

# Lin Alg 19.03.25

1)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{matrix}$$

II - (2·I):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

III - (3·I):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

II/3 & IV/5:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

III - II:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

III - (2·II):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Rang von A ist 3.}$$

3)

Der große Unterschied entsteht durch schlechte Konditionierung der Koeffizientenmatrix. Durch kleine Änderungen von  $b$  sind die beiden LGS beinahe parallel  $\rightarrow$  somit ~~ist die Lösung~~ kommt es zu großen Änderungen in der Lösung.



4)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ 4 & -3 & 8 \end{pmatrix} \quad 3 \times 3$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \quad 3 \times 2$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad 3 \times 1$$

$$\underline{AB} \quad (= 3 \times 2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ 4 & -3 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 0 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 7 \\ 0 \cdot 1 + (-5) \cdot 0 + 4 \cdot 3 & 0 \cdot 2 + (-5) \cdot 4 + 4 \cdot 7 \\ 4 \cdot 1 + (-3) \cdot 0 + 8 \cdot 3 & 4 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 + 8 \cdot 7 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{AB = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 12 & 8 \\ 28 & 52 \end{pmatrix}}}$$

$$\underline{BA}$$

Ist nicht definiert, da die Anzahlen Spalten nicht übereinstimmt.

$$\underline{B^T A}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$B^T A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ 4 & -3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B^T A = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 3 \cdot 4 & 1 \cdot (-2) + 0 \cdot (-5) + 3 \cdot (-3) & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 4 + 3 \cdot 8 \\ 2 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 7 \cdot 4 & 2 \cdot (-2) + 4 \cdot (-5) + 7 \cdot (-3) & 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 7 \cdot 8 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{B^T A = \begin{pmatrix} 13 & -11 & 27 \\ 30 & -45 & 78 \end{pmatrix}}}$$

$$\underline{C^T B} \quad (= 1 \times 2)$$

$$C^T = (1 \quad 2 \quad 3)$$

$$C^T B = (1 \quad 2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = (1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 \quad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7)$$

$$\underline{\underline{C^T B = (10 \quad 31)}}$$



4)

$$\underline{c^T \cdot (B \cdot B^T + A) \cdot c}$$

$$\underline{c^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}}$$

$$\underline{B^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}}$$

$$B B^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$B B^T = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 7 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 2 & 0 \cdot 0 + 4 \cdot 4 & 0 \cdot 3 + 4 \cdot 7 \\ 3 \cdot 1 + 7 \cdot 2 & 3 \cdot 0 + 7 \cdot 4 & 3 \cdot 3 + 7 \cdot 7 \end{pmatrix}$$

$$\underline{B B^T = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 17 \\ 8 & 16 & 28 \\ 17 & 28 & 58 \end{pmatrix}}$$

$$B B^T + A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 17 \\ 8 & 16 & 28 \\ 17 & 28 & 58 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ 4 & -3 & 7 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 6 & 6 & 20 \\ 8 & 11 & 32 \\ 21 & 25 & 65 \end{pmatrix}}}$$

$$c^T \cdot (B B^T + A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 6 & 20 \\ 8 & 11 & 32 \\ 21 & 25 & 65 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 21 & 1 \cdot 6 + 2 \cdot 11 + 3 \cdot 25 & 1 \cdot 20 + 2 \cdot 32 + 3 \cdot 65 \end{pmatrix}$$

$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} 85 & 103 & 282 \end{pmatrix}}}$$

$$\begin{pmatrix} 85 & 103 & 282 \end{pmatrix} \cdot c = \begin{pmatrix} 85 & 103 & 282 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

$$= 85 \cdot 1 + 103 \cdot 2 + 282 \cdot 3 = \underline{\underline{1137}}$$



5)

	A	B	C	D	Hub
A	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	1
Hub	1	1	1	1	0

$$3 \cdot (A + B \cdot C) \cdot D$$