

DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA

*ELETTROTECNICA GENERALE*



*Alessandro Volta*

CLASSI III INFORMATICA

ITIS V. Volterra

San Donà di Piave

Versione [09/2010.1]

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
1.1	Breve storia dell'elettronica . . . . .	5
1.2	Presentazione del corso . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Le grandezze elettriche fondamentali</b>	<b>12</b>
2.1	Unità di misura e fattori moltiplicativi . . . . .	12
2.2	La carica elettrica . . . . .	14
2.3	La corrente elettrica . . . . .	15
2.3.1	Materiali conduttori, isolanti e semiconduttori . . . . .	15
2.3.2	L'intensità di corrente elettrica . . . . .	17
2.4	Il potenziale elettrico . . . . .	17
2.5	La legge di Ohm . . . . .	19
2.6	La potenza elettrica . . . . .	21
2.6.1	Effetto Joule . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Reti elettriche e connessioni fondamentali</b>	<b>23</b>
3.1	La pila . . . . .	24
3.2	Il resistore . . . . .	24
3.2.1	Legge di funzionamento del resistore: . . . . .	24
3.3	Il primo circuito elettrico . . . . .	25
3.3.1	Esercizi . . . . .	28
3.4	Definizioni ricorrenti nello studio delle reti elettriche . . . . .	29
3.5	La connessione serie . . . . .	30
3.6	La connessione parallelo . . . . .	35
3.7	La connessione serie - parallelo: la resistenza totale . . . . .	40
3.8	Connessione serie - parallelo: <i>d.d.p.</i> e correnti . . . . .	46
<b>4</b>	<b>Componenti elettrici fondamentali</b>	<b>53</b>
4.1	Generatori elettrici . . . . .	54
4.1.1	Il generatore di tensione ideale . . . . .	54
4.1.2	Il generatore di tensione reale . . . . .	56

4.1.3	Il generatore di corrente ideale . . . . .	58
4.1.4	Il generatore reale di corrente . . . . .	59
4.1.5	Esempi . . . . .	60
4.1.6	Esercizi . . . . .	64
4.2	Il partitore di tensione - <i>applicazione</i> . . . . .	65
4.3	Il partitore di corrente - <i>applicazione</i> . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Circuiti con più generatori in serie</b>	<b>71</b>
5.1	Le convenzioni sui segni delle <i>f.e.m.</i> e della corrente . . . . .	72
5.1.1	Esempio 1 . . . . .	73
5.2	La <i>d.d.p.</i> tra due punti . . . . .	74
5.3	Legge di Ohm generalizzata . . . . .	75
5.3.1	Esempio 2 . . . . .	76
5.3.2	Esercizi . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Risoluzione delle reti a più maglie</b>	<b>78</b>
6.1	Risoluzione con i principi di Kirchhoff . . . . .	78
6.1.1	Esempio 1 . . . . .	79
6.1.2	Esempio 2 . . . . .	83
6.2	Teoremi fondamentali . . . . .	84
6.2.1	Il teorema di Thévenin . . . . .	84
6.2.2	Il teorema di Norton . . . . .	88
6.2.3	Il principio di sovrapposizione degli effetti . . . . .	89
6.2.4	Esempio 1 . . . . .	90
6.2.5	Esempio 2 . . . . .	91
6.2.6	Esercizi . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Componenti basilari dell'elettronica</b>	<b>94</b>
7.1	Il condensatore . . . . .	94
7.1.1	Il circuito di carica di un condensatore . . . . .	96
7.1.2	Il circuito di scarica del condensatore . . . . .	98
7.1.3	Esempio . . . . .	99
7.1.4	Risposta di una rete <i>RC</i> ad un'onda quadra . . . . .	102
7.1.5	Esercizi . . . . .	105
7.2	Il diodo . . . . .	106
7.2.1	Diodi particolari . . . . .	108
7.2.2	Il progetto del circuito di polarizzazione . . . . .	109
7.2.3	Esercizi . . . . .	110
7.2.4	Il raddrizzatore di tensione ad una semionda - Applicazione	111
7.2.5	Il raddrizzatore di tensione a ponte di Graetz - Applicazione	112
7.3	Gli interruttori elettronici . . . . .	113

7.3.1	Interruttori elettronici comandati . . . . .	115
7.3.2	Il transistor <i>BJT</i> . . . . .	116
7.3.3	Le caratteristiche elettriche del transistor . . . . .	117
7.3.4	Il funzionamento del transistor come interruttore . . . . .	118
7.3.5	La polarizzazione del transistor come interruttore . . . . .	119
7.3.6	Esempio . . . . .	123
7.3.7	Esercizi . . . . .	125

# Capitolo 1

## Introduzione

Quest'opera nasce all'interno del Dipartimento di Elettronica dell'ITIS V. Volterra di San Donà di Piave, allo scopo di presentare agli alunni uno strumento testuale flessibile ON LINE, calibrato sulle esigenze didattiche dell'Istituto, modificabile di anno in anno in base alle osservazioni che i docenti e gli stessi alunni faranno nel corso del suo utilizzo.

Esso vuole rispondere al problema pressante di avere un prodotto con uno sviluppo completo, corredato di un numero adeguato di esercizi, che, in relazione ad impostazione e linguaggio, sia vicino a quanto è effettivamente svolto in classe e per questo motivo utilizzabile in modo efficace dall'alunno.

In questa prima versione sono sviluppati gli argomenti di elettrotecnica generale svolti nelle classi terze ad indirizzo informatico, preceduti da un excursus storico della disciplina.

Il testo è stato scritto con il programma *LATEX*, mentre i disegni ed i grafici sono stati realizzati in MetaPost.

Il contributo maggiore alla scrittura del testo è del prof B. Bortelli.

Ha contribuito alla seconda versione il prof P. Falcone.

I docenti del dipartimento ringraziano il Dirigente Scolastico, prof. P. Rizzante, il prof. R. Carrer, il Dipartimento di Matematica e tutto l' ITIS Volterra di San Donà di Piave per il contributo dato alla ideazione ed alla realizzazione dell'opera.

## 1.1 Breve storia dell'elettronica

L'elettronica è una disciplina tecnica relativamente recente. Derivata come applicazione dell'elettrologia, agli inizi essa è stata terreno di indagine dei ricercatori scientifici, più che degli ingegneri ed infatti le basi per il suo sviluppo sono state inizialmente poste da una serie di scoperte scientifiche. Detto questo, possiamo collocare nell'anno 1800, anno della scoperta della pila, il momento, forse veramente determinante, per la sua genesi.

- anno: 1800; autore: A. Volta - scoperta della *pila*



*Esemplare della pila di Volta in esposizione al Tempio Voltiano di Como.*  
(it.wikipedia.org)

*La pila di Volta è costituita da un insieme di elementi o celle, impilati l'uno sull'altro; ciascun elemento è costituito da un disco di rame ed uno di zinco, separati con un panno imbevuto in una soluzione di acido solforico. In queste condizioni tra i due dischi metallici si registra la presenza di una differenza di potenziale caratteristica e praticamente costante.*

La pila ha consentito di avere a disposizione la prima *FORZA ELETTROMOTRICE* stabile ed affidabile, utile per alimentare circuiti elettrici con correnti sufficientemente intense e per prolungati periodi di tempo. Da questo momento nasce l'*ELETTROTECNICA*, la quale:

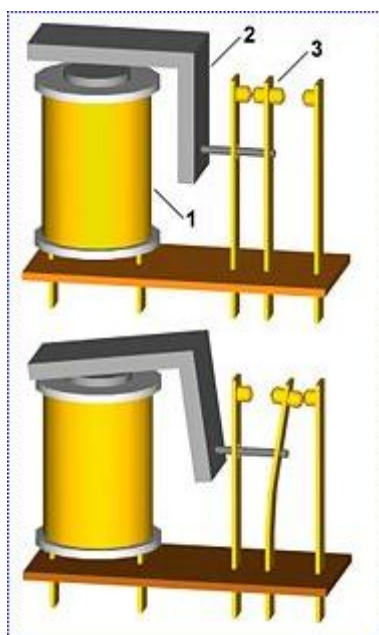
1. studia i principi fondamentali della conduzione elettrica nei circuiti,
2. elabora la prima serie di dispositivi elettrici,
3. si occupa della loro disposizione in un impianto e della loro alimentazione.

Percorrendo velocemente la scala temporale, troviamo almeno i seguenti altri momenti importanti:

- anno: 1831; autore: J Henry - scoperta del *RELE'*

Il relè è il primo interruttore elettromeccanico comandato da un segnale elettrico.

*Riproduzione di un relé elettromeccanico*  
(it.wikipedia.org)



*Il relé è costituito da una bobinetta avvolta su un nucleo di ferro, da un ancorina di ferro libera di muoversi attorno ad un perno, e da un contatto elettrico con due puntine una delle quali collegata all'asta dell'ancorina mobile. Quando la bobinetta è attraversata da corrente si genera un forte campo magnetico, il quale attira a sé l'ancorina di ferro, facendola ruotare attorno al punto in cui è impernata. Per effetto della rotazione l'asta a cui è collegata l'ancorina preme sulla puntina a cui è collegata, spingendola verso l'altra, determinando così la chiusura del contatto elettrico.*

Il relè trova immediata utilizzazione nel *telegrafo*, inventato nello stesso periodo da Morse, e con il tempo diventa il componente fondamentale per il comando di macchine elettriche che richiedono forti carichi di corrente, come i motori elettrici. Ancora oggi, a distanza di un secolo e mezzo, esso, lungi dall'essere tramontato, continua ad essere molto diffuso nel campo dell'elettrotecnica. Scorrendo ancora molto velocemente la scala temporale, nella seconda metà dell'800 si sviluppano due altri settori molto importanti, la *telefonia*, ad opera dell'italiano Meucci, che inventa il telefono, e poco dopo, dal 1898, anno dei primi esperimenti riusciti, in poi, le *radio trasmissioni*, ad opera di un altro italiano, Marconi. Le trasmissioni radio sono rese possibili da un componente specifico, la *valvola termoionica*, la quale era stata sviluppata in quegli anni da alcuni ricercatori inglesi e americani: J. A. Fleming, inglese, nel 1904 perfezionò la prima valvola termoionica, il diodo, e Lee DeForest, americano, inventò nel 1907 il *triode*, la prima valvola termoionica che può essere utilizzata per amplificare segnali elettrici.

- anno: 1907; autore: Lee DeForest - invenzione del *triode*

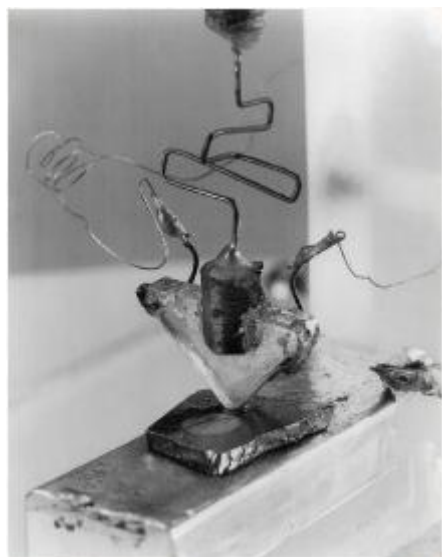


*Esemplare di valvola termoionica*  
([www.autocostruire.it](http://www.autocostruire.it))

*La valvola termioinica assomiglia ad una lampadina ed infatti comprende all'interno di un'ampolla di vetro un filamento, il quale ha la funzione di scaldare un elettrodo, il catodo, il quale emette elettroni. Un secondo elettrodo, collegato ad un potenziale elettrico più elevato, attira verso di sé gli elettroni dando luogo ad una corrente elettrica. L'intensità della corrente viene controllata mediante un terzo elettrodo, a forma di rete metallica, la griglia.*

Con la valvola termoionica ha inizio, di fatto, l' *elettronica*. Nel suo campo d'azione, ai primordi, c'è la radioelettronica ed in genere l'elettronica civile, legata alla *amplificazione* dei segnali elettrici ed alla loro *trasmissione*. Ben presto, però, la valvola termoionica consente all'elettronica di inserirsi in molti settori industriali, ed anche la realizzazione dei primi sistemi di elaborazione delle informazioni, anche se questi sono poco efficienti ed hanno un elevato consumo di energia. Proseguiamo nel tempo e, con un grande balzo, arriviamo al 1947, anno della scoperta del componente fondamentale dell'elettronica, il transistor.

- anno: 1947; autori: Shockley, Brattain, Bardeen - realizzazione del *transistor*



*riproduzione del primo transistor*  
([www.radiomarconi.com](http://www.radiomarconi.com))

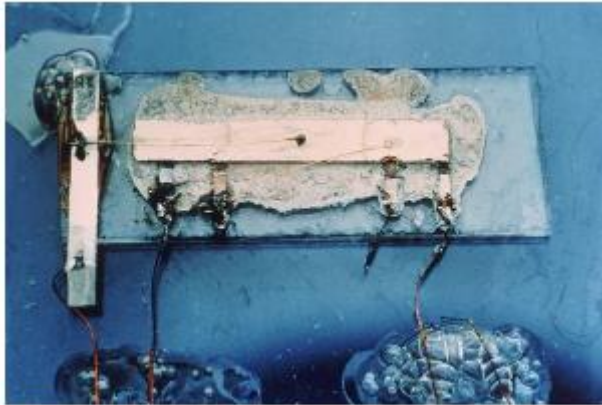
*Il transistor è il primo interruttore elettronico allo stato solido. Realizzato inizialmente con il Germanio ed attualmente con il Silicio, ha dimensioni molto ridotte, bassi consumi ed ovviamente non ha parti in movimento.*

Esso ha trovato immediata applicazione sia nel settore dell'elettronica civile, dove



viene impiegato soprattutto come amplificatore dei segnali elettrici, in concorrenza con la valvola termoionica, che nel settore industriale, dove viene impiegato sia come amplificatore, in concorrenza della valvola termoionica, che come interruttore, nel controllo del funzionamento dei dispositivi elettrici, in concorrenza del relè elettromeccanico. Da questo momento lo sviluppo dell'elettronica diventa impetuoso. Passa solo una decina d'anni e compare il primo circuito integrato.

- anno: 1958; autore: J.K. Kilby - realizzazione del *primo circuito integrato*

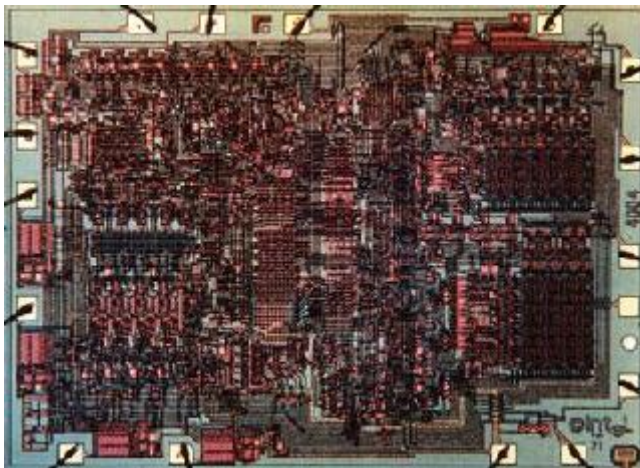


*Esemplare del primo Circuito Integrato* ([www.cwi.it/gallery](http://www.cwi.it/gallery))

*Il primo circuito integrato interamente allo stato solido, brevemente IC , Integrated Circuit, viene realizzato nei laboratori della Texas Instruments, integrando una decina di componenti di un circuitino elettronico in un'unica piastrina di semiconduttore, denominata chip.*

L'integrazione dei componenti consente un ulteriore decisivo passo verso la *miniaturizzazione* dei circuiti. Passa poco più un altro decennio ed arriviamo alla realizzazione, ad opera di un gruppo di ricercatori tra i quali c'è l'italiano F. Faggin, della prima CPU.

- anno: 1971; autore: F. Faggin - realizzazione del primo *microprocessore*



*Il primo microprocessore* ([www.google.it](http://www.google.it))

*E' la CPU , Central Processing Unit, 4004 della Intel: in una piastrina di  $3 \times 4 \text{ mm}^2$  contiene circa 2500 transistors ed è in grado di processare 4 bit contemporaneamente.*

Con il microprocessore si sviluppa prepotentemente l'*elettronica programmabile*,

la quale, con la medesima dotazione circuitale, l'*hardware*, ma con una differente programmazione, il *software*, è in grado di assolvere ad una molteplicità di funzioni. D'ora in poi lo sviluppo procede con un ritmo vertiginoso. Lo sviluppo, peraltro, segue molto bene la così detta *legge di Moore*, una legge proposta nel 1975 da G.Moore, cofondatore di Intel.

Legge di Moore: *il numero di componenti per chip, con le relative prestazioni, raddoppia ogni 18 mesi.*

Attualmente l'elettronica, ed in particolare l'elettronica programmabile, si è diffusa all'interno di pressoché tutti i beni presenti sul mercato, nei settori civile e industriale, nelle reti informatiche e nelle reti di telecomunicazione. La penetrazione procede anche attraverso la *digitalizzazione* dei segnali, cioè la loro conversione in sequenze di *numeri binari*. Tra i segnali digitalizzati ci sono: i segnali sonori, i segnali fonici usati nelle comunicazioni telefoniche, le immagini riprese con le fotocamere digitali, e ultimamente anche il segnale televisivo.

## 1.2 Presentazione del corso

Abbiamo visto che l'elettronica programmabile è presente nelle apparecchiature moderne, dove svolge un ruolo di elaborazione e controllo, simile ad un vero e proprio *cervello*. Essa determina le caratteristiche specifiche della singola apparecchiatura, come la *velocità di elaborazione* e la *quantità di memoria*. Ne discende che, ai fini della corretta programmazione della macchina e per ottimizzare il software, è sicuramente importante conoscere le caratteristiche dell'hardware. All'interno del corso di studi ad indirizzo informatico, questo è in effetti il motivo principale per lo studio dell'elettronica, uno studio essenzialmente di tipo esplorativo, teso a comprendere le caratteristiche delle apparecchiature informatiche, e dei dispositivi ad esse collegati. Essendoci più temi importanti da esplorare, in ciascun anno di corso ne verrà preso in esame uno specifico:

- nel terzo anno l'oggetto di studio è l'hardware degli elaboratori, quindi quella branca dell'elettronica chiamata *elettronica digitale*.
- nel quarto anno il tema di studio sarà la manipolazione di segnali elettrici provenienti dall'esterno e la loro acquisizione con un elaboratore, quindi, quella branca dell'elettronica detta *elettronica analogica*, e le *interfacce o porte di comunicazione* con l'elaboratore.
- nel quinto anno, infine, il tema di studio sarà quello delle *telecomunicazioni*, cioè delle connessioni a distanza tra due o più dispositivi. Il tema ha acquisito importanza via via crescente proprio in questi ultimi anni, con lo sviluppo delle reti di computer, una branca delle telecomunicazioni denominata *telematica*.

Sono tematiche molto vaste la cui trattazione completa richiederebbe una notevole quantità di tempo ed in effetti tali tematiche sono affrontate in modo approfondito nelle specializzazioni tecniche con indirizzi: elettronico e telecomunicazioni.

All'interno della specializzazione tecnica ad indirizzo informatico, invece, esse vengono affrontate, come già detto, solo a livello esplorativo, con due fasi distinte:

- in un primo momento, corrispondente al 1° quadrimestre, verranno esaminati i concetti di base, necessari per comprendere le applicazioni;
- successivamente, nel 2° quadrimestre, si entrerà nello specifico applicativo del tema, non con l'intento di sviscerarne ogni aspetto, quanto invece per comprendere la logica che ne sottende la realizzazione.

Chiariamo fin da ora che *l'elettronica è una disciplina applicativa* volendo intendere con questo che le conoscenze teoriche, pur importanti, sono finalizzate alla

realizzazione di dispositivi di utilità pratica, tale da consentire ad essi di rispondere a esigenze concrete del mondo esterno. Essi, quindi, vengono ideati e realizzati soprattutto in previsione della loro immissione nel mercato e del loro utilizzo da parte delle persone che acquistano gli oggetti in cui sono inseriti, e che per questo sono chiamati *utenti*.

In taluni casi le apparecchiature sono utilizzate direttamente dalle persone che le realizzano, che in questo caso sono dette *amatori*. Esiste anche l'elettronica amatoriale, benché la sua diffusione sia solo una piccola parte della totalità dei dispositivi realizzati.

In ogni caso la realizzazione pratica è una componente fondamentale della disciplina e per questo motivo l'attività di laboratorio ha un'importanza notevole. Essa, peraltro, affrontata con la disposizione corretta, diviene fonte di soddisfazione e gratificazione personale.

# Capitolo 2

## Le grandezze elettriche fondamentali

### 2.1 Unità di misura e fattori moltiplicativi

Prima di procedere alla introduzioni delle principali grandezze elettriche utilizzate in elettronica, rivediamo brevemente alcuni concetti connessi alla loro misura. Innanzitutto, per quanto concerne le unità di misura, adotteremo il Sistema Internazionale, brevemente *SI*, il quale si suppone già noto agli studenti. Introduciamo le unità di misura man mano che definiremo le relative grandezze. Valori grandi e valori piccoli sono espressi attraverso *multipli* e *sottomultipli* delle grandezze del SI, riconoscibili dai corrispondenti *fattori moltiplicativi*. Per quanto concerne, invece, la rappresentazione dei valori di una grandezza, useremo una variante della *notazione scientifica*, chiamata *notazione tecnica*, con **due** o **tre** cifre significative. Ulteriori cifre saranno troncate mediante approssimazione, per difetto se minori di 5, altrimenti per eccesso. Esprimeremo la tolleranza della misura con l'errore massimo relativo espresso in percentuale. Ricordiamo che:

- La *notazione scientifica* usa la notazione esponenziale con base 10: il numero è scritto come prodotto di una parte numerica per una potenza con base 10; nella parte numerica la virgola è sempre posta dopo la prima cifra significativa.
- La *notazione tecnica* si differenzia dalla notazione scientifica per il fatto che i multipli ed i sottomultipli vanno di 1000 in 1000, quindi nel fattore moltiplicativo ammette solo potenze multiple di 3. Nella parte numerica, invece, la virgola va posizionata, a seconda delle esigenze, dopo da prima cifra, oppure dopo la seconda o la terza.

- La prima cifra significativa è la prima cifra diversa da zero del numero che esprime la misura. Le altre cifre significative vanno contate a partire da essa.

Riprendiamo anche i principali fattori moltiplicativi che useremo:

<i>giga</i> :	$G$	$= 10^9$	$= 1\,000\,000\,000$
<i>mega</i> :	$M$	$= 10^6$	$= 1\,000\,000$
<i>kilo</i> :	$k$	$= 10^3$	$= 1\,000$
--	--	$10^0$	$= 1$
<i>milli</i> :	$m$	$= 10^{-3}$	$= 0,001$
<i>micro</i> :	$\mu$	$= 10^{-6}$	$= 0,00\,0001$
<i>nano</i> :	$n$	$= 10^{-9}$	$= 0,00\,000\,0001$
<i>pico</i> :	$p$	$= 10^{-12}$	$= 0,00\,000\,000\,0001$

### Esempi

1. Approssima i seguenti valori numerici alla terza cifra significativa:

$$\begin{aligned} N_1 &= 2,027922 \approx \dots \\ N_2 &= 5455,5664 \approx \dots \\ N_3 &= 0,002007 \approx \dots \end{aligned}$$

2. Esegui le seguenti operazioni:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-2}} &= \dots \\ 4,5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^2 &= \dots \\ 7 \cdot 10^2 + 1,5 \cdot 10^3 &= \dots \end{aligned}$$

3. Esprimi mediante i multipli o sottomultipli appropriati i seguenti valori ( $[A] = \text{Ampere}$ ,  $[F] = \text{Farad}$ ,  $[Hz] = \text{Hertz}$ ,  $[V] = \text{Volt}$ ,  $[\Omega] = \text{Ohm}$ ,  $[s] = \text{secondi}$ ):

$$\begin{array}{llll} 0,00545 & [A] & = ; & 0,0000000352 & [F] & = \\ 23000000000 & [Hz] & = ; & 46005 & [mV] & = \\ 4286 & [\Omega] & = ; & 0,6703 & [ms] & = \end{array}$$

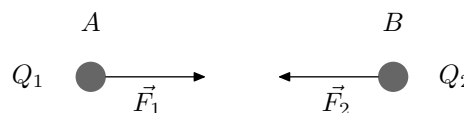
4. Calcola, approssima alla terza cifra significativa, ed esprimi nella appropriata unità:

$$\begin{aligned} \frac{5,8836 \cdot 10^5}{2,87 \cdot 10^2 \cdot 0,045 \cdot 10^6} & [V] = \dots \\ \frac{0,00507 \cdot 10^{-2} \cdot 0,35 \cdot 10^{-1}}{562 \cdot 10^2} & [A] = \dots \\ \frac{45000 \mu \cdot 3,89 k \cdot 2,15 k}{15,9 m \cdot 0,045 M} & [s] = \dots \end{aligned}$$

## 2.2 La carica elettrica

Come è noto dalla fisica, esistono due tipi di fenomeni elettrici, l'uno attrattivo e l'altro repulsivo, i quali sono riconducibili alla presenza all'interno della materia delle **cariche elettriche** positive e negative. La *carica elettrica* è la grandezza elettrica, dalla quale dipende direttamente l'intensità dei fenomeni elettrici.

Infatti, immaginando due cariche  $Q_1$  e  $Q_2$ , concentrate in due punti  $A$  e  $B$  ad una distanza pari a  $d$ , come in figura, allora tra esse si esplica una **forza elettrica**.



L'intensità della forza è data dalla ben nota legge di Coulomb:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

Essa è attrattiva, come in figura, se le cariche sono di segno contrario, mentre è repulsiva se, invece, le cariche sono dello stesso segno.

La carica elettrica è definita nel seguente modo:

**Definizione 1.** La *carica elettrica* è la *quantità di elettricità posseduta da un corpo*.

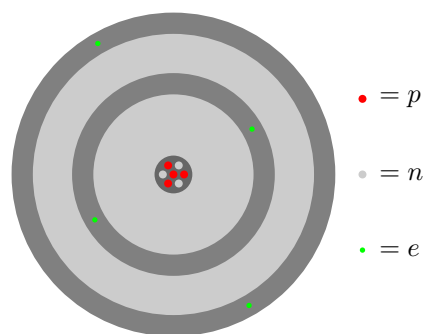
La sua unità di misura è il Coulomb,  $[C]$ .

Nella materia ordinaria, la carica elettrica è contenuta nelle *particelle*, *protoni* ed *elettroni*, che compongono gli *atomi* degli elementi chimici. Protoni ed elettroni hanno la stessa quantità di carica,  $e$ , positiva,  $+e$ , per i protoni e negativa,  $-e$ , per gli elettroni. Questa quantità è chiamata *carica elementare* ed il suo valore è:

$$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} C$$

Ai fini dell'elettronica interessano maggiormente gli elettroni.

Infatti, mentre i protoni sono confinati nei nuclei degli atomi, gli elettroni orbitano attorno ai nuclei in gusci concentrici e quindi sono via via meno legati ai rispettivi nuclei. Ciò vale in particolare per gli elettroni del guscio più esterno, il guscio che contiene gli *elettroni di valenza*. Sono tali particelle che determinano le proprietà fisiche e chimiche delle sostanze.



Il modello planetario dell'atomo

Avendo lo stesso numero di protoni ed elettroni, gli atomi sono *elettricamente neutri* e, di conseguenza, anche la materia ordinaria risulta neutra.

**Definizione 2.** *Una sostanza è elettricamente neutra quando contiene la stessa quantità di carica positiva e negativa.*

La materia contiene al suo interno una grande quantità di carica, ma è elettricamente neutra per un effetto di bilanciamento perfetto, tra le cariche positive e negative.

Quando negli atomi le cariche non si bilanciano perfettamente, o perché hanno perso qualche elettrone del guscio esterno, o perché ne hanno acquistati dagli atomi vicini, allora si dice che l'atomo stesso è stato ionizzato ed è diventato uno *ione*, positivo se ha perso elettroni, negativo se ne ha acquistati. La ionizzazione è un effetto che consente alle forze elettriche di rendersi visibili, come avviene ad esempio con lo *strofinio*. L'elettricità che un materiale acquisisce in questo modo si chiama *elettricità statica*. Il contatto con un oggetto sul quale si è accumulata dell'elettricità statica può produrre una scarica elettrica più o meno intensa.

## 2.3 La corrente elettrica

Ai fini applicativi è importante che l'elettricità, una volta prodotta in un luogo, possa essere trasportata altrove. Questo comporta l'esistenza di materiali all'interno dei quali le cariche elettriche si possano muovere.

**Definizione 3.** *Definiamo corrente elettrica un flusso ordinato di cariche elettriche attraverso un materiale.*

### 2.3.1 Materiali conduttori, isolanti e semiconduttori

In relazione al grado di conduzione elettrica, si distinguono tre tipi di materiali:

- *conduttori*: materiali che conducono bene l'elettricità.

I principali conduttori sono i metalli, quali rame, zinco, stagno, oro, argento, platino, ecc. Essi possono condurre correnti intense ed infatti sono utilizzati, in particolare il rame, per realizzare i *cavi elettrici*.

- *isolanti*: materiali che non conducono affatto l'elettricità.

Tra gli isolanti ci sono alcune sostanze plastiche, il nylon, il teflon, alcune ceramiche, il legno asciutto, ecc.



- *semiconduttori*: sostanze che conducono debolmente l'elettricità.

Se da un lato conducono molto poco e quindi non si possono considerare conduttori al pari dei metalli, dall'altro lato non possono nemmeno essere classificati tra gli isolanti, dato che comunque un po' conducono.

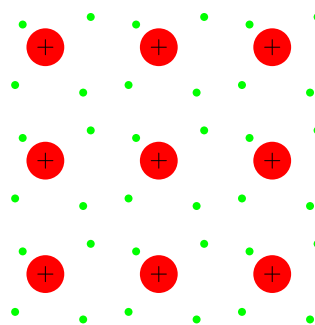
I principali semiconduttori sono gli elementi appartenenti al 4° gruppo della tavola periodica degli elementi ed in particolare: il *Silicio* ed il *Germanio*. Il *Carbonio*, invece, è semiconduttore nella sua forma di *Diamante*, mentre è conduttore nella forma di *Grafite*. Sono semiconduttori anche sostanze composte da elementi del 3° gruppo e del 5° gruppo, come l'arseniuro di alluminio (AlAs), ed alcune ceramiche. Questi materiali, soprattutto il Silicio, sono diventati molto importanti per l'elettronica, in quanto con essi sono realizzati i circuiti integrati.

In questo momento ci interessano in particolare i conduttori, cioè i metalli. Ci chiediamo: come mai i metalli conducono l'elettricità?

La risposta a questa domanda va ricercata nella particolare conformazione chimica dei metalli. Ricordiamo che i metalli sono elementi che appartengono ai primi gruppi della tabella periodica e quindi hanno pochi elettroni di valenza nel loro guscio più esterno. Ciò comporta che, ai fini della composizione delle sostanze, i metalli tendano a *cedere* gli elettroni di valenza, diventando ioni positivi, ad altri atomi, con i quali formano i composti.

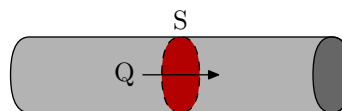
Quando, con la tecnologia metallurgica, generiamo una *barra* di metallo, al suo interno ci sono solo atomi dello stesso tipo e tutti cedono i loro elettroni di valenza, diventando ioni positivi. Non essendoci altri atomi in grado di acquisire gli elettroni ceduti, questi vanno a formare una *nube di gas* che riempie tutto lo spazio interatomico della barra. La nube elettronica così formata agisce come una *colla* che tiene coesa la barra ed ha come effetto collaterale la pressochè totale libertà di movimento degli elettroni, che per questo motivo sono chiamati *elettroni liberi*.

Dunque il motivo per cui i metalli sono conduttori è dovuto al fatto che al loro interno vi è una *nube di elettroni liberi*.



### 2.3.2 L'intensità di corrente elettrica

Consideriamo un filo di materiale conduttore di una determinata *sezione*. La sezione del filo è la superficie che presenta il filo trasversalmente ad una data posizione, come in figura.



**Definizione 4.** Definiamo *intensità di corrente elettrica*, la quantità di carica elettrica che attraversa la sezione del conduttore nell'*unità* di tempo.

Indicando con  $Q$  la quantità di carica che attraversa la sezione, con  $t$  il tempo impiegato dalla carica per attraversare la sezione stessa, e con  $I$  l'intensità di corrente ottenuta, allora si ha la seguente relazione:

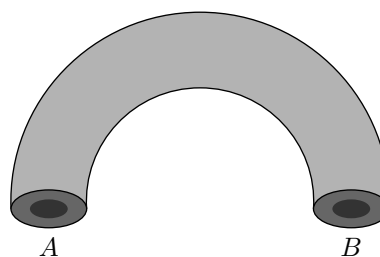
$$I = \frac{Q}{t}$$

L'unità di misura dell'intensità di corrente elettrica è l' *Ampère*,  $A$ . Nel Sistema Internazionale l'Ampère è una delle Unità di Misura fondamentali. Esso è definito in termini di forza magnetica agente tra conduttori elettrici attraversati da corrente.<sup>1</sup> Ne segue che le altre unità di misura elettriche, compreso il Coulomb, sono espresse in funzione dell'Ampère. Si ha infatti:

$$1[C] = 1[A] \cdot [s]$$

## 2.4 Il potenziale elettrico

Consideriamo due zone distinte, molto piccole di un dato materiale, ad esempio un conduttore, e le localizziamo nei due punti  $A$  e  $B$  di figura, posti alla distanza  $d$ . In condizioni normali il materiale è elettricamente neutro, e quindi ci aspettiamo che anche in  $A$  e in  $B$  ci sia la stessa carica positiva e negativa.



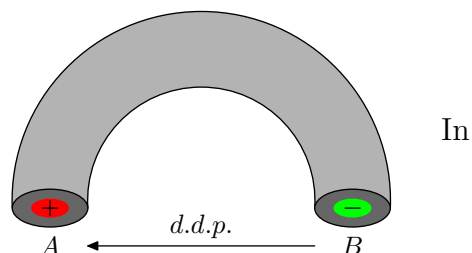
Per modificare la situazione di neutralità elettrica dobbiamo intervenire dall'esterno, applicando una forza, detta *forza elettrica esterna* che sia in grado di agire

<sup>1</sup>L'Ampère è definito come l'intensità di corrente che percorrendo due fili rettilinei paralleli molto lunghi, posti ad un metro di distanza nel vuoto, genera una forza magnetica di  $2 \cdot 10^{-7} N$  per ogni metro di conduttore. Infatti nei primi decenni del 1800 si scoprì che fili percorsi da corrente generano nello spazio circostante i fili stessi un campo magnetico e che, pertanto, due fili molto vicini e attraversati da corrente sono sottoposti a forze magnetiche di attrazione o repulsione, che si possono misurare.

sulla carica elettrica comunque presente dentro il materiale. Supponiamo ora, con l'aiuto della forza elettrica esterna, di riuscire a trasportare in  $A$  un po' della carica positiva di  $B$ . Per ottenere questo risultato la forza che abbiamo applicato ha compiuto un lavoro, dato dal prodotto dell'intensità della forza stessa per lo spostamento operato, cioè per la distanza tra i due punti:

$$L = F \cdot d$$

Per effetto del nostro intervento  $A$ , avendo acquistato della carica positiva, è diventato positivo, mentre  $B$ , avendola invece perduta, è diventato negativo. Tra i due punti esiste ora una condizione di *squilibrio elettrico*.



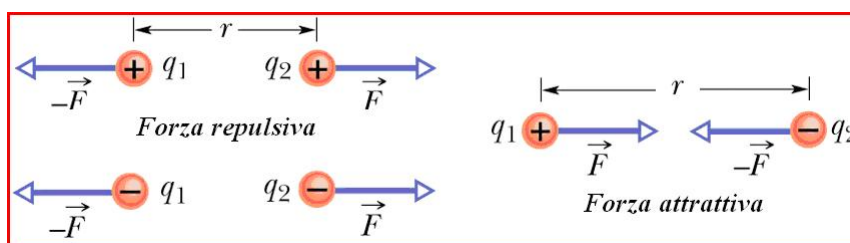
tal modo, tra  $A$  e  $B$  si origina un *campo elettrico*<sup>2</sup>  $E$ . Quindi si può affermare che tra i due punti si instaura una forza elettrica che tende a ristabilire la neutralità elettrica iniziale. Come effetto i due punti sono vicendevolmente attratti fra loro. Si dice che i due punti vanno *sotto tensione*. L'intensità della tensione presente tra i due punti viene valutata attraverso una nuova grandezza, corrispondente alla *differenza di potenziale elettrico* tra i due punti, essendo per convenzione considerato

<sup>2</sup>Si definisce *Campo Elettrico* ogni regione dello spazio in cui si manifestano delle forze elettriche e cioè ogni regione dello spazio in cui ogni carica elementare che vi è immersa si trova soggetta ad una forza elettrica che tende a muoverla secondo una direzione determinata. L'intensità del campo si manifesta proprio attraverso l'intensità della forza elettrica che si esplica sulla data carica elementare, essendo:

$$\text{Campo elettrico} = \frac{\text{Forza elettrica}}{\text{Carica elettrica}}$$

Indicando con  $E$  l'intensità di campo e con  $F$  l'intensità della forza elettrica che agisce sulla carica elementare  $q$ , si ha:

$$E = \frac{F}{q} \quad \text{in cui} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = K \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$



a potenziale maggiore o positivo, il punto in cui c'è un eccesso di carica positiva, e considerato invece a potenziale minore, o negativo, il punto con eccesso di carica negativa.

