

Ingenieurmathematik - Übungen 14

Klaus Rheinberger, FH Vorarlberg

10. Januar 2025

1 Linearer Luftwiderstand 2

Ein Körper mit einer Masse von 2 kg fällt mit einer anfänglichen Sinkgeschwindigkeit von 4 m/s aus einer Höhe von 1000 m. Die Luftwiderstandskraft sei proportional zu seiner Geschwindigkeit, und seine daraus resultierende Grenzhgeschwindigkeit (steady state) sei 40 m/s. Bestimmen Sie seine Geschwindigkeit als Funktion der Zeit und seinen Ort als Funktion der Zeit. Verwenden Sie für die Erdbeschleunigung den Wert 10 m/s²

Quelle: (Bronson und Costa 2014) p. 61f, problem 7.13

2 Lineare DGL 1. Ordnung mit variablen Koeffizienten 2

Lösen Sie das Anfangswertproblem $y' + \frac{1}{x}y = \frac{\ln(x)}{x}$ und $y(1) = 1$ für $x > 0$.

Quelle: (Papula 2015) Kapitel IV, Abschnitt 2: 16c

3 Newtonsches Abkühlungsgesetz 2

Ein Körper mit einer unbekannten Temperatur wird in einen Raum mit konstanter Umgebungstemperatur von 30 °C platziert. Nach 10 Minuten ist die Temperatur des Körpers 0 °C und nach 20 Minuten ist sie 15 °C. Bestimmen Sie die unbekannte Anfangstemperatur.

Hinweis: Newtonsches Abkühlungsgesetz $\dot{T}(t) = -k[T(t) - T_U]$

Quelle: (Bronson und Costa 2014) Aufgabe 7.10, S. 59

4 Lineare DGL 2. Ordnung 1

Lösen Sie die Differentialgleichung $\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 0$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 2$ und $\dot{y}(0) = -3$.

5 Lineare DGL 2. Ordnung 3

Wir betrachten die GDGL $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = e^{3x}$.

1. Zeigen Sie, dass $\frac{1}{4}e^{3x}$ eine partikuläre Lösung ist.
2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung.

Quelle: (Bronson und Costa 2014) Aufgabe 8.23, S. 79.

6 Lineare DGL 2. Ordnung 4

Bestimmen Sie die Lösungen folgender Anfangswertprobleme und beschreiben Sie die Lösungen und deren Verhalten für $x \rightarrow \infty$.

1. $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 0$, $y(0) = 1$ und $y'(0) = 2$
2. $y''(x) + 8y'(x) + 20y(x) = 0$, $y(0) = 1$ und $y'(0) = 6$

Quelle: (Dietmaier 2014) p. 474, Aufgaben 12.9 b und c

Bronson, Richard, und Gabriel Costa. 2014. *Schaum's Outline of Differential Equations (Schaum's Outlines)*. 4. Auflage. Mcgraw-Hill Education Ltd.

Dietmaier, Christopher. 2014. *Mathematik für angewandte Wissenschaften*. 2014. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer Spektrum.

Papula, Lothar. 2015. *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium*. 14., überarb. u. erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg.