

# Ingenieurmathematik - Übungen 3

Klaus Rheinberger, FH Vorarlberg

11. Oktober 2024

## 1 Winkel

1. Welchen Winkel schließen die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$  miteinander ein?
2. Zeigen Sie, dass die drei Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $c = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$  ein rechtwinkliges Dreieck bilden. Welche Vektoren sind Katheten, und welcher Vektor ist die Hypotenuse?

*Quelle:* (Papula 2018) Kapitel II, Abschnitt 2+3, Aufgaben 11b und 15

## 2 Orthonormiertes System

Zeigen Sie: Die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  bilden ein orthonormiertes System, d. h. die Vektoren stehen paarweise senkrecht aufeinander und besitzen jeweils die Länge 1.

*Quelle:* (Papula 2018) Kapitel II, Abschnitt 2-3, Aufgabe 14

## 3 Volumen

Bestimmen Sie das Volumen des von den Vektoren  $a = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$  und  $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}$  gebildeten Parallelepipeds (=Spats).

*Quelle:* (Papula 2018) Kapitel II, Abschnitt 2+3, Aufgabe 28

## 4 Lineare Abhängigkeit

Zeigen Sie: Die Vektoren sind linear abhängig:  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

*Quelle:* (Papula 2018) Kapitel II, Abschnitt 2-3, Aufgabe 31

## 5 Gerade und Ebene

Gegeben sind eine Gerade  $g$  und eine Ebene  $E$ :

$$g : X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$E : 2x + y + z = 1$$

1. Zeigen Sie, ohne einen Schnittpunkt zu berechnen, dass sich die Gerade und die Ebene schneiden.
2. Berechnen Sie den Schnittpunkt sowie den Schnittwinkel.

*Quelle:* (Papula 2018) Kapitel II, Abschnitt 4, Aufgabe 23:

## 6 Gerade und Ebene

Eine Ebene enthält den Punkt  $P = (2, 1, 8)$  und hat den Normalvektor  $n = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

1. Zeigen Sie, dass die Gerade  $g : X = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  zu dieser Ebene parallel ist.
2. Wie groß ist der Abstand zwischen Gerade und Ebene?

## Literatur

Papula, Lothar. 2018. *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 1: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium*. 15., überarb. Aufl. Wiesbaden Heidelberg: Springer Vieweg.