

Aufgabe 1

Aussagen über Zahlen

Lösungserwartung:

Jede reelle Zahl ist eine komplexe Zahl.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede natürliche Zahl ist eine reelle Zahl.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 2

Lösungen einer quadratischen Gleichung

Lösungserwartung:

①	
keine reelle Lösung	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$\frac{p^2}{4} + 3 < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.*

* Anmerkung zum Lösungsschlüssel: Die konkrete Form der Diskriminante lässt einen negativen Wert nicht auftreten. Formal-logisch folgt daraus, dass alle drei Satzteile aus der ersten Tabelle mit dem mittleren Satzteil der zweiten Tabelle vereinbar sind. Diese drei Kombinationen sind daher als korrekt zu werten.

Aufgabe 3

Gleichungssystem

Lösungserwartung:

$$b = \frac{9}{2} \approx 4,5$$

$$c = \frac{21}{2} \approx 10,5$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der korrekten Werte von b und c . Andere korrekte Schreibweisen der Ergebnisse sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 4

Normalvektoren

Lösungserwartung:

$$z_b = -9$$

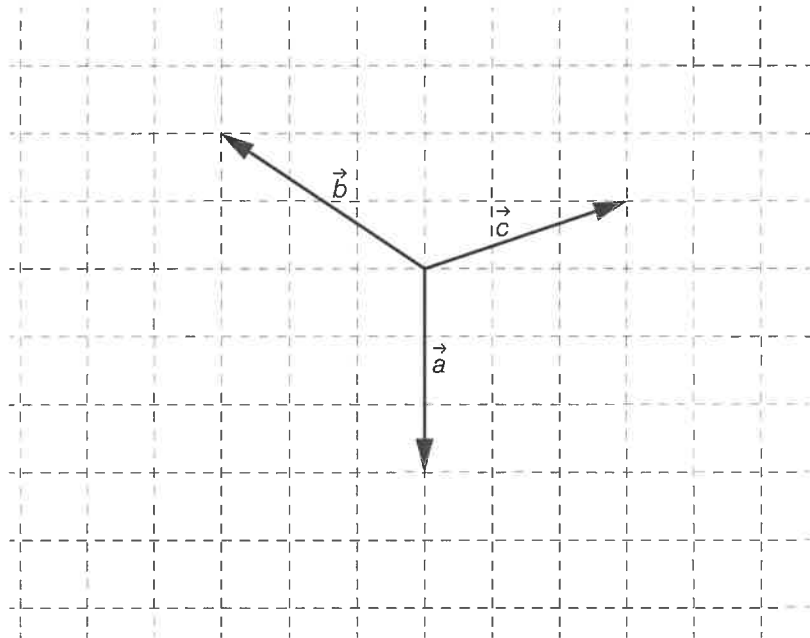
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 5

Vektoren in der Ebene

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Darstellung von \vec{c} , wobei der gesuchte Vektor auch von anderen Ausgangspunkten aus gezeichnet werden kann.

Aufgabe 6

Standseilbahn Salzburg

Lösungserwartung:

$$\sin(\alpha) = \frac{96,6}{198,5} \Rightarrow \alpha \approx 29,12^\circ$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit *Grad* nicht angeführt sein muss. Eine korrekte Angabe in einer anderen Einheit ist ebenfalls als richtig zu werten.

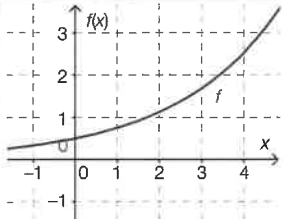
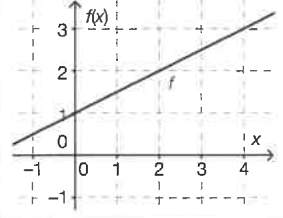
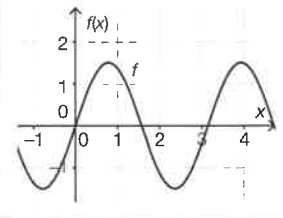
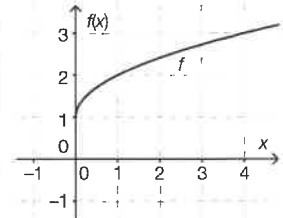
Toleranzintervall: $[29^\circ; 30^\circ]$

Aufgabe 7

Funktionstypen

Lösungserwartung:

$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	E
$f(x) = a \cdot b^x$	A
$f(x) = a \cdot \sqrt{x} + b$	F
$f(x) = a \cdot x + b$	B

A	
B	
E	
F	

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jeder der vier Funktionsgleichungen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist.