La differenza di potenziale, o *d.d.p.* è così definita:

**Definizione 5.** Si definisce **differenza di potenziale elettrico** tra due punti  $A$  e  $B$  il lavoro che compie una forza elettromotrice esterna per trasportare una quantità di carica elettrica unitaria e positiva dal punto  $B$  al punto  $A$ .

Indicando con  $q$  la carica elettrica, con  $L_{BA}$  il lavoro e con  $V_{AB}$  la differenza di potenziale, si ha la seguente relazione:

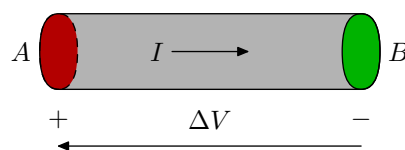
$$V_{AB} = \frac{L_{AB}}{q}$$

L'unità di misura della differenza di potenziale elettrico è il *Volt*,  $[V]$ , così definito:

$$1[V] = \frac{1[J]}{1[C]} = 1[J] \cdot [C^{-1}]$$

## 2.5 La legge di Ohm

Riprendiamo ora l'esempio precedente e consideriamo un filo conduttore ai capi del quale sia presente uno squilibrio elettrico, con il capo  $A$  a potenziale positivo ed il capo  $B$  negativo.



Ciò, nei materiali conduttori come i metalli, al cui interno ci sono molti *elettroni liberi*, determina lo *spostamento* di una certa quantità di elettroni liberi che tende a dirigersi verso il polo positivo, nel tentativo di ristabilire la condizione di neutralità elettrica. *Si osserva, quindi, il passaggio attraverso il conduttore di una corrente elettrica.* Per convenzione il verso della corrente è indicato in riferimento ad un flusso di *carica positiva*, il cui effetto sia equivalente al moto degli elettroni, quindi *dal polo positivo al polo negativo*.

Per i conduttori, ed in particolare per i metalli, vale una legge di proporzionalità fra tensione e corrente molto importante, la *legge di Ohm*, il cui enunciato è il seguente:

**Legge di Ohm:** La differenza di potenziale,  $\Delta V = V_A - V_B$ , presente ai capi di un conduttore, è direttamente proporzionale all'intensità di corrente,  $I$ , in esso circolante, ovvero il rapporto tra la *d.d.p.* e l'intensità di corrente è una costante, chiamata **resistenza elettrica** del conduttore.

La relazione matematica tra tensione e corrente è la seguente:

$$\Delta V = V_A - V_B = R \cdot I$$

o anche:

$$\frac{\Delta V}{I} = \frac{V_A - V_B}{I} = R = \text{Costante}$$

La legge di Ohm si esprime anche inversamente, nel seguente modo:

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

L'unità di misura della resistenza elettrica è chiamata *Ohm*, si indica con una  $\Omega$ , ed è definita nel seguente modo:

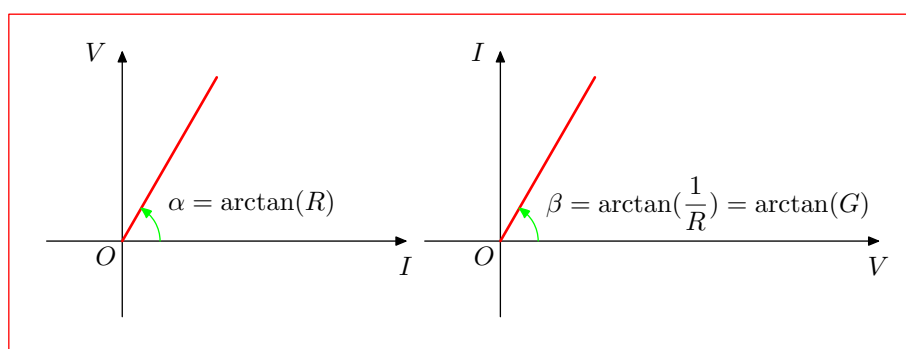
$$1[\Omega] = \frac{1[V]}{1[A]} = 1[V] \cdot [A^{-1}]$$

Il valore della resistenza dipende da tre fattori: dalla *lunghezza* del conduttore,  $l$ , dalla *sezione* del conduttore,  $S$ , e da una costante che dipende dal particolare materiale usato come conduttore, chiamata *resistività elettrica*,  $\rho$ , secondo la seguente relazione:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

La legge di Ohm implica che, se ai capi di un conduttore è presente una d.d.p., allora sicuramente attraverso il conduttore si osserva il passaggio di corrente.

Essa implica anche il viceversa, ovvero che, se attraverso un conduttore si osserva il passaggio di corrente, allora ai suoi capi ci deve essere un d.d.p. Le due quantità, d.d.p. e corrente, si presentano assieme e sono tra loro direttamente proporzionali. Possiamo esprimere quanto detto mediante una rappresentazione grafica della legge di Ohm, come riportato in figura:



La quantità  $G$  a cui si fa riferimento nel secondo grafico, è denominata *conduttanza elettrica* e corrisponde all'*inverso della resistenza*:

$$G = \frac{1}{R}$$

Essa si misura indifferentemente nelle unità:

$$[G] = \left[ \frac{A}{V} \right] = [\Omega^{-1}] = [S] = [Siemens]$$

Un buon conduttore presenta bassi valori di resistenza ovvero elevati valori di conduttanza.

## 2.6 La potenza elettrica

Quando viene compiuto del lavoro, si osserva in generale il trasferimento di una quantità di energia, necessaria per compiere il lavoro richiesto. Ciò vale anche per il lavoro elettrico, il quale richiede, per essere compiuto, il trasferimento di una corrispondente quantità di energia elettrica. Il fenomeno può avvenire più o meno rapidamente, per cui in ambiente tecnico si è deciso di misurare il consumo di energia riferendosi all'energia trasferita in un intervallo di tempo unitario. La grandezza di riferimento, quindi, per il consumo di energia è la *potenza elettrica*, la quale è, in generale, così definita:

**Definizione 6.** *Si definisce **potenza** il lavoro compiuto da una forza nell'unità di tempo.*

Nel nostro caso tutte le quantità sono elettriche ed il lavoro elettrico, quello che normalmente è indicato come *consumo*, non è altro che l'energia elettrica trasferita. Indicando con  $P$  la potenza elettrica, con  $L$  il lavoro e con  $t$  l'intervallo temporale in cui è stato compiuto il lavoro, si ha:

$$P = \frac{L}{t}$$

Una forza elettrica, in particolare, deve compiere un determinato lavoro  $L$  per spostare una carica  $q$  da un punto ad un altro di un campo elettrico ed il lavoro è legato alla differenza di potenziale  $\Delta V$  esistente tra i due punti del campo. In base alla definizione di *d.d.p.*, infatti, si ha:

$$L = q \cdot \Delta V$$

per cui, sostituendo, si ricava:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{q \cdot \Delta V}{t} = \frac{q}{t} \cdot \Delta V$$

Osserviamo ora che il rapporto  $\frac{q}{t}$  non è altro che l'intensità di corrente elettrica,  $I$ , alla quale va imputato il consumo di energia, per cui si ottiene alla fine:

$$P = I \cdot \Delta V = I \cdot V_{AB}$$

Secondo questa relazione la potenza elettrica, cioè l'energia elettrica trasferita nell'unità di tempo, dipende dal prodotto tra tensione e corrente.

L'unità di misura della potenza è il *Watt*, essendo:

$$1[W] = 1[V] \cdot [A]$$

Per le resistenze elettriche questa relazione può essere affiancata alla legge di Ohm, vista precedentemente, nel seguente sistema:

$$\begin{cases} P &= \Delta V \cdot I \\ \Delta V &= R \cdot I \end{cases}$$

Sostituendo l'espressione data dalla legge di Ohm in quella della potenza, si ricava:

$$P = R \cdot I^2$$

oppure:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

le quali sono due espressioni molto utili per calcolare la potenza elettrica relativa ad una resistenza.

### 2.6.1 Effetto Joule

Nel settore tecnico spesso ci si riferisce a questo effetto come al *consumo di energia*, anche se in realtà, lo sappiamo, l'energia non viene affatto consumata in senso stretto, quanto piuttosto convertita in un'altra forma, ad esempio calore. In effetti quando la corrente elettrica percorre un filo conduttore di resistenza  $R$ , si riscalda e cede calore all'esterno a causa della conversione di energia elettrica in energia termica.

Le cariche elettriche infatti, nel loro moto all'interno della materia, urtano gli atomi del reticolo di struttura del materiale conduttore, cedendo la loro energia agli atomi, mettendoli così in oscillazione attorno alla loro posizione di equilibrio.

Si ha in definitiva un innalzamento della temperatura, essendo questa legata allo stato di agitazione termica interna; il calore così prodotto viene ceduto all'esterno ed il suo valore può calcolarsi con la relazione di Joule (*legge di Joule*):

$$Q = k \cdot V \cdot I \cdot t \longrightarrow \text{per la legge di Ohm} \longrightarrow Q = k \cdot I^2 t$$

dove:

$t \longrightarrow$  intervallo di tempo;

$Q \longrightarrow$  calore prodotto nel tempo  $t$ , espresso in *cal.* o *kcal*;

$k \longrightarrow$  equivalente  $kcal \longleftrightarrow kJ$  oppure  $cal \longleftrightarrow J$ , essendo:

$1cal = 4,186J$ , oppure anche:  $1kcal = 4,186kJ$ .

L'effetto descritto sopra viene detto *effetto Joule*.

## Capitolo 3

# Reti elettriche e connessioni fondamentali

Chiunque abbia osservato un circuito elettrico, pur se al giorno d'oggi parecchio sofisticato e miniaturizzato, non di meno avrà avuto modo di osservare che esso è costituito da un insieme di *parti* interconnesse, ovvero collegate tra loro attraverso dei fili conduttori, o, più frequentemente, attraverso delle piste di rame ricavate sullo stampato del circuito. Ebbene, le varie parti che compongono un qualunque circuito sono detti *componenti elettronici*. Sono esempi di componenti elettronici: le pile, le resistenze, i condensatori, i diodi, ecc. Avremo modo di esaminare in un momento successivo le caratteristiche specifiche di vari componenti elettronici.

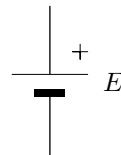
Qui osserviamo solo che, dal punto di vista pratico, essi sono classificabili in tre grandi categorie: quelli dei *componenti attivi*, quelli dei *componenti passivi* e quelli dei *generatori elettrici*. In effetti va precisato che in qualunque circuito applicativo, deve necessariamente esserci almeno un componente, o dispositivo, che grazie ad un meccanismo di trasformazione di energia, sia in grado di produrre corrente elettrica, cioè un movimento di cariche elettriche.

Anche se, osservando un circuito, non si nota alcun movimento esteriore, vi è una grande differenza tra un circuito in attività ed un circuito non in attività. Per notare questa differenza sarebbe necessario osservare il circuito internamente, a livello microscopico: si noterebbero in questo caso una grande quantità di elettroni muoversi velocemente, ad esempio lungo i fili conduttori. Tutta questa attività avviene solo se il circuito è alimentato. Questo è possibile solo se si inserisce un generatore elettrico, il quale fornisce ai suoi morsetti una *differenza di potenziale* (*d.d.p.*), detta forza elettromotrice (*f.e.m.*), che consente il movimento delle cariche elettriche libere entro il filo conduttore che unisce i due morsetti. Useremo come generatore elettrico la pila, la dinamo e l'alternatore; come componente passivo il resistore, il condensatore, l'induttore e il diodo; come componente attivo il transistor e l'amplificatore operazionale.



### 3.1 La pila

La pila è un componente che fornisce una f.e.m. costante nel tempo e di valore noto (finché è carica). La pila si presenta esternamente con due terminali, dei quali uno è il terminale positivo, contrassegnato con un  $+$  e l'altro quello negativo, contrassegnato con un  $-$ . Essa utilizza l'energia chimica accumulata al proprio interno per produrre una propria forza elettromotrice, la quale si manifesta attraverso la presenza di una differenza di potenziale<sup>1</sup> costante tra il morsetto positivo ed il morsetto negativo. Per rappresentare schematicamente la pila useremo il simbolo di figura, nel quale il parametro  $E$  rappresenta la f.e.m. della pila. Dobbiamo stare molto attenti a come inseriamo la pila, in quanto dobbiamo rispettare la polarità dei suoi terminali.



### 3.2 Il resistore

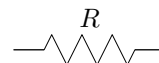
**Definizione 7.** Il resistore è un componente elettrico passivo con due terminali, che obbedisce alla legge di Ohm.

Al suo interno il resistore è costituito da un materiale conduttore, impastato con un materiale inerte, non conduttore, con lo scopo di aumentarne opportunamente la resistenza.



A differenza della pila, i terminali del resistore sono privi di polarità, nel senso che non c'è un morsetto positivo ed uno negativo, e quindi non dobbiamo fare particolare attenzione a come lo inseriamo nel circuito, dato che i due modi possibili sono equivalenti.

Per rappresentare schematicamente la resistenza useremo il simbolo elettrico di figura, nel quale il parametro  $R$  rappresenta il valore di resistenza del componente.



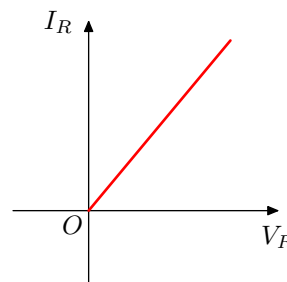
#### 3.2.1 Legge di funzionamento del resistore:

La legge di funzionamento, come detto all'inizio, è la legge di Ohm:  $V = R \cdot I$ . Pertanto, quando ai capi del resistore viene applicata una *differenza di potenziale*,  $V$ , lo stesso viene attraversato da una corrente  $I$ , la quale è direttamente propor-

<sup>1</sup>la forza elettromotrice viene identificata attraverso la d.d.p. presente ai capi della pila a vuoto, cioè senza alcun componente o dispositivo ad essa collegato

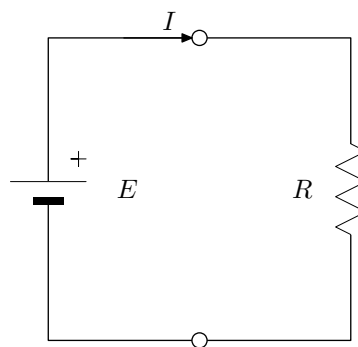
zionale alla tensione applicata.

La relazione si esprime graficamente nel piano cartesiano, disponendo una delle due grandezze, di solito la tensione, nell'asse delle ascisse, e l'altra, la corrente nelle ordinate, come in figura e rappresenta una retta, inclinata di una quantità tanto *maggiore*, quanto *minore* è il valore della resistenza.



### 3.3 Il primo circuito elettrico

Collegiamo ora il morsetto positivo della pila con uno dei due terminali della resistenza con un filo conduttore di rame, che supponiamo di resistenza praticamente nulla e altrettanto facciamo con il morsetto negativo della batteria e l'altro capo della resistenza. Abbiamo così realizzato il nostro primo circuito elettrico.



Per fissare le idee supponiamo:

$$\begin{aligned} E &= 12 \text{ [V]} \\ R &= 50 \text{ [\Omega]} \end{aligned}$$

Notiamo innanzitutto che la connessione tra pila e resistenza costituisce un *percorso chiuso* che in questo caso è anche l'unico del circuito. Chiameremo *maglie* percorsi chiusi di questo tipo. Osserviamo poi che la f.e.m.  $E$  della pila viene applicata, attraverso i fili di collegamento, ai capi della resistenza, la quale di conseguenza sviluppa ai suoi capi una *differenza di potenziale*, in breve *d.d.p.* pari ad  $E$ . Avremo cioè:

$$\Delta V_R = E = 12 \text{ [V]}$$

Ma allora, per la legge di Ohm la resistenza sarà attraversata da una corrente, di intensità  $I$ , pari a:

$$I = \frac{\Delta V_R}{R}$$

Sostituiamo e calcoliamo:

$$I = \frac{12}{50} = 0,24 [A] = 240 [mA]$$

Osserviamo che la corrente percorre la maglia nel verso indicato in figura, cioè: esce dal morsetto positivo della pila, attraversa la resistenza e rientra dal morsetto negativo della pila. Per la sua circolazione è fondamentale che questo percorso sia effettivamente chiuso e privo di interruzioni. Una qualunque interruzione del collegamento determina, infatti, il venir meno della corrente.

Poiché la corrente non è altro che un flusso di carica elettrica, vuol dire che attraverso il circuito circola la quantità di carica  $Q$  data da:

$$Q = I \cdot t$$

Sempre per fissare le idee, supponiamo di tenere in funzione il circuito per 5 [min]. Abbiamo allora:

$$t = 5 \cdot 60 = 300 [s]$$

e in questo tempo il circuito viene attraversato dalla quantità di carica:

$$Q = 0,24 \cdot 300 = 72 [C]$$

Naturalmente, se il tempo di funzionamento del circuito dovesse raddoppiare, anche la quantità di carica raddoppierà. La carica elettrica, infatti, non è affatto costante, ma cresce in proporzione con  $t$ , diventando sempre maggiore man mano che il tempo passa. Invece, visto che la batteria eroga sempre la stessa *f.e.m.*, l'intensità della corrente è costante.

Per consentire, poi, la circolazione della corrente, la pila deve compiere un lavoro elettrico, prendendo parte della energia chimica accumulata al suo interno e trasformandola in energia elettrica. Per calcolare l'energia elettrica resa disponibile in questo modo, ci ricordiamo del suo legame con la *d.d.p.*:

$$\Delta V = \frac{L}{Q}$$

Ora la *d.d.p.* coincide con  $\Delta V_R$  e quindi con  $E$ , mentre il lavoro elettrico  $L$  coincide con l'energia elettrica  $El$  resa disponibile, per cui, invertendo questa formula troviamo:

$$El = Q \cdot E$$

Anche il fabbisogno di energia elettrica, allora, non è costante, ma cresce in proporzione con il tempo di funzionamento del circuito. Con i dati del nostro circuito otteniamo:

$$El = 72 \cdot 12 = 864 [J]$$

Se però il tempo di funzionamento raddoppia, anche il suo valore raddoppia. Essa è messa a disposizione dalla batteria ed è utilizzata, o, come si dice, *dissipata* dalla resistenza. Ciò corrisponde a quello che usualmente è indicato come *consumo* di energia del resistore<sup>2</sup>. In effetti gli urti che si originano nella resistenza per il passaggio di corrente determinano la cessione dell'energia al reticolo, con conseguente produzione di calore e riscaldamento del resistore, per *effetto Joule*. Cos'è, allora, che rimane costante? Rimane costante la quantità di energia resa disponibile dalla batteria e utilizzata dal resistore *nell'unità di tempo*, cioè la potenza. La potenza infatti è data da:

$$P = \Delta V \cdot I$$

ed è costante essendo costanti sia la d.d.p che la I.

Per la batteria avremo:

$$P_E = E \cdot I$$

mentre per la resistenza:

$$P_R = \Delta V_R \cdot I$$

La potenza  $P_E$  è l'energia elettrica messa a disposizione dalla pila nell'unità di tempo, mentre la  $P_R$  è l'energia elettrica dissipata dalla resistenza. Le due quantità sono ovviamente uguali. In entrambi i casi otteniamo:

$$P_E = P_R = 12 \cdot 0,24 = 2,88 [W]$$

Per verificare la correttezza del risultato la calcoliamo anche in base alla definizione:

$$P = \frac{El}{t} = \frac{864}{300} = 2,88 [W]$$

Riassumiamo: la pila mette a disposizione in 1 [s] l'energia di 2,88 [J] e questa è l'energia dissipata dalla resistenza, per effetto Joule, a motivo della circolazione della corrente elettrica.

---

<sup>2</sup>Per estensione si parla di consumo di energia negli stessi termini anche per un qualunque dispositivo o apparato elettrico che per il suo funzionamento richieda corrente ad una alimentazione. Esso dal punto di vista elettrico è assimilato ad un carico con un dato valore di resistenza

### 3.3.1 Esercizi

#### 1. Esercizio

Collegare ad una batteria di  $8\text{ V}$  un carico resistivo di  $200\ \Omega$ , per un tempo pari a  $10$  ore. Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare la corrente, scrivere le espressioni della corrente, della carica elettrica, dell'energia e della potenza e calcolare. Cosa succede a queste quantità se il tempo di funzionamento raddoppia ?

#### 2. Esercizio

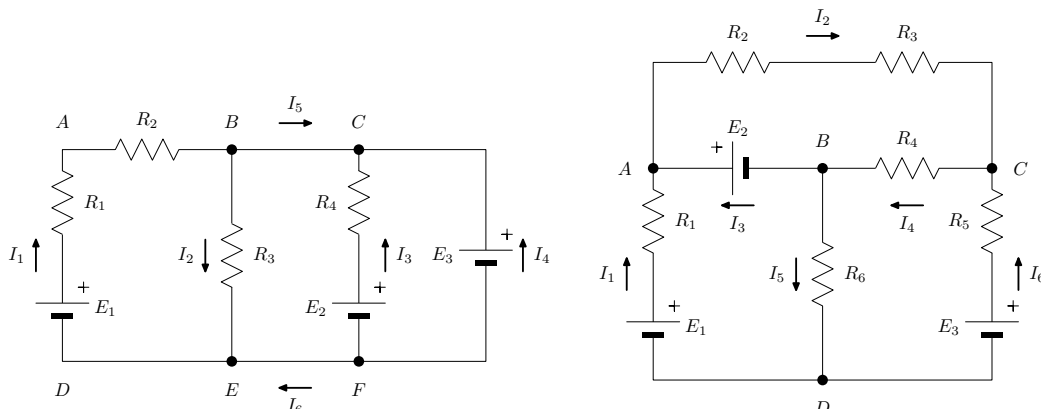
Collegando ad una batteria di  $8\text{ V}$  un carico resistivo per un tempo pari a  $2$  ore, si ottiene una corrente elettrica di intensità pari a  $0,25\text{ A}$ . Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare la corrente, scrivere le espressioni della corrente, della carica elettrica, dell'energia e della potenza. Determinare il valore ohmico del carico e calcolare le quantità non note. Se il tempo di funzionamento raddoppia, come cambia il valore ohmico del carico?

#### 3. Esercizio

Collegando ad una batteria un carico resistivo di  $300\ \Omega$ , per un tempo pari a  $2$  ore, si ottiene una corrente elettrica di intensità pari a  $0,15\text{ A}$ . Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare la corrente, scrivere le espressioni della corrente, della carica elettrica, dell'energia e della potenza. Determinare il valore della *f.e.m.* della batteria e calcolare le quantità non note. Se il tempo di funzionamento raddoppia, come cambia il valore della *f.e.m.*?

### 3.4 Definizioni ricorrenti nello studio delle reti elettriche

I generatori di *f.e.m.* e le resistenze possono essere collegati tra loro, in diversi modi: collegamento in serie (in modo da essere attraversati tutti dalla stessa corrente), collegamento in parallelo (in modo da esser sottoposti tutti alla stessa *d.d.p.*) e collegamento misto, come per esempio negli schemi sottostanti.



In questi casi si parla di *circuiti complessi* o di *reti elettriche*: un sistema costituito da uno o più generatori e resistenze, comunque connessi tra loro, viene chiamato **rete elettrica**. Prima di affrontare lo studio delle reti elettriche, occorre definire alcuni termini che ricorrono nell'esame delle reti elettriche stesse.

**Definizione 8.** Si definisce **nodo** un punto della rete elettrica in cui si incrociano tre o più conduttori e, pertanto, confluiscono tre o più correnti.

Per esempio, per lo schema di *figura 1*, è nodo il punto *B*, mentre non è nodo il punto *A*. Quest'ultimo non è un punto notevole ed infatti la corrente che percorre la resistenza  $R_1$  è la stessa che percorre anche la resistenza  $R_2$ .

**Definizione 9.** Si definisce **ramo** di una rete elettrica, ogni tratto della rete compreso tra due nodi contigui.

Due nodi possono essere contigui rispetto ad alcuni tratti e non contigui rispetto ad altri. Così, per la rete di *figura 2* i nodi *A* e *C* sono contigui per il tratto  $A - R_2 - R_3 - C$  che pertanto è un ramo, mentre non sono contigui per il tratto  $A - E_2 - B - R_4 - C$ . Per tale tratto sono contigui i nodi *A* e *B*, ed i nodi *B* e *C*, che individuano i due rami distinti:  $A - E_2 - B$  e  $B - R_4 - C$  rispettivamente.

Un ramo può comprendere uno o più generatori di *f.e.m.* e una o più resistenze, solo resistenze o anche solo generatori o solo tratti di connessione.

Nel caso di *figura 1*, sono rami i tratti  $B - R_3 - E$ ;  $B - R_2 - R_1 - E$ ;

$C - E_3 - F$ ;  $C - R_4 - E_2 - F$ ;  $E - F$ ;  $B - C$ . I rami  $E - F$  e  $B - C$  sono tratti di connessione, con resistenza trascurabile rispetto alle altre della rete.

Ogni ramo di una rete viene percorso, in generale, da una corrente diversa.

**Definizione 10.** Si definisce **maglia** di una rete elettrica ogni percorso chiuso individuabile nella rete.

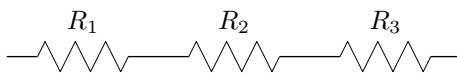
Per esempio, sempre per il caso di figura 1, si individuano le maglie:  $A - R_2 - B - R_3 - E - D - E_1 - R_1 - A$ ;  $B - C - R_4 - E_2 - F - E - R_3 - B$ . Si noti che, nel percorrere una qualsiasi maglia, si parte da un punto e si ritorna necessariamente allo stesso punto.

Nello studio di una rete, a meno che non sia diversamente specificato, i generatori e le resistenze elettriche vengono ritenuti tutti *lineari*. Un generatore è lineare se conserva costante il suo valore di *f.e.m.*, qualunque sia la sua corrente che l'attraversa. Una resistenza è lineare se conserva costante il suo valore ohmico, qualunque sia la corrente che l'attraversa.

### 3.5 La connessione serie

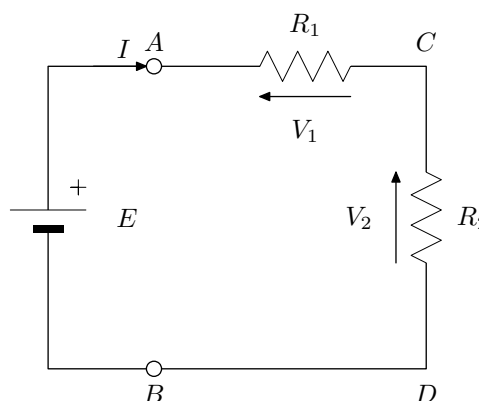
Supponiamo ora di voler collegare ad una forza elettromotrice più di un resistore. Per fare la connessione abbiamo due modi fondamentali: *la connessione serie*, o *la connessione parallelo*.

Con la connessione serie le resistenze sono connesse l'una dopo l'altra con il secondo terminale della prima collegato al primo terminale della seconda, e così via, in modo da formare complessivamente un unico ramo, che va dal primo morsetto della prima resistenza al secondo morsetto dell'ultima resistenza.



Analizziamo dapprima la situazione più semplice, corrispondente alla connessione in serie di due resistenze,  $R_1$  ed  $R_2$ . Completiamo il circuito collegando i morsetti liberi delle due resistenze ad una batteria, che fornisce la *f.e.m.*  $E$ . Il circuito che otteniamo è rappresentato in figura. Per fissare le idee supponiamo:

$$E = 12 \text{ [V]}; R_1 = 80 \text{ [\Omega]}; R_2 = 160 \text{ [\Omega]};$$



Notiamo anzitutto che il circuito presenta ancora un'unica maglia, nella quale troviamo la batteria e le due resistenze. Pertanto la corrente erogata dalla pila dal suo morsetto positivo, deve necessariamente attraversare sia la prima che la seconda resistenza, per poi ritornare alla pila dal morsetto negativo. Possiamo quindi affermare la prima fondamentale peculiarità della connessione serie:

**Proprietà 1.** *I componenti connessi in serie sono attraversati dalla stessa corrente.*

Fissiamo la corrente nel circuito e la indichiamo con  $I$ . Ci chiediamo ora: cosa succede quando la corrente attraversa le resistenze? La risposta a questa domanda ci viene fornita dalla legge di Ohm, applicata alle resistenze: quando le resistenze sono attraversate da corrente, ai capi di ciascuna di esse si sviluppa una differenza di potenziale, una *d.d.p.*, la quale sarà direttamente proporzionale all'intensità della corrente e sarà tanto maggiore quanto maggiore è la rispettiva resistenza. Possiamo affermare la seconda fondamentale peculiarità della connessione serie:

**Proprietà 2.** *I componenti connessi in serie sviluppano tante d.d.p., quanti sono i componenti stessi, in generale di diverso valore.*

In definitiva, unendo le due proprietà si arriva alla seguente definizione di resistenze in serie:

**Definizione 11.** *Due o più resistenze si dicono in serie quando appartengono tutte allo stesso ramo, attraversate quindi tutte dalla stessa corrente e sottoposte, in generale, a d.d.p. di valore diverso.*

Indichiamo le *d.d.p.* rispettivamente con  $V_{AC} = V_1$  e  $V_{CD} = V_2$  e le fissiamo in figura con delle quote, con il punto più positivo sul lato in cui la corrente è entrante. Per la legge di Ohm avremo:

$$\begin{aligned} V_1 &= R_1 \cdot I \\ V_2 &= R_2 \cdot I \end{aligned}$$

Adesso concentriamo la nostra attenzione sulla maglia. Per quanto detto in essa sono presenti, da un lato la *f.e.m.*,  $E$ , della batteria, e dall'altro le due *d.d.p.*  $V_1$  e  $V_2$  delle resistenze. Ora la *f.e.m.* della batteria è trasferita a entrambe le resistenze, quindi intuiamo che essa deve corrispondere alla somma di  $V_1$  e di  $V_2$ .

Infatti, percorrendo la maglia con un verso determinato, ad esempio secondo il percorso:  $A - (R_1) - C - (R_2) - D - B - (E) - A$ , si rilevano tante *d.d.p.* quanti sono gli elementi attivi e passivi presenti nella maglia e la loro somma deve necessariamente essere nulla, dovendo essere:

$$V_{AC} + V_{CD} + V_{DB} + V_{BA} = V_{AA} = 0$$



Si tratta di un assunto del tutto generale, ovvero di un principio fondamentale nella risoluzione delle reti elettriche, noto come il 2° principio di Kirchhoff<sup>3</sup>, che si applica alle maglie. Esso afferma quanto segue:

**2° principio di Kirchhoff:** *In una maglia di una rete elettrica, è nulla la somma algebrica delle d.d.p. che si incontrano nella maglia, percorrendo la stessa con un verso determinato.*

$$\sum d.d.p. = 0$$

Il 2° principio, applicato alla maglia, ci consente di scrivere la seguente equazione matematica:

$$-E + V_1 + V_2 = 0$$

Trasportando  $V_1$  e  $V_2$  a secondo membro e cambiando di segno, l'equazione diventa:

$$E = V_1 + V_2$$

Notiamo ora che la *f.e.m.* fornita dall'elemento attivo, corrisponde alla somma delle *d.d.p.* sugli elementi passivo. Anche questo risultato è del tutto generale e corrisponde alla seguente formulazione alternativa del 2° principio:

**2° principio di Kirchhoff:** (formulazione alternativa) *In una maglia di un circuito elettrico, la somma algebrica delle f.e.m., fornite dagli elementi attivi agenti nella maglia, è uguale alla somma algebrica delle d.d.p., che si sviluppano sugli elementi passivi presenti nella maglia.*

$$\sum E = \sum R \cdot I$$

Occorre osservare che:

- nella prima formulazione, non si fa distinzione tra gli elementi, ma si sommano le *d.d.p.* così come si presentano nel percorso convenzionalmente prescelto;
- nella seconda formulazione si fa invece distinzione tra i generatori e gli elementi passivi, i quali vengono sommati separatamente.

Chiamiamo l'equazione ottenuta con il nome di *equazione della maglia*. Essa è molto importante perché ci fornisce uno strumento molto potente per la risoluzione delle reti elettriche.

---

<sup>3</sup>Ricercatore tedesco della seconda metà del XIX secolo, noto per aver formulato due principi generali per la risoluzione delle reti: il 1° principio, che si applica ai nodi, discende dal principio di conservazione della carica elettrica; il 2° principio, che si applica alle maglie, esprime il lavoro compiuto dalla forza elettrica in un percorso chiuso, che è nullo perché la forza elettrica è conservativa

Ricordando, infatti, le espressioni delle due *d.d.p.* e sostituendole in questa espressione, otteniamo:

$$E = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

E' la stessa espressione di prima, ma ora le *d.d.p.* sono espresse come prodotti di  $R \cdot I$ . Ciò ci consente di risolvere l'equazione, rispetto alla corrente. Prima, però, dobbiamo raccogliere la corrente nei due termini in cui compare. Otteniamo:

$$E = (R_1 + R_2) \cdot I$$

Da cui:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Questo risultato ci dice che l'intensità di corrente erogata dalla batteria alla serie delle due resistenze è in proporzione diretta col valore della *f.e.m.*, ed è in proporzione inversa con la *somma* delle due resistenze. È come se la batteria vedesse un *unico carico*, che denominiamo *resistenza totale della serie*, brevemente  $R_T$ , dato dalla somma delle due  $R$ :

$$R_T = R_1 + R_2$$

Questo risultato è facilmente estendibile ad un numero qualsiasi  $N$  di resistenze connesse in serie:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

ed costituisce una specifica peculiarità della connessione serie di resistenze:

**Proprietà 3.** *La connessione in serie di più resistenze equivale ad una resistenza totale data dalla somma delle singole resistenze.*

Per come è determinata la resistenza totale deve necessariamente essere maggiore di ciascuna delle due resistenze. Se le resistenze fossero uguali allora la resistenza totale sarebbe  $N$  volte il valore comune delle  $R$ . Calcoliamo:

- Resistenza totale:

$$R_T = R_1 + R_2 = 80 + 160 = 240 \, \Omega$$

- Corrente totale:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{240} = 0,05 \, A = 50 \, mA$$

- *d.d.p.*:

$$\begin{aligned} V_1 &= R_1 \cdot I = 80 \cdot 0,05 = 4 \, V \\ V_2 &= R_2 \cdot I = 160 \cdot 0,05 = 8 \, V \end{aligned}$$

Osserviamo che la *f.e.m.* erogata dalla batteria corrisponde effettivamente alla somma delle *d.d.p.* delle due resistenze, in accordo con il 2° principio di Kirchhoff.

- Potenze:

$$\begin{aligned} P_1 &= V_1 \cdot I = 4 \cdot 0,05 = 0,2 \text{ W} \\ P_2 &= V_2 \cdot I = 8 \cdot 0,05 = 0,4 \text{ W} \\ P_E &= E \cdot I = 12 \cdot 0,05 = 0,6 \text{ W} \end{aligned}$$

Osserviamo che anche la potenza erogata dalla batteria corrisponde alla somma delle potenze dissipate dalle due resistenze.

## Esercizi

### 1. Esercizio

Tre resistori, rispettivamente di  $20 \Omega$ ,  $30 \Omega$  e  $70 \Omega$ , vanno connessi in serie e collegati ad una batteria di  $6 \text{ V}$ . Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare la corrente e le *d.d.p.*, scrivere l'equazione della maglia e risolvere rispetto alla corrente. Si chiede poi relazione e calcolo di: resistenza totale, corrente totale, *d.d.p.* e potenze.

Si possono usare resistori da  $1/4$  di  $W$  ?

### 2. Esercizio

Ripetere quanto richiesto all'esercizio precedente con 4 resistori, rispettivamente di  $2,2 \text{ k}\Omega$ ,  $3,3 \text{ k}\Omega$ ,  $3,9 \text{ k}\Omega$  e  $4,7 \text{ k}\Omega$ .

Si possono usare resistori da  $1/4$  di  $W$  ?

### 3. Esercizio

Due resistori, rispettivamente di  $250 \Omega$  e  $350 \Omega$  sono connessi in serie ad una batteria e la stessa eroga verso il primo resistore una corrente di  $40 \text{ mA}$ . Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare la corrente e le *d.d.p.*, scrivere l'equazione della maglia e risolvere rispetto alla corrente. Si chiede poi relazione e calcolo di: resistenza totale, *f.e.m.*, *d.d.p.* e potenze.

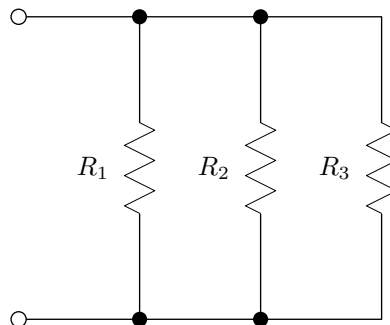
Si possono usare resistori da  $1/4$  di  $W$  ?

### 4. Esercizio

Si deve realizzare una corona collegando in serie quattro lucette da  $5 \text{ V}$  e  $20 \text{ mA}$  ciascuna. Si chiede lo schema della connessione ed il calcolo: della *f.e.m.* richiesta, della resistenza totale opposta dalle quattro lucette, della corrente richiesta e delle potenze dissipate. Elencare i pregi e i difetti della connessione.

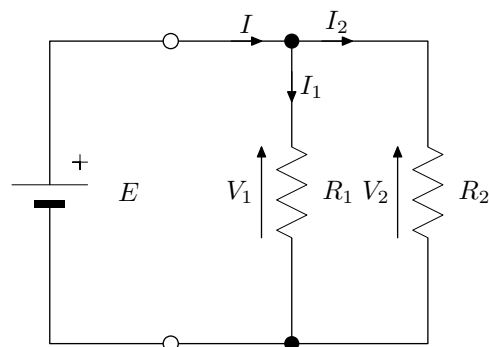
### 3.6 La connessione parallelo

Con la connessione parallelo le resistenze sono connesse da entrambi i capi, come in figura, in cui si nota che la seconda resistenza ha sia il primo che il secondo terminale annodati rispettivamente al primo ed al secondo terminale della prima resistenza. Lo stesso vale anche per la terza resistenza nei confronti della seconda, e così via. Complessivamente si ottengono tanti rami quante sono le resistenze.



