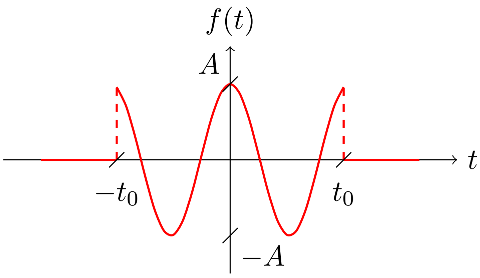
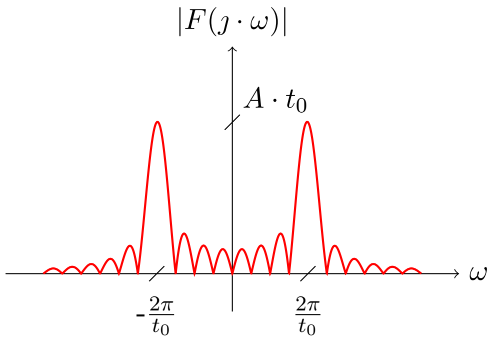
Teoria Sygnałów w zadaniach





$$f(t) = A \cdot \Pi\left(\frac{t}{2 \cdot t_0}\right) \cdot cos\left(\frac{2\pi}{t_0} \cdot t\right)$$

$$F(\jmath\omega) = A \cdot t_0 \cdot [\ Sa\left(\omega \cdot t_0 + 2\pi\right) - Sa\left(\omega \cdot t_0 - 2\pi\right)]$$

Tomasz Grajek, Krzysztof Wegner

6 maja 2021

Politechnika Poznańska
Wydział Informatyki i Telekomunikacji
Instytut Telekomunikacji Multimedialnej

pl. M. Skłodowskiej-Curie 5
60-965 Poznań

www.et.put.poznan.pl
www.multimedia.edu.pl

ISBN 978-83-939620-1-3
Wydrukowano w Polsce

Rozdział 1

Podstawowe własności sygnałów

Zadanie 1.

Wyznacz okres syngału $f(t) = sin\left(\frac{2}{5}\cdot t\right) - sin\left(\frac{3}{4}\cdot t\right) - cos\left(\frac{t}{4}\right)$

Rozważana funkcja składa się z (jest liniową kombinacją) trzech następujących funkcji trygonometrycznych:

1. $g_1(t) = sin\left(\frac{2}{5}\cdot t\right)$
2. $g_2(t) = sin\left(\frac{3}{4}\cdot t\right)$
3. $g_3(t) = cos\left(\frac{t}{4}\right)$

tak że $f(t) = g_1(t) - g_2(t) - g_3(t)$.

Wyznaczmy dla każdej z funkcji składowych okres tej funkcji. Zacznijmy od $g_1(t)$ porównajmy wzór funkcji z domyślną postacią funkcji trygonometrycznej, możemy wyznaczyć okres funkcji $g_1(t)$.

$$\left.\begin{array}{r} sin\left(\frac{2}{5}\cdot t\right) \\ sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T_1}\cdot t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{2\cdot\pi}{T_1} \Rightarrow T_1 = 5\cdot\pi$$

Nastepnie porównajmy wzór funkcji $g_2(t)$ z domyślną postacią funkcji trygonometrycznej, możemy wyznaczyć okres funkcji $g_2(t)$.

$$\left.\begin{array}{r} sin\left(\frac{3}{4}\cdot t\right) \\ sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T_1}\cdot t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2\cdot\pi}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{2}{3}\cdot\pi$$

I na koniec porównajmy wzór funkcji $g_3(t)$ z domyślną postacią funkcji trygonometrycznej, możemy wyznaczyć okres funkcji $g_3(t)$.

$$\left.\begin{array}{r} cos\left(\frac{1}{4}\cdot t\right) \\ cos\left(\frac{2\cdot\pi}{T_1}\cdot t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2\cdot\pi}{T_1} \Rightarrow T_1 = 2\cdot\pi$$

Okresem rozważanej funkcji $f(t)$ jest najmniejsza wspólna wielokrotnośc okresów funkcji składowych.

$$T = NWW\left(T_1, T_2, T_3\right)$$

Rozważmy kolejne wielokrotności poszczególnych okresów

T_1	5π	$\boxed{10\pi}$	15π	20π	25π					
T_2	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{6}{3}\pi = 2\pi$	$\frac{8}{3}\pi$	$\frac{10}{3}\pi$	$\cdots$	$\frac{24}{3}\pi = 8\pi$	$\frac{26}{3}\pi$	$\frac{28}{3}\pi$	$\boxed{\frac{30}{3}\pi = 10\pi}$
T_3	2π	4π	6π	8π	$\boxed{10\pi}$					

Najmniejszą wspólną wielokrotnością okresów T_1, T_2 i T_3 jest 10π, a więc okrese rozważanej funkcji to $T = 10\pi$.

1.1 Podstawowe parametry i miary sygnałów ciągłych

1.1.1 Wartość średnia

1.1.2 Energia sygnału

1.1.3 Moc i wartość skuteczna sygnału

Rozdział 2

Analiza sygnałów okresowych za pomocą szeregów ortogonalnych

2.1 Trygonometryczny szereg Fouriera

2.2 Zespolony szerego Fouriera

2.3 Obliczenia mocy sygnałów - twierdzenie Parsevala

Rozdział 3

Analiza sygnałów nieokresowych. Przekształcenie całkowe Fouriera

3.1 Wyznaczanie transformaty Fouriera z definicji

3.2 Wykorzystanie twierdzeń do obliczeń transformaty Fouriera

3.3 Obliczenia energii sygnału za pomocą transformaty Fouriera. Twierdzenie Parsevala

Rozdział 4

Transmisja sygnałów przez układy liniowe o stałych parametrach (LTI)

4.1 Obliczanie splotu ze wzoru

4.2 Filtry

ISBN 978-83-939620-1-3

9 788393 962013