Aufgabe 8

Gleichung einer Funktion

Lösungserwartung:

$$f(x) = -2x + 12$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 9

Parameter reeller Funktionen

Lösungserwartung:

$b > d$	<input checked="" type="checkbox"/>
$a > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 10

Exponentialfunktion

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$f(x) = c \cdot a^x \Rightarrow f(0) = c = 12$$

$$f(4) = 12 \cdot a^4 = 192 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 12 \cdot 2^x$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind als richtig zu werten.

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Aufgabe 11

Eigenschaften einer Exponentialfunktion

Lösungserwartung:

Die Funktion f ist im Intervall $[0; 5]$ streng monoton steigend.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Funktionswert $f(x)$ ist positiv für alle $x \in \mathbb{R}$.	<input checked="" type="checkbox"/>
Wenn man den Wert des Arguments x um 1 vergrößert, wird der zugehörige Funktionswert um 97 % größer.	<input checked="" type="checkbox"/>

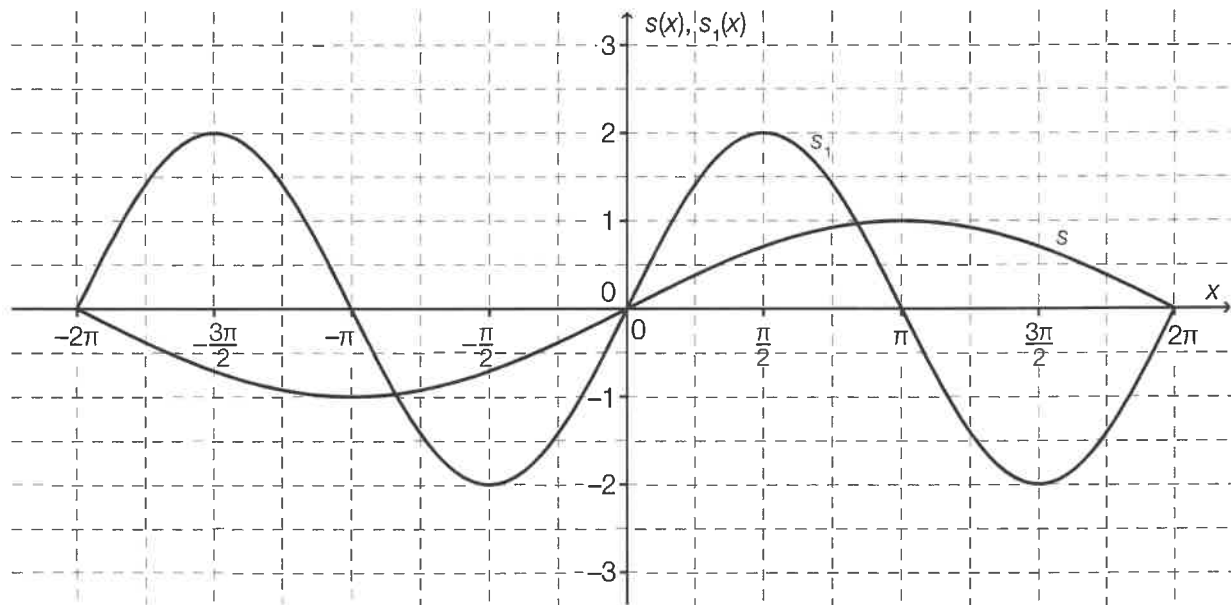
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 12

Parameter einer Sinusfunktion

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Skizze, wobei der Verlauf des Graphen der Funktion s_1 mit der Funktionsgleichung $s_1(x) = 2 \cdot \sin(x)$ erkennbar sein muss.

Aufgabe 13

Mittlere Geschwindigkeit

Lösungserwartung:

Die mittlere Geschwindigkeit des Körpers im Zeitintervall [2 s; 4 s] beträgt ca. 20 m/s.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit nicht angeführt sein muss.

Toleranzintervall: [19 m/s; 21 m/s]

Aufgabe 14

Reelle Funktion

Lösungserwartung:

$$f'(x) = 12x^2 - 4x + 5$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' . Äquivalente Funktionsgleichungen sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 15

Sinusfunktion und Cosinusfunktion

Lösungserwartung:

$f'(x) = g(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Gleichung angekreuzt ist.