Analizziamo dapprima la situazione più semplice, corrispondente alla connessione in parallelo di due resistenze,  $R_1$  ed  $R_2$ .

Completiamo il circuito collegando i morsetti liberi delle due resistenze ad una batteria, che fornisce la *f.e.m.*  $E$ . Il circuito che otteniamo è rappresentato in figura. Per fissare le idee supponiamo:



$$E = 12 \text{ [V]}; R_1 = 80 \text{ [\Omega]}; R_2 = 160 \text{ [\Omega]};$$

Notiamo intanto che il circuito presenta due nodi, indicati con  $A$  e  $B$ , tre rami e tre maglie: nella prima maglia troviamo la batteria e la resistenza  $R_1$ ; nella seconda troviamo la batteria e la resistenza  $R_2$ ; nella terza troviamo le due resistenze. In effetti con questa connessione le resistenze si trovano collegate alla stessa batteria e quindi ci aspettiamo che presentino la stessa *d.d.p.*. Per verificarlo applichiamo il 2° principio di Kirchhoff e ricaviamo le equazioni delle prime due maglie. Otteniamo:

$$M_1 : E = V_1$$

$$M_2 : E = V_2$$

Allora, per la proprietà transitiva dell'uguaglianza deve essere:

$$E = V_1 = V_2$$

Abbiamo, quindi, verificato che effettivamente le due resistenze hanno ai loro capi la stessa *d.d.p.*. Questo risultato è del tutto generale e ci permette di affermare la prima peculiarità della connessione parallelo:

**Proprietà 1.** *I componenti connessi in parallelo presentano ai loro capi la stessa differenza di potenziale.*

Fissiamo ora nel circuito la corrente erogata dalla batteria e la indichiamo con  $I$ . Ci chiediamo: quanta di questa corrente andrà su ciascuna delle resistenze? La risposta ci viene fornita ancora una volta dalla legge di Ohm: avendo ai loro capi una *d.d.p.* pari a  $E$ , essi richiederanno rispettivamente le correnti:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2}$$

Anche questo è una peculiarità del circuito parallelo, che esprimiamo così:

**Proprietà 2.** *I componenti connessi in parallelo presentano tante correnti, quanti sono i componenti stessi, in generale di diverso valore.*

In definitiva, unendo le due proprietà, si arriva alla seguente definizione di resistenze in parallelo:

**Definizione 12.** *Due o più resistenze si dicono in parallelo quando sono tutte sottoposte alla stessa tensione (d.d.p) e appartengono a rami diversi.*

Fissiamo anche le due correnti  $I_1$  e  $I_2$  nel circuito. Esse devono essere entrambe fornite dalla batteria, quindi bisogna che siano entrambe comprese nella corrente totale  $I$ . Come è possibile ciò? Per rispondere a questa domanda seguiamo il percorso delle correnti: la corrente emessa dal morsetto positivo della batteria ed entrante al nodo  $A$  è la corrente totale, mentre, uscendo dal nodo la corrente si divide in due parti, la  $I_1$  che attraversa la prima resistenza e la  $I_2$  che attraversa la seconda. Queste due correnti, poi, dopo aver fluito attraverso le rispettive resistenze, convogliano al nodo  $B$ , dove si ricompongono, ridando la corrente totale. In ciascuno dei nodi, quindi avviene una sovrapposizione delle correnti entranti e una successiva ridivisione nelle correnti uscenti. Questo è un principio del tutto generale ed è noto come 1° principio di Kirchhoff. Esso dice:

**1° principio di Kirchhoff:** *In un nodo di un circuito elettrico, la somma delle correnti entranti nel nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dal nodo. Ovvero: la somma algebrica (con il più quelle entranti e con il meno quelle uscenti) delle correnti confluenti in un nodo è uguale a zero.*

Il 1° principio, applicato ad esempio al nodo  $A$ , ci consente di scrivere la seguente equazione:

$$I = I_1 + I_2$$

Chiamiamo questa equazione con il nome di *equazione ai nodi*. Anch'essa è uno strumento importante per la risoluzione delle reti elettriche.

Ricordando, infatti, le espressioni delle due correnti e sostituendole in questa espressione, otteniamo:

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}$$

Raccogliamo la  $E$  nei due termini in cui compare e otteniamo:

$$I = \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \cdot E$$

Questa relazione dice che l'intensità di corrente erogata dalla batteria al parallelo delle due resistenze è in proporzione diretta col valore della *f.e.m.*, ed è in proporzione inversa con la *somma* degli inversi delle due resistenze.

E' come se la batteria vedesse un *unico carico*, che denominiamo *resistenza totale del parallelo*, brevemente  $R_T$ , il cui inverso è dato dalla somma degli inversi delle due  $R$ :

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \longrightarrow \quad R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Il risultato è facilmente estendibile ad un numero qualsiasi  $N$  di resistenze connesse in parallelo:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad \longrightarrow \quad R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

ed costituisce una specifica peculiarità della connessione parallelo di resistenze:

**Proprietà 3.** *La connessione in parallelo di più resistenze equivale ad una resistenza totale il cui inverso è dato dalla somma degli inversi delle singole resistenze.*

Se le resistenze in parallelo sono solo due allora la relazione diventa:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Osserviamo che la resistenza totale deve necessariamente essere minore di ciascuna resistenza. Nel caso in cui le resistenze fossero uguali essa sarebbe  $1/N$  del valore di  $R$ . Calcoliamo:

- Resistenza totale:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{80 \cdot 160}{240} = 53,3 \, \Omega$$

Osserviamo che la resistenza totale è minore di entrambe le resistenze.

- Corrente totale:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{53,3} = 0,225 \text{ A} = 225 \text{ mA}$$

- Correnti:

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{12}{80} = 0,15 \text{ A} = 150 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{12}{160} = 0,075 \text{ A} = 75 \text{ mA}$$

Osserviamo che la corrente totale fornita dalla batteria corrisponde effettivamente alla somma delle correnti delle due resistenze, in accordo con il 1° principio di Kirchhoff. Inoltre le due correnti sono ben maggiori che nel caso della connessione serie.

- Potenze:

$$\begin{aligned} P_1 &= V_1 \cdot I_1 = 12 \cdot 0,15 = 1,8 \text{ W} \\ P_2 &= V_2 \cdot I_2 = 12 \cdot 0,075 = 0,9 \text{ W} \\ P_E &= E \cdot I = 12 \cdot 0,225 = 2,7 \text{ W} \end{aligned}$$

Osserviamo che anche per la connessione parallelo la potenza erogata dalla batteria corrisponde alla somma delle potenze dissipate dalle due resistenze. Questo risultato vale quindi in generale: la potenza totale erogata dal generatore corrisponde alla somma delle potenze utilizzate dai componenti passivi ad esso collegati, qualunque sia la loro connessione. Osserviamo anche che i valori di potenza sono molto più grandi dei corrispettivi della connessione serie e ciò perchè la *f.e.m.* è applicata direttamente ad ogni resistenza determinando una maggiore *d.d.p.* ed una maggiore intensità di corrente.

## Esercizi

### 1. Esercizio

Tre resistori, rispettivamente di  $50 \Omega$ ,  $30 \Omega$  e  $70 \Omega$ , vanno connessi in parallelo e collegati ad una batteria di  $12 \text{ V}$ . Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare le correnti e le *d.d.p.*, scrivere l'equazione ai nodi e le equazioni alle maglie e risolvere, calcolando: resistenza totale, corrente totale, correnti, *d.d.p.* e potenze.

Si possono usare resistori da  $2 \text{ W}$  ?

### 2. Esercizio

Ripetere quanto richiesto all'esercizio precedente con 4 resistori, rispettivamente di  $1,5 \text{ k}\Omega$ ,  $2,7 \text{ k}\Omega$ ,  $3,9 \text{ k}\Omega$  e  $4,7 \text{ k}\Omega$ . La *f.e.m.* sia ancora di  $12 \text{ V}$ .

Si possono usare resistori da  $1/4 \text{ di W}$  ?

**3. Esercizio**

Due resistori, rispettivamente di  $470\ \Omega$  e  $560\ \Omega$  sono connessi in parallelo ad una batteria e la stessa eroga verso il primo resistore una corrente di  $20\ mA$ . Disegnare lo schema elettrico della connessione. Fissare le correnti e le *d.d.p.*, scrivere le equazioni ai nodi e alle maglie e risolvere calcolando: resistenza totale, *f.e.m.*, correnti, *d.d.p.* e potenze.

Si possono usare resistori da  $1/2\ W$  ?

**4. Esercizio**

Si deve realizzare una corona collegando in parallelo quattro lucette da  $5\ V$  e  $20\ mA$  ciascuna. Si chiede lo schema della connessione ed il calcolo: della *f.e.m.* richiesta, della resistenza totale opposta dalle quattro lucette, della corrente richiesta e delle potenze dissipate. Elencare i pregi e i difetti della connessione.

**5. Esercizio riassuntivo**

Si deve realizzare una corona con sei lucette da  $10\ \Omega$  e  $2,5\ W$  ciascuna. Si chiede lo schema elettrico della corona prima con la connessione serie e poi con la connessione parallelo ed il calcolo, nei due casi: della *f.e.m.* richiesta, della resistenza totale opposta dalle quattro lucette, della corrente richiesta e delle potenze dissipate.



### 3.7 La connessione serie - parallelo: la resistenza totale

In generale, oltre alla connessione solo serie o solo parallelo, possiamo connettere le resistenze alcune nel primo modo ed altre nel secondo, ottenendo una connessione ‘mista’, chiamata *connessione serie - parallelo*.

#### Esempio 1

Come primo esempio connettiamo tre resistenze come in figura. Per fissare le idee supponiamo:

$$R_1 = 100 \text{ } [\Omega]; \quad R_2 = 400 \text{ } [\Omega]; \quad R_3 = 600 \text{ } [\Omega];$$

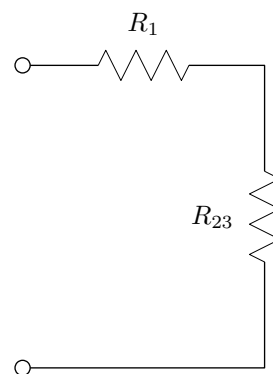
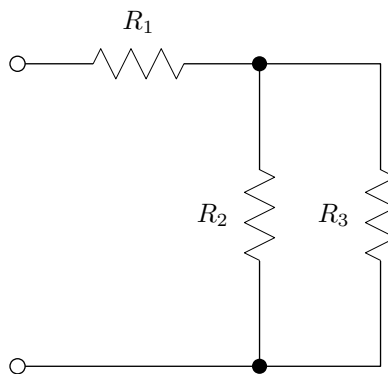
Per determinare la resistenza totale della connessione è necessario individuare esattamente quali sono le resistenze connesse in serie e quali quelle connesse in parallelo e comporle, nel modo che già conosciamo. Per fare ciò dobbiamo fare riferimento alle rispettive peculiarità: se vedo che una resistenza è connessa ad entrambi i capi di un'altra allora le due resistenze sono in parallelo; viceversa, se vedo che due resistenze si trovano una di seguito all'altra su uno stesso ramo, allora sono in serie. In figura vediamo che non ci sono resistenze sullo stesso ramo, mentre le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono collegate da entrambi i capi. Concludo che  $R_2$  ed  $R_3$  sono collegate in parallelo e lo compongo, sapendo che esse equivalgono ad un'unica resistenza,  $R_{23}$ , data da:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Ora devo visualizzare il circuito con la  $R_{23}$  al posto di  $R_2$  ed  $R_3$ . Almeno per le prime volte, è bene ridisegnare lo schema, come nella figura di destra. Adesso si capisce che la resistenza  $R_1$  è posta in serie al gruppo  $R_{23}$  e quindi siamo in grado di dedurre la struttura della connessione e da essa ricavare la resistenza totale.

Struttura della connessione:

$R_1$  in serie con il parallelo tra  $R_2$  ed  $R_3$



Quindi l'espressione per la resistenza totale è:

$$R_T = R_1 + R_2 // R_3$$

Calcolo:

$$R_{23} = (R_2 // R_3) = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{400 \cdot 600}{1000} = 240 \, \Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{23} = 100 + 240 = 340 \, \Omega$$

### Esempio 2

Connettiamo ora le resistenze come in figura. Per fissare le idee supponiamo:

$$R_1 = 120 \, [\Omega]; \, R_2 = 180 \, [\Omega]; \, R_3 = 100 \, [\Omega];$$

Andiamo dapprima ad individuare le resistenze sicuramente in serie o in parallelo. Vediamo che nello schema non ci sono resistenze collegate da entrambi i capi, mentre le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$  si trovano sullo stesso ramo. Concludiamo che  $R_1$  ed  $R_2$  sono collegate in serie e le componiamo: sappiamo, infatti, che esse equivalgono ad un'unica resistenza,  $R_{12}$ , data da:

$$R_{12} = R_1 + R_2$$

Ora dobbiamo visualizzare il circuito con la  $R_{12}$  al posto di  $R_1$  ed  $R_2$ .

A tale scopo, ridisegniamo lo schema come nella figura di destra.

Comprendiamo che la resistenza  $R_3$  è posta in parallelo al gruppo  $R_{12}$  e quindi siamo in grado di dedurre la struttura della connessione e da essa ricavare la resistenza totale.

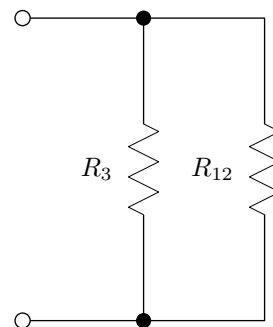
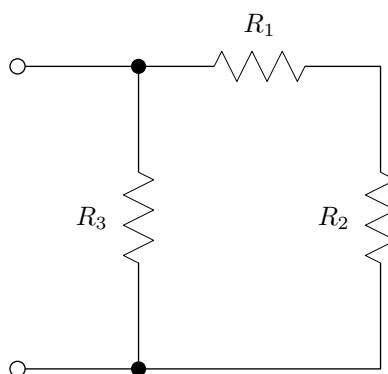
Struttura della connessione:

( $R_1$  in serie con  $R_2$ ) e tutto in parallelo con  $R_3$

Quindi l'espressione per la resistenza totale è:

$$R_T = (R_1 + R_2) // R_3$$

Questa volta nella espressione abbiamo introdotto le parentesi, per indicare che prima facciamo la serie e poi il parallelo. Infatti la serie (+) ed il parallelo (//)



vanno considerate come due *operazioni* con analoghe regole di precedenza, rispettivamente, dell'addizione e della moltiplicazione.

Calcolo:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 120 + 180 = 300 \, \Omega$$

$$R_T = (R_{12} // R_3) = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{300 \cdot 100}{400} = 75 \, \Omega$$

### Esempio 3

Come terzo esempio consideriamo la connessione di resistenze di figura. Per fissare le idee supponiamo:

$$R_1 = 220 \, [\Omega]; \, R_2 = 470 \, [\Omega]; \, R_3 = 180 \, [\Omega]; \, R_4 = 150 \, [\Omega];$$

Procediamo secondo il nostro metodo, individuando le resistenze sicuramente in serie o in parallelo. Vediamo che nello schema non ci sono resistenze collegate da entrambi i capi, mentre le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  si trovano sullo stesso ramo. Concludiamo che  $R_2$  ed  $R_3$  sono collegate in serie, perciò equivalgono ad un'unica resistenza,  $R_{23}$ , data da:

$$R_{23} = R_2 + R_3$$

Ora visualizziamo il circuito con la  $R_{23}$  al posto di  $R_2$  ed  $R_3$ .

A tale scopo, ridisegniamo lo schema come nella figura di destra.

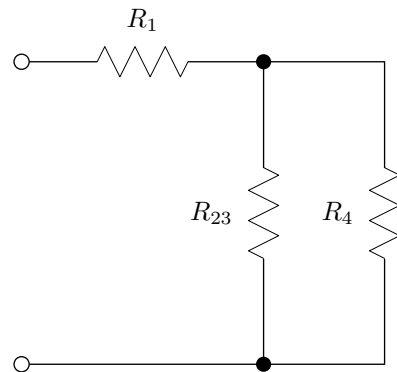
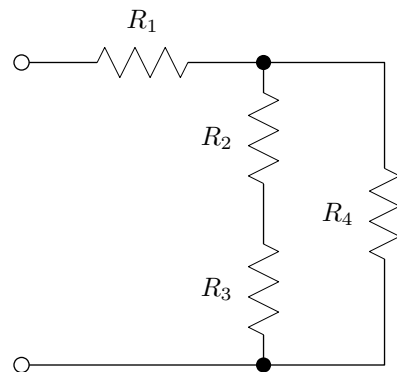
Abbiamo ormai sufficiente esperienza per accorgerci che, ora, la resistenza  $R_{23}$  si trova in parallelo con la  $R_4$  e che il risultato è in serie con la  $R_1$ . A ben vedere, in sostanza, è lo stesso schema dell'esempio 1. Siamo, quindi, in grado di dedurre la struttura della connessione e da essa ricavare la resistenza totale.

Struttura della connessione:

$[(R_2 \text{ serie } R_3) \text{ parallelo } R_4] \text{ serie } R_1$

Quindi l'espressione per la resistenza totale è:

$$R_T = R_1 + (R_2 + R_3) // R_4$$



Questa volta nella espressione abbiamo introdotto le parentesi solo dove vogliamo indicare che facciamo per prima la serie tra  $R_2$  ed  $R_3$ . Non servono altre parentesi, viste le regole di precedenza adottate.

Calcolo:

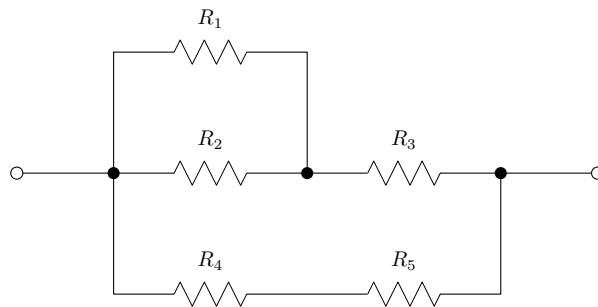
$$\begin{aligned} R_{32} &= R_2 + R_3 = 470 + 180 = 650 \, \Omega \\ R_p &= (R_{23} // R_4) = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_{23} + R_4} = \frac{650 \cdot 150}{800} = 122 \, \Omega \\ R_T &= R_1 + R_p = 220 + 122 = 342 \, \Omega \end{aligned}$$

#### Esempio 4

Come quarto esempio consideriamo la connessione di resistenze, un po' più complessa, di figura. Per fissare le idee supponiamo:

$$R_1 = 220 \, [\Omega]; \, R_2 = 470 \, [\Omega]; \, R_3 = 180 \, [\Omega]; \, R_4 = 120 \, [\Omega]; \, R_5 = 270 \, [\Omega];$$

Procediamo, sempre secondo il nostro metodo, individuando le resistenze sicura-



mente in serie o in parallelo. Vediamo che nello schema le resistenze collegate da entrambi i capi sono  $R_1$  ed  $R_2$ , mentre le resistenze  $R_4$  ed  $R_5$  si trovano sullo stesso ramo. Concludiamo che  $R_1$  ed  $R_2$  sono collegate in parallelo, perciò equivalgono ad un'unica resistenza,  $R_{12}$ , data da:

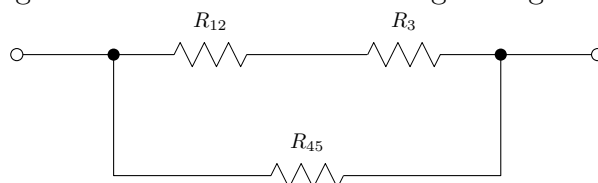
$$R_{12} = R_1 // R_2$$

mentre  $R_4$  ed  $R_5$  sono collegate in serie, perciò equivalgono ad una resistenza:

$$R_{34} = R_3 + R_4$$

Ora visualizziamo il circuito con la  $R_{12}$  al posto di  $R_1$  ed  $R_2$ , e con la  $R_{34}$  al posto di  $R_3$  ed  $R_4$ .

A tale scopo, ridisegniamo lo schema come nella figura seguente:



Esaminando lo schema ci accorgiamo che la resistenza  $R_{12}$  si trova in serie con la  $R_3$  e che il risultato è in parallelo con la  $R_{45}$ .

Siamo, quindi, in grado di dedurre la struttura della connessione e da essa ricavare la resistenza totale.

Struttura della connessione:

$[(R_1 \text{ parallelo } R_2) \text{ serie } R_3]$  parallelo  $(R_4 \text{ serie } R_5)$

Quindi l'espressione per la resistenza totale è:

$$R_T = (R_1 // R_2 + R_3) // (R_4 + R_5)$$

Calcolo:

$$R_{12} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{220 \cdot 470}{690} = 150 \, \Omega$$

$$R_s = (R_{12} + R_3) = 150 + 180 = 330 \, \Omega$$

$$R_{45} = (R_4 + R_5) = 120 + 270 = 390 \, \Omega$$

$$R_T = R_s // R_{45} = \frac{R_s \cdot R_{45}}{R_s + R_{45}} = \frac{330 \cdot 390}{720} = 179 \, \Omega$$

## Esercizi

### 1. Esercizio

Tre resistori, rispettivamente di  $50 \, \Omega$ ,  $30 \, \Omega$  e  $70 \, \Omega$ , vanno connessi nel seguente modo:

$$(R_1 \text{ serie } R_2) \text{ parallelo } R_3$$

Disegnare lo schema elettrico della connessione, ricavare e determinare la resistenza totale.

### 2. Esercizio

Quattro resistori, rispettivamente di  $100 \, \Omega$ ,  $200 \, \Omega$ ,  $300 \, \Omega$  e  $400 \, \Omega$  vanno connessi nel seguente modo:

$$(R_1 \text{ parallelo } R_2) \text{ serie } (R_3 \text{ parallelo } R_4)$$

Disegnare lo schema elettrico della connessione, ricavare e determinare la resistenza totale.

### 3. Esercizio

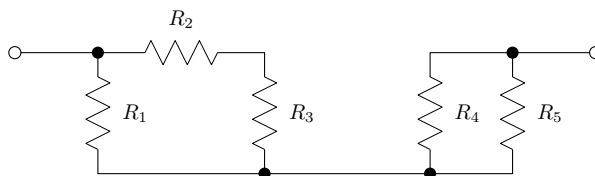
Dati:  $R_1 = 2,2 \, k\Omega$ ,  $R_2 = 2,7 \, k\Omega$ ,  $R_3 = 1,5 \, k\Omega$ ,  $R_4 = 4,7 \, k\Omega$  e  $R_5 = 3,3 \, k\Omega$  da collegare nel seguente modo:

$$[(R_1 \text{ serie } R_2) \text{ parallelo } (R_3 \text{ serie } R_4)] \text{ serie } R_5$$

Disegnare lo schema elettrico della connessione, ricavare e determinare la resistenza totale.

#### 4. Esercizio

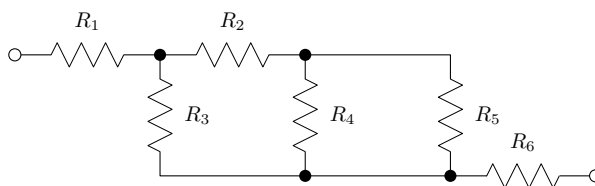
Data la connessione di figura:



Individuare le resistenze in serie ed in parallelo, semplificando lo schema, quindi scrivere l'espressione della resistenza totale. Calcolare, sapendo che:  $R_1 = 47 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 33 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 82 \text{ k}\Omega$  e  $R_5 = 18 \text{ k}\Omega$ .

#### 5. Esercizio

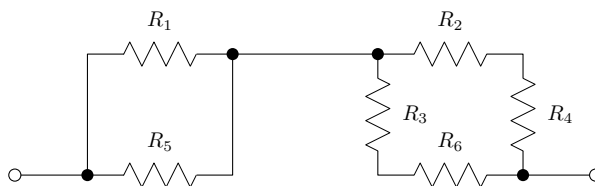
Data la connessione di figura:



Individuare le resistenze in serie ed in parallelo, semplificando lo schema, quindi scrivere l'espressione della resistenza totale. Calcolare sapendo che:  $R_1 = 100 \text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 200 \text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 300 \text{ }\Omega$ ,  $R_4 = 400 \text{ }\Omega$ ,  $R_5 = 500 \text{ }\Omega$ ,  $R_6 = 600 \text{ }\Omega$ .

#### 6. Esercizio

Data la connessione di figura:



$R_1 = 100 \text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 200 \text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 300 \text{ }\Omega$ ,  $R_4 = 400 \text{ }\Omega$ ,  $R_5 = 500 \text{ }\Omega$ ,  $R_6 = 600 \text{ }\Omega$   
Individuare le resistenze in serie ed in parallelo, semplificando lo schema, quindi scrivere l'espressione della resistenza totale. Calcolare.

### 3.8 Connessione serie - parallelo: *d.d.p.* e correnti

Riprendendo gli esempi precedenti, colleghiamo un gruppo di resistori in connessione mista ad una batteria e determiniamo le *d.d.p.* e le correnti.

#### Esempio 1

Consideriamo come primo esempio tre resistenze collegate come in figura, dove supponiamo:

$$E = 12 \text{ [V]}; R_1 = 390 \text{ [\Omega]}; R_2 = 300 \text{ [\Omega]}; R_3 = 700 \text{ [\Omega]};$$

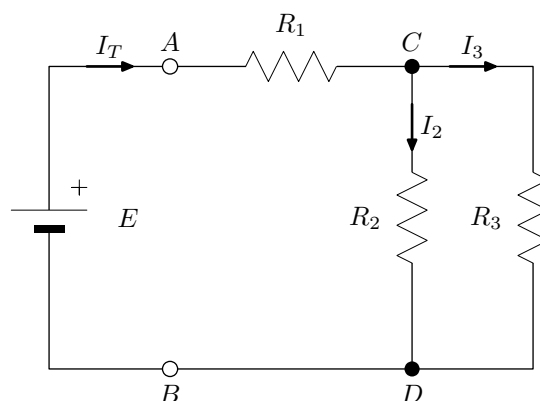
Deteminiamo innanzitutto la resistenza totale della connessione: abbiamo  $R_1$  in serie con il parallelo tra  $R_2$  ed  $R_3$ , per cui:

$$R_T = R_1 + R_2 // R_3$$

Calcolo della  $R_T$ :

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{300 \cdot 700}{1000} = 210 \text{ }\Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{23} = 390 + 210 = 600 \text{ }\Omega$$



Questa è la resistenza che il generatore vede complessivamente tra i propri morsetti A e B. Di conseguenza la batteria eroga verso il gruppo di resistenze la *corrente totale*  $I_T$ , data da:

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{600} = 0,02 \text{ A} = 20 \text{ mA}$$

La corrente totale attraversa la resistenza  $R_1$ , ma poi, in corrispondenza del nodo C, si divide nelle due correnti  $I_2$  e  $I_3$ , le quali attraversano singolarmente rispettivamente  $R_2$  ed  $R_3$ . Sappiamo, comunque, che, essendo  $R_2$  ed  $R_3$  in parallelo, esse hanno ai loro capi la stessa *d.d.p.*, ovvero che, indicando con  $V_{23}$ , o anche con  $V_{CD}$  il loro valore comune:

$$V_2 = V_3 = V_{23} = V_{CD}$$

Considerando la maglia 1, costituita da  $E$ ,  $R_1$  ed  $R_2$ , scriviamo la seguente equazione:

$$E = V_1 + V_2 = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I_2$$

Considerando invece la maglia 2, costituita da  $E$ ,  $R_1$  ed  $R_3$ , scriviamo la seguente equazione:

$$E = V_1 + V_2 = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I_2$$

Entrambe queste equazioni ci consentono di determinare le quantità incognite. Tuttavia, per meglio comprendere il percorso della corrente totale, è bene immaginare, per astrazione, il circuito con le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sostituite dalla loro resistenza equivalente  $R_{23}$ :

Adesso si comprende che la corrente totale attraversa, dopo la  $R_1$ , tutto il gruppo  $R_{23}$ . Infatti il circuito semplificato presenta una unica maglia. Ma allora, siamo in grado di scrivere l'equazione della maglia, alla quale si riducono le due equazioni precedenti:

$$E = R_1 \cdot I + R_{23} \cdot I$$

Risolviamo, determinando dapprima le *d.d.p.* che si formano sulle resistenze  $R_1$  ed  $R_{23}$

$$\begin{aligned} \text{d.d.p. su } R_1 : \quad V_1 &= V_{AC} = R_1 \cdot I \\ \text{d.d.p. su } R_{23} : \quad V_{23} &= V_{CD} = R_{23} \cdot I \end{aligned}$$

Calcolo delle *d.d.p.*:

$$\begin{aligned} V_{AC} &= R_1 \cdot I = 390 \cdot 0,02 = 7,8 \text{ V} \\ V_{CD} &= R_{23} \cdot I = 210 \cdot 0,02 = 4,2 \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo che la somma di  $V_{AC}$  e di  $V_{CD}$  corrisponde proprio alla *f.e.m.* della batteria. Allora possiamo trovarci la  $V_{CD}$  anche per differenza:

$$V_{CD} = E - V_{AC} = E - R_1 \cdot I = 12 - 7,8 = 4,2 \text{ V}$$

Determiniamo infine le correnti  $I_2$  e  $I_3$ , invertendo l'espressione della legge di Ohm:

$$V_2 = V_{CD} = R_2 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V_{CD}}{R_2}$$

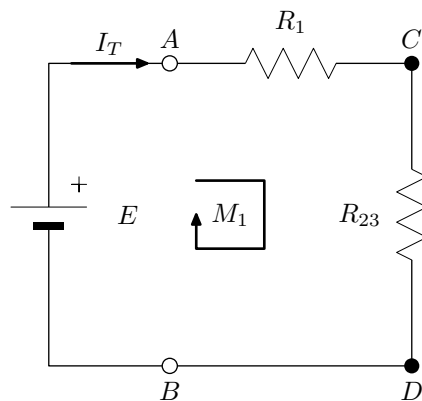
$$V_3 = V_{CD} = R_3 \cdot I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{V_{CD}}{R_3}$$

Calcolo delle correnti:

$$I_2 = \frac{V_{CD}}{R_2} = \frac{4,2}{300} = 0,014 \text{ A} = 14 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{V_{CD}}{R_3} = \frac{4,2}{700} = 0,006 \text{ A} = 6 \text{ mA}$$

Anche per le correnti verifichiamo che la loro somma corrisponde alla corrente totale  $I_T$ , in accordo al 1° principio di Kirchhoff.





**Esempio 2**

In questo secondo esempio consideriamo lo schema dell'esempio precedente, con la differenza di spostare il generatore dal ramo in cui era inserito, al ramo in cui c'è  $R_3$ . Otteniamo il circuito di figura, dove è ancora:

$$E = 12 \text{ [V]}; R_1 = 390 \text{ [\Omega]}; R_2 = 300 \text{ [\Omega]}; R_3 = 700 \text{ [\Omega]};$$

*Resistenza totale* della connessione:

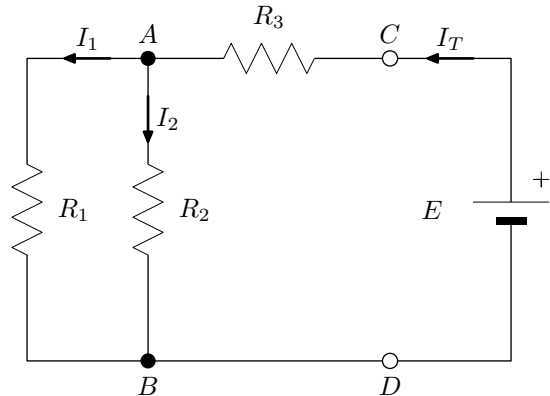
ora il generatore è inserito tra i morsetti  $C$  e  $D$ , quindi vede complessivamente  $R_3$  in serie con il parallelo tra  $R_2$  ed  $R_1$ , per cui:

$$R_T = R_3 + R_2 // R_1$$

Calcolo della  $R_T$ :

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{390 \cdot 300}{690} = 170 \text{ }\Omega$$

$$R_T = R_{12} + R_3 = 170 + 700 = 870 \text{ }\Omega$$



Osserviamo che la resistenza totale è cambiata.

*Corrente totale* erogata dal generatore: ora la batteria eroga verso il gruppo di resistenze la *corrente totale*  $I_T$ , data da:

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{870} = 0,0138 \text{ A} = 13,8 \text{ mA}$$

La corrente totale attraversa la resistenza  $R_3$  e, in corrispondenza del nodo  $A$ , si divide nelle due correnti  $I_1$  e  $I_2$ , le quali attraversano rispettivamente  $R_1$  ed  $R_2$ . Sappiamo, comunque, che, essendo  $R_1$  ed  $R_2$  in parallelo, esse hanno ai loro capi la stessa *d.d.p.*, quindi, indicando con  $V_{12}$ , (o con  $V_{AB}$ ) il loro valore comune:

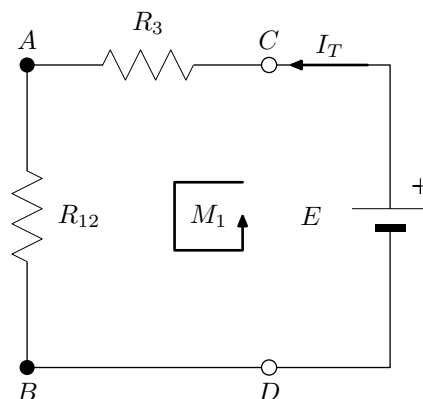
$$V_1 = V_2 = V_{12} = V_{AB}$$

Per astrazione, immaginiamo il circuito con le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$  sostituite dalla loro resistenza equivalente  $R_{12}$ :

Si comprende che la corrente totale attraversa, dopo la  $R_3$ , tutto il gruppo  $R_{12}$ . Infatti il circuito semplificato presenta una unica maglia la cui equazione è:

$$E = R_3 \cdot I + R_{12} \cdot I$$

Risolviamo, determinando dapprima le *d.d.p.* che si formano sulle resistenze  $R_3$  ed  $R_{12}$



$$d.d.p. \text{ su } R_3 : \quad V_3 = V_{CA} = R_3 \cdot I$$

$$d.d.p. \text{ su } R_{12} : \quad V_{12} = V_{AB} = R_{12} \cdot I$$

Calcolo delle *d.d.p.*:

$$V_{CA} = R_3 \cdot I = 700 \cdot 0,0138 = 9,66 \text{ V}$$

$$V_{AB} = R_{12} \cdot I = 170 \cdot 0,0138 = 2,35 \text{ V}$$

Verifichiamo che la somma di  $V_{CA}$  e di  $V_{AB}$  corrisponde, entro le approssimazioni del calcolo, alla *f.e.m.* della batteria. Ci troviamo la  $V_{AB}$  anche per differenza:

$$V_{AB} = E - V_{CA} = E - R_3 \cdot I = 12 - 9,66 = 2,34 \text{ V}$$

Determiniamo, infine, le correnti  $I_1$  e  $I_2$ , invertendo l'espressione della legge di Ohm:

$$V_1 = V_{AB} = R_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}$$

$$V_2 = V_{AB} = R_2 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}$$

Calcolo delle correnti:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{2,35}{390} = 0,0060 \text{ A} = 6,0 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{2,35}{300} = 0,0078 \text{ A} = 7,8 \text{ mA}$$

Anche per le correnti verifichiamo che la loro somma corrisponde alla corrente totale  $I_T$ , in accordo al 1° principio di Kirchhoff.

**Esempio 3**

In questo terzo esempio consideriamo lo schema di figura, dati:

$$E = 15 \text{ [V]}; R_1 = 180 \text{ [\Omega]}; R_2 = 220 \text{ [\Omega]}; R_3 = 270 \text{ [\Omega]}; R_4 = 330 \text{ [\Omega]};$$

*Resistenza totale* della connessione:

$R_1$  ed  $R_2$ , come anche  $R_3$  ed  $R_4$  sono in parallelo, mentre  $R_{12}$  ed  $R_{34}$  sono in serie, per cui:

$$R_T = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$$

Calcolo della  $R_T$ :

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{180 \cdot 220}{400} = 99 \text{ }\Omega$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{270 \cdot 330}{600} = 148,5 \text{ }\Omega$$

$$R_T = R_{12} + R_{34} = 99 + 148,5 = 247,5 \text{ }\Omega$$

*Corrente totale* erogata dal generatore:

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{15}{247,5} = 0,0606 \text{ A} = 60,6 \text{ mA}$$

La corrente totale attraversa i due gruppi  $R_{12}$  ed  $R_{34}$ , quindi, immaginando per astrazione il circuito con le resistenze  $R_{12}$  ed  $R_{34}$ , l'equazione di maglia è:

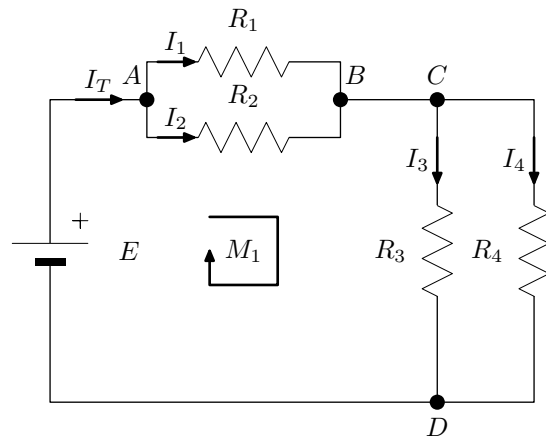
$$E = R_{12} \cdot I + R_{34} \cdot I$$

Risolviamo, determinando dapprima le *d.d.p.*:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= R_{12} \cdot I = 99 \cdot 0,0606 = 6 \text{ V} \\ V_{CD} &= R_{34} \cdot I = 148,5 \cdot 0,0606 = 9 \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo che la somma di  $V_{AB}$  e di  $V_{CD}$  corrisponde, entro le approssimazioni del calcolo, alla *f.e.m.* della batteria:

$$E = V_{AB} + V_{CD} = 6 + 9 = 15 \text{ V}$$



Determiniamo, infine, le correnti  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$ , in cui si divide la corrente totale :

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{6}{180} = 0,033 \text{ A} = 33 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{6}{220} = 0,027 \text{ A} = 27 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{V_{CD}}{R_3} = \frac{9}{270} = 0,033 \text{ A} = 33 \text{ mA}$$

$$I_4 = \frac{V_{CD}}{R_4} = \frac{9}{330} = 0,027 \text{ A} = 27 \text{ mA}$$

Anche per le correnti verifichiamo che la loro somma corrisponde, entro le approssimazioni, alla corrente totale  $I_T$ , in accordo al 1° principio di Kirchhoff.

### Esercizi

#### 1. Esercizio

Ad una batteria di 12 V sono connessi quattro resistori, rispettivamente di 50  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 150  $\Omega$  e 200  $\Omega$ , nel seguente modo:

$$R_1 \text{ serie } (R_2 \text{ parallelo } R_3) \text{ serie } (R_4$$

Disegnare lo schema elettrico circuitale, ricavare e determinare la resistenza totale e la corrente totale. Scrivere l'equazione della maglia principale e determinare le *d.d.p.* e le correnti .

#### 2. Esercizio

Con riferimento all'esercizio precedente, spostare la batteria nel ramo di  $R_3$ . Disegnare lo schema elettrico circuitale, ricavare e determinare la resistenza totale e la corrente totale. Scrivere l'equazione della maglia principale e determinare le *d.d.p.* e le correnti .

#### 3. Esercizio

Ad una batteria di 15 V sono connessi quattro resistori, rispettivamente di 400  $\Omega$ , 300  $\Omega$ , 200  $\Omega$  e 100  $\Omega$  nel seguente modo:

$$(R_1 \text{ parallelo } R_2) \text{ serie } (R_3 \text{ parallelo } R_4)$$

Disegnare lo schema elettrico della connessione, ricavare e determinare la resistenza totale e la corrente totale. Scrivere l'equazione della maglia principale e determinare le *d.d.p.* e le correnti .

**4. Esercizio**

Con riferimento all'esercizio precedente, spostare la batteria nel ramo di  $R_4$ . Disegnare lo schema elettrico circuitale, ricavare e determinare la resistenza totale e la corrente totale. Scrivere l'equazione della maglia principale e determinare le *d.d.p.* e le correnti .

**5. Esercizio**

Ad una batteria di  $12\text{ V}$  sono connessi:  $R_1 = 2,2\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2,7\text{ k}\Omega$  ,  $R_3 = 1,5\text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 4,7\text{ k}\Omega$  e  $R_5 = 3,3\text{ k}\Omega$  nel seguente modo:

$$[(R_1 \text{ serie } R_2) \text{ parallelo } (R_3 \text{ serie } R_4)] \text{ serie } R_5$$

Disegnare lo schema elettrico della connessione, ricavare e determinare la resistenza totale e la corrente totale. Scrivere l'equazione della maglia principale e determinare le *d.d.p.* e le correnti .

**6. Esercizio**

Con riferimento all'esercizio precedente, spostare la batteria nel ramo tra  $R_3$  ed  $R_4$ .

Disegnare lo schema elettrico circuitale, ricavare e determinare la resistenza totale e la corrente totale. Scrivere l'equazione della maglia principale e determinare le *d.d.p.* e le correnti .

# Capitolo 4

## Componenti elettrici fondamentali

Abbiamo detto che un circuito è costituito da una serie di *componenti*.

Essi sono prodotti da ditte specializzate nella realizzazione di componenti elettrici ed elettronici, che poi mettono sul mercato, fornendo anche un insieme di informazioni e dati tecnici per il loro utilizzo.

Per ciascun componente o circuito integrato, tutte le informazioni sono ricavabili da una serie di dati, denominati: *data sheet*, resi disponibili delle case costruttrici di componenti elettronici, o dai rivenditori, nei loro *siti Web*.

Le principali caratteristiche che di solito ritroviamo nei *data sheet*, comuni a tutti i componenti, sono le seguenti:

- la *forma*: I vari componenti, dopo essere stati realizzati, vengono incapsulati dal costruttore in opportuni contenitori che ne fissano la forma. La forma, quindi, è predefinita in modo standard ed in termini tecnici è denominata *package*. Alcuni componenti possono avere più di un *package*.
- i *terminali* di accesso: ogni componente è caratterizzato da un certo numero di terminali. Essi consentono al componente stesso di essere collegato ad altri componenti. I componenti che hanno solo due terminali, quali le resistenze, e i condensatori, sono detti *bipolari*. Se ne hanno tre sono detti tripolari (ad esempio i transistor), con quattro sono detti quadripolari, ecc. Vi sono poi degli componenti, i circuiti integrati, i quali hanno molti terminali, ognuno dei quali con una specifica funzione. Per il corretto collegamento del componente è indispensabile individuare con precisione ciascun piedino. A questo scopo il costruttore fornisce uno schema, la cosiddetta *piedinatura* del componente, con tutte le informazioni necessarie per l'individuazione corretta dei piedini.

- il *simbolo elettrico*: ogni componente viene rappresentato graficamente attraverso un proprio simbolo grafico specifico, denominato simbolo elettrico. In questo modo, ad ogni circuito elettrico viene fatto corrispondere uno schema elettrico, e viceversa, il quale ne consente l'analisi a livello teorico.
- la *relazione* ed i *parametri*: ogni componente è descritto a livello teorico attraverso una o più relazioni, ed una serie di parametri. La relazione può essere in forma di espressione matematica, oppure in forma grafica. Ad esempio, per le resistenze, la relazione matematica è data dalla legge di Ohm, mentre i parametri sono il valore della resistenza e la potenza dissipabile, ecc.

## 4.1 Generatori elettrici

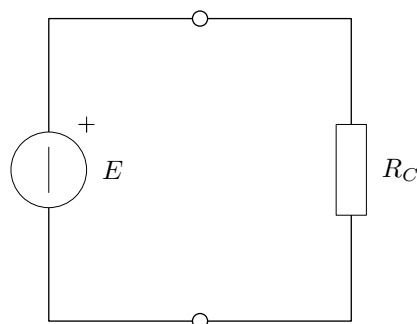
Abbiamo visto che per far circolare corrente in un circuito è necessario disporre di un dispositivo in grado di fornire allo stesso l'energia elettrica necessaria per muovere gli elettroni. I dispositivi di questo tipo sono detti *componenti attivi* o *generatori*. Per rendere possibile il movimento delle cariche, il generatore deve fare due cose: mettere a disposizione ai propri morsetti una *f.e.m.* e fornire la corrente richiesta dal dispositivo ad esso collegato. Finora abbiamo utilizzato come generatore la pila di Volta, la quale fornisce una *f.e.m.* continua (*DC*). Essa, però, è solo uno dei possibili dispositivi attivi utilizzati nell'elettronica. La *f.e.m.* necessaria per alimentare un circuito può infatti essere presa dalla rete, la quale è invece in *corrente alternata*. Inoltre vi sono numerosi dispositivi che funzionano come *sorgenti di segnale*, in quanto sono in grado di convertire un segnale non elettrico in un segnale elettrico, come ad esempio un microfono. Anche tutti questi dispositivi sono generatori elettrici. Tutti i possibili generatori elettrici si distinguono anzitutto in due grandi classi: i *generatori di tensione* ed i *generatori di corrente*.

### 4.1.1 Il generatore di tensione ideale

Il generatore di tensione è un generatore elettrico che fornisce ai propri terminali una *d.d.p.* ben definita, **idealmente**, sempre la stessa, qualsiasi sia il circuito che andiamo ad alimentare con esso. Un generatore elettrico che si comporti proprio secondo questa modalità è detto generatore di tensione ideale.

**Definizione 13.** *Il generatore ideale di tensione è un dispositivo attivo con due terminali, il quale fornisce e mantiene ai propri morsetti una f.e.m. costante indipendentemente dal carico collegato.*

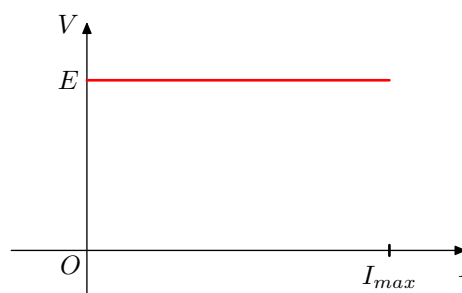
Il parametro di riferimento del generatore di tensione ideale è la *f.e.m.* erogata. Per schematizzare il generatore di tensione ideale si utilizza un simbolo elettrico apposito, diverso dal simbolo elettrico che abbiamo fin qui utilizzato per le batterie. Esso è rappresentato in figura.



Indicando con  $V$  la *d.d.p.* fornita dal generatore ai morsetti, per quanto detto, essa deve corrispondere alla sua *f.e.m.* ed essere *indipendente* dalla corrente  $I$  richiesta dal circuito al quale il generatore viene collegato. La relazione che descrive il generatore di tensione ideale, quindi, è la seguente:

$$V = E \quad \forall I$$

Rappresentiamo graficamente la relazione, disponendo in un piano cartesiano la *corrente* lungo l'asse delle *ascisse* e la *tensione* nelle *ordinate*. Il grafico corrispondente è denominato: *caratteristica elettrica tensione corrente del generatore ideale*. La relazione, come è illustrato nel grafico, rappresenta l'equazione di una retta orizzontale, passante per il punto avente ordinata pari ad  $E$ .



Osserviamo che, quando colleghiamo un carico resistivo al generatore, esso è attraversato da una corrente, tanto *maggiore* quanto *minore* è il valore della sua resistenza. Al limite, collegando i morsetti in corto circuito, mediante un filo conduttore perfetto, qualunque generatore di tensione va in crisi. Esso fornisce, invece, le migliori prestazioni quando i morsetti sono lasciati aperti, in quanto in questo caso non deve erogare alcuna corrente.

Ci chiediamo ora: esistono nella realtà dei generatori che si comportano come generatori ideali di tensione?

Ci sono, di fatto, dei buoni generatori di tensione, gli *alimentatori*, che si comportano effettivamente nel modo indicato idealmente, però non per *qualunque* valore della corrente richiesta dal circuito ad essi collegato, ma, di fatto, fino alla corrente  $I_{max}$ , corrispondente alla *massima corrente* erogabile dal generatore stesso.

Occorre tener presente che ciascun dispositivo reale ha una propria *potenza nominale* che ne definisce i limiti di operatività. Ciò significa che il generatore di tensione nella realtà ha sempre una *corrente massima* erogabile, data dal rapporto tra la potenza nominale e la *f.e.m.* del generatore. Se il circuito collegato richiede una corrente superiore a quella massima allora il generatore di tensione

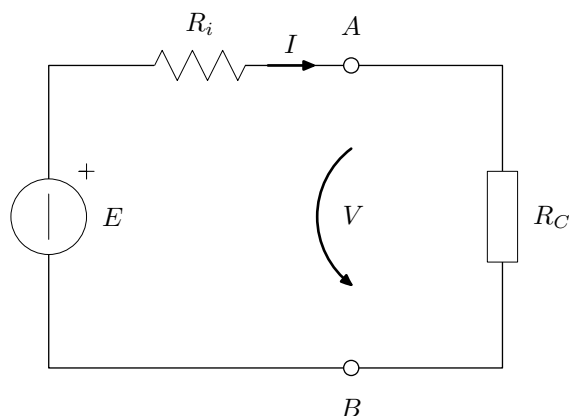


non risponde più nel modo previsto. Di solito scatta una protezione che annulla la tensione in uscita.

### 4.1.2 Il generatore di tensione reale

Vi sono, però, molte altre sorgenti di segnale, che sono denominati *generatori reali di tensione*, il cui comportamento di fatto devia dalla caratteristica ideale. Per queste sorgenti si osserva in particolare il seguente effetto, chiamato *effetto di carico*: la *d.d.p.* fornita ai morsetti diminuisce al crescere della corrente erogata. L'effetto di carico viene spiegato supponendo che internamente a queste sorgenti vi sia una resistenza, denominata *resistenza intera* della sorgente. Relativamente alla schematizzazione dei generatori reali di tensione è stato dimostrato, infatti, che:

*Un generatore reale di tensione è schematizzabile mediante un generatore ideale di tensione con in serie una resistenza.*



Indichiamo con  $V$  e con  $I$  la *d.d.p.* ai morsetti e la corrente fornita al carico, ed applichiamo la legge di Ohm generalizzata. Otteniamo:

$$V = -R_i \cdot I + E$$

Anche questa relazione rappresenta nel piano  $(I, V)$  l'equazione di una retta, la quale costituisce la *caratteristica elettrica tensione corrente del generatore di tensione reale*. Per tracciarla ci occorrono almeno due punti, che prendiamo annullando rispettivamente la corrente e la tensione ai morsetti.

Per far sì che la *corrente* sia *nulla* è necessario *staccare* il generatore dal carico ad esso collegato e lasciare i morsetti aperti. Quando il generatore è staccato dal suo carico, si dice anche che esso è connesso *a vuoto* e la prova corrispondente è detta: prova di funzionamento a vuoto del generatore.

Invece, per far sì che la *tensione* sia *nulla* è necessario *cortocircuitare* i morsetti, collegando in uscita un filo conduttore perfetto. In questo caso si dice che il generatore è connesso *in corto circuito* e la prova corrispondente è detta: prova di funzionamento in corto circuito del generatore.

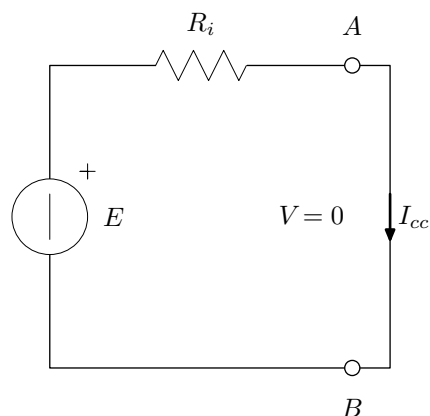
### Prova di funzionamento a vuoto

Facciamo riferimento per questa prova al circuito su riportato, dove si pone:  $I = 0$ . Si ottiene di conseguenza:  $V = E$ . Nella prova a vuoto, quindi il generatore di tensione fornisce ai propri morsetti esattamente la sua *f.e.m.* Questi due valori forniscono le coordinate del primo punto che ci serve per tracciare la caratteristica del generatore:  $P_1 = (0, E)$ , il quale si trova sull'asse delle ordinate.

### Prova di funzionamento in corto circuito (cc)

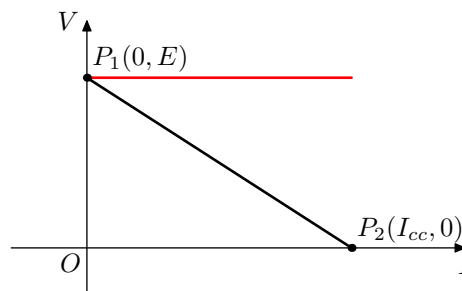
Facciamo riferimento per questa prova al circuito a fianco, dove abbiamo indicato con  $I_{cc}$  la corrente di corto circuito. Abbiamo, invece:  $V = 0$ . Si ottiene di conseguenza:

$$I = I_{cc} = \frac{E}{R_i}$$



Questi ulteriori due valori forniscono le coordinate del secondo punto che ci serve per tracciare la caratteristica del generatore:  $P_2 = (I_{cc}, 0)$ , il quale si trova sull'asse delle ascisse.

Riportiamo i due punti nel piano  $(I, V)$  e tracciamo la retta; otteniamo la caratteristica elettrica di figura. Per facilitare il confronto in figura è stata riportata anche la caratteristica del generatore di tensione ideale.



Le due caratteristiche e quindi il comportamento dei due generatori corrispondono solo nel punto corrispondente alla prova di funzionamento a vuoto. Quando invece viene collegato il carico, a motivo della erogazione di una data intensità di corrente, sulla resistenza interna si forma una caduta di potenziale, la quale aumenta all'aumentare della corrente stessa. Di conseguenza la tensione di uscita cala. Quando poi il generatore è connesso in corto, allora la tensione addirittura si annulla. Più la resistenza interna è grande e più il comportamento del generatore

reale si discosta da quello del generatore ideale. Invece se la resistenza interna è piccola, allora il comportamento del generatore reale si avvicina a quello ideale. Possiamo anche dire che *il generatore di tensione ideale è un generatore di tensione la cui resistenza interna è nulla*.

### 4.1.3 Il generatore di corrente ideale

Benché nella maggior parte delle applicazioni sia richiesto di alimentare un circuito con un generatore di tensione, nondimeno a volte si ha la necessità di far circolare in un ramo di una rete una corrente prestabilita, indipendentemente dai componenti del ramo. Si ricorre allora al generatore di corrente. Il generatore di corrente è un generatore elettrico che mantiene ai propri terminali una *corrente* ben definita, **idealmente**, sempre la stessa, qualsiasi sia il ramo del circuito in cui è inserito. Un generatore elettrico che si comporti proprio secondo questa modalità è detto generatore di corrente ideale.

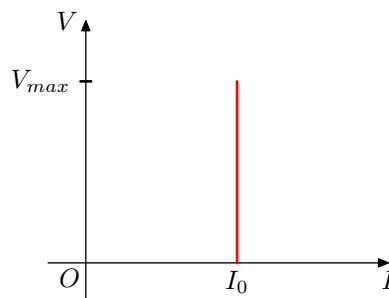
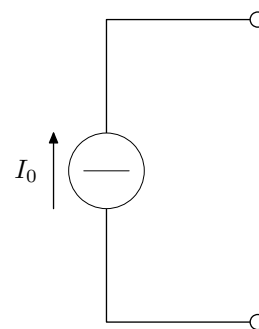
**Definizione 14.** *il generatore ideale di corrente è un dispositivo attivo con due terminali, il quale fornisce e mantiene ai propri morsetti una corrente costante indipendentemente dal carico collegato.*

Il parametro di riferimento del generatore di corrente ideale è la corrente erogata. Per schematizzare il generatore di corrente ideale si utilizza un simbolo elettrico apposito, simile al simbolo del generatore di tensione, ma con la barretta messa di traverso, e con a fianco l'indicazione della corrente erogata. Esso è rappresentato in figura.

Indicando con  $I$  la *corrente* fornita dal generatore ai morsetti, per quanto detto, essa deve corrispondere ad  $I_0$  ed essere *indipendente* dalla *d.d.p.*  $V$  presente ai terminali. La relazione che descrive il generatore di corrente ideale, quindi, è la seguente:

$$I = I_0 \quad \forall V$$

Rappresentiamo graficamente la relazione nel piano  $(I, V)$ . Il grafico corrispondente è denominato: *caratteristica elettrica tensione corrente del generatore ideale di corrente*. La relazione, come è illustrato nel grafico, rappresenta l'equazione di una retta verticale, passante per il punto avente ascissa pari ad  $I_0$ .



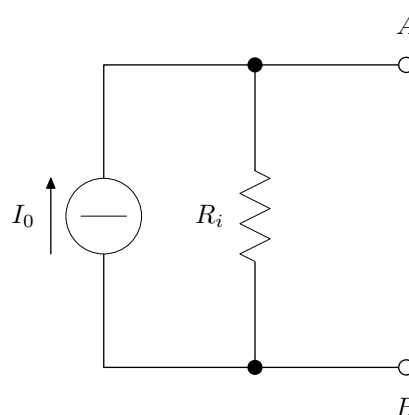
Osserviamo che, quando colleghiamo un carico resistivo al generatore di corrente

esso sviluppa ai suoi capi una *d.d.p.* tanto *maggiore* tanto *più grande* è la sua resistenza. A differenza del generatore di tensione, quindi, il generatore di corrente va in crisi, quando i morsetti sono lasciati aperti. Esso fornisce le sue migliori prestazioni quando, invece, i morsetti sono collegati in corto circuito! Nella pratica si fa in modo che nel funzionamento a carico non venga mai superata la tensione limite  $V_{max}$

#### 4.1.4 Il generatore reale di corrente

Come per i generatori di tensione, anche per i generatori di corrente, il comportamento di fatto devia da quello ideale. Ciò vale in particolare per le sorgenti di segnale con uscita in corrente. Relativamente alla schematizzazione dei generatori reali di corrente è stato dimostrato, infatti, che:

*Un generatore reale di corrente è schematizzabile mediante un generatore ideale di corrente con in parallelo una resistenza.*



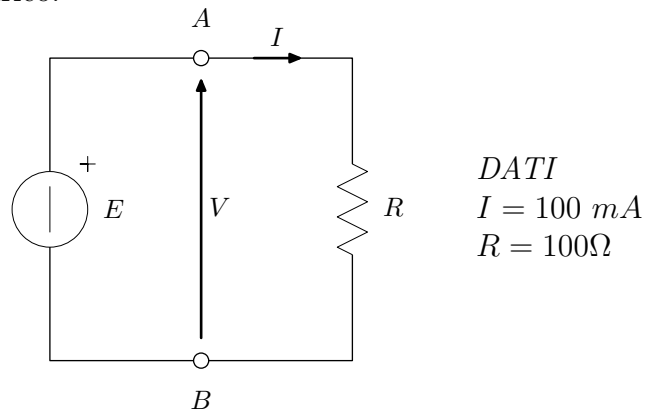
Più la resistenza interna è grande e più il comportamento del generatore di corrente reale si avvicina a quello del generatore ideale. Invece se la resistenza interna è piccola, allora il comportamento del generatore reale si discosta a quello ideale. Possiamo anche dire che *il generatore di corrente ideale è un generatore di corrente la cui resistenza interna è infinita.*

### 4.1.5 Esempi

#### Esempio 1

Un generatore ideale di tensione eroga ad un carico di  $100\Omega$  una corrente avente intensità di  $100\text{ mA}$ . Si chiede: di schematizzare il problema, di definire il generatore, di determinare i parametri e di tracciare la caratteristica  $(I, V)$ , con il punto di funzionamento a carico.

- *Schematizzo*



- *Definisco il generatore*

Il generatore ideale di tensione è un dispositivo attivo che mantiene ai propri morsetti la stessa *d.d.p.*, qualunque sia la corrente erogata al carico.

- *Calcolo i parametri*

Per la legge di Ohm ho che:

$$V = R \cdot I = 100 \cdot 0,1 = 10\text{ V}$$

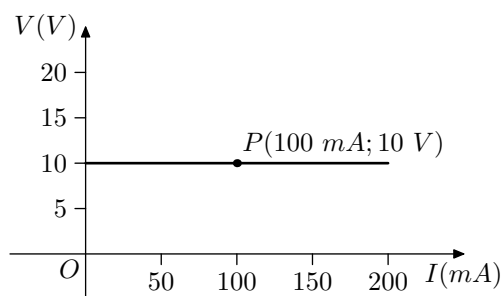
Pertanto parametri del generatore sono:

*f.e.m* :  $E = 10\text{V}$  : *d.d.p.* ai morsetti

*resistenza interna* :  $R_i = 0$  :

generatore ideale.

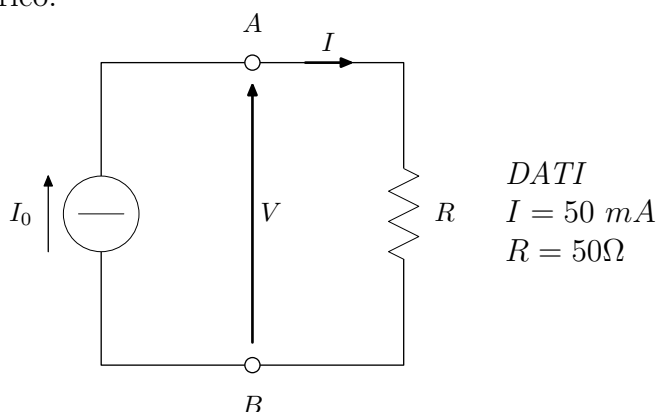
- Caratteristica  $I - V$



### Esempio 2

Un generatore ideale di corrente eroga ad un carico di  $50\Omega$  una corrente avente intensità di  $50\text{ mA}$ . Si chiede: di schematizzare il problema, di definire il generatore, di determinare i parametri e di tracciare la caratteristica  $(I, V)$ , con il punto di funzionamento a carico.

- Schematizzo



- Definisco il generatore

Il generatore ideale di corrente è un dispositivo attivo che mantiene ai propri morsetti la stessa *corrente*, qualunque sia la *d.d.p.* che si sviluppa ai morsetti per la presenza del carico.

- Calcolo i parametri

Per la legge di Ohm ho che:

$$V = R \cdot I = 50 \cdot 0,05 = 2,5\text{ V}$$

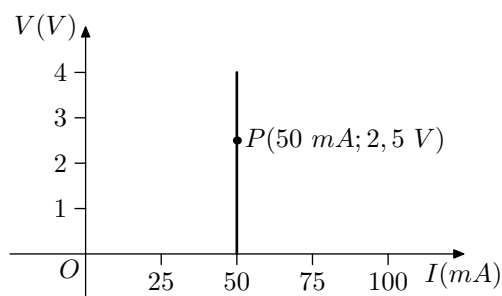
Pertanto parametri del generatore sono:

*corrente* ai morsetti :  $I_0 = I = 50\text{ mA}$

*resistenza interna* :  $R_i = \infty$  :

generatore ideale.

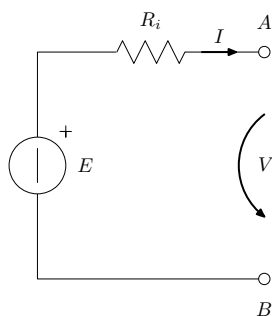
- Caratteristica  $I - V$



### Esempio 3

Un generatore reale di tensione presenta: *f.e.m.* di 10 V; resistenza interna di 250  $\Omega$ . Si chiede: di schematizzare il problema, di analizzare i punti di funzionamento a vuoto ed in cortocircuito, individuando i parametri, e di tracciare la caratteristica  $(I, V)$ .

- Schematizzo



DATI

$$E = 10 \text{ V}$$

$$R_i = 250 \Omega$$

- Prova a vuoto

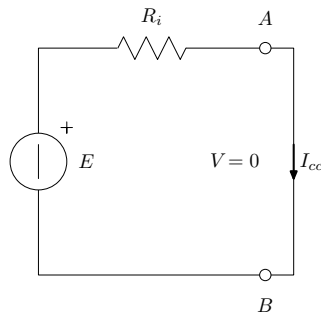
Per la legge di Ohm generalizzata ho che:

$$V = -R_i \cdot I + E$$

Ma, essendo il generatore a vuoto:  $I = 0$

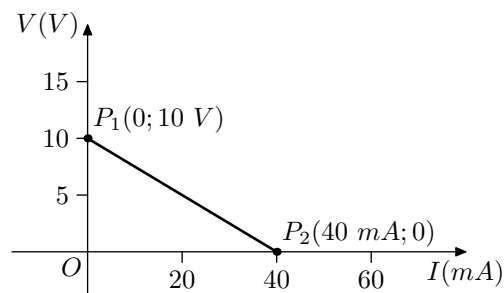
$$\Rightarrow V = E = 10 \text{ V}$$

- Prova in c.c.



$$I = I_{cc} = \frac{E}{R_i} = \frac{10}{250} = 40 \text{ mA}$$

- Caratteristica  $I - V$



#### Esempio 4

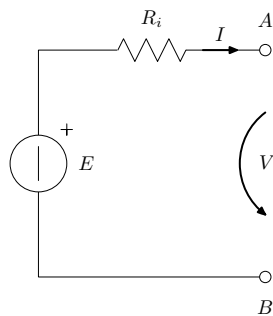
Un generatore reale di tensione presenta nelle prove a vuoto ed in cortocircuitito:

*a vuoto* : 9 V in uscita;

*in c.c.* : 60 mA in uscita.

Si chiede: di schematizzare il problema, di analizzare i punti di funzionamento a vuoto ed in cortocircuito, individuando i parametri, e di tracciare la caratteristica  $(I, V)$ .

- Schematizzo



*DATI*

$$V_0 = 9 \text{ V}$$

$$I_{cc} = 60 \text{ mA}$$



- *Prova a vuoto*

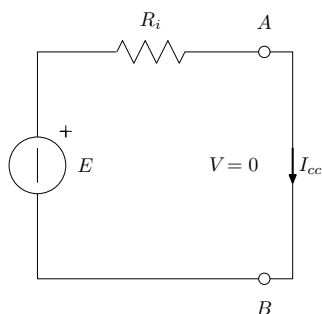
Per la legge di Ohm generalizzata ho che:

$$V = -R_i \cdot I + E$$

Ma, essendo il generatore a vuoto:  $I = 0$

$$\Rightarrow E = V_0 = 9 \text{ V}$$

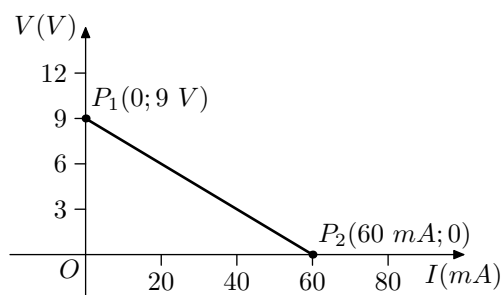
- *Prova in c.c.*



$$I = I_{cc} = \frac{E}{R_i}$$

$$\Rightarrow R_i = \frac{E}{I_{cc}} = \frac{9}{0,06} = 150 \Omega$$

- *Caratteristica  $I - V$*



### 4.1.6 Esercizi

#### 1. Esercizio

Un generatore di tensione ideale ha *f.e.m.* di  $15 \text{ V}$ . Esso è connesso ad una resistenza di  $560 \Omega$ . Schematizzare il problema, individuare i parametri del generatore, calcolare la tensione e la corrente sulla resistenza e tracciare la caratteristica dei due elementi.

#### 2. Esercizio

Un generatore di tensione ideale fornisce ad una resistenza di  $820 \Omega$  una corrente di  $20 \text{ mA}$ . Schematizzare il problema e, dopo aver definito il generatore, individuare i suoi parametri, calcolare la tensione sulla resistenza e tracciare la caratteristica dei due elementi.

#### 3. Esercizio

Un generatore di corrente ideale, eroga una corrente di  $80 \text{ mA}$ . Esso è

connesso ad una resistenza di  $390\ \Omega$ . Schematizzare il problema, individuare i parametri del generatore, calcolare la tensione e la corrente sulla resistenza e tracciare la caratteristica dei due elementi.

#### 4. Esercizio

Un generatore di corrente ideale, collegato ad una resistenza di  $470\ \Omega$ , vi determina una *d.d.p.* di  $21,15\ V$ . Schematizzare il problema e, dopo aver definito il generatore, individuare i suoi parametri, calcolare la corrente sulla resistenza e tracciare la caratteristica dei due elementi.

#### 5. Esercizio

Un generatore di tensione reale, ha *f.e.m.* di  $4,8\ V$  e resistenza interna di  $50\ \Omega$ . Determinare, schematizzando, i punti di funzionamento a vuoto e di cortocircuito e tracciare la caratteristica elettrica del generatore. Determinare poi, sempre schematizzando, il punto di funzionamento a carico, collegando al generatore una resistenza di  $250\ \Omega$ .

#### 6. Esercizio

Un generatore di tensione reale, nelle prove di funzionamento a vuoto e in cortocircuito ha fornito i seguenti valori: tensione di uscita a vuoto di  $6,4\ V$ . Corrente di cortocircuito di  $12,8\ mA$ . Schematizzare il dispositivo nelle due situazioni, deducendo i parametri del generatore e tracciare la caratteristica elettrica. Determinare poi, sempre schematizzando, il punto di funzionamento a carico, collegando al generatore una resistenza di  $300\ \Omega$  e dedurre l'effetto di carico corrispondente.

## 4.2 Il partitore di tensione - *applicazione*

La gran parte dei circuiti elettronici si alimenta con *f.e.m.* di valore standard, che si trovano facilmente sul mercato, ma a volte servono, in punti in cui non è richiesta corrente, delle tensioni con valori non standard, che non si trovano sul mercato, per fare da *tensioni di riferimento*<sup>1</sup>. Questo problema viene risolto generando queste tensioni a partire da alimentazioni standard.

In questo paragrafo, a titolo esemplificativo, ci proponiamo di generare una tensione di riferimento di  $5,12V$  a partire da una batteria di  $12V$ .

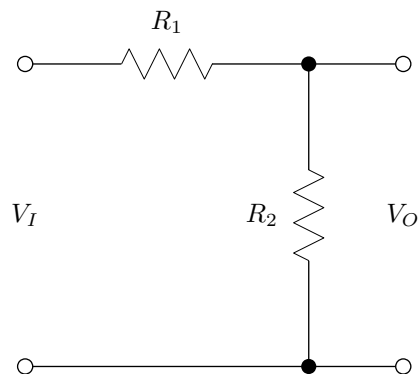
---

<sup>1</sup>Ad esempio in circuiti di digitalizzazione di segnali spesso servono tensioni di riferimento legate alle potenze di 2, ad esempio:  $2,56\ V$ ,  $5,12\ V$ ,  $6,4\ V$  ecc.

Il circuito utilizzato per questo scopo è chiamato: *partitore di tensione*.

- *Descrizione del funzionamento*

Il partitore di tensione è costituito da due o più resistenze connesse in serie. Applicando ai morsetti di entrata una *f.e.m.* nota, la corrente circolante determina ai capi di ciascuna resistenza una *d.d.p.*, il cui valore risulterà necessariamente *una parte* della *f.e.m.* applicata. Scegliendo opportunamente il valore delle resistenze è possibile far sì che la *d.d.p.* assuma il valore desiderato. La *d.d.p.* così ottenuta è prelevata mediante i terminali di uscita del partitore.



### Analisi del circuito

Facciamo l'analisi del circuito ponendoci nella situazione più favorevole, con il circuito a vuoto. In questa situazione non c'è corrente in uscita, ma solo nel partitore. Appliciamo <sup>2</sup> in entrata una *f.e.m.*  $E$  e indichiamo con  $I_p$  la corrente circolante nel partitore. Scriviamo l'equazione delle maglie di entrata e di uscita:

$$\begin{aligned} M_i &\implies V_I = E = (R_1 + R_2) \cdot I_p \\ M_u &\implies V_0 = R_2 \cdot I_p \end{aligned}$$

Ricaviamo la corrente dalla prima equazione e la sostituiamo nella seconda, ottenendo:

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$$

Osserviamo che la tensione in uscita è *in proporzione* con la *f.e.m.* applicata in entrata. Introduciamo allora un coefficiente,  $A$ , detto *coefficiente di attenuazione*, corrispondente al rapporto costante tra la tensione di uscita e la *f.e.m.*:

$$A = \frac{V_0}{V_I}$$

Sostituendo le espressioni di  $V_0$  e di  $V_I = E$ , otteniamo l'espressione di  $A$  seguente:

$$A = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

---

<sup>2</sup>Il partitore è evidentemente un circuito passivo, pertanto per il suo funzionamento è sottinteso che in entrata deve essere collegato un dispositivo attivo, nel nostro esempio una batteria

### Dimensionamento dei componenti - fase di sintesi

Usiamo ora l'espressione di  $A$  precedentemente ricavata, come *formula di progetto* per il dimensionamento dei componenti. Calcoliamo innanzitutto il valore di  $A$ :

$$A = \frac{V_0}{V_I} = \frac{5,12}{12} = 0,427$$

Ora dobbiamo dare un valore alle resistenze in modo che ritorni questo valore di  $A$ . Dovendo dimensionare due resistenze, ed avendo un solo vincolo, abbiamo più possibilità, per cui dobbiamo necessariamente effettuare una *scelta*: assegnare un valore ragionevole ad una resistenza e ricavare il valore dell'altra. Ma cosa vuol dire ragionevole? Osserviamo che il valore che daremo alle resistenze determinerà la corrente che il partitore assorbirà dalla batteria. Dobbiamo fare in modo che questa corrente non sia eccessiva. Questo circuito, infatti, opera bene con correnti basse, non più di qualche decina di milliAmpere, in modo da avere basso consumo. Nella pratica si procede o fissando un valore di qualche  $mA$  alla corrente di autoconsumo, oppure, ed è questo che faremo, dando direttamente un valore di qualche  $k\Omega$  alla resistenza totale. Si pone :

$$R_T = R_1 + R_2 = 2800 \, \Omega$$

Con questo valore abbiamo una corrente di autoconsumo ragionevolmente bassa:

$$I_p = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{2800} = 4,3 \, mA$$

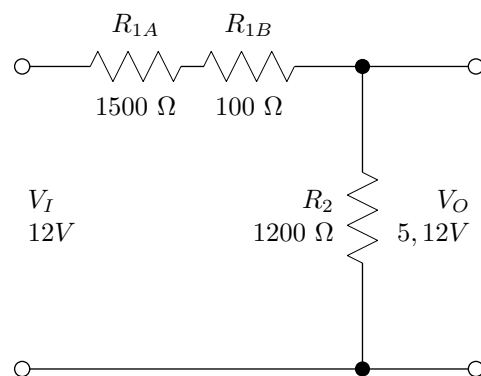
Invertiamo l'espressione di  $A$  e risolviamo rispetto ad  $R_2$ :

$$R_2 = (R_1 + R_2) \cdot A = 2800 \cdot 0,427 = 1200 \, \Omega$$

Di conseguenza avremo :

$$R_1 = R_T - R_2 = 2800 - 1200 = 1600 \, \Omega$$

Possiamo realizzarla come serie delle due resistenze:  $R_{1A} = 1500\Omega$  ed  $R_{1B} = 100\Omega$



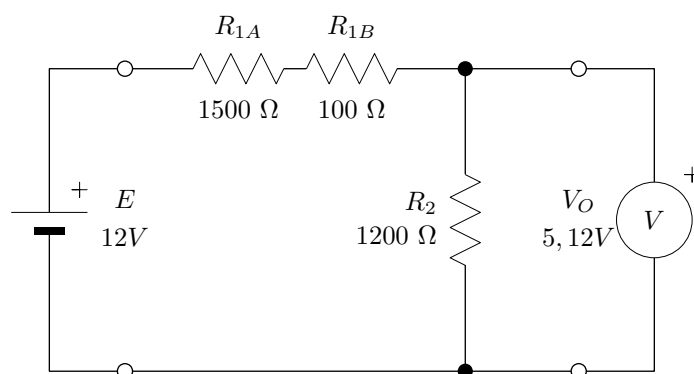
### Verifica del funzionamento

Per verificare il funzionamento del circuito, dopo averlo realizzato, applichiamo in entrata una *f.e.m.* di  $12V$  mediante un alimentatore stabilizzato. Tutto l'apparato

costituito dall'alimentatore e dal nostro circuito si dovrebbe comportare come un *generatore reale* di  $5,12V$ . Possiamo verificare il nostro assunto effettuando le solite prove di funzionamento: la *prova a vuoto*, la *prova in cortocircuito* e la *prova a carico*.

