

Ingenieurmathematik - Übungen 4

Klaus Rheinberger, FH Vorarlberg

18. Oktober 2024

1 Rechnen im Vektorraum

Gegeben sind die Vektoren $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $v = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1. Berechnen Sie $-v$, $-2v$, $u + v$, $u - v$ und $u - 2v$.
2. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse grafisch.

2 Vektorgleichung und lineares Gleichungssystem

Welchem linearen Gleichungssystem entspricht die Vektorgleichung

$$x \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ -5 \end{pmatrix},$$

und bestimmen Sie seine Lösungsmenge.

3 Linearkombination

Schreiben Sie den Vektor $v = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ als eine Linearkombination von zwei Vektoren, von denen einer auf der Geraden $y = \frac{x}{2}$ und der andere auf der Geraden $y = 2x$ liegt. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis grafisch.

4 Ebenengleichung

Berechnen Sie die Gleichung jener Ebene, die alle drei Koordinatenachsen im selben Abstand vom Ursprung schneidet und durch den Punkt $P = (3, -4, 7)$ geht.

5 Abstand zweier Ebenen

Zeigen Sie, dass die folgenden beiden Ebenen parallel sind, und berechnen Sie ihren Abstand.

$$E_1 : \text{Punkt } P_1 = (3, 5, 6), \text{Normalvektor } n_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E_2 : \text{Punkt } P_2 = (1, 5, -2), \text{Normalvektor } n_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

6 Normalvektor und Ebene

Ein Normalvektor schließt mit der x -Achse einen Winkel von 60° ein und mit der y -Achse einen Winkel von 70° . Der Winkel mit der z -Achse liegt zwischen 0° und 90° .

1. Berechnen Sie den Normalvektor.
2. Bestimmen Sie die Ebene mit diesem Normalvektor, die den Punkt $P = (1, 1, 1)$ enthält.