Physik - Seminar 2

1. geg.:

$$(v_{rms})^2 := \int_0^\infty v^2 f(v)\, dv$$

$$E(\alpha) := \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v^2}\, dv = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

ges.: v_{rms}

$$f(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

m = Masse
k = Boltzmann-Konstante
T = absolute Temperatur
v = Geschw.

$$v_{rms}^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty v^4 e^{\frac{-mv^2}{2kT}}\, dv$$

↓

Substitution $x = \frac{mv^2}{2kT}$

$$v^2 = \frac{2kT}{m} x$$

$$dv = \sqrt{\frac{kT}{2m}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$v_{rms}^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{2kT}{m}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot \int_0^\infty x^2 e^{-x}\, dx$$

Vereinfachen

$$v_{rms}^2 = \left(\frac{2kT}{m}\right) \cdot \frac{4\pi}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \cdot \underbrace{\int_0^\infty x^2 e^{-x}\, dx}_{= 2! \to 2}$$

$$v_{rms}^2 = \frac{3kT}{m}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

5. ges.: $W_a \hat{=} 4{,}5\ eV \Rightarrow (1\,eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J)$

Elektronenverhalten ⇒ ideales Gas
↓
Maxwell-Boltzmann-Verteilung anwendbar

ges.: Mindestgeschwindigkeit v_0

a)

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_e v_0^2$ muss mindestens Wa sein

$$v_0 = \sqrt{\frac{2W_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-19}}{9{,}01 \cdot 10^{-31}}} = \underline{\underline{1{,}26 \cdot 10^{6}\ m/s}}$$

b)

$$x(v > v_0) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{W_a}{kT}}\ \exp\left[-\frac{W_a}{kT}\right]$$

$W_a = 7{,}2 \cdot 10^{-19}\ J$

$k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J/K$

$T_1 = 300\ K$

$T_2 = 1500\ K$

Für T_1:

$x(v > v_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot 13{,}19 \cdot e^{-173{,}91}$

$\underline{\underline{x = 4{,}411 \cdot 10^{-75}}}$

Für T_2:

$x(v > v_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot 5{,}9\, e^{-34{,}78}$

$\underline{\underline{x = 5{,}2305 \cdot 10^{-15}}}$

6.

a) $pV = N k_B T$

$p = 1{,}01 \cdot 10^{5}\ Pa$

$T = 273{,}15\ K$

$k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J/K$

Molare Volumen = $V_m = \frac{RT}{p}$

$R = N_A k_B = 8{,}314\ J/mol$

$V_m = 0{,}0224\ m^3$

$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$

$V_{Molekül} = \frac{V_m}{N_A} = 3{,}72 \cdot 10^{-26}\ m^3$

6.

b) $V_{Eigen} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 = 4{,}19 \cdot 10^{-33}\ m^3$

$\frac{V_{Molekül}}{V_{Eigen}} = \frac{3{,}72 \cdot 10^{-26}}{4{,}19 \cdot 10^{-23}} = \underline{8{,}88 \cdot 10^{6}}$

Die Annahme, dass das Eigenvolumen vernachlässigbar ist, ist gerechtfertigt

c) Formel von b) aber mit $d = 0{,}04$

$V_{Eigen} = 3{,}35 \cdot 10^{-5}\ m^3$

$a = \sqrt[3]{V_{Molekül}} = \sqrt[3]{3{,}72 \cdot 10^{-26}} = \underline{3{,}37 \cdot 10^{-9}\ m}$

$\text{Abstand} = 3{,}37 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0{,}04}{0{,}2 \cdot 10^{-9}} = \underline{0{,}675\ m}$

8.

$c = \lambda v$ $\qquad \lambda = 345\ nm \mathrel{\hat{=}} 345 \cdot 10^{-9}$

$c = 3 \cdot 10^{8}\ m/s$ $\qquad h = 4{,}136 \cdot 10^{-15}\ eV/s$

$v = \frac{c}{\lambda} = 8{,}695 \cdot 10^{14}$

$E = h \cdot v = 4{,}136 \cdot 10^{-15} \cdot 8{,}695 \cdot 10^{14} = \underline{3{,}5965\ eV}$

11. geg.: $T = 300\ K$ $\qquad N = 10^{6}$

$m = 4u \mathrel{\hat{=}} 4 \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\ kg$

$k_B = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\ J/K$

a) = $v_p = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}} = \underline{1116{,}801149\ m/s}$

b) $f(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi \cdot k_B \cdot T}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m v^2}{2 k_B T}}$

$N_{int} = N \cdot f(v) \cdot \Delta v$

$\underline{N_{int} = 29{,}735}$

$v = v_p$ (von a)
$\Delta v = 40\ m/s$

11. c) gleiche Rechnung wie b) nur $v = 10\, v_p$

$\underline{\underline{N_{int} = 3{,}01 \cdot 10^{-37}}}$

12. Die Zustandsänderung entspricht einer isothermen Kompression. → Die Temperatur bleibt konstant, Entropieänderung ist proportional zur logarithmischen Änderung der Temperatur.

20. Würfel: 6 Seiten → 36 Mögliche Ergebnisse

a) Summe 7

↳ (1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1) ← 6 Kombinationen

günstige Kombinationen

$P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{16{,}67\%}}$

mögliche Kombinationen

b) Summe 11

↳ (5,6) (6,5) ← 2 Kombinationen

$P(11) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{5{,}56\%}}$

c) Summe 5

↳ (1,4) (2,3) (3,2) (4,1) ← 4 Kombinationen

$P(5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{11{,}11\%}}$

23. a)

$$\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\,\pi \cdot d^2 p} = \underline{\underline{9{,}34 \cdot 10^{-8}\,m}}$$

$$b = \tau = \frac{\lambda}{v} = \underline{\underline{6{,}6\,137 \cdot 10^{-22}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi \cdot m}} = 1{,}4122184 \cdot 10^{14}$$

27. L = Strahlungsleistung

R = Radius des Sterns

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$

T = Oberflächentemp.

Sonne:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Strahlungs Verhältnis

$$\frac{L_{Betei}}{L} = \frac{104}{1}$$

$$\frac{L_B}{L} = \frac{R_B^2 \cdot T_B^4}{R^2 \cdot T^4}$$

$$R_B = R \cdot \sqrt{\frac{L_B}{L} \cdot \frac{T^4}{T_B^4}} = \underline{\underline{2{,}85545 \cdot 10^{10}}}$$

34. a)

$$P = \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta T}{d} = \underline{\underline{1792\ W}}$$

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 20K$$

b) $N = \frac{P}{100W} = \underline{\underline{17{,}92}}$