- *Prova a vuoto*

Dato che abbiamo già analizzato il circuito a vuoto, siamo già in possesso dei dati teorici di questa prova. Per verificarli inseriamo in uscita un *voltmetro* per la misura della tensione.



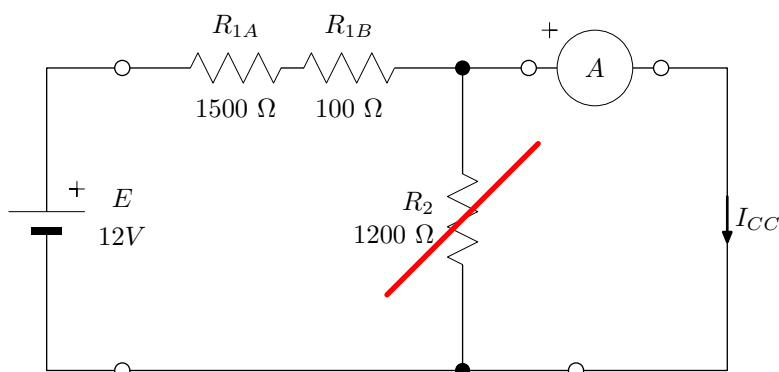
Dovremmo avere:

$$\begin{aligned} \text{tensione di uscita a vuoto} &\Rightarrow V_O = V_I \cdot \frac{R_2}{R_{1A} + R_{1B} + R_2} = 5,12V \\ \text{corrente in uscita a vuoto} &\Rightarrow I_0 = 0 \end{aligned}$$

I due valori costituiscono, nel piano  $(I, V)$ , le coordinate di un primo punto, corrispondente al punto di funzionamento a vuoto.

- *Prova in cortocircuito*

Mettiamo in corto l'uscita del circuito e inseriamo un *Amperometro* per misurare la corrente di cortocircuito.



In questo prova la resistenza  $R_2$  è in corto, quindi la corrente di cortocircuito dipende solo da  $R_1$ . Otteniamo:

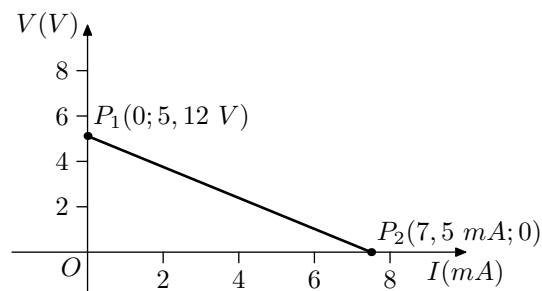
$$\text{tensione di uscita in cortocircuito} \implies V_{OCC} = 0$$

$$\text{corrente in uscita in cortocircuito} \implies I_{CC} = \frac{E}{R_{1A} + R_{1B}} = \frac{12}{1600} = 7,5 \text{ mA}$$

I due valori costituiscono, nel piano  $(I, V)$ , le coordinate di un secondo punto, corrispondente al punto di funzionamento in cortocircuito.

- *La caratteristica elettrica*

Usiamo i due punti precedentemente ricavati per tracciare la caratteristica elettrica del dispositivo.



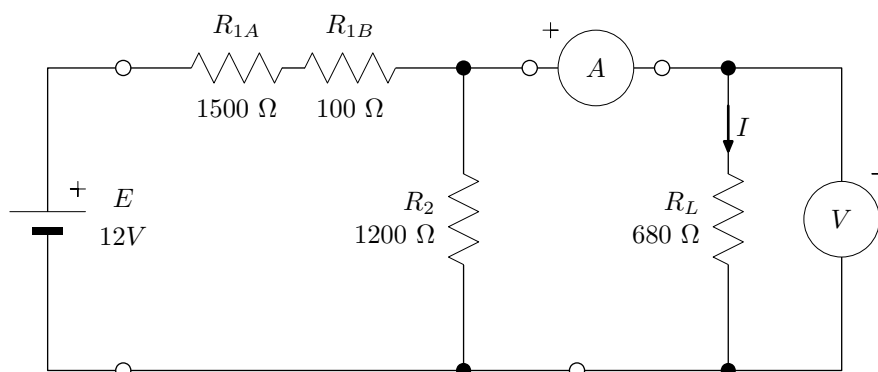
Notiamo che il dispositivo dovrebbe comportarsi proprio come un generatore reale avente i seguenti parametri:

$$\text{forza elettromotrice} \implies E_0 = 5,12 \text{ V}$$

$$\text{resistenza interna} \implies R_0 = \frac{E_0}{I_{CC}} = \frac{5,12}{0,0075} = 683 \text{ } \Omega$$

- *Prova a carico*

I due punti precedentemente ricavati ci hanno permesso di tracciare la caratteristica, nell'ipotesi che sia effettivamente una retta. Per essere certi che ciò sia vero, inseriamo un terzo punto, corrispondente ad una prova a carico. Usiamo come carico una resistenza di  $680 \text{ } \Omega$ . In questa prova dobbiamo inserire nel circuito sia il *Voltmetro*, che l'*Amperometro* per misurare la tensione e la corrente.



Lasciamo allo studente il compito di verificare che si ottengono i valori seguenti di tensione e corrente:

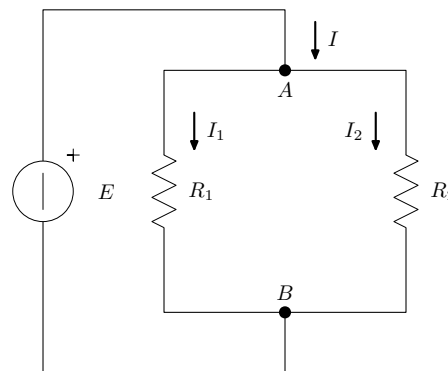
$$\begin{aligned} d.d.p. &\implies V_L = 2,56 \text{ V} \\ corrente &\implies I_L = 3,75 \text{ mA} \end{aligned}$$

I due valori costituiscono, nel piano  $(I, V)$ , le coordinate di un terzo punto, di funzionamento a carico, il quale dovrebbe stare nella retta, e quindi essere allineato con  $P_1$  e  $P_2$ . Non rimane che verificare il tutto sperimentalmente.

### 4.3 Il partitore di corrente - *applicazione*

Il partitore di corrente è costituito da due o più resistenze connesse in parallelo. In esso la corrente che percorre ciascuna resistenza risulta una parte della corrente totale erogata dal generatore al quale le resistenze sono collegate.

Con riferimento allo schema di figura, si ritengono note la corrente  $I$  e le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$ , mentre si calcolano, in funzione dei suddetti parametri noti: le correnti  $I_1$  e  $I_2$ .



Si può scrivere:

$$V_{AB} = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = R_p \cdot I$$

in cui:  $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

Dall'espressione sopra scritta si ricavano le correnti  $I_1$  e  $I_2$ ; infatti:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R_p}{R_1} \cdot I = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \\ I_2 &= \frac{R_p}{R_2} \cdot I = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} \cdot I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \end{aligned}$$

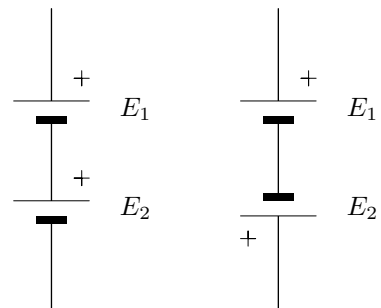
Queste formule possono essere commentate affermando che: la corrente che attraversa una delle due resistenze in parallelo è una frazione della corrente totale  $I$  che entra nel parallelo, e che tale frazione è data dalla resistenza dell'altro ramo (ramo opposto) diviso la somma,  $R_1 + R_2$ , delle resistenze dei due rami.

## Capitolo 5

### Circuiti con più generatori in serie

Finora abbiamo considerato schemi con un unico generatore: una batteria. Abbiamo, poi, spostato la batteria in una posizione diversa del circuito ed abbiamo visto che il funzionamento dello stesso cambiava radicalmente. Ma che cosa succede se, invece di spostare il generatore in una diversa posizione ne aggiungiamo un secondo? Otteniamo in questo caso un circuito al cui interno agiscono due generatori. Ora non tutte le connessioni di due batterie sono ugualmente possibili.

Cominciamo osservando che possiamo sicuramente collegare due batterie in serie, ma abbiamo due possibilità, come è riportato a lato, in quanto i poli della batteria non sono intercambiabili. Esprimiamo questo fatto dicendo che la batteria è un componente con *polarità propria*. Nel primo caso le due batterie sono concordi, quindi danno origine ad una *f.e.m.* totale data dalla somma delle due, mentre nel secondo caso le batterie sono discordi e la *f.e.m.* totale è data dalla loro differenza. Dobbiamo tener conto di questo



fatto quando applichiamo il 2° principio di Kirchhoff, come vedremo negli esempi seguenti. Collegare più batterie in serie serve quindi ad aumentare il valore totale della *f.e.m.* ed infatti ritroviamo questa connessione in molti dispositivi alimentati con le pile.

Possiamo collegare due batterie anche in parallelo? La risposta è, in generale, assolutamente negativa: *NO*.

Infatti sappiamo che tutti i componenti connessi in parallelo presentano ai loro capi la stessa *d.d.p.* e ciò vale anche per le batterie.

Dunque c'è solo un caso in cui possiamo collegare le batterie in parallelo: quando hanno esattamente la stessa *f.e.m.*, altrimenti assolutamente: *NO*.



## 5.1 Le convenzioni sui segni delle *f.e.m.* e della corrente

Consideriamo il caso di più generatori di *f.e.m.* in serie tra loro che agiscono su una o più resistenze, anch'esse tutte in serie tra loro.

Si realizza, in tale caso, una disposizione del tipo di quella rappresentata in figura.

Si osserva che, in generale, le forze elettromotrici non agiscono tutte nello stesso verso: nel nostro caso, le *f.e.m.*  $E_1$  ed  $E_3$  tendono a far circolare nel circuito corrente nel verso orario, mentre la *f.e.m.*  $E_2$  tende a far circolare corrente nel verso antiorario.

Se fosse  $E_1 + E_3 = E_2$  non si avrebbe corrente nel circuito in quanto complessivamente agirebbe in esso una *f.e.m.* nulla.

Se  $E_1 + E_3 > E_2$  la corrente nel verso orario.

Se  $E_1 + E_3 < E_2$  la corrente circola nel verso antiorario.

In generale, quando ci sono molti generatori, non si può prevedere subito quale sarà il verso della corrente che l'azione simultanea dei generatori farà circolare nel circuito.

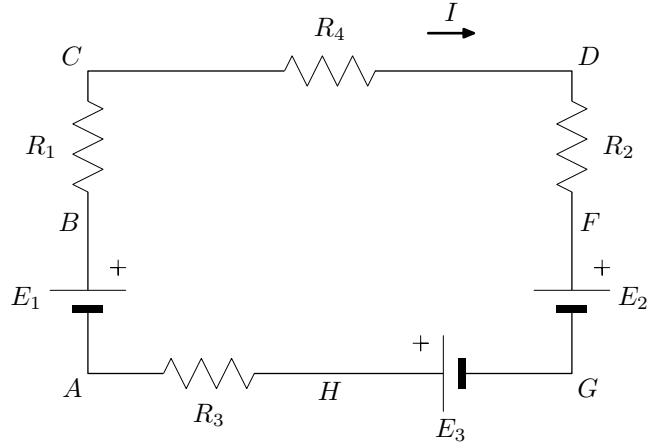
Pertanto si attribuisce inizialmente un verso arbitrario alla corrente, per potere correttamente scrivere l'espressione della *d.d.p.* esistente ai capi dei singoli tratti di circuito, e passare al calcolo del valore della corrente nel modo che verrà subito indicato. Se dal calcolo risulta per la corrente il segno positivo, il verso della corrente coincide con quello previsto inizialmente. Se invece dal calcolo risulta il segno negativo per il valore della corrente, il verso di questa è contraria a quello inizialmente fissato arbitrariamente.

Per risolvere un circuito del tipo di quello di figura occorre perciò fissare anzitutto un verso arbitrario per la corrente. Se scriviamo l'espressione della *d.d.p.* presente ai capi dei singoli tratti  $A - B$ ,  $B - C$ , ecc., otteniamo:

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= -E_1 & V_B - V_C &= R_1 \cdot I & V_C - V_D &= R_4 \cdot I & V_D - V_F &= R_2 \cdot I \\ V_F - V_G &= E_2 & V_G - V_H &= -E_3 & V_H - V_A &= R_3 \cdot I \end{aligned}$$

Sommando tutti i primi membri e tutti i secondi membri tra lo, abbiamo:

$$V_A - V_A = 0 = E_1 + E_2 - E_3 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \cdot I$$



e quindi:

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

La corrente viene ottenuta come rapporto tra la somma algebrica delle *f.e.m.*, e la somma aritmetica delle resistenze.

Per quello che riguarda le resistenze, non esiste problema di segno, in quanto esse sono quantità positive.

Per quello che riguarda le *f.e.m.*, si osserva che figurano con il *segno positivo* quelle *f.e.m.* che, agendo ciascuna da sola, farebbe circolare corrente nel verso precedentemente prescelto per la corrente (nel caso di figura  $E_1$  ed  $E_3$ ), mentre figurano con il *segno negativo* le altre *f.e.m.* (nel caso di figura la sola  $E_2$ ).

In generale, quindi, si può dire che la corrente che circola in una maglia composta da più generatori e resistenze in serie si può calcolare sinteticamente attraverso la formula:

$$\frac{\sum E}{\sum R}$$

In conclusione, per calcolare la corrente in un circuito del tipo di figura, in cui sono noti i valori di tutte le *f.e.m.* e di tutte le resistenze, occorre:

1. fissare un verso arbitrario per le correnti;
2. scrivere l'espressione della corrente nella forma:  $\frac{\sum E}{\sum R}$
3. esplicitare le due sommatorie tenendo presente la regola data innanzi per il segno di ciascuna *f.e.m.*

### 5.1.1 Esempio 1

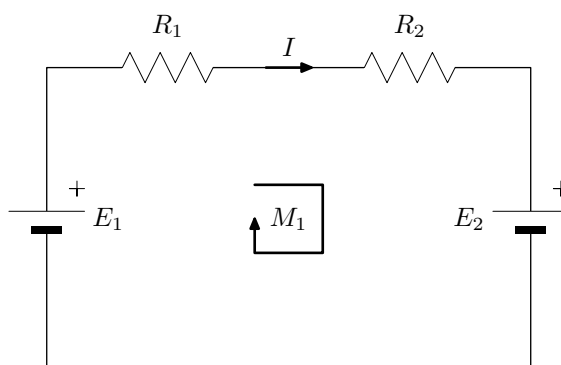
Come primo esempio consideriamo lo schema di figura, dove supponiamo:

$$E_1 = 10 \text{ [V]}; E_2 = 4 \text{ [V]}; R_1 = 100 \text{ [\Omega]}; R_2 = 150 \text{ [\Omega]};$$

Nel circuito le due batterie sono in serie e discordi, per cui la *f.e.m.* totale è data dalla loro differenza:

$$E = E_1 - E_2 = 10 - 4 = 6 \text{ [V]}$$

Allora  $E_1$  che ha il valore maggiore, prevale e determina la direzione della corrente. Segnamo quindi il verso della corrente nella maglia come in figura e,



applicando il 2° principio di Kirchhoff, scriviamo l'equazione della maglia:

$$E_1 - E_2 = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

Raccogliamo l'intensità di corrente e la determiniamo:

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_2) \cdot I \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{6}{250} = 0,024 \text{ A} = 24 \text{ mA}$$

Si nota che, come per la *f.e.m.* totale, anche l'intensità di corrente,  $I$ , ha un valore totale minore del valore che avrebbe se non ci fosse il secondo generatore. Intuitivamente ci aspettiamo che il valore di  $I$  sia esattamente la differenza dei valori che avremmo se nel circuito facciamo agire singolarmente ciascuna delle due batterie.

## 5.2 La *d.d.p.* tra due punti

Riprendiamo lo schema precedente, in cui inseriamo i due punti  $A$  e  $B$  e chiediamoci: quanto vale la *d.d.p.* tra di essi? Osserviamo intanto che l'inserimento dei due punti ha diviso la maglia nei due percorsi indicati, comprendenti rispettivamente:  $R_1$  ed  $E_1$  il primo;  $R_2$  ed  $E_2$  il secondo. Possiamo determinare la *d.d.p.* cercata seguendo sia il primo che il secondo percorso.

Seguendo il primo percorso si ricava:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB}$$

Ma  $V_{AC}$  è esattamente l'opposto della *d.d.p.* ai capi della resistenza. Infatti la corrente attraversa la resistenza da sinistra verso destra e quindi rende più positivo  $C$  rispetto ad  $A$ . Abbiamo quindi:

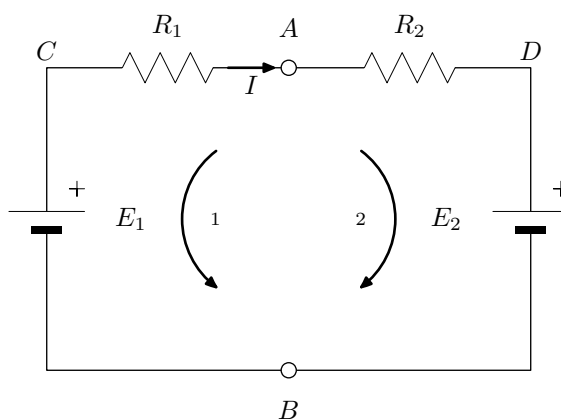
$$V_{AC} = -V_{CA} = -V_1 = -R_1 \cdot I$$

Invece  $V_{CB}$  corrisponde ad  $E_1$ , per cui abbiamo:

$$V_{AB} = -R_1 \cdot I + E_1 = -100 \cdot 0,024 + 10 = -2,4 + 10 = 7,6 \text{ V}$$

Seguendo, poi, il secondo percorso si ricava:

$$V_{AB} = V_{AD} + V_{DB}$$



Ora  $V_{AD}$  corrisponde alla *d.d.p.* ai capi della resistenza  $R_2$ . Infatti la corrente attraversa anche  $R_2$  da sinistra verso destra, quindi rende più positivo  $A$  rispetto a  $D$ . Abbiamo quindi:

$$V_{AD} = V_2 = R_2 \cdot I$$

Invece  $V_{DB}$  corrisponde ad  $E_2$ , per cui abbiamo:

$$V_{AB} = R_2 \cdot I + E_2 = 150 \cdot 0,024 + 4 = 3,6 + 4 = 7,6 \text{ V}$$

Il risultato è lo stesso di prima.

### 5.3 Legge di Ohm generalizzata

Questo procedimento *generalizza* il calcolo della tensione tra due punti qualsiasi di una rete elettrica e corrisponde alla cosiddetta *legge di Ohm generalizzata*:

**Legge di Ohm generalizzata:** *Dato un percorso che congiunge due punti  $A$  e  $B$ , la *d.d.p.*  $V_{AB}$ , tra di essi è data dalla somma algebrica delle *f.e.m.* dei generatori e dalla somma algebrica delle *d.d.p.* degli elementi passivi presenti nel percorso.*

$$V_{AB} = \sum E + \sum R \cdot I$$

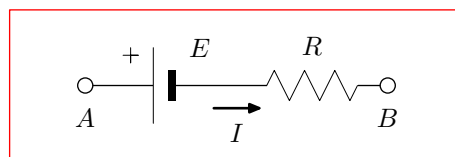
Per applicare la legge di Ohm generalizzata si adottano le seguenti *convenzioni sui segni*:

- **Verso di percorrenza**  
Se si vuole determinare  $V_{AB}$  si assume come verso di percorrenza (o anche verso convenzionale) quello che va da  $A$  a  $B$ ; cioè:  $A \longrightarrow B$ .  
Se, invece, si vuole determinare  $V_{BA}$  si assume come verso di percorrenza (o anche verso convenzionale) quello che va da  $B$  ad  $A$ ; cioè:  $B \longrightarrow A$ .
- ***f.e.m.***  
Le *f.e.m.* vanno prese con il segno *positivo* se, muovendosi nel percorso concordemente al verso di percorrenza prefissato, si entra nel morsetto positivo del generatore, altrimenti vanno prese con il segno *negativo*.
- ***d.d.p.* sulle resistenze**  
Le *d.d.p.* sulle resistenze corrispondono ai prodotti  $R \cdot I$ . Vanno prese con il segno *positivo* se la corrente  $I$  che circola nella resistenza è *concorde* con il verso di percorrenza (la corrente  $I$  circola nella resistenza nello stesso verso di percorrenza), e con il segno *negativo* se invece la corrente  $I$  è *discorde* con il verso di percorrenza.

Combinando le polarità del generatore di tensione con il verso della corrente  $I$  i casi che possono presentarsi nelle applicazioni sono:

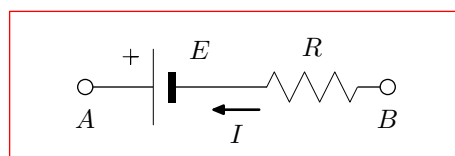
1)

$$\begin{aligned} V_{AB} &= E + R \cdot I \\ V_{BA} &= -E - R \cdot I \end{aligned}$$



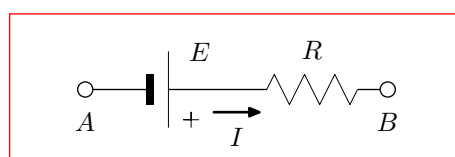
2)

$$\begin{aligned} V_{AB} &= E - R \cdot I \\ V_{BA} &= -E + R \cdot I \end{aligned}$$



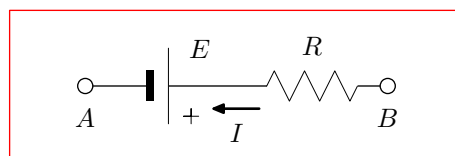
3)

$$\begin{aligned} V_{AB} &= -E + R \cdot I \\ V_{BA} &= E - R \cdot I \end{aligned}$$



4)

$$\begin{aligned} V_{AB} &= -E - R \cdot I \\ V_{BA} &= E + R \cdot I \end{aligned}$$



### 5.3.1 Esempio 2

Come secondo esempio consideriamo lo schema di figura, dove supponiamo:

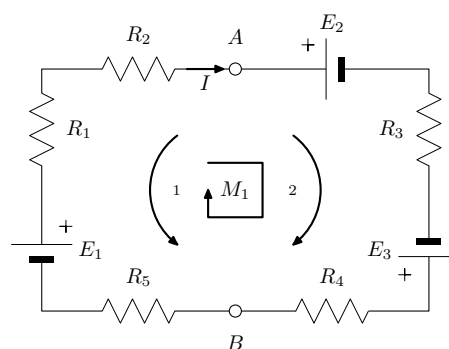
$$\begin{aligned} E_1 &= 6 \text{ [V]}; & E_2 &= 8 \text{ [V]}; & E_3 &= 5 \text{ [V]}; \\ R_1 &= 10 \text{ [\Omega]}; & R_2 &= 20 \text{ [\Omega]}; & R_3 &= 30 \text{ [\Omega]}; & R_4 &= 40 \text{ [\Omega]}; & R_5 &= 50 \text{ [\Omega]}; \end{aligned}$$

Fissiamo il verso della corrente e della maglia come in figura e scriviamo l'equazione della maglia (2° principio di Kirchhoff), raccogliendo la corrente:

$$\begin{aligned} E_1 - E_2 + E_3 &= \\ (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5) \cdot I \end{aligned}$$

Esplicitiamo la corrente:

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$



Calcolo della corrente:

$$I = \frac{6 - 8 + 5}{10 + 20 + 30 + 40 + 50} = \frac{3}{150} = 0,02 \text{ A} = 20 \text{ mA}$$

Calcolo della  $V_{AB}$  con la legge di Ohm generalizzata

1° percorso:

$$V_{AB} = -R_2 \cdot I - R_1 \cdot I + E_1 - R_5 \cdot I = -80 \cdot 0,02 + 6 = 4,4 \text{ V}$$

2° percorso:

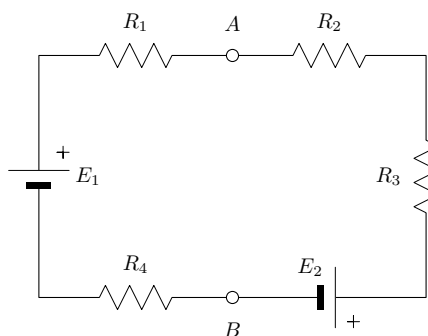
$$V_{AB} = E_2 + R_3 \cdot I - E_3 + R_4 \cdot I = 8 - 5 + 70 \cdot 0,02 = 4,4 \text{ V}$$

### 5.3.2 Esercizi

#### 1. Esercizio

Con riferimento al circuito di figura, dove i componenti hanno i valori dati:

$$\begin{aligned} E_1 &= 5 \text{ V} \\ R_1 &= 50 \text{ } \Omega \\ R_2 &= 100 \text{ } \Omega \\ R_3 &= 200 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

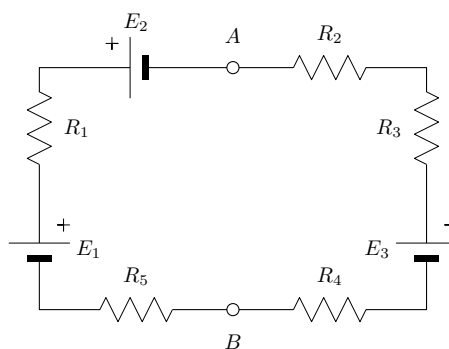


Fissare i versi della corrente e della maglia e risolvere applicando la legge di Ohm generalizzata, calcolando la corrente e la  $V_{AB}$ .

#### 2. Esercizio

Con riferimento al circuito di figura, dove i componenti hanno i valori dati:

$$\begin{aligned} E_1 &= 12 \text{ V} \\ E_2 &= 9 \text{ V} \\ E_3 &= 15 \text{ V} \\ R_1 &= 10 \text{ } \Omega \\ R_2 &= 20 \text{ } \Omega \\ R_3 &= 30 \text{ } \Omega \\ R_4 &= 40 \text{ } \Omega \\ R_5 &= 50 \text{ } \Omega \end{aligned}$$



Fissare i versi della corrente e della maglia e risolvere applicando la legge di Ohm generalizzata, calcolando la corrente e la  $V_{AB}$ .

# Capitolo 6

## Risoluzione delle reti a più maglie

Finora abbiamo visto come risolvere reti con più generatori e più resistenze in serie in un contesto semplificato (una sola maglia). Affrontiamo ora lo stesso problema in un contesto un po' più complesso (più maglie).

Delle reti elettriche sono noti, nei casi più frequenti, i valori delle *f.e.m.* agenti e delle resistenze, mentre sono incogniti i valori delle correnti.

Risolvere una rete elettrica significa calcolare gli elementi incogniti di essa, ossia le correnti, noti i valori delle *f.e.m.* e delle resistenze. Per la risoluzione delle reti elettriche si seguono vari metodi, basati su principi e teoremi che verranno via via eposti. Essi sono: i principi di Kirchhoff, il principio di sovrapposizione degli effetti, il teorema di Thevenin e il teorema di Norton.

### 6.1 Risoluzione con i principi di Kirchhoff

Il primo e il secondo principio di Kirchhoff vengono utilizzati per risolvere le reti, ossia per calcolare l'intensità di corrente nei singoli rami di esse, quando siano assegnati i valori delle *f.e.m.* agenti e di tutte le resistenze.

La soluzione di una rete mediante applicazione dei principi di Kirchhoff richiede l'impostazione di un sistema di tante equazioni indipendenti quante sono le correnti incognite, ossia quanti sono i rami, se sono noti i valori delle *f.e.m.* e delle resistenze. Le equazioni vengono scritte in parte ai nodi (primo principio) e in parte alle maglie (secondo principio).

Il numero delle equazioni indipendenti che è possibile scrivere ai nodi è  $(n - 1)$ , se  $n$  è il numero dei nodi della rete.

Il numero delle equazioni indipendenti che occorre scrivere per le maglie è pari al numero totale delle incognite (ossia al numero dei rami), diminuito del numero  $(n - 1)$  di equazioni indipendenti che è possibile scrivere ai nodi.

Pertanto, detto  $r$  il numero dei rami,  $n$  il numero dei nodi,  $m$  il numero delle

maglie indipendenti, il numero di equazioni che bisogna scrivere per queste ultime è:

$$m = r - (n - 1) = r - n + 1$$

Per quanto riguarda l'individuazione delle maglie indipendenti, si può affermare che una maglia è indipendente se comprende almeno un ramo che non sia stato già percorso per scrivere un'equazione precedente.

L'inconveniente di questo metodo è quello di avere un sistema di molte equazioni in altrettante incognite (tante quanto sono i rami della rete). La risoluzione manuale di un tale sistema sarebbe eccessivamente laboriosa, con una elevata probabilità di errori nei lunghi sviluppi analitici, perciò si ricorre attualmente all'utilizzo di un calcolatore elettronico, per il quale non esiste problema di complessità di operazioni o di errori, una volta introdotto in esso il sistema di equazioni. Come metodo risolutivo del sistema di equazioni si utilizza di solito il metodo di Kramer, il quale è un metodo meccanico, che si presta ad essere implementato con un algoritmo specifico. In tal caso l'unica seria difficoltà consiste nella corretta scrittura del sistema in quanto, per reti complesse, non è facile individuare le maglie ed i nodi per cui scrivere le equazioni indipendenti.

### 6.1.1 Esempio 1

Come primo esempio consideriamo lo schema di figura, dove supponiamo:

$$E_1 = 10 \text{ [V]}; E_2 = 4 \text{ [V]}; R_1 = 100 \text{ [\Omega]}; R_2 = 150 \text{ [\Omega]}; R_3 = 200 \text{ [\Omega]};$$

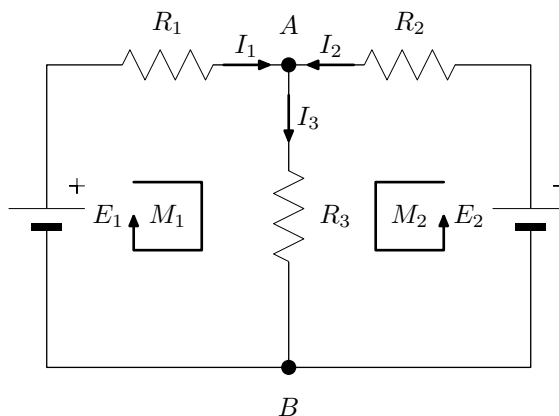
La rete è costituita da: tre maglie, tre rami e due nodi. Risolviamo dapprima applicando i principi di Kirchhoff.

A tale scopo fissiamo le correnti nel circuito: essendoci più rami dobbiamo fissare tante correnti quanti sono i rami.

**Ricordiamo:** gli elementi di ciascun ramo vanno considerati in *serie* e sono attraversati dalla stessa *intensità di corrente*.

Per fissare le correnti nei rami dobbiamo fare due cose: stabilire il *nome* ed il *verso* delle correnti. Entrambe queste

scelte sono *convenzionali*, cioè devono essere stabilite a priori, anche se non si è in grado di prevedere, ad esempio, quale sarà il verso effettivo della corrente. Prima di fissarle, però, è buona pratica *osservare* attentamente la rete e la disposizione delle *f.e.m.* nei rami, in modo da operare la scelta a ragion veduta.





Vediamo: siccome nel 1° e nel 3° ramo ci sono due batterie, fissiamo le correnti con il verso uscente dal morsetto + e le denominiamo  $I_1$  ed  $I_2$ , visto che attraversano le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$ . Entrambe le correnti sono entranti nel nodo  $A$  e quindi ci pare ragionevole fissare nel 2° ramo la corrente in modo che risulti uscente dal nodo e, visto che attraversa  $R_3$ , la chiamiamo  $I_3$ .

Possiamo già applicare il 1° principio di Kirchhoff ai nodi, cominciando dal nodo  $A$ : somma delle correnti entranti nel nodo = somma delle correnti uscenti dal nodo.

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Abbiamo ottenuto una equazione (equazione ai nodi) che stabilisce un primo legame tra le correnti. Chiediamoci: quante equazioni ci servono per trovare le correnti? Essendoci tre correnti, abbiamo tre incognite, quindi ci servono tre equazioni. Il primo impulso è quello di andare a scriverci una seconda equazione nel nodo  $B$ , ma ci accorgiamo che si ottiene la medesima equazione di prima! Infatti quello che è successo nel primo nodo, succede esattamente al contrario nel secondo. Esprimiamo questo fatto dicendo che il nodo  $A$  è di *andata* per le correnti, mentre il nodo  $B$  è di *ritorno*. Le equazioni che scriviamo per i nodi di ritorno sono doppiioni e quindi non aiutano.

Le altre due equazioni che ci servono le dobbiamo cercare nelle maglie: abbiamo tre maglie a disposizione e per ciascuna di esse possiamo scrivere una equazione in base al 2° principio di Kirchhoff. Ne scegliamo due, però, prima di scrivere le equazioni, dobbiamo fissare i versi di percorrenza delle maglie e li fissiamo come in figura, in modo che procedano dal morsetto positivo al morsetto negativo delle rispettive batterie.

**Ricordiamo:** anche per le maglie i versi di percorrenza sono *convenzionali* e quindi vanno scelti a priori, cercando di operare una scelta ragionevole, osservando la disposizione delle *f.e.m.*

Ora possiamo scrivere le equazioni: la somma *algebraica* delle *f.e.m.* = alla somma *algebraica* delle *d.d.p.* degli elementi passivi della maglia.

Nello scrivere le equazioni dobbiamo tener conto anche delle convenzioni relative alle *f.e.m.* ed alle *d.d.p.* : le prime le prendiamo *positive* se contribuiscono alla corrente di maglia e le seconde le scriviamo come prodotti  $R \cdot I$ , presi *positivi* se le rispettive correnti delle resistenze sono *concordi* con la corrente di maglia.

Attenzione quindi: il verso della corrente di maglia gioca un ruolo molto importante. Nel nostro caso tutto è concorde, quindi le equazioni sono le seguenti:

$$\begin{aligned} M_1 : E_1 &= +R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 \\ M_2 : E_2 &= +R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 \end{aligned}$$

Notiamo che l'equazione della terza maglia, quella grande, non serve; infatti essa può essere ottenuta dalla somma algebrica delle prime due equazioni.

Mettiamo assieme le nostre equazioni e otteniamo un *sistema* di 3 *equazioni* nelle 3 incognite rappresentate dalle correnti:

$$\begin{cases} I_3 &= I_1 + I_2 \\ E_1 &= R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 \\ E_2 &= R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 \end{cases}$$

Passiamo adesso al calcolo delle correnti. A tale scopo dobbiamo sostituire i valori dei componenti nelle equazioni e risolvere il sistema. Questa fase, per quanto possa sembrare a prima vista difficoltosa, nella realtà è *meccanica*, in quanto viene adottato come metodo di risoluzione del sistema il *metodo di Kramer*. Con questo metodo, infatti, è possibile costruire un un programma di calcolo, con cui automatizzare il calcolo delle correnti.

Noi, a solo titolo di esempio, risolveremo il sistema, ma con il *metodo di sostituzione* delle variabili, che funziona bene se il sistema non è troppo complesso.

