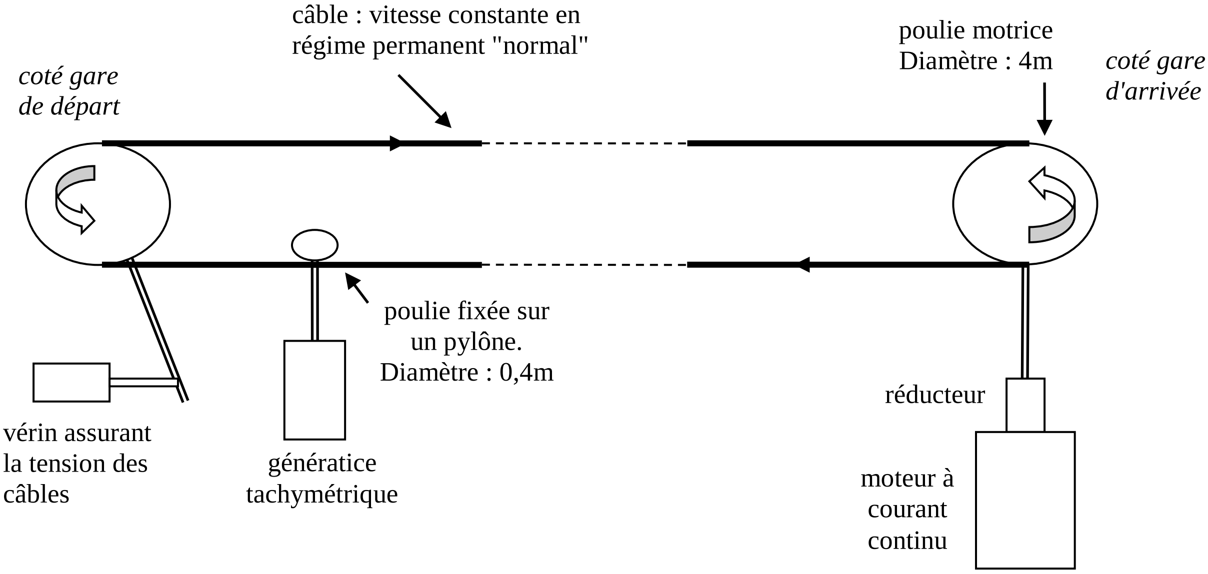
Régulation de vitesse d'un câble de télécabine

On va chercher à analyser la régulation de vitesse d'un câble d'entraînement de télécabine entre une gare de départ et un gare d'arrivée.

Remarque : à l'intérieur des gares, pour permettre l'embarquement et le débarquement, les cabines sont libérées du câble d'entraînement. On n'étudiera pas cette phase de fonctionnement.

Description du processus

Pour assurer un fonctionnement optimal, la vitesse du câble qui entraîne les cabines est asservie. Le schéma de principe est le suivant :



Un moteur à courant continu, à aimants permanents, de forte puissance entraîne le câble à l'aide d'un réducteur et d'une poulie. La vitesse instantanée est mesurée par une génératrice tachymétrique dont l'axe est fixé sur un poulie de plus faible dimension. Les caractéristiques des éléments ont les suivantes :

Réducteur	Rapport de réduction	$N = 1/50$
Moteur	Résistance d'induit	$R = 0{,}1\Omega$
	Inductance d'induit	$L = 0{,}1mH$
	Constante de couple	$k = 2{,}5Nm/A$
	Courant nominal	$I_N = 1400$ A
	Inertie totale de la charge ramenée sur l'axe moteur	$J = 312{,}5$ kgm^2
Génératrice tachymétrique	Gain	$G_T = 0{,}286V/rad/s$

1 - Modélisation

On rappelle les équations de fonctionnement du moteur (L est négligée dans ce calcul) :

$$\begin{cases} U = RI + E \\ E = k\Omega \\ C = kI \\ C = Jp\Omega \end{cases}$$

avec :
U (volts) = tension appliquée sur l'induit du moteur, Ω (rad/s) = vitesse de rotation du moteur et C (Nm) = couple moteur
Le couple résistant C_r sera introduit plus loin sous forme d'une perturbation

1.1) A partir des équations ci-dessus, calculer la fonction de transfert : $\frac{\Omega}{U}(p)$

La mettre sous la forme : $\frac{\Omega}{U} = \frac{K}{1+\tau_m p}$. Donner les valeurs littérales et numériques de K et de la constante de temps mécanique τ_m.

