▷ Leistungsaufnahme

$$P(R) = U_0^2 \frac{R}{(R+R_i)^2}$$

$$P'(R) = U_0^2 \cdot \frac{1\cdot(R+R_i)^{\cancel{2}\,1} - R\cdot 2\cdot \cancel{(R+R_i)}}{(R+R_i)^{\cancel{4}\,3}} =$$

$$= U_0^2 \cdot \frac{R+R_i-2R}{(R+R_i)^3} = \underline{U_0^2 \cdot \frac{R_i-R}{(R+R_i)^3}}.$$

$$P''(R) = U_0^2 \cdot \frac{-1\cdot(R+R_i)^{\cancel{3}\,1} - (R_i-R)\cdot 3\cancel{(R+R_i)^2}}{(R+R_i)^{\cancel{6}\,4}} =$$

$$= U_0^2 \cdot \frac{-R-R_i-3R_i+3R}{(R+R_i)^4} = U_0^2 \cdot \frac{2R-4R_i}{(R+R_i)^4} =$$

$$\underline{= 2U_0^2 \frac{R-2R_i}{(R+R_i)^4}}.$$

$$P'(R) \overset{!}{=} 0: \quad U_0 \cdot \frac{R_i-R}{(R+R_i)^3} = 0 \quad | :U_0, \cdot (R+R_i)^3$$

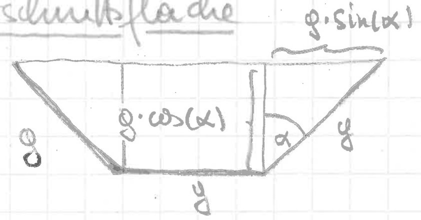
$$R_i - R = 0$$

$$\underline{R = R_i}.$$

$$P''(R_i) = 2U_0^2 \frac{R_i-2R_i}{(R_i+R_i)^4} = \underline{2\cdot U_0^2 \cdot \frac{-R_i}{(2R_i)^4} < 0}, \Rightarrow \underline{\text{rel. Max. bei } R = R_i}.$$

$$P(R_i) = U_0^2 \cdot \frac{R_i}{(R_i+R_i)^2} = U_0^2 \cdot \frac{R_i}{4R_i^2} = \underline{\frac{U_0^2}{4R_i}}.$$

▷ Querschnittsfläche



Fläche $A = \varrho \cdot \varrho \cos(\alpha) + 2 \cdot \frac{1}{2} \varrho \sin(\alpha) \cdot \varrho \cos(\alpha) =$

$= \varrho^2 \left(\cos(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \right)$

$$A' = \frac{dA}{d\varrho} = \varrho^2 \underbrace{\left[-\sin(\alpha) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \right]}_{} \stackrel{!}{=} 0$$

$$-\sin(\alpha) - \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 0$$

Verwende: $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha).$$

$$-\sin(\alpha) - \sin^2(\alpha) + 1 - \sin^2(\alpha) = 0$$

$$-2\sin^2(\alpha) - \sin(\alpha) + 1 = 0 \quad \Big| \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\sin^2(\alpha) + \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha) - \frac{1}{2} = 0$$

Setze $u := \sin(\alpha)$: $\quad u^2 + \frac{1}{2} \cdot u - \frac{1}{2} = 0$

quadr. Glg.: $\quad u_{1,2} = -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{2}} =$

$$= -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16}} =$$

$$= -\frac{1}{4} \pm \frac{3}{4} \quad \to u_1 = 1/2, \quad u_2 = -1$$

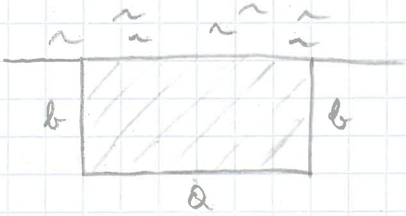
$u_1 = \frac{1}{2} = \sin(\alpha_1) \Rightarrow \underline{\alpha_1 = 30°.}$

$u_2 = -1 = \sin(\alpha_2) \Rightarrow \alpha_2 = -90°$ ist keine sinnvolle Lösung für das angewandte Problem.

$$A(\alpha_1 = 30°) = \varrho^2 \left(\cos(30°) + \cos(30°) \cdot \sin(30°) \right) =$$

$$= \varrho^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) = \underline{\varrho^2 \cdot \frac{3}{4} \sqrt{3}.}$$

▷ Extremwertaufgabe – Zaun:



