Ingenieurmathematik - Übungen 2

Klaus Rheinberger, FH Vorarlberg

4. Oktober 2024

1 Kondensatorspannung

Beim Aufladen eines Kondensators steigt die Kondensatorspannung u (in Volt) im Laufe der Zeit t (in Sekunden) nach dem Exponentialgesetz

$$u(t) = 100\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),\ t \geq 0.$$

1. Bestimmen Sie aus dem Messwert $u(2) = 80$ per Handrechnung die Zeitkonstante τ.
2. Plotten Sie mit Python den Spannungsverlauf am Kondensator.
3. Welchen Endwert u_E erreicht die am Kondensator liegende Spannung? Nach welcher Zeit wird der halbe Endwert erreicht?
4. Berechnen Sie die Kondensatorspannung zum Zeitpunkt $t = 5s$

2 Definitionsmenge, Bildmenge, Graph

Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge und die zugehörige Bildmenge zur Funktionsgleichung $y = \sqrt{2x+6}$. Erstellen Sie eine Wertetabelle, und zeichnen Sie den Graphen.

3 Monotonieeigenschaften

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Plots, in welchen Intervallen das Polynom $f(x) = 0.25x^3 + 2x^2 - 2x - 100$ welche Monotonieeigenschaften hat.

4 Operationen

Wie ändert sich die Funktionsgleichung $f(x) = e^{2x+1}$, wenn deren Graph um zwei Einheiten in die negative x-Richtung und um eine Einheit in die positive y-Richtung verschoben wird?

5 (Un-)Gerade Funktionen

Welche der folgenden Funktionen sind gerade, ungerade oder weder noch? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung, die mit $f(-x) =$ beginnt.

1. $f(x) = 4\sin(2x)$
2. $f(x) = \frac{x^2-1}{1+x^2}$
3. $f(x) = e^{-x}$
4. $f(x) = -3x^2 + x^6$
5. $f(x) = \frac{x^2}{\cos(x)+1}$
6. $f(x) = \tan(x)$
7. $f(x) = e^x$
8. $f(x) = \frac{x^2}{x^3+x}$
9. $f(x) = \cos(2x) - \cos(x)$
10. $f(x) = \ln(|x|)$

6 (Un-)Gerader Anteil

Jede Funktion $f(x)$ lässt sich in einen geraden Anteil $f_g(x)$ und einen ungeraden Anteil $f_u(x)$ aufspalten:

$$f_g(x) = \frac{1}{2}(f(x) + f(-x))$$
$$f_u(x) = \frac{1}{2}(f(x) - f(-x))$$

Bestimmen Sie den geraden und den ungeraden Anteil von e^x. Plotten Sie alle drei Funktionen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den Definitionen der Funktionen $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$.

7 Umkehrfunktion

Berechnen Sie die Umkehrfunktion von

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : f(x) = \sinh(x)$$

und machen Sie die Probe.