais doivent se partager un marteau (les temps sont durs). Les systèmes de transitions suivants décrivent respectivement un travailleur (à gauche) et un marteau (à droite) :



Lorsqu'un travail arrive (j), soit le travailleur prend son tournevis et termine le travail (e), soit il a besoin du marteau, dans ce cas il le prend ($!pm$), puis le rend ($!rm$) et termine le travail (e). Le marteau, initialement dans l'état libre (L), passe dans l'état occupé (O) lorsqu'il a été pris par un travailleur ($?pm$) puis revient à son état initial lorsque le travailleur le repose ($?rm$).

On considère un système formé de deux travailleurs et d'un marteau, sur l'alphabet $\Sigma = \{j_1, e_1, j_2, e_2, !pm, !rm, ?pm, ?rm\}$, avec la fonction de synchronisation donnée par la table ci-dessous :

<i>travailleur1</i>	<i>travailleur2</i>	<i>marteau</i>	<i>produit</i>
j_1	—	—	j_1
—	j_2	—	j_2
e_1	—	—	e_1
—	e_2	—	e_2
$!pm$	—	$?pm$	ε
—	$!pm$	$?pm$	ε

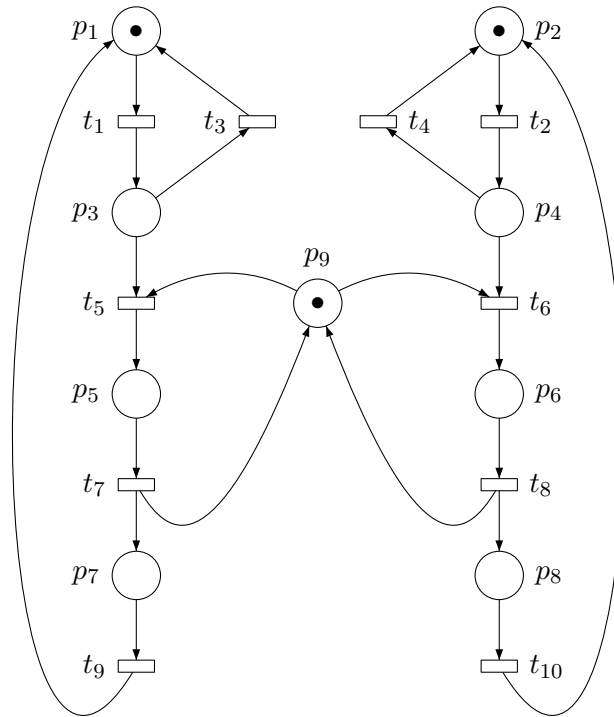
Question II

1. Représenter l'automate fini \mathcal{M} correspondant à ce système (prévoir de la place).
2. Construire un automate déterministe équivalent (pour les langages acceptés).

Les exercices de cette feuille sont à rendre sur une copie séparée

Exercice III

On considère le réseau de Petri suivant :



Question III

1. Expliquer comment ce réseau de Petri peut s'interpréter comme deux travailleurs possédant chacun un tournevis et se partageant un marteau. Comparer ce système avec celui de l'exercice précédent, en donnant les correspondances entre les transitions et les actions d'une part, et entre les états et les places d'autre part.
2. Dessiner le graphe des marquages associé en partant du marquage initial indiqué (prévoir aussi de la place). Que peut-on dire du système de transitions obtenu par comparaison avec l'automate \mathcal{M} de l'exercice II?
3. Expliquer comment modifier ce réseau de Petri pour que les travailleurs aient deux marteaux en commun (mais pas chacun le sien).

Exercice IV

L'algorithme de Dekker plante une section critique pour 2 processus A et B. L'algorithme 1 donne les initialisations des variables partagées et le code exécuté par le processus A. Le code exécuté par le processus B est symétrique.

Algorithm 1 Algorithme de Dekker

```
1: demA := false ;
2: demB := false ;
3: turn := A ;
4:
5: pseudo-code du processus A :
6: while true do
7:   demA := true ;
8:   while demB do
9:     if turn ≠ A then
10:      demA := false ;
11:      while turn ≠ A do
12:        end while
13:      demA := true ;
14:    end if
15:  end while
16:  Section Critique
17:  turn := B ;
18:  demA := false ;
19: end while
```

On veut modéliser cet algorithme au moyen d'un réseau de Petri coloré.

1. Quels sont les ensembles de couleurs utilisés dans ce modèle ? Quel est le domaine de couleur de la place *Dem* représentant les états des variables *demA* et *demB* ? Quel est le marquage initial de cette place ?
2. Représentez la partie du réseau de Petri coloré qui modélise l'exécution de l'instruction à la ligne 9.
3. Modélisez l'exécution de l'instruction à la ligne 10.
4. Donnez une modélisation en réseau de Petri ordinaire de cette même instruction.
5. Quelle propriété doit vérifier le réseau de Petri pour garantir que l'algorithme ne provoque pas d'interblocage ?
6. La vivacité du réseau garantit-elle que tout processus qui demande la section critique finira par l'obtenir ?