### 1° passaggio

*sostituiamo i valori*

$$\begin{cases} I_3 &= I_1 + I_2 \\ 10 &= 100 \cdot I_1 + 200 \cdot I_3 \\ 4 &= 150 \cdot I_2 + 200 \cdot I_3 \end{cases}$$

### 2° passaggio

*prima sostituzione*

Nella 1<sup>a</sup> equazione abbiamo una espressione per  $I_3$  e la sostituiamo ovunque vediamo  $I_3$ , nelle altre equazioni.

$$\begin{cases} I_3 &= I_1 + I_2 \\ 10 &= 100 \cdot I_1 + 200 \cdot (I_1 + I_2) \\ 4 &= 150 \cdot I_2 + 200 \cdot (I_1 + I_2) \end{cases}$$

### 3° passaggio

*riduzione dei termini simili*

ora la seconda e la terza equazione contengono solo  $I_1$  e  $I_2$

$$\begin{cases} I_3 &= I_1 + I_2 \\ 10 &= 300 \cdot I_1 + 200 \cdot I_2 \\ 4 &= 200 \cdot I_1 + 350 \cdot I_2 \end{cases}$$

### 4° passaggio

*isoliamo una incognita*

isoliamo il termine con  $I_2$  nella 2<sup>a</sup> equazione

$$\begin{cases} I_3 &= I_1 + I_2 \\ I_2 &= \frac{10 - 300 \cdot I_1}{200} \\ 4 &= 200 \cdot I_1 + 350 \cdot I_2 \end{cases}$$

**5° passaggio***seconda sostituzione*

ricaviamo  $I_2$  nella seconda equazione facendo la divisione e la sostituiamo nella terza

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_2 = 0,05 - 1,5 \cdot I_1 \\ 4 = 200I_1 + 350(0,05 - 1,5I_1) \end{cases}$$

**6° passaggio***troviamo  $I_1$* 

ora l'ultima equazione ha una sola incognita e la ricaviamo

$$\begin{aligned} 4 &= 200 \cdot I_1 - 525 \cdot I_1 + 17,5 \\ 325 \cdot I_1 &= 13,5 \\ I_1 &= \frac{13,5}{325} = 0,0415 \text{ A} = 41,5 \text{ mA} \end{aligned}$$

**7° passaggio:** *troviamo  $I_2$  e  $I_3$  sostituendo il valore trovato*

$$\begin{cases} I_3 = 0,0415 - 0,0122 = 0,0293 \text{ A} = 29,3 \text{ mA} \\ I_2 = 0,05 - 1,5 \cdot 0,0415 = -0,0122 \text{ A} = -12,2 \text{ mA} \\ I_1 = 0,0415 \text{ A} = 41,5 \text{ mA} \end{cases}$$

Osserviamo che il valore di  $I_2$  è negativo. Cosa vuol dire? Significa che il verso che abbiamo scelto convenzionalmente per  $I_2$  non è quello reale della corrente, ma non c'è niente di sbagliato. Dobbiamo entrare nell'ordine di idee che i risultati possono essere sia positivi che negativi e che entrambi vanno accettati. Essi sono consistenti con le convenzioni che abbiamo fissato all'inizio. Se qualcun altro ha fissato le convenzioni in modo diametralmente opposto, allora troverà gli stessi risultati in valore assoluto, ma con il segno cambiato. Tutto qui.

**Calcolo della  $V_{AB}$** 

Per verificare la correttezza del risultato determiniamo la  $V_{AB}$  con la legge di Ohm generalizzata nei tre rami e confrontiamo i risultati.

1° ramo:

$$V_{AB} = -R_1 \cdot I_1 + E_1 = -100 \cdot 0,0415 + 10 = 5,85 \text{ V}$$

2° ramo:

$$V_{AB} = R_3 \cdot I_3 = 200 \cdot 0,0293 = 5,86 \text{ V}$$

3° ramo:

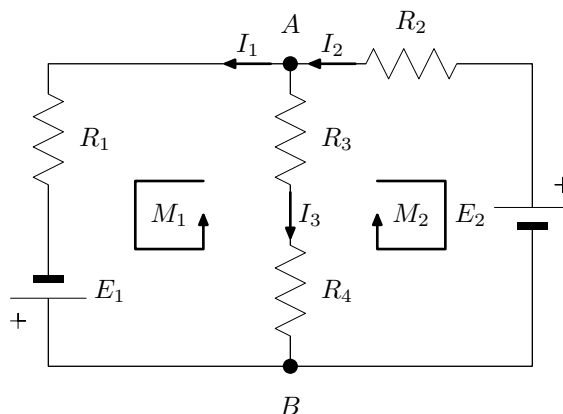
$$V_{AB} = -R_2 \cdot I_2 + E_2 = -150 \cdot (-0,0122) + 4 = 5,83 \text{ V}$$

OK. I tre valori corrispondono entro le approssimazioni introdotte.

### 6.1.2 Esempio 2

Come secondo esempio consideriamo lo schema di figura, con i dati riportati a lato:

$$\begin{aligned} E_1 &= 12 \text{ [V]} \\ E_2 &= 8 \text{ [V]} \\ R_1 &= 40 \text{ [\Omega]} \\ R_2 &= 60 \text{ [\Omega]} \\ R_3 &= 30 \text{ [\Omega]} \\ R_4 &= 50 \text{ [\Omega]} \end{aligned}$$



- *Fissiamo* le correnti nel 1° e nel 3° ramo con il verso uscente dal morsetto + e le denominiamo  $I_1$  ed  $I_2$ ; Non avendo riferimenti per prefissare il verso della corrente  $I_3$ , nel terzo ramo, lo fissiamo dal nodo A verso il nodo B.
- *Fissiamo* i versi di percorrenza delle maglie come in figura, in modo che procedano dal morsetto positivo al morsetto negativo delle rispettive batterie.
- *Applichiamo* i principi di Kirchhoff; facciamo attenzione che nella prima maglia il verso di  $I_3$  è contrario al verso di percorrenza di  $M_1$ .

$$\begin{aligned} N_A : I_2 &= I_1 + I_3 \\ M_1 : E_1 &= +R_1 \cdot I_1 - (R_3 + R_4) \cdot I_3 \\ M_2 : E_2 &= +R_2 \cdot I_2 + (R_3 + R_4) \cdot I_3 \end{aligned}$$

- *Risolvi*amo il sistema calcolando le correnti. Si lascia allo studente il compito di svolgere i passaggi matematici richiesti e si dà direttamente il risultato:

$$\begin{cases} I_1 = 0,223 \text{ A} & = 223 \text{ mA} \\ I_2 = 0,185 \text{ A} & = 185 \text{ mA} \\ I_3 = -0,0385 \text{ A} & = -38,5 \text{ mA} \end{cases}$$

Osserviamo che il valore di  $I_3$  è negativo. Significa che il verso che abbiamo scelto convenzionalmente per  $I_3$  non è quello reale della corrente.

- *Calcolo* della  $V_{AB}$ .

Per verificare la correttezza del risultato determiniamo la  $V_{AB}$  con la legge di Ohm generalizzata nei tre rami e confrontiamo i risultati.

1° ramo:

$$V_{AB} = R_1 \cdot I_1 - E_1 = 40 \cdot 0,223 - 12 = -3,08 \text{ V}$$

2° ramo:

$$V_{AB} = R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 = 80 \cdot (-0,0385) = -3,08 \text{ V}$$

3° ramo:

$$V_{AB} = -R_2 \cdot I_2 + E_2 = -60 \cdot 0,185 + 8 = -3,01 \text{ V}$$

I tre valori corrispondono entro le approssimazioni introdotte, quindi il risultato è accettabile.

## 6.2 Teoremi fondamentali

Per semplificare o risolvere una generica rete elettrica è spesso utile ricorrere ad opportuni teoremi dell'elettrotecnica, piuttosto che utilizzare i principi di Kirchhoff che, talvolta, conducono a sistemi matematici di notevole complessità, come già accennato.

### 6.2.1 Il teorema di Thévenin

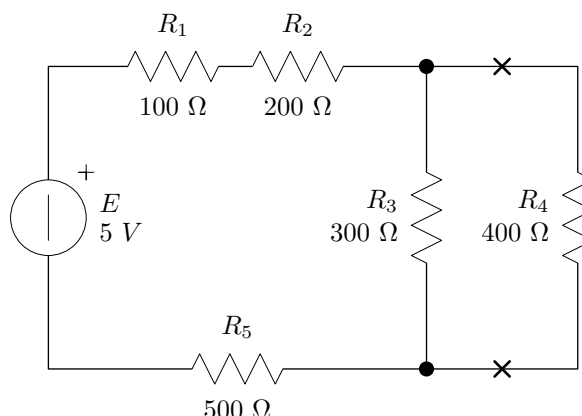
Sappiamo che nell'informatica i programmi sono fatti da singole istruzioni. Nei programmi più complessi, però, molte routine si ripetono più volte ed allora si preferisce predisporre queste routine con dei sottoprogrammi dedicati, normalmente inseriti in apposite librerie, i quali vengono poi richiamati nel programma principale.

La stessa cosa avviene anche nel mondo dell'elettronica. Infatti, è vero che i circuiti elettrici sono formati da un insieme di componenti, che si connettono tra loro attraverso i terminali. Ma ad un livello più alto di complessità, si utilizzano dei *sottocircuiti* elettrici per realizzare circuiti ancora più ampi, gli *apparati*. Per operare in questo modo anche i singoli sottocircuiti devono avere dei terminali attraverso i quali connettersi tra di loro. Nel caso più semplice essi hanno due soli terminali ed allora sono denominati *sottocircuiti bipolari* o più semplicemente: *circuiti bipolari*.

In effetti, dato un qualunque circuito, a meno che non sia costituito da un singolo componente, è sempre possibile pensarlo come composto di almeno due parti o sottocircuiti componenti. A tale fine è sufficiente individuare nel circuito i due punti di connessine delle due parti: alcuni componenti del circuito si dovranno trovare alla loro sinistra, mentre gli altri si dovranno necessariamente trovare alla

loro destra.

A titolo esemplificativo, nel circuito di figura i punti di connessione sono stati presi ai capi della resistenza  $R_4$ . In questo modo il circuito è pensato come composto dal *sottocircuito 1* di sinistra, comprensivo del generatore e delle resistenze:  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_5$ , e dal *sottocircuito 2* di destra, comprensivo della sola  $R_4$ . Avendo internamente un generatore, la prima sottorete è attiva, mentre la seconda è passiva.



Relativamente alle reti passive composte di sole resistenze, come la sottorete 2, sappiamo già che si comportano complessivamente come una unica resistenza, e che, quindi, è possibile *semplificare* ogni sottorete passiva, sostituendola con la sua resistenza complessiva.

Ci chiediamo allora: è possibile operare nello stesso modo, ovvero *semplificare* anche le *sottoreti attive*, come la sottorete 1?

La risposta a questa domanda è affermativa. Però, essendoci nella rete anche dei dispositivi attivi, essa non può essere ricondotta ad una sola resistenza, come le reti passive, ma in serie alla resistenza, ci deve essere anche un generatore che esprima l'effetto complessivo dei generatori interni. L'assunto è stato dimostrato matematicamente e va sotto il nome di: *teorema di Thévenin*<sup>1</sup>. L'enunciato del teorema è il seguente:

**Teorema di Thévenin:** *un qualunque sottocircuito bipolare e lineare è equivalente ad un circuito, denominato circuito equivalente, costituito da un generatore ideale equivalente di tensione e da una resistenza equivalente posta in serie ad esso.*

Il concetto di *equivalenza* tra circuiti comporta il *medesimo comportamento elettrico* degli stessi in qualunque situazione di funzionamento, ovvero la *medesima caratteristica elettrica* e dunque implica la possibilità di semplificare una qualunque sottorete bipolare e lineare con la sua rete equivalente.

Per determinare la rete equivalente è necessario, secondo il teorema, determinare due parametri fondamentali: la *f.e.m.* ( $E_{eq} = V_{AB0}$ ) del generatore equivalente

<sup>1</sup>Il teorema di Thévenin riconduce la sottorete ad un generatore di tensione reale. Oltre al teorema di Thévenin esiste anche il teorema di Norton, il quale riconduce un sottocircuito bipolare e lineare ad un generatore di corrente reale, ovvero ad un unico generatore di corrente con in parallelo la resistenza equivalente. Il parametro del generatore di corrente si determina calcolando la corrente di cortocircuito della sottorete.

di tensione, e il valore ohmico della resistenza equivalente ( $R_{eq}$ ).

A tale riguardo Thévenin ha dimostrato anche che:

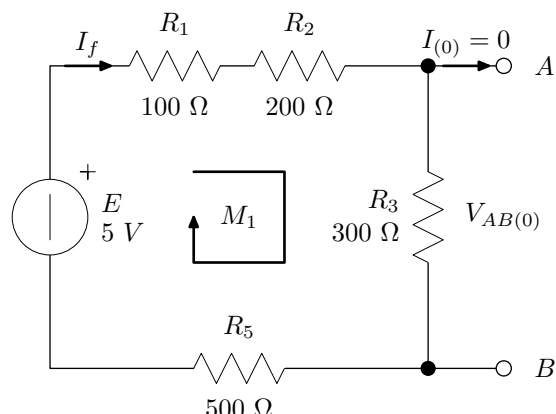
- la *f.e.m.* del generatore equivalente di tensione ( $E_{eq}$ ) corrisponde alla tensione che presenta la sottorete ai propri morsetti di uscita nella prova di funzionamento a vuoto, quindi quando la sottorete stessa è staccata dal resto del circuito.
- la resistenza equivalente ( $R_{eq}$ ) posta in serie al generatore corrisponde alla resistenza interna della sottorete, cioè alla resistenza che la sottorete presenta tra i propri morsetti di uscita, quando è staccata dal resto del circuito, e tutti i generatori indipendenti interni ad essa sono *annullati*.
- Per annullare i generatori di tensione bisogna sostituirli con un *conduttore perfetto*, ovvero con un corto circuito, mentre per annullare i generatori di corrente, essi vanno sostituiti con un *isolante perfetto*, ovvero lasciati aperti.

Il teorema di Thevenin è molto importante, oltre che per la semplificazione delle reti ed il calcolo di correnti e *d.d.p.*, soprattutto perché ci consente di avere una visione astratta di una sottorete lineare, a prescindere dalla sua particolare composizione interna. Per quanto una scheda possa essere complessa, noi la possiamo *immaginare* come costituita da due elementi fondamentali: la sua *f.e.m.* equivalente e la sua resistenza equivalente. Tutto il suo comportamento, allora, dipenderà fondamentalmente dai valori assunti da tali elementi, ovvero da due semplici parametri. Per ottenerli basterà fare due singole prove, una delle quali è la prova di funzionamento a vuoto.

Per vedere concretamente come si fa, applichiamo il teorema al circuito del nostro esempio, procedendo per passi successivi.

- 1° passo: *f.e.m. equivalente*

Stacciamo la  $R_4$  e calcoliamo la tensione che la sottorete presenta in uscita a vuoto. Tale *d.d.p.* corrisponde al valore della *f.e.m.* equivalente. Non essendoci corrente verso  $R_4$ , nella maglia circola una *corrente fittizia* che indichiamo con  $I_f$ . Scriviamo l'equazione della maglia e calcoliamo  $I_f$  e la *d.d.p.* in uscita a vuoto:

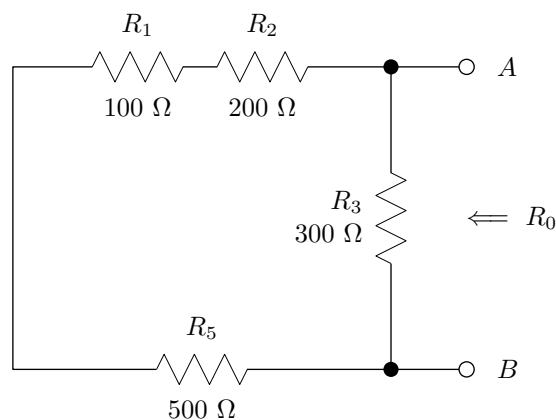


$$\begin{aligned} E &= (R_1 + R_2 + R_3 + R_5) \cdot I_f \\ R_T &= R_1 + R_2 + R_3 + R_5 = 1100 \, \Omega \\ I_f &= \frac{E}{R_T} = \frac{5}{1100} = 4,55 \, \text{mA} \\ V_{AB(0)} &= R_3 \cdot I_f = 300 \cdot 0,00455 = 1,36 \, \text{V} \end{aligned}$$

La *f.e.m.* equivalente, dunque, è:  $E_0 = V_{AB(0)} = 1,36 \, \text{V}$ .

- 2° passo: *resistenza equivalente*

Stacciamo la  $R_4$  e annulliamo il generatore. Otteniamo il circuito passivo di figura, dove calcoliamo la resistenza complessiva. Notiamo che, rispetto ai morsetti della rete,  $R_1$ ,  $R_2$  ed  $R_5$  risultano in serie, mentre  $R_3$  è in parallelo. Abbiamo quindi:

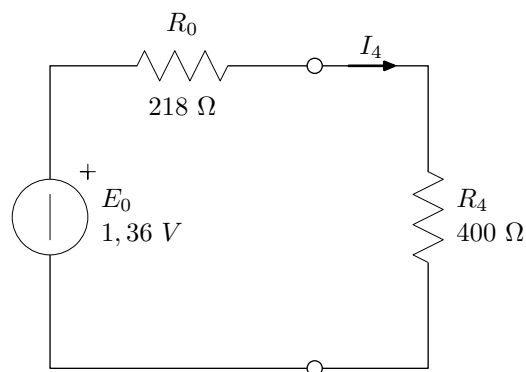


$$R_0 = (R_1 + R_2 + R_5) // R_3 = \frac{800 \cdot 300}{1100} = 218 \, \Omega$$



• 3° passo: *circuito equivalente*

Ora semplifichiamo la nostra sottorete, sostituendola con il circuito equivalente ricavato. La  $R_4$ , che prima avevamo staccato, ora la ricolleghiamo, ma al circuito equivalente. Partendo dall'equazione della maglia, calcoliamo la corrente  $I_4$  e la *d.d.p.* che si sviluppa su  $R_4$ :



$$\begin{aligned} E_0 &= (R_0 + R_4) \cdot I_4 \\ I_4 &= \frac{E_0}{R_0 + R_4} = \frac{1,36}{618} = 2,20 \text{ mA} \\ V_4 &= R_4 \cdot I_4 = 400 \cdot 0,0022 = 0,88 \text{ V} \end{aligned}$$

Lasciamo allo studente il compito di verificare che i valori coincidono con quelli che si ottengono risolvendo direttamente il circuito dato.

### 6.2.2 Il teorema di Norton

Procedendo in modo analogo a quanto detto per il teorema di Thevenin, l'enunciato del teorema di Norton è il seguente:

**Teorema di Norton:** *un qualunque sottocircuito bipolare e lineare è equivalente ad un circuito, denominato circuito equivalente, costituito da un generatore ideale equivalente di corrente e da una resistenza equivalente posta in parallelo ad esso.*

Per determinare la rete equivalente è necessario, secondo il teorema, determinare due parametri fondamentali: la corrente ( $I_{eq} = I_{ABcc}$ ) del generatore equivalente di corrente, ed il valore ohmico della resistenza equivalente ( $R_{eq}$ ).

A tale riguardo Norton ha dimostrato anche che:

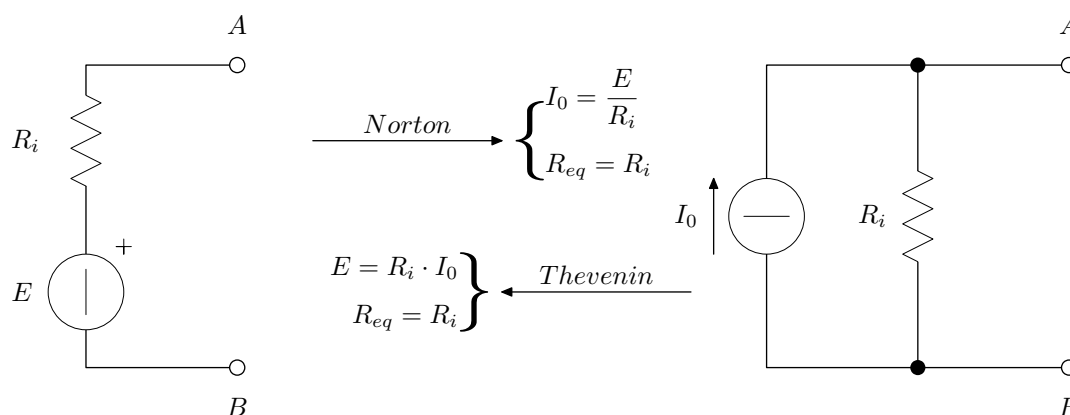
- la corrente ( $I_{eq}$ ) del generatore equivalente di corrente corrisponde alla corrente che circolerebbe tra i morsetti di uscita  $A$  e  $B$  qualora essi fossero cortocircuitati ( $I_{ABcc}$ ), cioè nella prova di funzionamento in corto circuito, quindi quando la sottorete stessa è cortocircuitata.
- la resistenza equivalente ( $R_{eq}$ ) posta in parallelo al generatore corrisponde alla resistenza interna della sottorete, cioè alla resistenza che la sottorete

presenta tra i propri morsetti di uscita  $A$  e  $B$ , quando è staccata dal resto del circuito, e tutti i generatori indipendenti interni ad essa sono *annullati*.

- Per annullare i generatori di tensione bisogna sostituirli con un *conduttore perfetto*, ovvero con un corto circuito, mentre per annullare i generatori di corrente, essi vanno sostituiti con un *isolante perfetto*, ovvero lasciati aperti.

I teoremi di Thévenin e Norton si dicono *duali*, poiché uno si può ottenere dall'altro scambiando il termine «serie» con «parallelo», «tensione» con «corrente», morsetti «aperti» con morsetti in «cortocircuito».

Applicando il teorema di Norton è possibile convertire un generatore reale di tensione in uno di corrente; viceversa, applicando il teorema di Thévenin è possibile convertire un generatore reale di corrente in uno di tensione, come mostrato in figura.



### 6.2.3 Il principio di sovrapposizione degli effetti

Il principio di sovrapposizione degli effetti è uno dei fondamentali principi della fisica, che si applica a tutti i *sistemi lineari*, nei quali *gli effetti sono in proporzione con le loro cause* e quindi si applica anche alle *reti elettriche lineari*.

Risulta, infatti, lineare, una rete elettrica nella quale i valori delle resistenze e delle *f.e.m.* dei generatori sono costanti e indipendenti dall'intensità della corrente circolante nei vari rami.

Esso afferma quanto segue:

**Principio di sovrapposizione degli effetti:** *In una rete elettrica lineare l'effetto dovuto a più cause è pari alla somma degli effetti dovuti alle singole cause, agenti una alla volta.*

Questo principio stabilisce che la corrente circolante in un punto qualsiasi di una

rete comunque complessa, purchè lineare, corrente dovuta all'azione degli  $n$  generatori elettrici indipendenti ivi presenti, può considerarsi come somma algebrica delle  $n$  correnti circolanti in quello stesso punto, ciascuna dovuta a ciascun generatore, agente separatamente, cioè uno alla volta.

Così analogamente la differenza di potenziale fra due punti di una rete, dovuta all'azione degli  $n$  generatori elettrici indipendenti ivi presenti, può pensarsi come somma algebrica delle  $n$  differenze di potenziale fra gli stessi punti, ciascuna dovuta a ciascun generatore, agente separatamente, cioè uno alla volta.

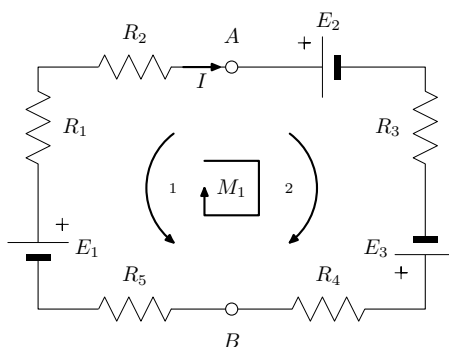
È importante notare che quando si considera agente nella rete un solo generatore, gli altri generatori, se di tensione, dovranno essere posti in cortocircuito, o più precisamente, con forza elettromotrice nulla, mentre se di corrente, dovranno essere aperti, o più precisamente, con corrente nulla.

In tutti i casi le resistenze interne dei generatori devono restare al proprio posto.

Il principio di sovrapposizione degli effetti, quindi, ci offre un metodo per affrontare circuiti in cui agiscono più generatori, consentendo di scomporre il problema e di ricondurlo al caso di un solo generatore, anche se tale metodo diventa via via più macchinoso, all'aumentare del numero dei generatori.

### 6.2.4 Esempio 1

Risolviamo lo schema di figura, applicando il principio di sovrapposizione:



$$E_1 = 6 \text{ [V]}; \quad E_2 = 8 \text{ [V]}; \quad E_3 = 5 \text{ [V]}; \\ R_1 = 10 \text{ [\Omega]}; \quad R_2 = 20 \text{ [\Omega]}; \quad R_3 = 30 \text{ [\Omega]}; \quad R_4 = 40 \text{ [\Omega]}; \quad R_5 = 50 \text{ [\Omega]};$$

1. Con il solo  $E_1$

Calcolo della resistenza totale vista da  $E_1$ :

$$R_{TA} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 150 \text{ }\Omega$$

Corrente totale di  $E_1$ , con verso concorde con  $I$ :

$$I_{TA} = \frac{E_1}{R_{TA}} = \frac{6}{150} = 0,04 \text{ A} = 40 \text{ mA}$$

2. Con il solo  $E_2$

Calcolo della resistenza totale vista da  $E_2$ :

$$R_{TB} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 150 \text{ } \Omega$$

Corrente totale di  $E_2$ , con verso discorde con  $I$ :

$$I_{TB} = \frac{E_2}{R_{TB}} = \frac{8}{150} = 0,053 \text{ A} = 53 \text{ mA}$$

3. Con il solo  $E_3$

Calcolo della resistenza totale vista da  $E_3$ :

$$R_{TC} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 150 \text{ } \Omega$$

Corrente totale di  $E_3$ , con verso concorde con  $I$ :

$$I_{TC} = \frac{E_3}{R_{TC}} = \frac{5}{150} = 0,033 \text{ A} = 33 \text{ mA}$$

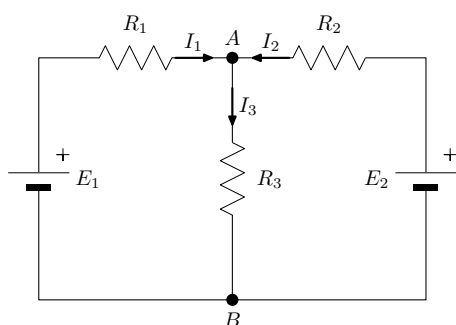
4. Sovrapposizione degli effetti

$I_{TA}$  concorde con  $I$ ,  $I_{TB}$  discorde e  $I_{TC}$  concorde, quindi:

$$I = I_{TA} - I_{TB} + I_{TC} = 0,04 - 0,053 + 0,033 = 0,02 \text{ A} = 20 \text{ mA}$$

### 6.2.5 Esempio 2

Applichiamo il principio di sovrapposizione allo schema di figura:



$$\begin{aligned} E_1 &= 12 \text{ [V]} \\ E_2 &= 5 \text{ [V]} \\ R_1 &= 100 \text{ } [\Omega] \\ R_2 &= 220 \text{ } [\Omega] \\ R_3 &= 330 \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$

Immaginiamo dapprima che nel circuito agisca solo  $E_1$ , come nel circuito a lato, ed indichiamo con  $R_{T1}$  la resistenza totale che oppone ad esso il circuito:

$$R_{T1} = R_1 + R_2 // R_3 = 232 \Omega$$

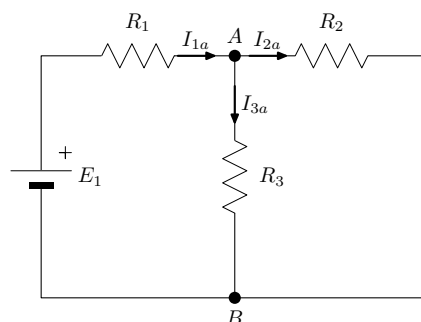
Allora, indicando con  $I_{1a}$  la corrente erogata da  $E_1$ , la quale ha il verso di figura, concorde rispetto al verso di  $I_1$ , otteniamo:

$$I_{1a} = \frac{E_1}{R_{T1}} = \frac{12}{232} = 51,7 \text{ mA}$$

$$V_{ABa} = R_2 // R_3 \cdot I_{1a} = 6,82 \text{ V}$$

$$I_{2a} = \frac{V_{ABa}}{R_2} = 31 \text{ mA}$$

$$I_{3a} = \frac{V_{ABa}}{R_3} = 20,7 \text{ mA}$$



Immaginiamo poi che nel circuito agisca solo  $E_2$ , come nel circuito a lato, ed indichiamo con  $R_{T2}$  la resistenza totale che oppone ad esso il circuito:

$$R_{T2} = R_2 + R_1 // R_3 = 296,7 \Omega$$

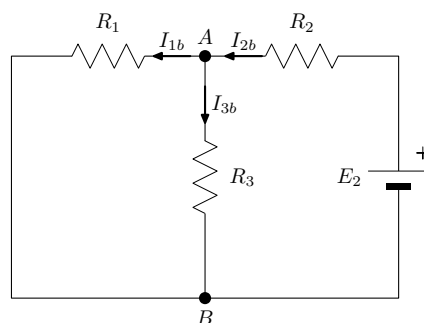
Allora, indicando con  $I_{2b}$  la corrente erogata da  $E_2$ , la quale ha il verso di figura, concorde rispetto al verso di  $I_2$ , otteniamo:

$$I_{2b} = \frac{E_2}{R_{T2}} = \frac{5}{296,7} = 16,8 \text{ mA}$$

$$V_{ABb} = R_1 // R_3 \cdot I_{2b} = 1,29 \text{ V}$$

$$I_{1b} = \frac{V_{ABb}}{R_1} = 12,9 \text{ mA}$$

$$I_{3b} = \frac{V_{ABb}}{R_3} = 3,9 \text{ mA}$$



Le correnti complessive si ottengono, infine, sovrapponendo, tenendo conto dei segni, i valori delle correnti parziali:

$$I_1 = I_{1a} - I_{1b} = 51,7 \text{ mA} - 12,9 \text{ mA} = 38,8 \text{ mA}$$

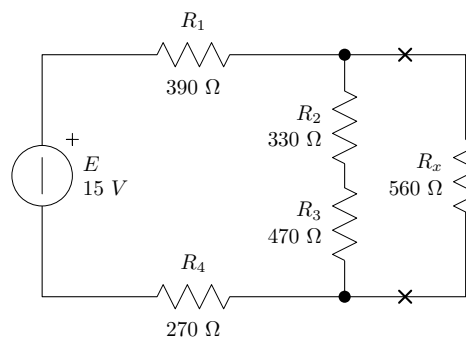
$$I_2 = -I_{2a} + I_{2b} = -31 \text{ mA} + 16,8 \text{ mA} = -14,2 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_{3a} + I_{3b} = 20,7 \text{ mA} + 3,9 \text{ mA} = 24,6 \text{ mA}$$

### 6.2.6 Esercizi

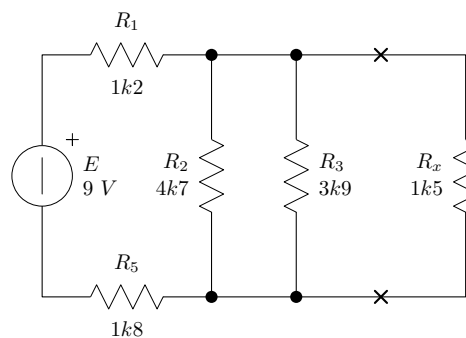
#### • Esercizio 1

Semplificare, applicando il teorema di Thévenin, la sottorete di figura e determinare tensione e corrente su  $R_x$ .



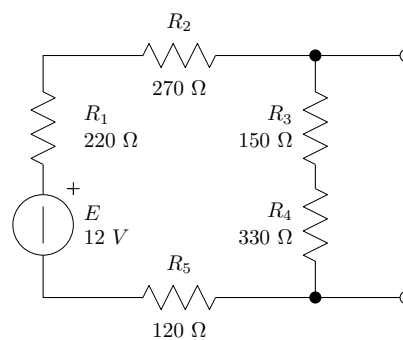
#### • Esercizio 2

Semplificare, applicando il teorema di Thévenin, la sottorete di figura e determinare tensione e corrente su  $R_x$ .



#### • Esercizio 3

Semplificare, applicando il teorema di Thévenin, la sottorete di figura.



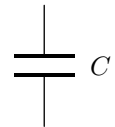
# Capitolo 7

## Componenti basilari dell'elettronica

### 7.1 Il condensatore

Sappiamo che in natura le cariche elettriche positive e negative sono distribuite in numero uguale negli atomi, per cui complessivamente danno un effetto risultante nullo. Risulta quindi importante riuscire a *separare* le cariche negative da quelle positive. Il componente che è in grado di svolgere questa funzione è il *condensatore*.

**Definizione 15.** *Il condensatore è un componente elettrico passivo con due terminali, formato da due piastre metalliche elettricamente isolate, dette armature, il quale è in grado di accumulare carica elettrica, mantenendo separate le cariche positive dalle cariche negative.*



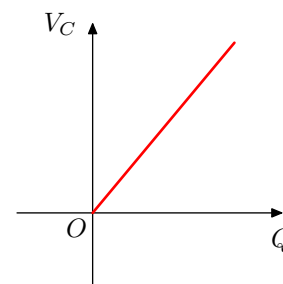
Esso viene rappresentato con il simbolo grafico di figura.

I terminali sono saldati su ciascuna armatura e consentono di depositarvi la carica elettrica, positiva sull'una e negativa sull'altra. Il materiale isolante che separa elettricamente le armature viene chiamato *dielettrico*.

Man mano che la carica accumulata aumenta, tra le due piastre si viene a formare un campo elettrico crescente e tra le due armature si registra la presenza di una *d.d.p.* anch'essa crescente. La legge di funzionamento del condensatore è quindi la seguente:

**Legge di funzionamento del condensatore:**

La differenza di potenziale,  $V_C$ , che si sviluppa ai capi di un condensatore è direttamente proporzionale alla quantità di carica,  $Q$ , accumulata nelle armature, ovvero il rapporto tra la quantità di carica e la d.d.p. è una costante, chiamata **capacità** del condensatore.



La relazione matematica tra la *quantità di carica* e la *d.d.p.* è la seguente:

$$\frac{Q}{V_C} = C = \text{costante}$$

L'unità di misura della capacità elettrica è chiamata *Farad* e si indica con una  $F$ . Essa è definita nel seguente modo:

$$1[F] = \frac{1[C]}{1[V]} = 1[C] \cdot [V^{-1}]$$

Si tratta di una unità di misura molto grande ed infatti i condensatori presenti in commercio presentano valori di capacità molto inferiori, dai *microfarad*  $[\mu F] = [10^{-6} F]$ , ai *nanofarad*  $[nF] = [10^{-9} F]$ , ai *picofarad*  $[pF] = [10^{-12} F]$ .

Il valore della capacità dipende infatti da tre fattori: dalla *superficie* delle armature,  $A$ , dalla *distanza* tra di esse,  $d$ , e dalla *costante dielettrica*,  $\epsilon$ , del materiale isolante, secondo la seguente relazione:

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

Per ottenere elevati valori di capacità sono necessari elevati valori di costante dielettrica, grande superficie delle armature e piccola distanza tra esse.

In commercio esistono diversi tipi di condensatori, i quali si differenziano per come sono costruiti e per il materiale usato come dielettrico. I più diffusi sono: i *condensatori plastici*, i *condensatori ceramici* e i *condensatori elettrolitici*.

I *condensatori a film plastico* utilizzano due fogli metallici sottili molto estesi, separati da un film di materiale plastico. Per contenere le dimensioni del condensatore il tutto viene avvolto, in modo che esso assume una caratteristica forma cilindrica. Si ottengono capacità fino all'ordine dei  $nF$ , in virtù soprattutto della grande superficie.

I *condensatori ceramici* utilizzano un impasto ceramico inerte con all'interno dei granuli di una sostanza conduttrice, al fine di ottenere un elevato valore di costante dielettrica. Hanno una caratteristica forma a disco. Dosando la concentrazione



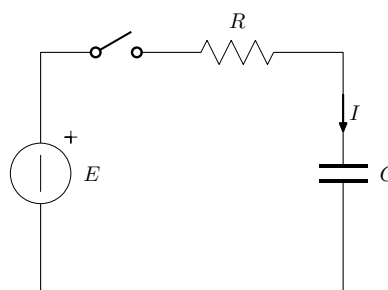
dell'impasto si ottengono capacità di diverso valore, dai  $pF$  ai  $nF$ .

I *condensatori elettrolitici* sono costituiti da due elettrodi metallici immersi in una sostanza elettrolitica. All'atto della costruzione esso è sottoposto ad un processo elettrolitico di formazione durante il quale uno degli elettrodi si ricopre di un sottilissimo strato di ossido, diventando il dielettrico del condensatore. In questo modo si possono ottenere valori di capacità ben più elevati dei precedenti, giungendo fino ai  $\mu F$  ed anche ai  $mF$ . Il condensatore elettrolitico, però, a differenza dei precedenti, è dotato di *polarità propria* e quindi va polarizzato.

I condensatori sono usati in svariati tipi di applicazioni, tra le quali: la formazione di campi elettrici, la generazione di forme d'onda, il filtraggio, l'uso come batterie fittizie, la costruzione di placche di deflessione, ecc.

### 7.1.1 Il circuito di carica di un condensatore

Per depositare della carica elettrica nelle armature di un condensatore, che è un componente passivo, è necessario collegarlo ad una batteria tramite una resistenza. Il circuito che si ottiene si chiama: *circuito di carica di un condensatore*. Nel circuito è stato inserito anche un interruttore, che definisce i tempi di funzionamento.



Quando si attiva il circuito, chiudendo l'interruttore, il condensatore è sottoposto ad una *fase di carica*, che lo porta, dalla situazione iniziale, nella quale era scarico, alla situazione finale nella quale ha accumulato una certa quantità di carica  $Q$ . Si tratta di un processo dinamico che richiede del tempo per il suo svolgimento.

Durante tutto questo processo il condensatore è sottoposto ad un *flusso di carica elettrica*, più intenso quando è scarico e via via sempre meno intenso, quanto più si è caricato.