Aufgabe 16

Differenzieren einer Exponentialfunktion

Lösungserwartung:

$$\lambda = -0,5$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Toleranzintervall: $[-0,55; -0,45]$

Aufgabe 17

Stammfunktion

Lösungserwartung:

$F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

Aufgabe 18

Flächeninhaltsberechnung

Lösungserwartung:

$A = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx + \left \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx \right $	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Gleichungen angekreuzt sind.

19) $A(2, -1, 7), B(2, -3, 1), C(3, 0, 6), S(-6, 3, -1)$

1) $\vec{r}_1 = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} \wedge \vec{r}_2 = \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \varepsilon: 4x - 3y + z = 8 + 3 + 7 = 18$

2) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$g \cap \varepsilon: 4(-6 + 4t) - 3(3 - 3t) - 1 + t = 18$

$-24 + 16t - 9 + 9t - 1 + t = 18$

$26t = 52 \quad t = 2$

3) $\vec{AS} = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\cos \angle AS = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| \left| \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} \right|} = \frac{-16 - 4 - 16}{\sqrt{9} \sqrt{26}} = \frac{-36}{3\sqrt{26}} = -\frac{12}{\sqrt{26}}$

$d = 2 \left| \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = 2 \sqrt{16 + 9 + 1} = 2\sqrt{26} \approx 10,2$

$\angle AS = 58,19^\circ$

20) a) $-x^2 + 2x + 3 = 2x + 2$

$-x^2 + 1 = 0$

$x_{1/2} = \pm 1 \quad x_{\text{min}} = 4,0$

$\frac{S_1(1,4)}{S_2(-1,0)} = 1$

b) $y' = -2x + 2 = 0$

$x = 1$

$y' = -2 \Rightarrow \underline{LP(1,4)} \quad 1$

c) $\int_{-1}^1 -x^2 + 2x + 3 - 2x - 2 dx = \int_{-1}^1 -x^2 + 1 dx = -\frac{x^3}{3} + x \Big|_{-1}^1 = -\frac{1}{3} + 1 - \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad 2$

21) $A = \frac{1}{2} 4 (\cos \alpha \sin \alpha) = 2 \cos \alpha \sin \alpha \quad 1$

$A' = 2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 0 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \sin \alpha \quad \alpha = 45^\circ$
 $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

22) 1) $\frac{5-3x}{x+2} \geq 2$

$x+2 < 0 \Rightarrow x < -2 \quad x+2 \geq 0$

$5-3x \leq 2x+4 \quad 5-3x \geq 2x+4$

$1 \leq 5x$

$1 \geq 5x$

$x \geq \frac{1}{5}$

$x \leq \frac{1}{5}$

$\left[\frac{1}{5}, 2\right)$

\emptyset

2) $\ln x^3 - 2 \ln(x-1) = 0$

$3 \ln x - 2 \ln(x-1) = 1$

$\ln x = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \ln(x-1)$

$x = e$

1

3) $\sqrt{3x+4} = x$

$3x+4 = x^2$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$x_{1/2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9+16}{4}} =$

$= \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$

Probe: $\sqrt{3 \cdot 4 + 4} = \sqrt{16} = 4 \neq 4 \quad \checkmark$

$\sqrt{-3+4} = \sqrt{1} = 1 \neq -1$

$\underline{L = \{4\}} \quad 1$

23) $y \dots$ Netto Speiser
 $x \dots$ Netto Gehälter

$x+y = 4223,92$

$1,2x + 1,1y = 4778,40$

$1,1x + 1,1y = 4661,312$

$0,1x = 132,08$

$\underline{1x = 1320,88}$

$\underline{y = 2903,04} \quad 1$

24) $4 = a + b + c$

$3 = 4a + 2b + c$

$-5 = 4a - 2b + c$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -13 \\ 0 & -6 & -3 & -21 \end{pmatrix} \quad -3II$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -13 \\ 0 & 0 & 6 & 18 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \quad -4I$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -13 \\ 0 & -6 & -3 & -21 \end{pmatrix} \quad -4II$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -13 \\ 0 & 0 & 6 & 18 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -13 \\ 0 & 0 & 6 & 18 \end{pmatrix}$

$c = 3$

$-2b = -3 + c = -4 \quad b = 2$

$a = 4 - 2 - 3 = -1$

$\underline{f(x) = -x^2 + 2x + 3} \quad 2$

$f'(x) = -2x + 2$

