LinAlg - Übung 5

1. Quadratisches LGS

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 8 \\ -2 & -7 & 1 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow 3\times 3 \text{ Matrix}$$

$$\det(A) = 2\cdot(-7)\cdot 7 + (-5)\cdot 1\cdot 4 + 8\cdot(-2)\cdot 2 - 8\cdot(-7)\cdot 4 - (-5)\cdot(-2)\cdot 7 - 2\cdot 1\cdot 2$$
$$= -98 - 20 - 32 + 224 - 70 - 4 = \underline{\underline{0}}$$

die $\det(A) = 0$, das heißt, dass das LGS unendlich viele oder keine Lösung hat. Da das LGS homogen ist hat das LGS unendlich viele Lösungen.

2. Inverse Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0{,}5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = 1\cdot 3 - 2\cdot 0{,}5 = \underline{\underline{2 \rightarrow \neq 0}}$$ Matrix ist regulär

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -0{,}5 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1{,}5 & -1 \\ -0{,}25 & 0{,}5 \end{pmatrix}}}$$

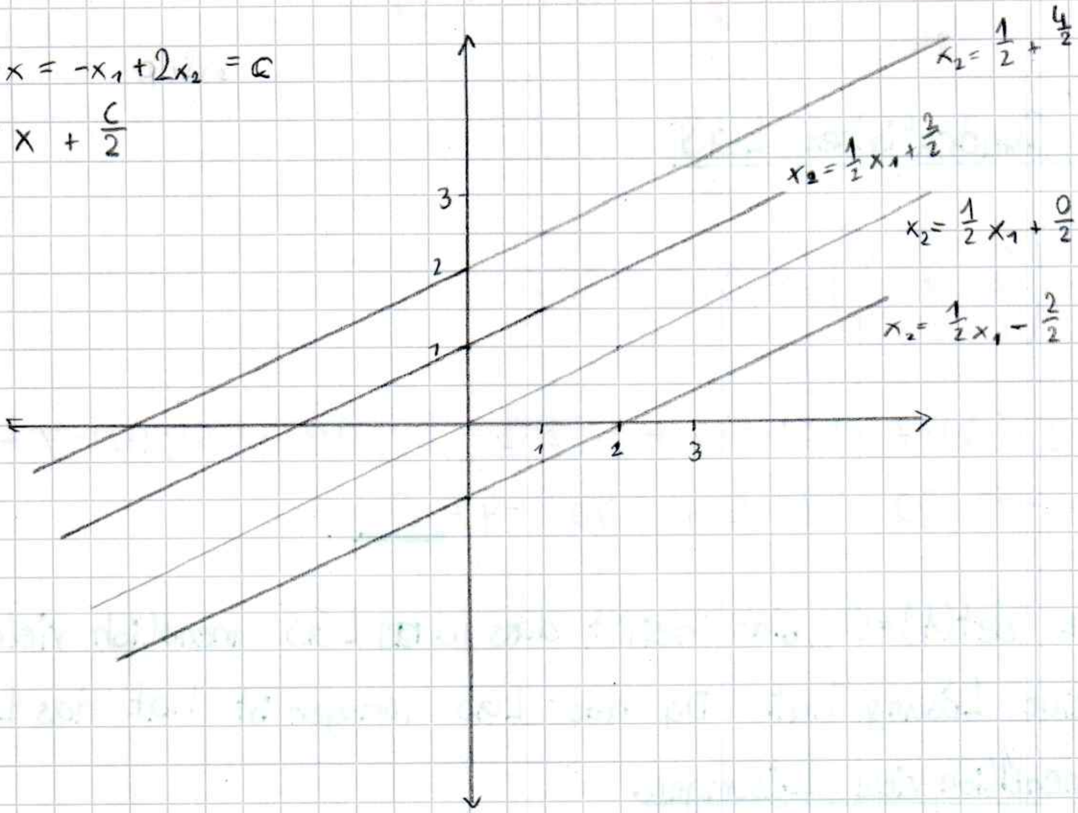
$$A\cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0{,}5 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1{,}5 & -1 \\ -0{,}25 & 0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 1{,}5 + 2\cdot(-0{,}25) & 1\cdot(-1) + 2\cdot 0{,}5 \\ 0{,}5\cdot 1{,}5 + 3\cdot(-0{,}25) & 0{,}5\cdot(-1) + 3\cdot 0{,}5 \end{pmatrix}$$
$$= \underline{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$A^{-1}A = \begin{pmatrix} 1{,}5 & -1 \\ -0{,}25 & 0{,}5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0{,}5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}5\cdot 1 + (-1)\cdot 0{,}5 & 1{,}5\cdot 2 + (-1)\cdot 3 \\ -0{,}25\cdot 1 + 0{,}5\cdot 0{,}5 & -0{,}25\cdot 2 + 0{,}5\cdot 3 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

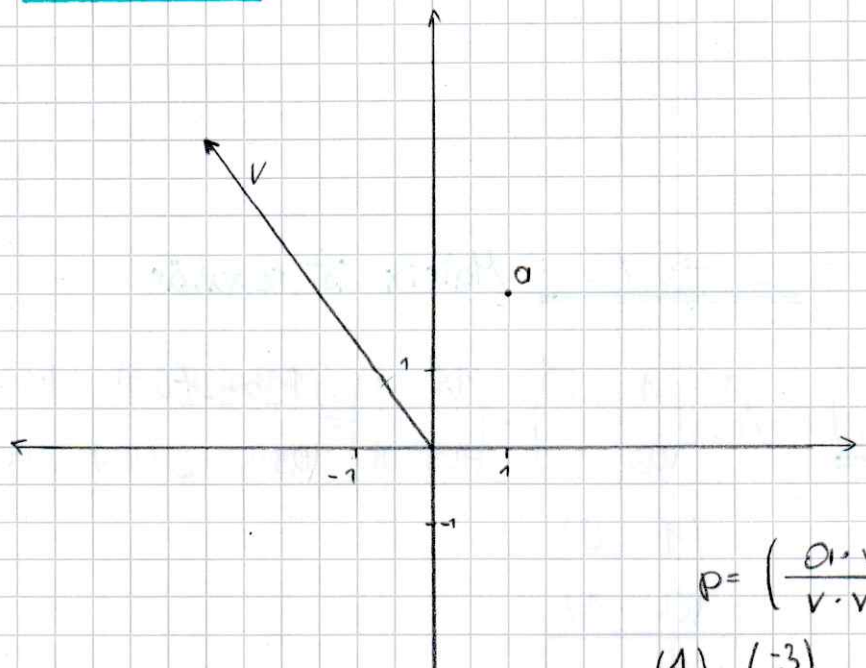
3. Konturlinien einer linearen Abbildung

$f(x) = a^T \cdot x = -x_1 + 2x_2 = c$

$f(x) = \frac{1}{2} x + \frac{c}{2}$



4. Projektion



1. Die Schätzung der orthogonalen Projektion von Punkt a auf v liegt ca bei (-0,6 , 0,8).

$$p = \left(\frac{a \cdot v}{v \cdot v} \right) \cdot v$$

$$a \cdot v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 \cdot -3 + 2 \cdot 4 = 5$$

$$v \cdot v = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = (-3) \cdot (-3) + 4 \cdot 4 = 25$$

$$p = \frac{5}{25} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \cdot \frac{5}{25} \\ 4 \cdot \frac{5}{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} -0,6 \\ 0,8 \end{pmatrix}$$