Man mano che il condensatore si carica anche la *d.d.p.* che presenta ai suoi capi cambia, passando dal valore iniziale nullo, corrispondente a condensatore scarico, al valore finale, uguale al valore della *f.e.m.* del generatore al quale è collegato.

Indicando con  $V_C$  la *d.d.p.* presente ai capi del condensatore, e con  $I$  la corrente, si ottengono le forme d'onda di figura, le quali hanno un andamento di tipo esponenziale.

Il processo di carica è governato dalle leggi e dai principi dell'elettronica ed in particolare: dal 2° principio di Kirchhoff, dalla legge di Ohm per la resistenza e dalla legge di funzionamento del condensatore.

Analizziamo separatamente il momento iniziale  $i$ , la situazione durante la carica ed il momento finale  $f$ , tenendo presente che l'equazione della maglia è la seguente:

$$E = R \cdot I + V_C$$

- momento iniziale  $i$ :

Abbiamo, essendo il condensatore scarico:  $V_C(i) = 0$ . Tutta la *f.e.m.* è applicata alla resistenza, la quale ha, dunque, la funzione di *limitare la corrente iniziale* di carica. Otteniamo infatti:

$$I(i) = \frac{E}{R}$$

- situazione durante la carica:

Durante la carica, come già detto, la tensione cresce e la corrente cala. Infatti il condensatore presenta *d.d.p.*:  $V_C \neq 0$ , ma la somma di  $V_C$  e di  $V_R$  deve mantenersi uguale ad  $E$ , quindi la *d.d.p.* sulla resistenza deve diminuire rispetto al momento iniziale. Si ha :

$$V_R = E - V_C < E$$

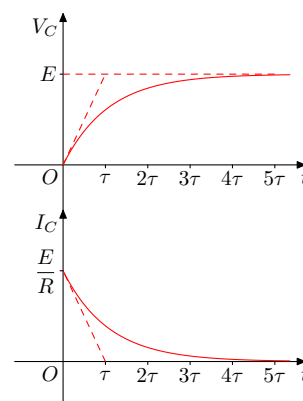
Corrispondentemente anche l'intensità della corrente diminuisce, essendo:

$$I = \frac{E - V_C}{R} < \frac{E}{R}$$

- momento finale  $f$ :

Quando il condensatore è completamente carico non riceve ulteriore carica elettrica, quindi la corrente verso il condensatore si annulla e si ha:  $I(f) = 0$ . Annullandosi la corrente anche la *d.d.p.* sulla resistenza si annulla e si ha:

$$V_C(f) = E$$



La durata del processo di carica dipende direttamente dal valore del condensatore: quanto più grande è  $C$  tanto più carica richiede il condensatore e tanto maggiore è il tempo richiesto, e dal valore della resistenza: quanto maggiore è la resistenza meno intensa è la corrente circolante e quindi maggiore è il tempo richiesto per la carica. Il parametro di riferimento per la determinazione del tempo di carica è dato, infatti, dal prodotto di queste due costanti:

**Definizione 16.** Si definisce **costante di tempo**,  $\tau$ , la quantità data dal prodotto tra il valore della capacità del condensatore e della resistenza attraverso cui esso si carica:

$$\tau = R \cdot C$$

La sua unità di misura coincide proprio con l'unità di misura del tempo, cioè il secondo:

$$1[\Omega] \cdot 1[F] = 1\left[\frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V}\right] = 1\left[\frac{C}{A}\right] = 1[s]$$

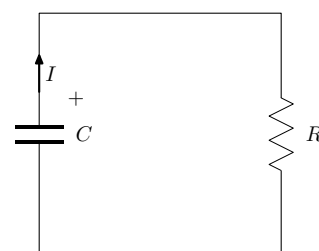
Gli andamenti della tensione e della corrente, di tipo esponenziale, sono descritti dalle seguenti funzioni matematiche:

$$\begin{aligned} V_C(t) &= E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ i(t) &= \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Dato che la tensione cresce progressivamente, in teoria il tempo complessivo di carica è *infinito*. Nella pratica si considera il condensatore carico quando è trascorso un tempo pari a  $5 \cdot \tau$ . In questo tempo, infatti, risulta, dalle formule matematiche su riportate, che esso si carica al 99%. Nel tempo pari a  $\tau$ , invece, il condensatore si carica solo al 63%.

### 7.1.2 Il circuito di scarica del condensatore

Se, dopo che è stato caricato, il condensatore viene staccato dal generatore, e collegato ad una resistenza, esso viene sottoposto ad una fase di scarica, che lo porta gradualmente a perdere la carica precedentemente accumulata. Il *circuito di scarica del condensatore* è, nella sua forma più semplice, quello di figura.



Il processo avviene, pur se molto più lentamente, anche se non viene collegato ad alcun carico, poiché la sostanza isolante usata come dielettrico ha una resistenza di isolamento finita, per quanto grande.

Durante la fase di scarica il condensatore si comporta da elemento attivo. Infatti

ora la corrente proviene dal condensatore e quindi scorre in senso contrario rispetto alla fase di carica.

Man mano che il condensatore si scarica la *d.d.p.* che presenta ai suoi capi diminuisce, passando dal valore iniziale, che supponiamo pari ad  $E$ , corrispondente a condensatore carico, al valore finale nullo.

Corrispondentemente, essendoci meno tensione, anche la corrente di scarica diminuisce, annullandosi al termine del processo.

Indicando con  $V_C$  la *d.d.p.* presente ai capi del condensatore, e con  $I$  la corrente, si ottengono le forme d'onda di figura, le quali hanno anch'esse un andamento esponenziale.

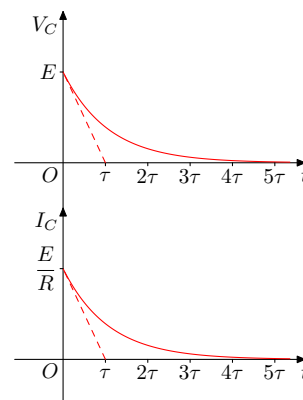
Il valore iniziale della corrente, in base alla legge di Ohm è ancora:

$$I(i) = \frac{E}{R}$$

e la costante di tempo di carica è ancora:  $\tau = R \cdot C$  Le espressioni matematiche sono:

$$\begin{aligned} V_C(t) &= E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ i(t) &= \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Anche la durata complessiva del processo di scarica è  $5 \cdot \tau$ , tempo nel quale rimane una tensione residua inferiore all' 1%.



### 7.1.3 Esempio

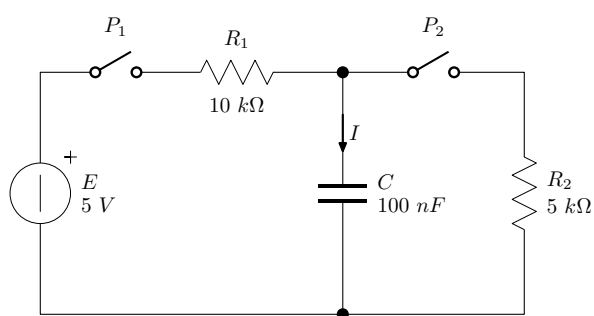
Con riferimento al circuito di figura si suppone:

dall'istante iniziale  $t = 0$  e per i successivi  $6 \text{ ms}$ :

$P_1$  chiuso e  $P_2$  aperto;

trascorso tale periodo:

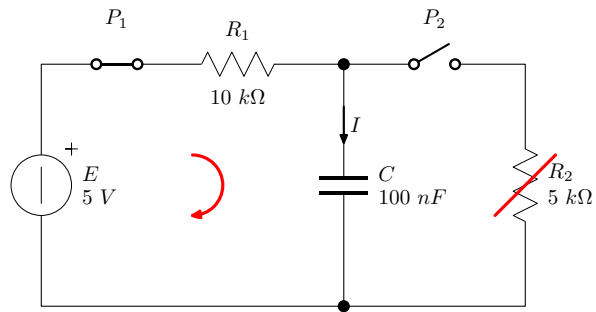
$P_1$  aperto e  $P_2$  chiuso.



Ci proponiamo di determinare i circuiti di carica e di scarica del condensatore, di calcolare i parametri relativi alla tensione ed alla corrente e di tracciarne i relativi andamenti temporali.

- Il circuito di carica

Durante i primi  $6\text{ ms}$  nei quali  $P_1$  è chiuso, il condensatore è collegato al generatore e quindi si carica. Nel circuito di carica non c'è  $R_2$  in quanto  $P_2$  è aperto.



L'equazione della maglia è:

$$E = R_1 \cdot I + V_C$$

nell'istante iniziale abbiamo il condensatore scarico, quindi:

$$V_C(i) = 0 \quad I(i) = \frac{E}{R_1} = \frac{5}{10 \cdot 10^3} = 0,5\text{ mA}$$

a fine carica invece avremo:

$$I(f) = 0 \quad V_C(f) = E = 5\text{ V}$$

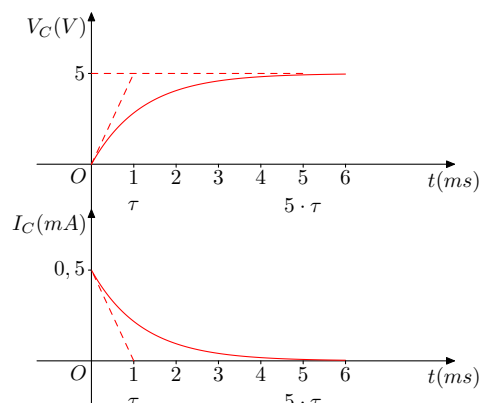
La costante di tempo è:

$$\tau = R_1 \cdot C = 10 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 1\text{ ms}$$

Per potersi caricare completamente il condensatore deve avere a disposizione un tempo pari a:

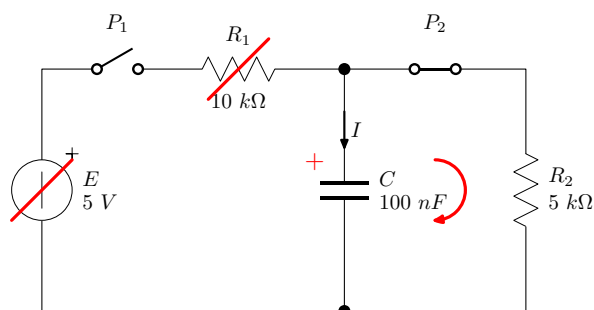
$$t_{carica} = 5 \cdot \tau = 5\text{ ms}$$

Il condensatore resta collegato al generatore per  $6\text{ ms}$ , quindi fa in tempo a caricarsi completamente. Tracciamo le curve di carica tenendo presente i valori dei parametri relativi a tensione e correnti che abbiamo determinato.



### • Il circuito di scarica

Dopo  $6\text{ ms}$   $P_1$  si riapre ed il condensatore si stacca dal generatore. Contestualmente si chiude  $P_2$  ed il condensatore si scarica attraverso  $R_2$ . Nel circuito di scarica non c'è  $R_1$  in quanto  $P_1$  è aperto.



Il condensatore ora si comporta da elemento attivo ed il flusso della corrente si inverte. Mantenendo per la corrente il suo verso convenzionale, il verso reale sarà l'opposto di esso. Ne terremo conto nell'equazione della maglia:

$$V_C = -R_2 \cdot I$$

nell'istante iniziale della scarica abbiamo il condensatore carico, quindi:

$$V_C(i) = E = 5\text{ V} \quad I(i) = -\frac{E}{R_2} = -\frac{5}{5 \cdot 10^3} = -1\text{ mA}$$

a fine scarica invece avremo:

$$V_C(f) = 0 \quad I(f) = 0$$

La costante di tempo è:

$$\tau = R_2 \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 0,5\text{ ms}$$

Per potersi scaricare completamente il condensatore deve avere a disposizione un tempo pari a:

$$t_{\text{scarica}} = 5 \cdot \tau = 2,5\text{ ms}$$

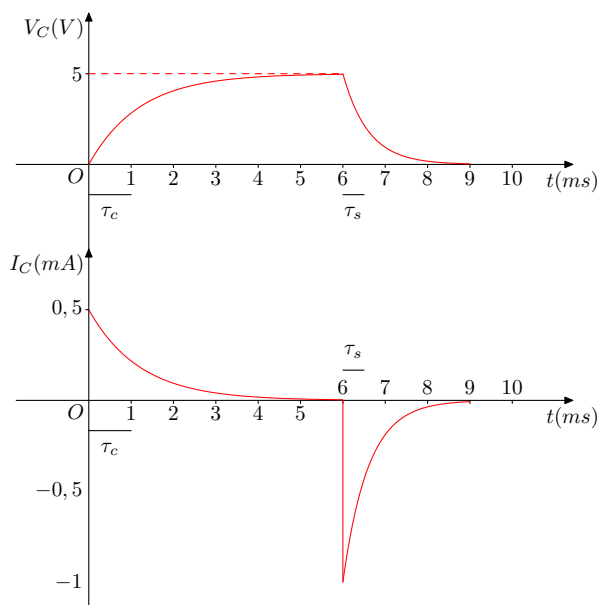
Tracciamo le curve di scarica, di seguito a quelle di carica, tenendo presente i valori dei parametri relativi a tensione e corrente che abbiamo determinato.

Notiamo che la tensione si annulla in metà del tempo richiesto per la carica. Ciò è conseguenza della minore costante di tempo, determinata dal minor valore di  $R_2$ .

La corrente, poi, si presenta con due distinti impulsi: il primo positivo ed il secondo negativo. Infatti durante la carica la corrente entra nel condensatore, mentre durante la scarica esce da esso.

Inoltre il primo ha durata doppia, ma ha ampiezza metà del secondo.

Coclusione: minore è la resistenza in serie al condensatore, minore è la costante di tempo e maggiore è l'intensità dell'impulso di corrente richiesto.

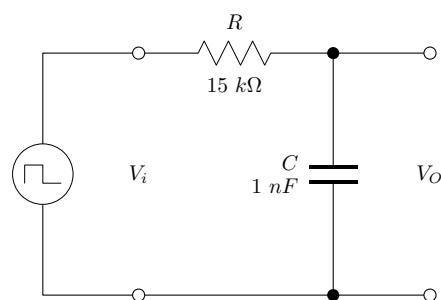


### 7.1.4 Risposta di una rete $RC$ ad un'onda quadra

Quando il condensatore è usato con segnali variabili nel tempo esso dà luogo ad una distorsione più o meno marcata della forma del segnale stesso, dovuta essenzialmente al tempo finito richiesto per la sua carica e la sua scarica. In questo paragrafo ci proponiamo di analizzare tale distorsione in una situazione semplice e, allo stesso tempo, caratteristica dei dispositivi logici.

Vogliamo, infatti, capire cosa succede se il segnale prodotto da un dispositivo logico è applicato ad un circuito capacitivo.

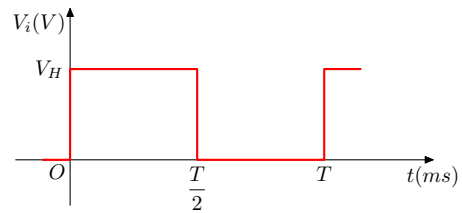
Sappiamo che un segnale logico è costituito da una sequenza di *zeri* e di *uni*. Per costruire un semplice segnale di questo tipo utilizziamo un generatore di onde quadre, al quale colleghiamo un circuito  $RC$ , come in figura. Per fissare le idee, supponiamo:  $R = 1,5 \text{ k}\Omega$  e  $C = 1 \text{ nF}$ .



Il generatore di onde quadre è un normale generatore di tensione, il quale, però,

modifica ciclicamente la propria *f.e.m.*, commutandola tra due valori prefissati.

Il segnale prodotto dal generatore, infatti, è un segnale che si ripete ciclicamente, con periodo  $T$ , alternando un 1° semiperiodo in cui assume il *livello alto*,  $V_H$ , ad un 2° semiperiodo, in cui assume il *livello basso*,  $V_L$ .



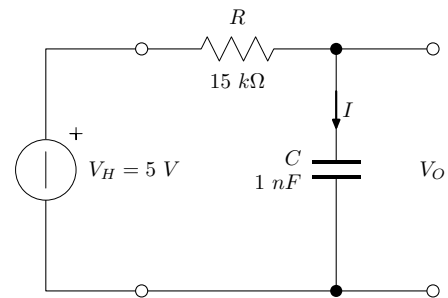
Associando al livello alto il *valore logico* 1 ed al livello basso lo 0, il segnale prodotto dal nostro generatore equivale ad una sequenza numerica ciclica di 1 e 0.

Noi assumeremo:  $V_H = 5\text{ V}$  e  $V_L = 0$ , in modo da produrre una fase di carica, seguita da una fase di scarica. Relativamente al periodo di ripetizione del segnale faremo in modo che il condensatore abbia la possibilità di caricarsi e scaricarsi completamente, quindi, supporremo:  $T = 0,15\text{ ms}$ , pari alla somma di un periodo totale di carica e di un periodo totale di scarica.

Esaminiamo separatamente le due situazioni:

#### • 1° semiperiodo

Durante il 1° semiperiodo, pari a  $75\text{ }\mu\text{s}$ , il generatore è equivalente ad un generatore di tensione avente una *f.e.m.* di  $5\text{ V}$  ed il condensatore è soggetto ad una fase di carica.



L'equazione della maglia è:

$$V_H = R \cdot I + V_C$$

nell'istante iniziale abbiamo il condensatore scarico, quindi:

$$V_C(i) = 0 \quad I(i) = \frac{V_H}{R} = \frac{5}{15 \cdot 10^3} = 0,33\text{ mA}$$

a fine carica invece avremo:

$$I(f) = 0 \quad V_C(f) = V_H = 5\text{ V}$$

La costante di tempo è:

$$\tau = R \cdot C = 15 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9} = 15\text{ }\mu\text{s}$$

Per potersi caricare completamente il condensatore deve avere a disposizione un tempo pari a:

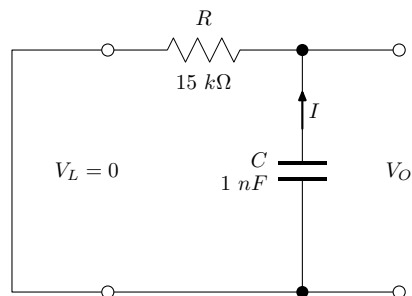
$$t_{carica} = 5 \cdot \tau = 75\text{ }\mu\text{s}$$



Notiamo che esso corrisponde al semiperiodo dell'onda quadra e concludiamo che il condensatore ha giusto il tempo di caricarsi completamente.

### • 2° semiperiodo

Nel 2° semiperiodo, anch'esso di  $75 \mu s$ , il generatore di onde quadre, erogando tensione nulla, è assimilabile ad un interruttore chiuso, ed il condensatore è sottoposto ad una fase di scarica.



Il condensatore ora si comporta da elemento attivo ed il flusso della corrente si inverte. Ne terremo conto nell'equazione della maglia:

$$V_C = -R \cdot I$$

nell'istante iniziale della scarica abbiamo il condensatore carico, quindi:

$$V_C(i) = V_H = 5 \text{ V} \quad I(i) = -\frac{V_H}{R} = -\frac{5}{15 \cdot 10^3} = -0,33 \text{ mA}$$

a fine scarica invece avremo:

$$V_C(f) = 0 \quad I(f) = 0$$

La costante di tempo è ancora:

$$\tau = R \cdot C = 15 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9} = 15 \mu s$$

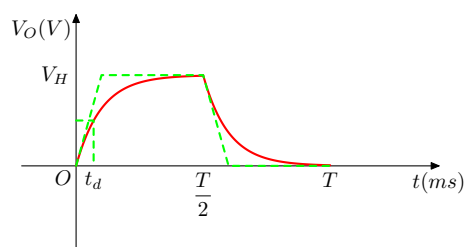
Per potersi scaricare completamente il condensatore richiede un tempo pari a:

$$t_{scarica} = 5 \cdot \tau = 75 \mu s$$

Notiamo che anch'esso corrisponde al semiperiodo dell'onda quadra e concludiamo che il condensatore ha giusto il tempo di scaricarsi completamente.

Tracciamo l'andamento della tensione di uscita, tenendo presente i valori dei parametri che abbiamo determinato nelle due fasi precedenti.

Notiamo nella tensione di uscita la distorsione prodotta dal condensatore sul segnale in entrata: ora i fronti di salita non sono più netti come in entrata, ma sono inclinati, in quanto il condensatore richiede un tempo finito per la carica, o la scarica.



Considerando la forma d'onda squadrata in tratteggio, vicina alla forma effettiva, si nota che il segnale di uscita esegue le commutazioni *alto - basso* e *basso - alto* con un *ritardo temporale* finito. Esso viene denominato *delay time*,  $t_d$ , ed è definito come il *il tempo necessario al segnale per effettuare metà di una commutazione completa*. In corrispondenza del tempo di ritardo, quindi, la tensione di uscita si porta al 50% tra i valori di  $v_H$  e  $V_L$ , che nel nostro caso vale 2,5 V. Misurato nella linea tratteggiata esso vale approssimativamente metà della costante di tempo. Un calcolo esatto dimostra che:

$$t_d = \tau \cdot \ln 2 = 0,69\tau$$

Concludiamo che l'effetto capacitivo principale su un segnale numerico è quello piegare i fronti e di *ritardare* il segnale numerico di uscita rispetto a quello di entrata, introducendo un *tempo di propagazione finito* nei dispositivi di elaborazione dei segnali logici.

### 7.1.5 Esercizi

#### 1. Esercizio

Dato un condensatore di 10 nF, si chiede la legge di funzionamento dello stesso e la determinazione della quantità di carica necessaria per avere ai capi una *d.d.p.* 15 V. Calcolare la *d.d.p.* ai suoi capi, corrispondente a 0,25  $\mu C$ . Schematizzare il problema, determinare le quantità richieste e riportare graficamente la legge di funzionamento.

#### 2. Esercizio

Un condensatore di 22 nF è collegato a 12 V attraverso una resistenza di 2,7 k $\Omega$ . Schematizzare il problema, determinare i parametri della carica del condensatore e rappresentare gli andamenti della tensione e della corrente.

#### 3. Esercizio

Un condensatore di 47 nF, dopo essere stato collegato a 5 V attraverso una resistenza di 1,2 k $\Omega$ , viene staccato e scaricato attraverso una seconda resistenza di 3,3 k $\Omega$ . Schematizzare il problema, determinare i parametri nelle due fasi e rappresentare gli andamenti di tensione e corrente.

#### 4. Esercizio

Un condensatore di 100 nF è connesso, tramite un resistore di 1 k $\Omega$  ad un generatore di onde quadre, aventi frequenza di 1 kHz e ampiezza picco - picco di 10 V. schematizzare il problema, determinare il valore dei parametri nelle due fasi, tracciare l'andamento della risposta. Qual è l'effetto del condensatore sul segnale?

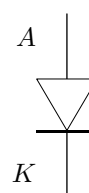
## 7.2 Il diodo

Tra i componenti elettronici elementari passivi, oltre ai resistori, nell'elettronica trovano largo uso anche i *diodi*, così definiti:

**Definizione 17.** Il diodo è un componente elettronico bipolare, passivo, con polarità propria, il quale, a seconda di come è inserito, consente o impedisce il passaggio della corrente nel ramo in cui si trova.

Il suo comportamento è assimilabile a quello di una valvola meccanica, la quale si apre solo se la pressione spinge nella giusta direzione, mentre, se spinge nella direzione contraria, resta chiusa, impedendo il ritorno di flusso.

Esso è rappresentato con il simbolo grafico di figura, nel quale il morsetto *positivo*, è chiamato *anodo*,  $A$ , mentre quello *negativo*, è chiamato *catodo*,  $K$ . La corrente nel diodo può scorrere solo dall'anodo verso il catodo, non nella direzione contraria.

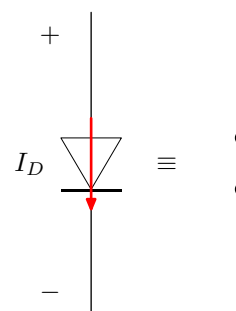


Per inserire il diodo in un circuito, occorre *polarizzare* opportunamente i poli del diodo stesso, avendo due possibili modi:

- *polarizzazione diretta*

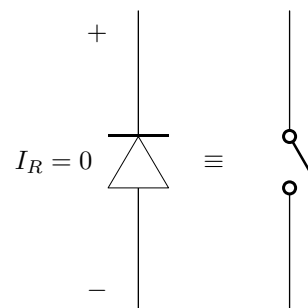
quando l'anodo è collegato verso il punto a potenziale più elevato (verso il  $+$  del generatore): in questo caso il diodo oppone bassa resistenza al passaggio della corrente. Il suo comportamento è assimilabile, idealmente, ad un *conduttore perfetto*, cioè ad un *interruttore chiuso*. Il diodo *conduce* e la corrente, che scorre dall'anodo verso il catodo, è chiamata *corrente diretta*,  $I_D$ , del diodo.

Essa ha il massimo valore consentito dagli altri componenti presenti nel ramo. La tensione tra anodo e catodo, invece, chiamata *tensione diretta*,  $V_D = V_{AK}$ , è idealmente nulla:  $V_D = 0$ .



- *polarizzazione inversa*

quando l'anodo è collegato verso il punto a potenziale più basso (verso il  $-$  del generatore): in questo caso il diodo oppone elevata resistenza al passaggio della corrente. Il suo comportamento è assimilabile, idealmente, ad un *isolante perfetto*, cioè ad un *interruttore aperto*.

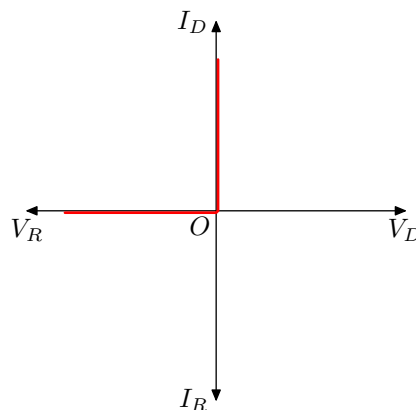


Con la polarizzazione inversa il diodo non conduce e pertanto impedisce il passaggio della corrente nel senso contrario, dal catodo verso l'anodo. Questa corrente viene chiamata *corrente inversa*,  $I_R$ , del diodo, ed è idealmente nulla:  $I_R = 0$ . La *tensione inversa*, invece, tra catodo ed anodo,  $V_R = V_{KA}$ , assume il massimo valore indotto dalla rete in cui il diodo è inserito.

### La caratteristica elettrica del diodo

Il comportamento del diodo, in polarizzazione diretta ed inversa, viene rappresentato graficamente nel piano  $(V, I)$ , riportando nel  $I^\circ$  quadrante il comportamento relativo alla polarizzazione diretta, disponendo  $V_D$  lungo le ascisse e  $I_D$  lungo le ordinate, e nel  $III^\circ$  quadrante quello relativo alla polarizzazione inversa, disponendo  $V_R$  lungo le ascisse ed  $I_R$  lungo le ordinate.

Nell'ipotesi di comportamento ideale abbiamo visto che il diodo è descritto, in polarizzazione diretta dalla equazione:  $V_D = 0$ , mentre in polarizzazione inversa, dall'equazione:  $I_R = 0$ . La  $1^a$  equazione rappresenta, nel  $I^\circ$  quadrante, il semiasse delle ordinate e corrisponde al primo tratto della caratteristica ideale di figura. Invece, la  $2^a$  equazione rappresenta, nel  $III^\circ$  quadrante, il semiasse delle ascisse, corrispondente al secondo tratto della medesima caratteristica ideale di figura.

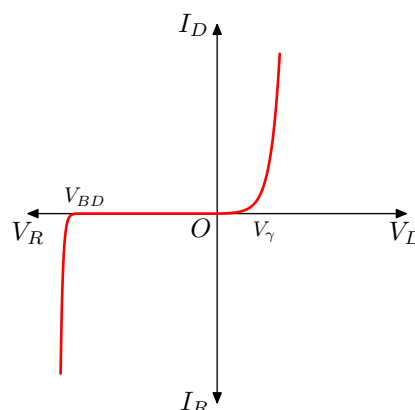


Unendo questi due tratti abbiamo ottenuto per il diodo una *spezzata* data dall'unione dei due tratti di semiretta corrispondenti alle due condizioni di funzionamento. Anche se localmente la caratteristica è un tratto di retta, complessivamente essa è, invece, *non lineare*. Ora, in generale, un componente che sia descritto da una caratteristica non lineare è detto esso stesso *non lineare*, quindi **il diodo è un componente non lineare**.

Un diodo che risponde proprio secondo tale caratteristica è detto diodo ideale, in quanto si tratta chiaramente di una astrazione concettuale. I diodi reali, quelli realmente costruiti e presenti sul mercato hanno una caratteristica che si avvicina a quella ideale, senza però riprodurla esattamente.

Come esempio consideriamo la caratteristica di un tipico diodo reale a semiconduttore: *il diodo al Silicio*. Dal confronto si notano le seguenti differenze importanti:

i diodi reali hanno una *soglia di conduzione*, indicata con  $V_\gamma$  nel grafico. Il diodo entra realmente in conduzione solo se la tensione con cui viene polarizzato supera il valore della soglia, altrimenti resta aperto. La caratteristica diretta non è affatto una semiretta verticale, ma ha un andamento esponenziale, che garantisce comunque forti incrementi della corrente.



La caratteristica inversa, invece, nel primo tratto, corrisponde bene con quella ideale. La corrente inversa, però, non è totalmente nulla, anche se assume valori molto piccoli, ben inferiori al  $\mu A$ . Se, però, la tensione inversa supera un valore di rottura caratteristico, denominato *potenziale di breackdown*,  $V_{BD}$ , allora il forte campo elettrico che si forma nel diodo stesso strappa gli elettroni dal semiconduttore e determina la circolazione di una corrente distruttiva, chiamata *corrente di breackdown*. Questo problema è comune a tutti i diodi, e più in generale a tutti i dispositivi a semiconduttore. Per i diodi al Si il suo valore è elevato, alcune centinaia di Volt almeno, ma per gli altri diodi è bene controllarlo nei data sheet dove si possono trovare tutti i parametri più importanti di un dato diodo.

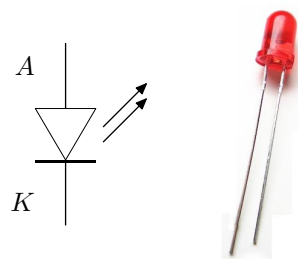
### 7.2.1 Diodi particolari

I diodi al Silicio sono i diodi di uso generale. Essi vanno impiegati nelle applicazioni in cui è effettivamente richiesto l'uso del diodo, ed in particolare nel raddrizzamento della tensione alternata.

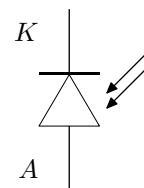
Vi sono, poi, dei diodi particolari, che sono in grado di svolgere funzioni specifiche, tra i quali: i LED (Light Emitter Diode), i Photodiodi ed i diodi Zener.

I LED (diodi emettitori di luce) quando sono polarizzati direttamente emettono un fascio di luce con un caratteristico colore. Essi utilizzano come materiale semiconduttore, anziché il silicio, un composto di elementi del 3° e del 5° gruppo, quali il Gallio e l'Arsenico, che determina le particolari caratteristiche cromatiche del fascio emesso. La caratteristica elettrica dei LED è molto simile a quella dei diodi al Si, solo che la soglia di conduzione è più elevata e cambia leggermente a seconda del colore.

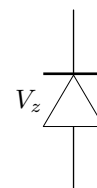
Essi sono utilizzati come lucette di segnalazione, nelle spie e nei display luminosi.



I *Photodiodi*, che assomigliano ai LED quanto a composizione e forma, sono diodi sensibili alla luce. In polarizzazione diretta si comportano come un normale diodo. Quando, invece, vengono polarizzati inversamente, allora, se sono investiti da un fascio di luce con la specifica lunghezza d'onda alla quale sono sensibili, conducono corrente, la cui intensità è direttamente legata all'intensità del fascio incidente.



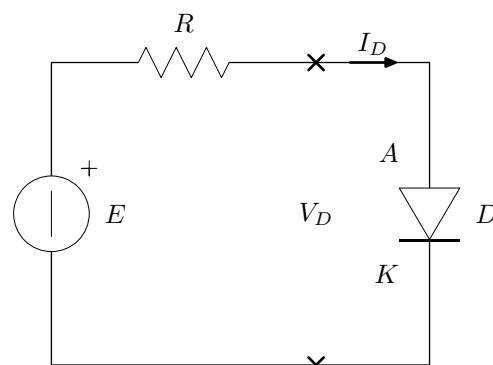
I *diodi Zener* sono diodi progettati per operare nella zona di *Breackdown* senza andare incontro a distruzione. Essi, infatti, presentano una tensione di conduzione anche in polarizzazione inversa, il cui valore è chiamato tensione di Zener,  $V_z$ . Sono reperibili sul mercato Zener con valori di  $V_z$  appositamente normalizzati, a partire da qualche volt. Essi sono usati nei regolatori e stabilizzatori di tensione.



### 7.2.2 Il progetto del circuito di polarizzazione

Vediamo ora concretamente come si procede quando si deve polarizzare un diodo.

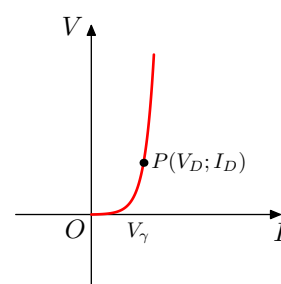
Supponiamo, come esempio, di dover polarizzare un diodo al Silicio. Come prima cosa costruiamo il circuito di polarizzazione di figura, nel quale inseriremo: un generatore di tensione, che dovrà avere valore di *f.e.m.* superiore alla soglia del diodo, e una resistenza, la quale avrà la funzione di *limitare* la corrente del diodo.



Il nostro obiettivo, ora, è quello di *dimensionare* i parametri del generatore e della resistenza.

Per raggiungere il nostro obiettivo, dobbiamo specificare i dati di tensione e corrente relativi al *punto di lavoro*:  $P = (V_D; I_D)$ , in cui si vuole far operare il diodo. Supponiamo, per esempio, che sia:  $V_D = 0,65 \text{ V}$ ;  $I_D = 15 \text{ mA}$ , cioè che il punto di lavoro sia:  $P = (0,65 \text{ V}; 15 \text{ mA})$ .

Il primo valore:  $V_D$  dipende poco dalla posizione del punto nella caratteristica, avendo un valore vicino alla soglia di conduzione. Per un diodo al Si di bassa potenza, con correnti dell'ordine dei *mA* esso viene posto tra  $[0,6 \div 0,7 \text{ V}]$ .



Solo se il diodo è di potenza, con correnti dell'ordine degli *A*, allora il suo valore

aumenta apprezzabilmente e pertanto conviene porlo tra  $[1 \div 1,1 \text{ V}]$ .

Naturalmente, per altri diodi, ed in particolare per i diodi *LED*, il valore di  $V_D$  può cambiare considerevolmente ed occorre consultare il manuale. Un valore tipico per i *LED* è di  $1,8 \text{ V}$ .

Il valore della *corrente diretta*,  $I_D$ , al contrario, è il principale dato di riferimento per la polarizzazione. Esso deve essere definito prima di procedere al progetto della rete di polarizzazione e ovviamente deve essere inferiore al valore max consentito.

Procediamo ora con il dimensionamento della rete. A tale scopo applichiamo il 2° principio di Kirchhoff e scriviamo l'equazione della maglia. Avendo due elementi passivi, a secondo membro dobbiamo sommare le *d.d.p.* della resistenza e del diodo, rispettivamente  $V_R = R \cdot I_D$  e  $V_{AK} = V_D$ . Otteniamo:

$$E = V_R + V_{AK} = R \cdot I_D + V_D$$

Alla *f.e.m.* del generatore deve essere assegnato un valore noto. Poniamo:  $E = 5 \text{ V}$   
Ora invertiamo l'equazione e risolviamo rispetto alla resistenza:

$$R = \frac{E - V_D}{I_D} = \frac{5 - 0,65}{0,015} = 290 \, \Omega$$

### 7.2.3 Esercizi

#### 1. Esercizio

Si deve polarizzare un diodo LED con i seguenti valori: soglia di  $1,8 \text{ V}$  corrente di  $12 \text{ mA}$ . Disegnare la rete di polarizzazione, tracciare la caratteristica del diodo con il punto di lavoro, scrivere l'equazione della maglia e dimensionare.

#### 2. Esercizio

Si deve polarizzare un diodo al Silicio con i seguenti valori: soglia di  $0,7 \text{ V}$  corrente di  $25 \text{ mA}$ . Disegnare la rete di polarizzazione, tracciare la caratteristica del diodo con il punto di lavoro, scrivere l'equazione della maglia e dimensionare.

#### 3. Esercizio

Un diodo al Silicio (soglia di  $0,7 \text{ V}$  è stato polarizzato con una batteria di  $12 \text{ V}$  ed una resistenza di  $820 \, \Omega$ . Schematizzare, scrivere l'equazione della maglia e determinare la corrente. Disegnare, poi, la caratteristica del diodo con il punto di lavoro.

#### 4. Esercizio

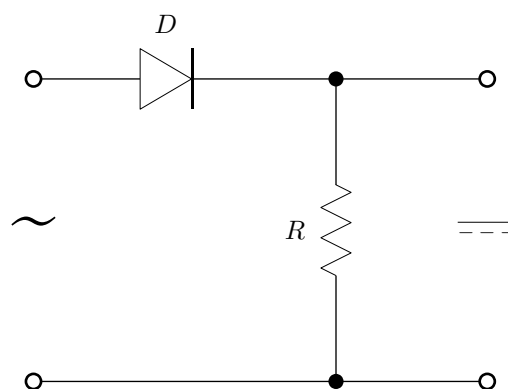
Un diodo LED (soglia di  $1,8 \text{ V}$  è stato polarizzato con una batteria di  $5 \text{ V}$  ed una resistenza di  $330 \, \Omega$ . Schematizzare, scrivere l'equazione della maglia

e determinare la corrente. Disegnare, poi, la caratteristica del diodo con il punto di lavoro.

