Notizen zu SBL 6: Mathe 1

Kapitel

Gleichungen

In diesem Dokument finden Sie alle Rechenaufgaben, die in der Lehrveranstaltung an der Tafel vorgerechnet werden. Jede Rechenaufgabe dient dazu, das Prinzip, welches auf der Folie beschrieben ist, anschaulich zu erklären. Versuchen Sie bitte die Einzelschritte nachzuvollziehen und jeweils mit den beschriebenen Rechenregeln zu vergleichen.

Bei Fragen benutzen Sie bitte das Forum, welches Sie im Ilias finden oder kontaktieren Sie mich direkt – bevorzugt via E-Mail.

Nachdem Sie das Kapitel in den Folien und mit den Notizen durchgearbeitet haben, empfiehlt es sich die Übungsaufgaben, welche Sie ebenfalls im Ilias finden, zu bearbeiten.

Folie 56

Folie 56 – Drei Beispiele zu Gleichungen

Übung I – Beispiel I:

10x – 10 = 6x + 2 | +10, -6x (Äquivalenzumformung auf beiden Seiten)
4x = 12 | :4
x = 3
Lösung: x=3
Antwort: Die Zahl heißt 3.

Übung I – Beispiel II:

38 + x = 2*(11 + x)
38 + x = 22 + 2x | -x, -22 (Äquivalenzumformung auf beiden Seiten)
16 = x
Lösung: x=16
Antwort: Nach 16 Jahren ist der Vater doppelt so alt (Vater 54 Jahre, Sohn 27 Jahre).

Übung II:

Einige weitere Beispiele:

$$\begin{array}{rrcll} & 2x - 3(5-x) & = & 3(2x-5)+9 & \\ \Leftrightarrow & -x-9 & = & 0 & (\rightsquigarrow \text{Normalform mit } a=-1,\ b=-9) \\ \Leftrightarrow & x & = & -9 & \end{array}$$

Folie 61

Folie 61 – P-Q Formel

Übung I & Übung II:

Beispiele:

$$\mathbf{x^2 + 6x + 5 = 0}$$

Anwenden der p-q-Formel ergibt mit $p = 6$ und $q = 5$:

$$x_{1/2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 5} = -3 \pm \sqrt{9 - 5} = -3 \pm 2$$

$$\text{also: } x_1 = -1 \quad \text{und} \quad x_2 = -5, \quad \text{oder } \mathbb{L} = \{-5, -1\}$$

$$\mathbf{x^2 - 4x + 4 = 0}$$

Anwenden der p-q-Formel ergibt mit $p = -4$ und $q = 4$:

$$x_{1/2} = -\frac{(-4)}{2} \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 4} = +2 \pm \sqrt{4 - 4} = 2$$

$$\text{also: } x_1 = x_2 = 2, \quad \text{oder } \mathbb{L} = \{2\}$$

Achtung: Bei der zweiten Übung auf Folie 61 muss man zuerst die gesamte Gleichung $-3x^2 + 12x - 12 = 0$ durch -3 durchdividieren.
Dann erhält man die lösbare Gleichung: $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Folie 64

Folie 64 – Wurzelgleichungen

Übung I:

$$\sqrt{x-1} = -1 \quad |\,^2$$

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (-1)^2$$

$$x-1 = 1 \quad |+1$$

$$x-1+1 = 1+1$$

$$x = 2$$

! PROBE:

$$\sqrt{2-1} = -1$$

$$\sqrt{1} = -1$$

→ KEINE LÖSUNG

Übung II:

$$\sqrt{x+2\sqrt{1-x}} = \sqrt{2} \qquad |\,{}^2$$

$$x+2\sqrt{1-x} = 2 \qquad |-x$$

$$2\sqrt{1-x} = 2-x \qquad |\,{}^2$$

$$4(1-x) = (2-x)^2$$

$$4-4x = 4-4x+x^2 \qquad \begin{vmatrix} +4x \\ -4 \end{vmatrix}$$

$$x^2 = 0 \qquad |\sqrt{}$$

$$x = 0$$

PROBE:

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \quad \checkmark$$

Übung III:

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{x} + \sqrt{6} \qquad |^2$$

$$x-2 = (\sqrt{x} + \sqrt{6})^2$$

$$x-2 = x + 2\sqrt{x}\sqrt{6} + 6$$

$$-8 = 2\sqrt{x}\sqrt{6} \qquad |:2 \quad |:\sqrt{6}$$

$$\frac{-4}{\sqrt{6}} = \sqrt{x} \qquad |^2$$

$$x = \frac{16}{6}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

! PROBE:

→ KEINE LÖSUNG

Folie 65

Folie 65 – Exponentialgleichungen

Übung I:

$$2 \cdot 5^x = 50 \quad | :2$$

$$5^x = 25 \quad | \log_5$$

$$x = \log_5(25)$$

$$x = 2$$

Übung II:

$$3^x + 3^{x+1} - 135 = 0$$

! $$3^x + 3 \cdot 3^x - 135 = 0$$

$$4 \cdot 3^x - 135 = 0 \quad | +135$$

$$4 \cdot 3^x = 135 \quad | :4$$

$$3^x = \frac{135}{4} \quad | \log_3$$

$$x = \log_3\left(\frac{135}{4}\right)$$

$$x \approx 3.2031$$

Übung III:

Lösungsmöglichkeit 1 (präferiert):

$$2^{x-1} = 3^{x+1}$$

$2^{x-1} =$

$2^x \cdot 2^{-1} =$

$\frac{2^x}{2}$

$3^{x+1} = 3^x \cdot 3^1 =$

$3 \cdot 3^x$

$$\frac{2^x}{2} = 3 \cdot 3^x$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3^x}{2^x}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{3^x}{2^x}$$

$$\frac{1}{6} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

(P2)

siehe S. 36

$$\log\left(\frac{1}{6}\right) = \log\left(\left(\frac{3}{2}\right)^x\right)$$

$$\log\left(\frac{1}{6}\right) = x \log\left(\frac{3}{2}\right)$$

(L1)

siehe S. 44

$$x = \frac{\log\left(\frac{1}{6}\right)}{\log\left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$x \approx -4.42$$

Lösungsmöglichkeit 2 zur Referenz (länger, aber auch richtig):

$$2^{x-1} = 3^{x+1} \qquad | \log$$

$$\log(2^{x-1}) = \log(3^{x+1})$$

$$(x-1)\log(2) = (x+1)\log(3)$$

$$x\log(2) - \log(2) = x\log(3) + \log(3) \qquad \left| \begin{array}{l} +\log(2) \\ -x\log(3) \end{array} \right.$$

$$x\log(2) - x\log(3) = \log(2) + \log(3)$$

$$x(\log(2) - \log(3)) = \log(2) + \log 3) \qquad |: \log(2) - \log(3)$$

$$x = \frac{\log(2) + \log(3)}{\log(2) - \log(3)}$$

$$x \approx -4.4190$$