On rappelle que si l'inductance d'induit n'est pas négligée alors : $\frac{\Omega}{U} \approx \frac{K}{(1+\tau_m p)(1+\tau_e p)}$

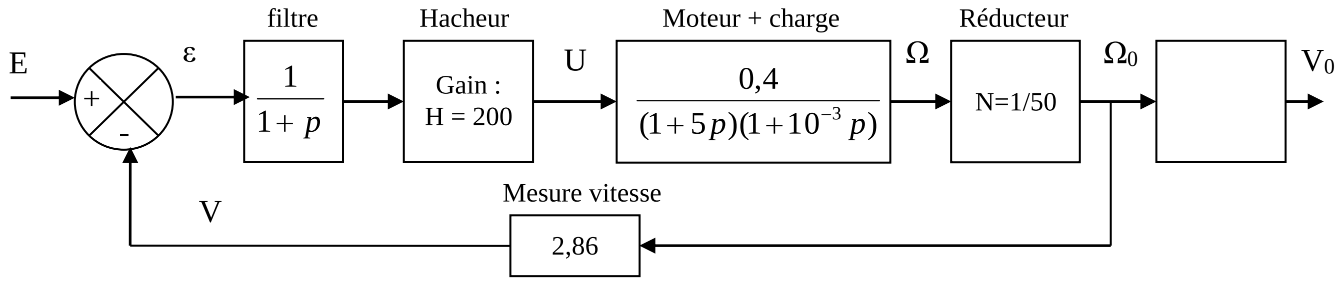
avec : $\tau_e = \frac{L}{R}$ qui est la constante de temps électrique.

1.2) Calculer numériquement le gain : $\frac{V_0}{\Omega_0}$ avec : V_0 (m/s) = vitesse linéaire du câble et Ω_0 (rad/s) = vitesse angulaire de la poulie motrice. Expliquer le calcul.

1.3) Calculer numériquement le gain : $\frac{V}{\Omega_0}$ avec : V = tension en sortie de la dynamo tachymétrique, sachant que : V = 0,286V/rad/s. Expliquer le calcul.

2 - Analyse de la boucle de régulation de vitesse sans correcteur

La boucle de régulation de vitesse proposée est la suivante :



La consigne est une tension E pouvant varier de 0 à 15 Volts.
Le signal de mesure est bruiteux. On place donc un filtre en sortie de l'additionneur-soustracteur pour améliorer la qualité du signal de commande.
Le hacheur permet d'élaborer la tension d'induit U. Il a pour gain en tension H = 200.
Ω est la vitesse de l'arbre de sortie du moteur. Ω_0 est la vitesse de l'arbre de sortie du réducteur (donc celle de la poulie motrice).
Le gain $\frac{V_0}{\Omega_0}$ a été calculé à la question 1.2 précédente. Sa valeur n'intervient pas dans l'étude de la boucle.
V est la tension délivrée par la génératrice tachymétrique.