Zaunlänge $L = 2b + a \stackrel{!}{=} 48\,m$

Flächeninhalt $A = a \cdot b$

$$A(a,b) = a \cdot b \underset{\uparrow}{=} (48-2b)\cdot b = 48b - 2b^2 = A(b)$$

$a = 48 - 2b$

$$A'(b) = 48 - 4b \stackrel{!}{=} 0$$

$$4b = 48$$

$$\underline{b = 12}\ , \quad \underline{a} = 48 - 2\cdot(12) = 48 - 24 = \underline{24}\,.$$

$$A_{max} = a \cdot b = 24 \cdot 12 = \underline{288\,m^2}.$$

▷ Taylor-Reihen

1.) $f(x) = \cos(x)$ bei $x_0 = \frac{\pi}{3} = 60°$, $f(x_0) = \frac{1}{2}$

$f'(x) = -\sin(x)$, $f'(x_0) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$f''(x) = -\cos(x)$, $f''(x_0) = -\frac{1}{2}$

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0) + \frac{1}{2} f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2 + \ldots$$

$$= \underline{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{4}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2 + \ldots}$$

2.) $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ bei $x_0 = 1$, $f(x_0) = \sqrt{1} = 1$

$f'(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$

$f''(x) = -\frac{1}{4} x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{4} x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4x\cdot\sqrt{x}}$, $f''(x_0) = -\frac{1}{4\cdot 1\sqrt{1}} = -\frac{1}{4}$

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0) + \frac{1}{2} f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2 + \ldots$$

$$= \underline{1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \ldots}$$

Limesberechnungen

1.) $$\lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos(x)} \quad \text{ist vom Typ} \quad \frac{e^0+e^{-0}-2}{1-\cos(0)} = \frac{1+1-2}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}\cdot(-1)}{\sin(x)} \quad \text{ist vom Typ} \quad \frac{e^0-e^{-0}}{\sin(0)} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}}{\cos(x)} = \frac{e^0+e^{-0}}{\cos(0)} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = \underline{2}.$$

de l'Hospital

Einsetzen von $x=0$ nun möglich.

2.) $$\lim_{x\to 0} \frac{2\cos(x)+e^x+e^{-x}-4}{x^4} \quad \text{ist vom Typ} \quad \frac{2\cdot\cos(0)+e^0+e^{-0}-4}{0^4} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-2\sin(x)+e^x-e^{-x}}{4x^3} \quad \text{ist vom Typ} \quad \frac{0+1-1}{0} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-2\cos(x)+e^x+e^{-x}}{12x^2} \quad \text{— " —} \quad \frac{-2+1+1}{0} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\sin(x)+e^x-e^{-x}}{24x} \quad \text{— " —} \quad \frac{0+1-1}{0} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\cos(x)+e^x+e^{-x}}{24} = \frac{2+1+1}{24} = \frac{4}{24} = \underline{\frac{1}{6}}.$$

3.) $$\lim_{x\to 1} \frac{x^x-x}{1-x+\ln(x)} \quad \text{ist vom Typ} \quad \frac{1^1-1}{1-1+\ln(1)} = \frac{0}{0}, \quad \text{Verwende } x^x = \left(e^{\ln(x)}\right)^x = e^{x\cdot\ln(x)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{e^{x\cdot\ln(x)}\cdot\left(1\cdot\ln(x)+x\cdot\frac{1}{x}\right)-1}{-1+\frac{1}{x}} \quad \text{ist vom Typ} \quad \frac{1^1\cdot(0+1)-1}{-1+1} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x^x\cdot(\ln(x)+1)^2+x^x\cdot\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \frac{1^1\cdot(0+1)^2+1^1\cdot\frac{1}{1}}{-\frac{1}{1}} = \frac{2}{-1} = \underline{-2}.$$

D <u>Wurfparabel</u>

$$s(t) = \begin{pmatrix} v_x \cdot t \\ v_y \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}$$

1.) In x-Richtung gleichförmige Bewegung mit Geschwindigkeit v_x.
In y-Richtung Überlagerung einer gleichförmigen Bewegung mit Geschwindigkeit v_y und einer Fallbewegung mit Beschleunigung g.

2.) $$s'(t) = \begin{pmatrix} [v_x \cdot t]' \\ [v_y \cdot t - \frac{1}{2} g t^2]' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y - g \cdot t \end{pmatrix} \text{ ... Geschwindigkeit}$$

$$s''(t) = \begin{pmatrix} [v_x]' \\ [v_y - g \cdot t]' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \text{ ... Beschleunigung}$$

3.) Plot: siehe Anhang.