

# Ingenieurmathematik - Übungen 15

Klaus Rheinberger, FH Vorarlberg

17. Januar 2025

## 1 Rotationsvolumen

Berechnen Sie das Volumen eines Rotationsellipsoids mit der Hauptachse  $a$  und der Nebenachse  $b$ .

## 2 Mantelfläche

Berechnen Sie die Mantelfläche eines Kreiskegels mit Radius  $R$  und Höhe  $H$ .

## 3 Rotationsvolumen und Mantelfläche

Die Funktion  $f(x) = \sin(x)$  rotiert um die  $x$ -Achse zwischen  $x = 0$  und  $x = \pi$ . Berechnen Sie das Rotationsvolumen und die Mantelfläche (= in diesem Fall gleich der Oberfläche) des Rotationskörpers.

*Hinweis:* Verwenden Sie, dass  $\sqrt{a^2 + x^2}$  die Stammfunktion  $\frac{a^2}{2} \operatorname{arsinh}\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2}$  hat, und benutzen Sie zur Berechnung des  $\operatorname{arsinh}$  die Formel  $\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

## 4 Lineare DGL 1. Ordnung mit variablen Koeffizienten 4

Lösen Sie die folgenden DGL bzw. Anfangswertprobleme.

1.  $y' - y = e^x$ ,  $y(1) = 0$ .
2.  $y' - \frac{2}{x}y = x^2 e^x$
3.  $y' + \tan(x)y = 2x \cos(x)$ ,  $y(0) = -1$ .
4.  $y' + \cot(x)y = 5e^{\cos(x)}$

## 5 Lineare DGL 1. Ordnung mit variablen Koeffizienten 6

Lösen Sie die folgende nicht-lineare DGL mit  $k \in \mathbb{R}$ , indem Sie sie mittels der Substitution  $u(x) = e^{y(x)}$  in eine lineare DGL transformieren, und machen Sie die Probe.

$$e^y y' = k(x + e^y) - 1$$

## **6 Fragen der Studierenden**

Fragen der Studierenden zur Vorbereitung auf die Prüfung können besprochen werden.