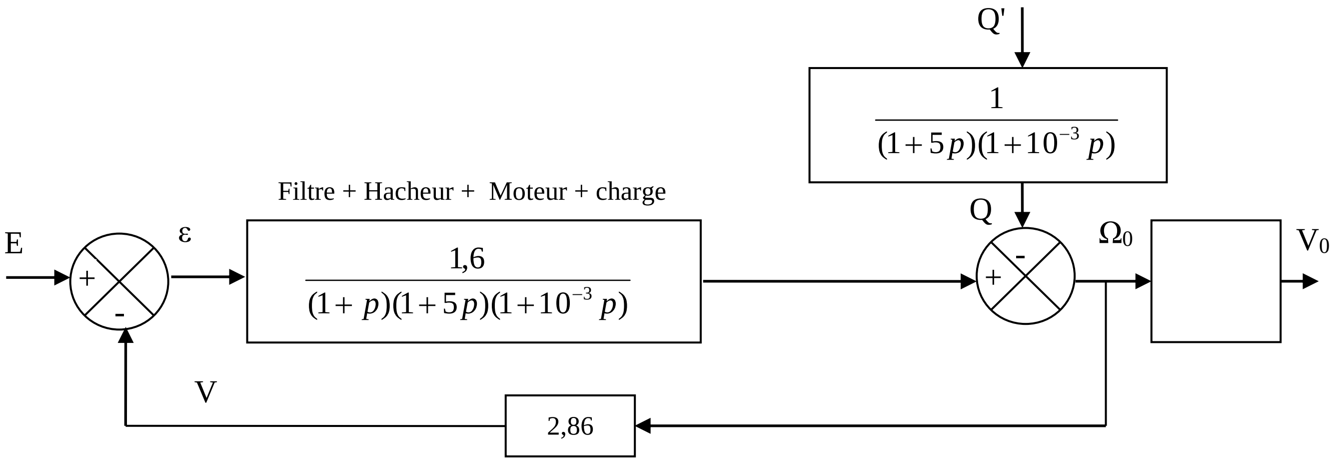
2.1) Tracer les lieux de Bode asymptotiques de la boucle **ouverte** : $\frac{V}{E}$ (gain et phase). Conclusion sur la stabilité de la boucle fermée ? En déduire une valeur approximative de la marge de phase M_φ.

2.2) Calculer la fonction de transfert en boucle **fermée** : $\frac{\Omega_0}{E}(p)$. Quelle est la valeur numérique de son gain statique K' ?

2.3) Calculer la valeur numérique de la consigne ($E = E_0$) permettant d'obtenir la valeur désirée pour la vitesse $\boldsymbol{\Omega_0 = 3{,}5}$ **rad/s**. En déduire, en régime permanent les valeurs de V, ε (qui est l'erreur de position ε_P), Ω, U et V_0.

2.4) Si on place un correcteur proportionnel (gain G réglable en sortie de l'additionneur-soustracteur) quel sera son effet sur la marge de phase M_φ et sur l'erreur de position ε_P ? Expliquer. Conclusion ?

2.5) Le moteur est soumis à un couple résistant dû à la pesanteur, aux frottements, à l'action du vent… On modélise ce couple par une perturbation Q' qui, ramenée sur la vitesse Ω_0, donne le schéma-bloc suivant :



Pour E = 0, calculer la fonction de transfert en boucle fermée : $\frac{\Omega_0}{Q'}(p)$. Quel est son gain statique K"? Quelle est la variation de la vitesse $\Delta\Omega_0$ pour une variation $\Delta Q' = 1$? Conclusion ?

3 - Analyse de la boucle de régulation de vitesse avec correcteur

On remplace le filtre précédent par un correcteur de fonction de transfert : $\frac{G(1+5p)}{p(1+p)}$ (dans lequel on conserve le filtrage passe-bas d'ordre 1 : $\frac{1}{1+p}$).

3.1) Pour G = 1, tracer les lieux de Bode asymptotiques de la boucle **ouverte** : $\frac{V}{E}$ (gain et phase). Calculer $\left|\frac{V}{E}\right|_{\omega=1rad/s}$. Conclusion sur la stabilité de la boucle fermée ? Déterminer la valeur particulière du gain G (qu'on notera G_0) permettant d'assurer une marge de phase M_φ de l'ordre de 45°.

3.2) Pour G = 1, calculer la fonction de transfert en boucle **fermée** : $\frac{\Omega_0}{E}(p)$. Quelle est la valeur numérique de son gain statique K'_1 ?

3.3) Pour G = 1, calculer la valeur numérique de la consigne ($E = E_1$) permettant d'obtenir la valeur désirée pour la vitesse **Ω_0 = 3,5 rad/s**. En déduire, en régime permanent les valeurs de V, ε (qui est l'erreur de position ε_P), U, Ω et V_0.

3.4) Pour E = 0 et G = 1, calculer la fonction de transfert en boucle fermée : $\frac{\Omega_0}{Q'}(p)$. Quel est son gain statique K''_1 ? Quelle est la variation de la vitesse $\Delta\Omega_0$ pour une variation $\Delta Q' = 1$? Conclusion ?