### 7.2.4 Il raddrizzatore di tensione ad una semionda - Applicazione

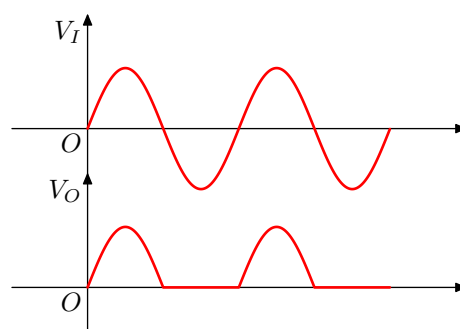
Come prima applicazione dei diodi consideriamo il circuito di figura, noto come: *circuito raddrizzatore ad una semionda*.

Il circuito si compone di un diodo in serie ad una resistenza<sup>1</sup>. Ai due morsetti di entrata del circuito viene applicata una *tensione alternata sinusoidale*, la quale alterna, nel suo ciclo, un primo semiperiodo in cui è positiva, ed un secondo in cui, invece, è negativa.



Nel primo semiperiodo, pertanto, il diodo viene polarizzato direttamente ed entra in conduzione. Esso può essere considerato, in questo primo caso, un conduttore perfetto. Si deduce, che la tensione di uscita coincide con la tensione di entrata. Nel secondo semiperiodo della tensione di entrata, invece, il diodo viene polarizzato inversamente e non conduce, comportandosi come un isolante perfetto. In questo secondo caso si deduce che la tensione di uscita è nulla.

Complessivamente in uscita si ottiene un segnale con l'*andamento pulsante* di figura, nel quale compaiono le semionde positive, ma non le semionde negative. Si evidenzia con ciò l'effetto di raddrizzamento operato dal circuito. Mentre il segnale di entrata, nel quale compaiono entrambe le semionde, ha *valor medio nullo*, il segnale di uscita è a *valor medio positivo*.





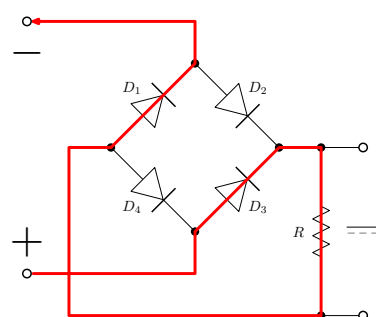
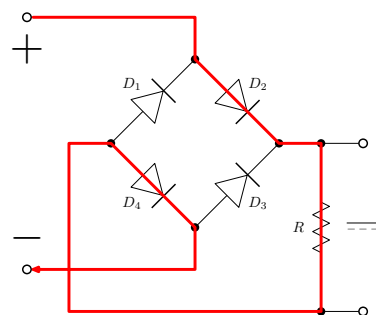
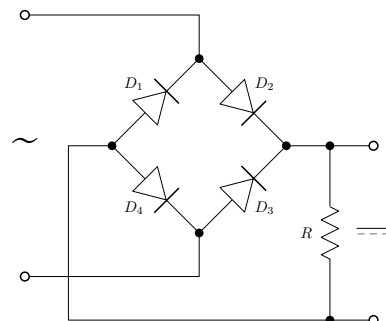
### 7.2.5 Il raddrizzatore di tensione a ponte di Graetz - Applicazione

Disponendo i diodi a ponte, come riportato in figura, si ottiene un circuito *raddrizzatore a doppia semionda*.

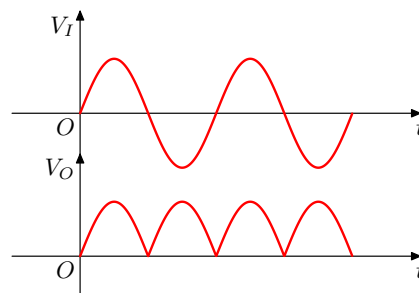
Durante ciascuna semionda, vengono polarizzati ed entrano in conduzione due dei quattro diodi. Per comprendere quali sono e l'effetto conseguente, è necessario seguire, nei due casi, il percorso della corrente.

Durante la semionda positiva la tensione di entrata presenta il + sul morsetto superiore ed il - in quello inferiore. La corrente segue allora il percorso  $D_2-R-D_4$ . I diodi  $D_2-D_4$  si polarizzano direttamente, mentre  $D_1-D_3$  si aprono. La corrente percorre la resistenza dall'alto verso il basso, determinando una tensione di uscita positiva.

Durante la semionda negativa la tensione di entrata presenta il + sul morsetto inferiore ed il - in quello superiore. La corrente segue allora il percorso  $D_3-R-D_1$ . I diodi  $D_1-D_3$  si polarizzano direttamente, mentre  $D_2-D_4$  si aprono. Anche in questo caso, però, la corrente percorre la resistenza dall'alto verso il basso, determinando una tensione di uscita positiva.



Complessivamente si ottiene la risposta con andamento pulsante di figura.



## 7.3 Gli interruttori elettronici

Ci proponiamo in questo paragrafo, di dare uno sguardo ai *transistors*, visti come interruttori elettronici. L'importanza di questi componenti all'interno della disciplina è legata al fatto che gli interruttori sono componenti che possono esistere in due stati: *aperto* (*OFF*) e *chiuso* (*ON*), caratteristica che, come vedremo, si presta per utilizzare tali componenti nella implementazione delle funzioni logiche e di controllo. Molti dei concetti relativi agli interruttori elettronici si basano su analoghi concetti applicabili all'interruttore in quanto tale. Per tale motivo daremo prima un rapido sguardo alle proprietà e alle caratteristiche del generico interruttore.

### L'interruttore

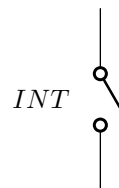
Tutti noi abbiamo una certa familiarità con il concetto di interruttore, se non altro perché lo utilizziamo giornalmente ogni volta che accendiamo una apparecchiatura o anche semplicemente la luce. Precisiamo, comunque, il concetto di interruttore nel modo seguente:

**Definizione 18.** *L'interruttore è un contatto, il quale può essere aperto o chiuso, a piacere, mediante la pressione di un tasto.*

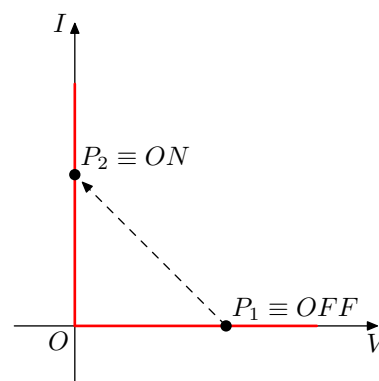
In commercio esistono diversi tipi di interruttori per impianti elettrici, quali: il *contatto*, il *pulsante*, il *deviatore*, il *commutatore*, ecc. Ciascuno di essi ha un proprio *simbolo elettrico* e viene azionato con modalità specifiche. Si tratta di *interruttori bidirezionali*, ovvero che conducono la corrente in entrambe le direzioni e che quindi possono funzionare sia in impianti alimentati in *DC*, che in *AC*.

Noi faremo riferimento al generico contatto, rappresentato con il simbolo elettrico di figura, nel quale l'interruttore viene rappresentato nel suo stato di *OFF*.

Indicando con  $V$  ed  $I$  la *d.d.p.* presente ai suoi capi e la *corrente* che lo attraversa, nello stato di *OFF* avremo:  $I = 0$ , mentre nello stato di *ON*, avremo:  $V = 0$ .



Nel piano  $(V; I)$  queste due relazioni rappresentano le equazioni di due rette, la prima coincidente con l'asse delle ascisse e la seconda con quello delle ordinate. Rappresentando le due equazioni graficamente si osserva che si ottengono due caratteristiche, l'una che descrive l'interruttore quando si trova nello stato *ON* e l'altra che lo descrive nello stato *OFF*. Esercitando una sufficiente pressione sul tasto di comando è possibile far commutare l'interruttore.



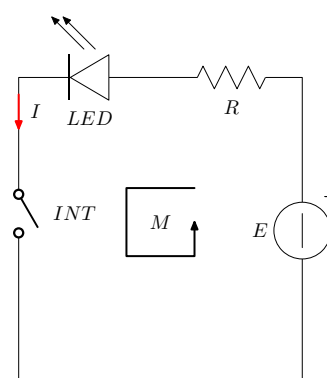
La commutazione corrisponde graficamente ad una transizione tra un punto di lavoro nella caratteristica relativa allo stato *OFF* ed un punto di lavoro in quella relativa allo stato *ON*, o viceversa. La transizione stessa avverrà in un tempo finito, corrispondente al tempo di commutazione dell'interruttore.

### Esempio 1

Come esempio supponiamo di accendere un *LED* tramite un interruttore. Relativamente al *LED* supponiamo che la corrente di accensione sia di  $15 \text{ mA}$ , e che la sua soglia di conduzione sia di  $1,8 \text{ V}$ .

Il circuito di accensione del *LED* è riportato in figura. Come alimentazione utilizziamo un generatore avente *f.e.m.*  $E = 5 \text{ V}$ . Applichiamo il 2° principio di Kirchhoff alla maglia:

$$E = R \cdot I + V_{LED} + V_{INT}$$



Dobbiamo distinguere, ora, due casi: interruttore aperto ed interruttore chiuso. Con l'interruttore aperto abbiamo:  $I = 0$  e il *LED* spento, per cui abbiamo anche:

$V_{LED} = 0$ . Otteniamo allora:

$$V_{INT} = E = 5 \text{ V}$$

Il primo punto di lavoro, *OFF*, dell'interruttore è, allora:  $P_1 = (E, 0) = (5 \text{ V}, 0)$ . Con l'interruttore chiuso il *LED* è acceso, quindi la corrente deve essere quella di accensione del *LED*, mentre la tensione ai capi dell'interruttore è nulla. Invece la *d.d.p.* ai capi del *LED* corrisponde alla sua tensione di soglia. Abbiamo cioè:  $V_{INT} = 0$ ,  $I = I_{LED} = 15 \text{ mA}$ ,  $V_{LED} = 1,8 \text{ V}$ .

Il 2° punto di lavoro, *ON*, dell'interruttore è, allora:  $P_2 = (0, I_{LED}) = (0, 15 \text{ mA})$ . Invertiamo l'equazione della maglia e ricaviamo il valore da assegnare alla resistenza:

$$R = \frac{E - V_{LED} - V_{INT}}{I} = \frac{5 - 1,8 - 0}{0,015} = 213 \text{ } \Omega$$

Rettifichiamo il valore al valore commerciale più vicino:

$$R = 220 \text{ } \Omega \quad V.C.$$

Lasciamo allo studente il compito di disegnare i punti di lavoro dell'interruttore con la relativa linea di commutazione.

### 7.3.1 Interruttori elettronici comandati

Nell'elettronica si chiamano: *interruttori elettronici comandati* i componenti il cui comportamento è equivalente a quello di un interruttore, ma il cui stato (*ON* od *OFF*) è determinato dalla presenza di un *segnale elettrico di comando*: una tensione elettrica o una corrente.

Questi componenti si presentano con tre piedini, due dei quali corrispondono ai morsetti di accesso dell'interruttore, mentre il terzo è il *terminale di comando*.

Gli interruttori elettronici nei quali la grandezza di comando è una tensione sono detti *interruttori elettronici comandati in tensione*, mentre quelli nei quali la grandezza di comando è una corrente sono denominati *interruttori elettronici comandati in corrente*. Alla prima categoria appartengono i *MOSFET*: transistori ad effetto di campo<sup>2</sup>, mentre invece rientrano nella seconda categoria i *BJT*: transistori a giunzione bipolare<sup>3</sup>.

Tutti questi dispositivi sono *udirezionali*: essi possono condurre la corrente in una sola direzione ed hanno bisogno, per il loro funzionamento di essere correttamente polarizzati. Questa è anche la ragione per la quale la gran parte dei circuiti elettronici deve essere alimentata in corrente continua.

<sup>2</sup>Essi sono realizzati con la tecnologia Metallo - Ossido - Semiconduttore e sono alla base di una serie di famiglie logiche, tra le quali la più nota è la CMOS. Sono usati in particolare nella realizzazione delle memorie.

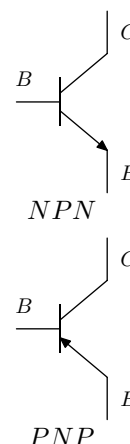
<sup>3</sup>I BJT sono realizzati con la tecnologia planare e sono alla base della famiglia logica TTL.

### 7.3.2 Il transistor *BJT*

Il *transistor BJT* è un interruttore elettronico unidirezionale comandato in corrente. Esso è dotato di tre terminali denominati: Base, *B*, Collettore, *C*, ed Emettitore, *E*. La base è il terminale di comando, mentre il collettore e l'emettitore rappresentano i contatti dell'interruttore. Esso può essere attraversato dalla corrente in una sola direzione.

Esistono due tipi di transistor: il primo tipo, il transistor *NPN*, conduce la corrente dal collettore all'emettitore, mentre l'altro tipo, il transistor *PNP*, conduce la corrente dall'emettitore al collettore. Il simbolo grafico del transistor, nei due casi, è riportato in figura. Una freccia ci consente di distinguere i due tipi di *BJT*: nel tipo *NPN* essa punta dalla base verso l'emettitore, mentre nel tipo *PNP* essa punta nella direzione contraria.

Nel seguito faremo riferimento al transistor *NPN*, ma tutte le considerazioni si estenderanno al tipo *PNP*, con l'avvertenza di invertire la polarizzazione e quindi la direzione delle correnti.



#### Le grandezze elettriche del transistor

Per la definizione delle grandezze elettriche del transistor si fa riferimento alla sua connessione ad *Emettitore comune*, nella quale il piedino di base, essendo il terminale di comando, è di entrata, il pin di collettore è di uscita e il terminale di emettitore è preso come riferimento comune tra entrata ed uscita.

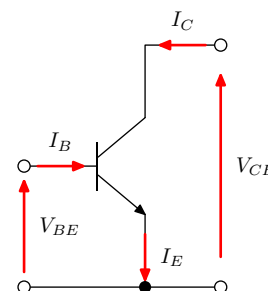
Corrispondentemente, sono di entrata le grandezze elettriche relative alla base, rispetto all'emettitore, le quali sono: la *corrente di base*,  $I_B$ , la quale scorre dalla base verso l'emettitore, e la *d.d.p.* presente tra la base e l'emettitore,  $V_{BE}$ .

Sono, invece, di uscita le grandezze relative al collettore rispetto all'emettitore, che sono: la *corrente di collettore*,  $I_C$ , la quale scorre dal collettore verso l'emettitore, e la *d.d.p.* presente tra il collettore e l'emettitore,  $V_{CE}$ .

Poiché sia la corrente di base, che quella di collettore scorrono verso l'emettitore, da tale terminale deve necessariamente uscire la corrente,  $I_E$ , data dalla loro somma. Avremo cioè:

$$I_E = I_B + I_C$$

Tra le grandezze di entrata e di uscita sussiste un legame, il quale esprime il comportamento del transistor. Esso viene rappresentato graficamente attraverso

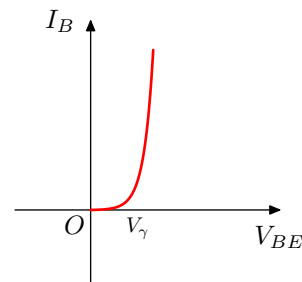


delle curve, denominate: *caratteristiche elettriche* del transistor.

### 7.3.3 Le caratteristiche elettriche del transistor

#### La caratteristica di entrata

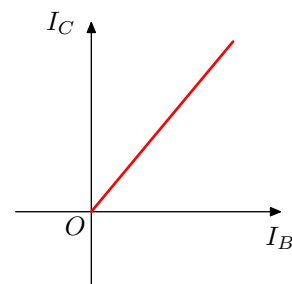
La *caratteristica di entrata* <sup>4</sup> esprime il legame tra le grandezze di ingresso  $I_B$  e  $V_{BE}$ . In ingresso il transistor si comporta di fatto come un diodo al Silicio, del quale ha la medesima costituzione. Infatti la caratteristica di entrata presenta un andamento di tipo esponenziale, con una soglia di conduzione di  $[0,6 \div 0,7 \text{ V}]$ .



dd

#### La caratteristica mutua entrata - uscita

La caratteristica mutua esprime il legame tra le correnti di collettore e di base. Ricordiamo che il transistor è un interruttore comandato in corrente, il che significa che la grandezza di comando è  $I_B$ , mentre la grandezza comandata è  $I_C$ . Il legame tra le due correnti è, approssimativamente, di proporzionalità diretta, pur con deviazioni significative per ampie escursioni delle grandezze.



La costante di proporzionalità tra  $I_B$  e  $I_C$  corrisponde al parametro più importante del transistor, il *guadagno statico di corrente*,  $h_{FE}$ , così definito:

$$h_{FE} = \frac{I_C}{I_B}$$

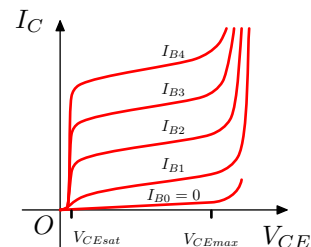
Esso assume valori elevati, potendo trovarsi, nei transistor di uso generale, nella fascia  $[100 \div 900]$ . Ciò significa che la  $I_C$  può essere centinaia di volte più elevata della  $I_B$ . Il valore non è proprio costante, ma varia apprezzabilmente al variare delle correnti, ed in particolare di  $I_C$ . Inoltre il valore di  $h_{FE}$  è soggetto ad una notevole *dispersione*, in quanto, per difficoltà di controllare nei minimi dettagli il processo produttivo, transistor realizzati nello stesso modo e commercializzati con la stessa sigla identificativa, possono presentare un valore di guadagno molto diverso, tanto che sovente i costruttori devono raggruppare i transistor per fasce di guadagno. Nei *DATASHEET* viene dato, per ogni fascia, il valore minimo,  $h_{FEmin}$ , il valore tipico,  $h_{FEtyp}$ , ed il valore massimo,  $h_{FEmax}$  della fascia.

### Le caratteristiche di uscita

Le caratteristiche di uscita esprimono il legame tra le grandezze di uscita  $V_{CE}$  ed  $I_C$ . Essendo il transistor un interruttore comandato, non c'è un'unica caratteristica, bensì vi è *una caratteristica per ogni valore della grandezza di comando  $I_B$* . Esaminando la forma della caratteristica si evidenziano tre zone importanti.

Per un ampio intervallo di valori di  $V_{CE}$  il valore della corrente di collettore dipende molto poco dalla  $V_{CE}$  stessa, mentre dipende molto dalla corrente di base, come abbiamo visto dalla caratteristica mutua.

Al di sotto di una soglia minima,  $V_{CEsat} = [0, 1 \div 0, 2 \text{ V}]$  la  $I_C$  diminuisce progressivamente portandosi a 0. Infine, se  $V_{CE}$  supera il valore massimo consentito, allora il transistor entra in *Breakdown* e la corrente sale rapidamente, comportando la distruzione del componente.

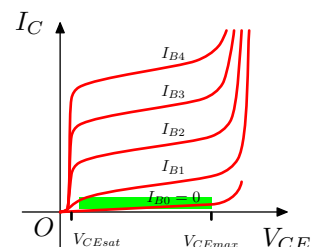


### 7.3.4 Il funzionamento del transistor come interruttore

Per comprendere come sia possibile far funzionare il transistor come interruttore, confrontiamo le sue caratteristiche di uscita con le caratteristiche di un generico interruttore. Dobbiamo al solito distinguere i casi dell'interruttore aperto e dell'interruttore chiuso.

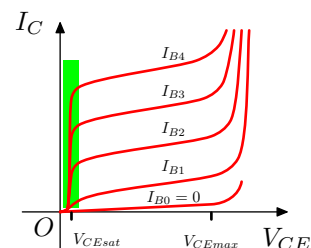
- **La zona di interdizione**

Quando l'interruttore è aperto, *OFF*, la sua caratteristica è una retta praticamente coincidente con l'asse delle ascisse. Nelle caratteristiche di uscita del transistor essa corrisponde alla *prima caratteristica*, caratterizzata dalla  $I_B = 0$ . Infatti in assenza di corrente in base il transistor è aperto. Si dice anche che esso è *interdetto*. Chiamiamo *zona di interdizione* questa zona delle caratteristiche di uscita del transistor.



- **La zona di saturazione**

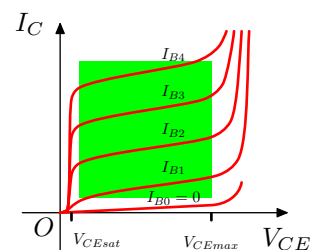
Quando l'interruttore è chiuso, *ON*, la sua caratteristica è una retta praticamente coincidente con l'asse delle ordinate. Nelle caratteristiche di uscita del transistor essa corrisponde al *tratto iniziale delle caratteristiche*. Infatti in questa zona il transistor presenta tra collettore ed emettitore una tensione pari a  $V_{CEsat}$ , molto vicina a zero. Chiamiamo *zona di saturazione* questa zona delle caratteristiche di uscita del transistor.



Per *chiudere* il transistor, dobbiamo iniettare corrente nella sua base, con una intensità tale da portare il suo punto di lavoro fino alla sua zona di saturazione.

### • La zona attiva

Osservando le caratteristiche di uscita del transistor si vede che esistono delle caratteristiche che non rientrano nella zona di interdizione o in quella di saturazione. Esse definiscono la cosiddetta *zona attiva* del transistor. In questa zona il transistor non è né completamente chiuso, né completamente aperto, quindi ha un comportamento differente da quello di un interruttore, operando invece come un *amplificatore*. Quando si usa il transistor come interruttore questa zona deve essere evitata.



### • La logica di attivazione del transistor come interruttore

Riassumendo, concludiamo che, per far operare il transistor come interruttore, è necessario intervenire dalla base, fornendo o non fornendo la corrente di base. Deduciamo, per il transistor visto come interruttore, la seguente *logica di attivazione*: **se** non si fornisce la corrente in base **allora** il transistor è *OFF* **altrimenti se** si fornisce la corrente in base **allora** il transistor è *ON*.

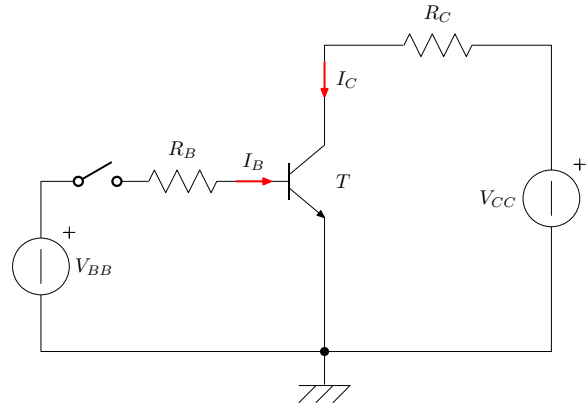
A ben guardare, nella logica di attivazione del transistor si riconosce il *costrutto logico condizionale IF - THEN - ELSE*, uno dei costrutti fondamentali per il controllo di un processo. Infatti questo è il motivo forte, oltre alla possibilità della miniaturizzazione, per il quale il transistor è così importante per la implementazione dei dispositivi logici.

### 7.3.5 La polarizzazione del transistor come interruttore

Vediamo ora come deve essere polarizzato il transistor. A tale scopo, ricordiamo che il transistor *NPN* è unidirezionale e conduce la corrente dal collettore all'emettitore. Pertanto bisogna polarizzare il collettore in modo che esso sia più positivo dell'emettitore.



Analogamente, anche la base deve essere polarizzata in modo che sia più positiva dell'emettitore. Quindi, da un lato, dobbiamo collegare il collettore ad un *primo generatore* di tensione, che indichiamo con  $V_{CC}$ , tramite una *resistenza*,  $R_C$ . D'altro canto, poi, dobbiamo collegare anche la base, sempre tramite una *resistenza*,  $R_B$ , ad un *secondo generatore*, che indichiamo con  $V_{BB}$ .



Nella rete di polarizzazione della base inseriamo anche un *contatto* in modo che, con il contatto aperto sia possibile far mancare la polarizzazione della base del transistor. Non serve, invece, inserire un ulteriore contatto nella rete di polarizzazione del collettore, in quanto qui il contatto è il transistor stesso.

Il circuito di polarizzazione, quindi, è costituito da due sottoreti: la *maglia di entrata* o di comando, che polarizza la base, e la *maglia di uscita*, che polarizza il collettore. Entrambe le sottoreti devono essere analizzate e dimensionate. Nel progetto della rete si fissa dapprima la quantità di corrente richiesta in collettore, quindi si procede esaminando *prima* la maglia di uscita e *poi* quella di ingresso. Infatti per risalire alla corrente da fornire in base, *prima* dobbiamo acquisire le informazioni sulla maglia di uscita e sul transistor stesso.

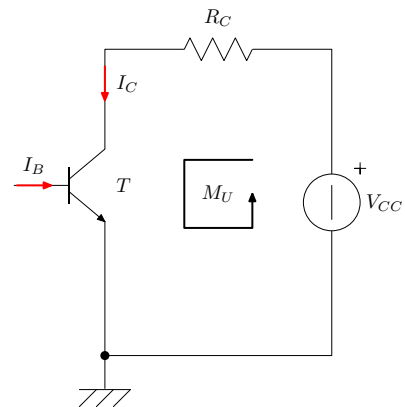
### • La maglia di uscita

Applichiamo il 2° principio di Kirchhoff e scriviamo l'equazione della maglia di uscita:

$$V_{CC} = R_C \cdot I_C + V_{CE}$$

Essendo il transistor un interruttore, abbiamo due casi: transistor *OFF* e transistor *ON*. Nel caso in cui il transistor sia *OFF*, *interdizione*, sappiamo che:  $I_C \text{ interd} = 0$ . Sostituiamo nell'equazione e troviamo:

$$V_{CE \text{ interd}} = V_{CC}$$



Abbiamo così ottenuto le coordinate del primo punto di funzionamento del transistor, quello in interdizione.

Nel caso in cui il transistor sia *ON*, *saturazione*, sappiamo che  $V_{CE} = V_{CE \text{ sat}}$ .

Sostituendo nell'equazione ricaviamo:

$$I_{C \text{ sat}} = \frac{V_{CC} - V_{CE \text{ sat}}}{R_C}$$

Abbiamo così ottenuto le coordinate del secondo punto di funzionamento del transistor, quello in saturazione.

Riportiamo i due punti nel piano cartesiano ( $V_{CE}$ ;  $I_C$ ) delle caratteristiche di uscita.

La retta che congiunge questi due punti ha per equazione l'equazione stessa della maglia di uscita del transistor.

Essa è chiamata *retta di carico* del transistor, proprio perché è il luogo geometrico di *tutti e soli* i suoi possibili punti di lavoro.

Per procedere nel progetto della rete dobbiamo fissare con precisione questi due punti. Prefissiamo, dunque, il valore dell'alimentazione:  $V_{CC} = 12 \text{ V}$  e fissiamo la corrente richiesta a transistor chiuso:  $I_{C \text{ sat}} = 25 \text{ mA}$ . Come transistor poi scegliamo un transistor di bassa potenza per il quale supponiamo:  $V_{CE \text{ sat}} = 0,2 \text{ V}$ . Con questi valori otteniamo:

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE \text{ sat}}}{I_{C \text{ sat}}} = \frac{12 - 0,2}{0,025} = 472 \Omega$$

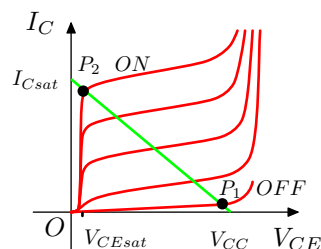
Con la maglia di uscita abbiamo finito. Prima di procedere con la maglia di entrata, però, è necessario stabilire quanta corrente di base ci serve per far operare il transistor nei due punti prefissati. Quando il transistor è *OFF*, però, il problema non sussiste, in quanto in questo caso la corrente è nulla. Invece il problema si presenta quando il transistor è *ON*. Indichiamo con  $I_{B \text{ sat}}$  la corrente di base necessaria per portare il transistor in saturazione. Se tutto va bene le cose dovrebbero andare così:

Se in base non diamo corrente, il transistor è aperto e si trova nel punto  $P_1$ .

Cominciamo, dunque, a fornire corrente in base. Man mano che essa aumenta, anche  $I_C$  aumenta e il punto di lavoro si sposta, lungo la retta di carico, da  $P_1$  verso  $P_2$ . Quando poi la corrente di base è  $I_{B \text{ sat}}$ , allora la corrente di collettore diventa proprio di  $25 \text{ mA}$  ed il punto di lavoro diventa coincidente con  $P_2$ .

Ma, se la corrente che forniamo in base dovesse essere inferiore a  $I_{B \text{ sat}}$ , allora il punto di lavoro del transistor rischia di trovarsi ben lontano da  $P_2$ , nel mezzo della zona attiva e questo non deve succedere. Dobbiamo per forza fornire in base *almeno*  $I_{B \text{ sat}}$ .

D'altronde, se la corrente che forniamo in base dovesse essere superiore a  $I_{B \text{ sat}}$ , allora il punto di lavoro dovrebbe trovarsi oltre  $P_2$ . Siccome però di là non c'è spazio, esso si troverà in realtà molto vicino a  $P_2$  stesso! Quindi possiamo fornire in



base anche correnti maggiori di  $I_{Bsat}$  e il transistor resta comunque in saturazione. Riassumiamo tutto questo ragionamento, con la seguente espressione:

$$I_B \geq I_{B \text{ sat}}$$

Possiamo ora procedere con la determinazione di  $I_B$  e per farlo dobbiamo ricorrere al guadagno statico del transistor. Perciò ne ricerchiamo il valore nei *DATA SHEET*, ma purtroppo non troviamo un unico valore, ma una fascia di valori, a motivo della grande dispersione del parametro. Per comprendere come si deve procedere, supponiamo di aver trovato:  $h_{FEmin} = 160$ ,  $h_{FEtyp} = 250$ ,  $h_{FEmax} = 360$ .

Se tutto va bene, prendendo un transistor a caso nel cassetto, c'è alta probabilità che esso abbia guadagno vicino al guadagno tipico. Ma cosa succede, invece, se il transistor che prendiamo dal cassetto ha guadagno molto diverso da quello tipico? Dobbiamo fare in modo che il transistor funzioni correttamente anche nella situazione peggiore.

Essendo:  $h_{FE} = \frac{I_C}{I_B}$ , invertendo l'espressione, troviamo:

$$I_B = \frac{I_C}{h_{FE}}$$

L'espressione ci dice che  $I_B$  dipende inversamente dal guadagno. Quindi se il guadagno è grande basta una corrente piccola, ma nulla ci vieta di fornire una corrente più grande. Se invece il guadagno è piccolo, allora serve assolutamente una corrente grande. Questa è, dunque, la situazione peggiore, dove determinare la corrente. Poniamo quindi:

$$I_{B \text{ sat}} = \frac{I_C}{h_{FE \text{ min}}} = \frac{0,025}{160} = 0,156 \text{ mA}$$

Sarà questo il minimo valore di corrente che dobbiamo fornire in base con la rete di polarizzazione.

- **La maglia di entrata**

Applichiamo il 2° principio di Kirchhoff e scriviamo l'equazione della maglia di entrata:

$$V_{BB} = V_{INT} + R_B \cdot I_B + V_{BE}$$

Quando il contatto è aperto abbiamo corrente nulla e quindi il transistor è *OFF*.

Quando il contatto è chiuso passa corrente. Dimensioniamo la resistenza in modo che tale corrente sia almeno pari al valore di  $I_{Bsat}$ . Otteniamo:

$$R_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{I_{B\ sat}}$$

Ci serve il valore di  $V_{BE}$ , ed essendo il transistor di bassa potenza, supponiamo:  $V_{BE} = 0,6\ V$ .

Il valore della batteria che alimenta la base non corrisponde necessariamente a  $V_{CC}$ . Possiamo porre, ad esempio:  $V_{BB} = 5\ V$ .

Con questi dati ricaviamo:

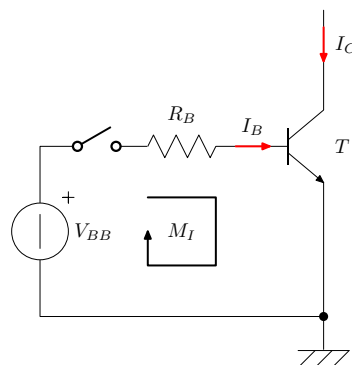
$$R_B = \frac{5 - 0,6}{0,156 \cdot 10^{-3}} = 28,2\ k\Omega$$

Possiamo scegliere per  $R_B$  un valore commerciale vicino, purché comporti una corrente più grande. Il valore di resistenza, quindi, può essere *inferiore*, ma *non superiore*, di quello calcolato. Si pone allora:

$$R_B = 27\ k\Omega \quad V.C.$$

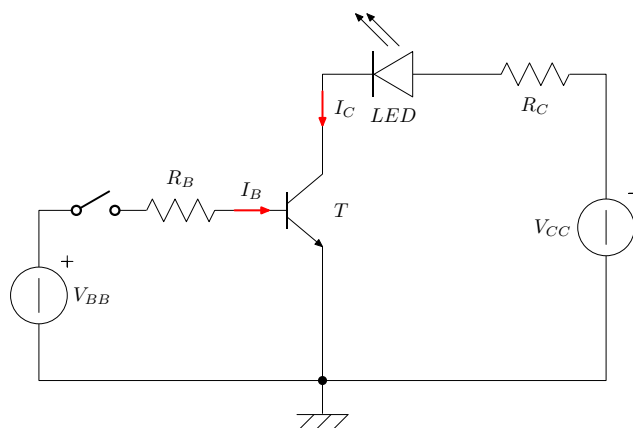
### 7.3.6 Esempio

Come esempio ci proponiamo di accendere un *LED* con transistor. Relativamente al *LED* supponiamo che la corrente di accensione sia di  $20\ mA$  e che la sua tensione di soglia sia di  $1,8\ V$ . Supponiamo poi di utilizzare un transistor di bassa potenza avente:  $h_{FEmin} = 80$ ,  $V_{CEsat} = 0,2\ V$ ,  $V_{BE} = 0,7\ V$ .



Il circuito di accensione del *LED* è riportato in figura. Il *LED* è stato inserito nel collettore del transistor, in modo che esso verrà acceso quando il transistor sarà in conduzione. Partiamo al solito dalla maglia di uscita e applichiamo il 2° principio di Kirchhoff:

$$V_{CC} = R_C \cdot I_C + V_{LED} + V_{CE}$$



Con il transistor aperto il *LED* è spento e non ha tensione ai suoi capi. Abbiamo:  $I_C = 0$  e  $V_{CE} = V_{CC}$ . Definiamo il punto di interdizione assegnando il valore di alimentazione e poniamo:  $V_{CC} = 5\text{ V}$ .

Con il transistor chiuso il *LED* è acceso e presenta una *d.d.p.* pari alla sua tensione di soglia. Abbiamo inoltre:  $I_C = I_{C\text{sat}}$  e  $V_{CE} = V_{CE\text{sat}}$ . Identifichiamo  $I_{C\text{sat}}$  con la corrente di accensione del *LED*, quindi anche questo punto è determinato. Invertiamo l'equazione e ricaviamo  $R_C$ :

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE\text{sat}} - V_{LED}}{I_{C\text{sat}}} = \frac{5 - 0,2 - 1,8}{0,020} = 150\ \Omega$$

Determiniamo ora il valore della corrente di base necessaria a saturare il transistor:

$$I_{B\text{sat}} = \frac{I_C}{h_{FE\text{min}}} = \frac{0,020}{80} = 0,25\text{ mA}$$

Passiamo alla maglia di entrata. La sua equazione, con il contatto chiuso, è:

$$V_{BB} = R_B \cdot I_B + V_{BE}$$

Diamo anche a  $V_{BB}$  il valore di  $5\text{ V}$ , in modo da poter utilizzare la stessa batteria. Invertiamo la relazione e ricaviamo  $R_B$ :

$$R_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{I_{B\text{sat}}} = \frac{5 - 0,7}{0,25 \cdot 10^{-3}} = 17,3\text{ k}\Omega$$

Rettifichiamo anche il valore di  $R_B$  al valore commerciale immediatamente inferiore. Si pone:

$$R_B = 15\text{ k}\Omega \quad V.C.$$

### 7.3.7 Esercizi

1. **Esercizio**

Una lampada da  $12\text{ V}$ ,  $5\text{ W}$  va inserita in un impianto tramite un interruttore. Si chiede la schematizzazione del problema, con lo schema elettrico dell'impianto ed il suo dimensionamento. Si chiede poi di determinare i punti di lavoro dell'interruttore. (*Suggerimento: la lampada funge già da resistenza.*)

2. **Esercizio**

Risolvere il problema precedente utilizzando un transistor avente tensione di saturazione tra collettore ed emettitore di  $0,2\text{ V}$ , guadagno statico di corrente compreso tra 40 e 150 e tensione di soglia tra base ed emettitore di  $0,8\text{ V}$ .

3. **Esercizio**

Un dispositivo logico presenta in uscita, nel suo stato logico *Hight*, una tensione  $V_H = 4\text{ V}$ , mentre nel suo stato *Low* la tensione è zero. Lo stato logico alto deve essere segnalato con un *LED* avente soglia di  $1,8\text{ V}$  e corrente di accensione di  $10\text{ mA}$ . Schematizzare il problema e dimensionare.

4. **Esercizio**

Risolvere il problema precedente con un transistor avente gli stessi parametri dell'esercizio 2.