Курсовая работа по Численным методам

Тема: Решение двумерной стационарной задачи теплопроводности в пластине с различными физическими свойствами.

Вариант 2.27

Василов И.С.

Ходосевич Л.Н.

Задача:

Первоначально пластина имеет форму прямоугольника. Затем в начальный момент времени кусок пластины (меньший) удаляется. Найти решение задачи в области сложной формы. Решить задачу Дирихле с граничными условиями 1-го рода.

27

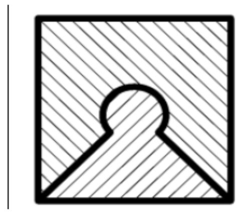

Рис.1 Исходная пластина

Алгоритм Решения Задачи:

Постановка задачи:

Требуется найти функцию распределения u(x,y) температуры на пластине(рис. 1) с помощью решения задачи Дирихле и оператора Лапласа:

$$\Delta u = f$$

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Граничные условия даются на границе пластины, там u = 0.

Алгоритм:

Разбиваем пластину с помощью горизонтальных и вертикальных линий и получаем матрицу U.

Изначально возьмем $U^{(0)}$ как матрицу с нулями в точках на границе, затем с помощью разностной схемы находим внутренние точки, которые не знаем (С применением решения СЛАУ).

$$u_{i,j}^{(m+1)} = \frac{1}{4}\left(u_{i-1,j}^{(m)} + u_{i+1,j}^{(m)} + u_{i,j-1}^{(m)} + u_{i,j+1}^{(m)}\right) - \frac{h^2}{4} f_{i,j}$$

Также, алгоритм можно улучшить с помощью метода Зейделя:

$$u_{i,j}^{(m+1)} = \frac{1}{4}\left(u_{i-1,j}^{(m+1)} + u_{i+1,j}^{(m)} + u_{i,j-1}^{(m+1)} + u_{i,j+1}^{(m)}\right) - \frac{h^2}{4} f_{i,j}$$

Таким образом, получаем матрицу $U^{(1)}$.

Повторяем итерации пока $\left\| U^{i} - U^{i-1} \right\| \leq \varepsilon$.

Матрица U^{i} и является искомым распределением температур.

Построение тестового примера