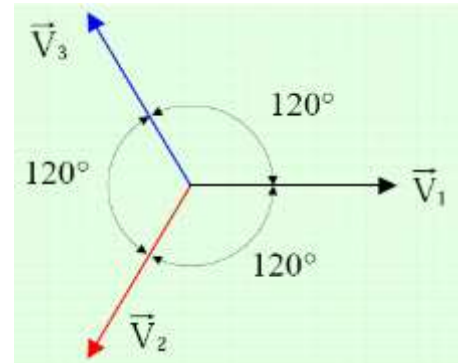
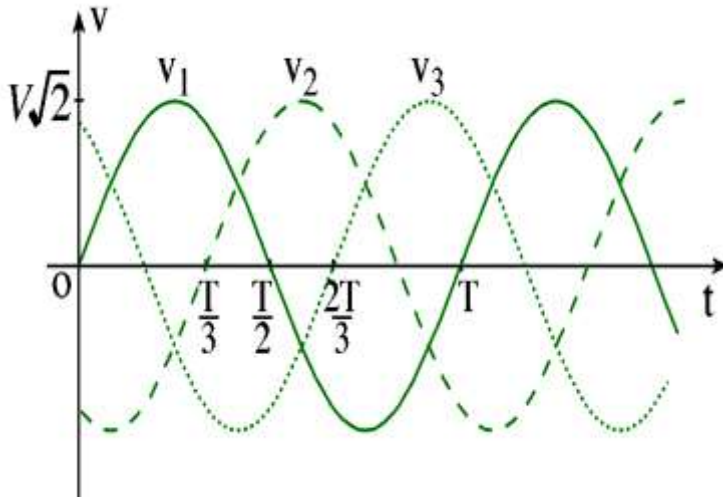


SYSTEMES TRIPHASES EQUILIBRES

1. DEFINITION

Représentation de Fresnel



Trois tensions sinusoïdales, de même valeur efficace et de même fréquence, forment un système triphasé de tension équilibré si elles sont déphasées les unes des autres de $\frac{2\pi}{3}$ (120°) :

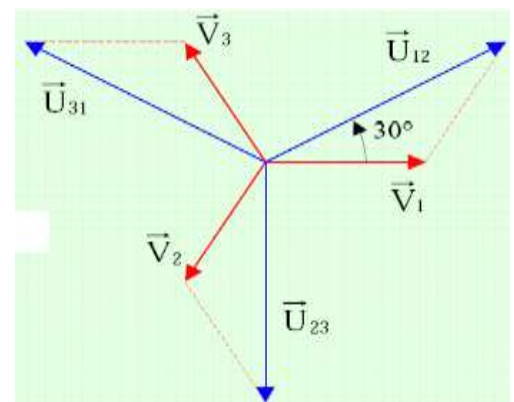
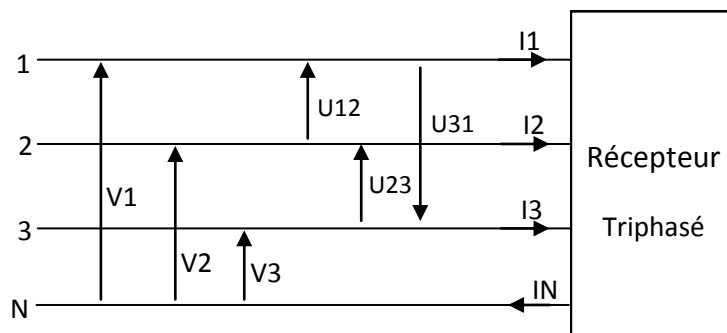
$$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t); v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}); v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

La somme des grandeurs formant un système triphasé équilibré est nulle :

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0} \quad \text{ou} \quad v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0$$

2. TENSIONS SIMPLES - TENSIONS COMPOSEES

Les tensions d'un système triphasé se présentent sous la forme V/U. V représente la tension entre une phase et le neutre, on l'appelle **tension simple**. U représente la tension entre deux phases, on l'appelle **tension composée**.



$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2; \quad \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3; \quad \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$

Si le système est équilibré : $U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$; $V_1 = V_2 = V_3 = V$

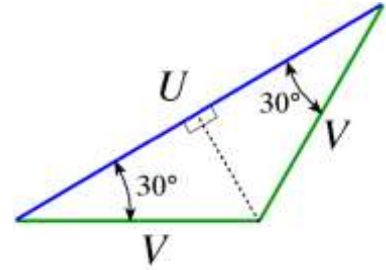


Relation entre U et V

Chacune des sommes vectorielles citées précédemment donne un triangle isocèle. En divisant ce dernier en deux parties égales

on obtient deux triangles rectangles : $\cos 30^\circ = \frac{U}{V}$

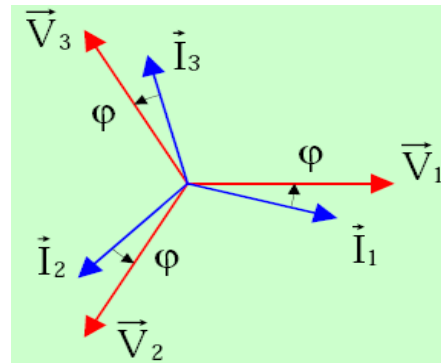
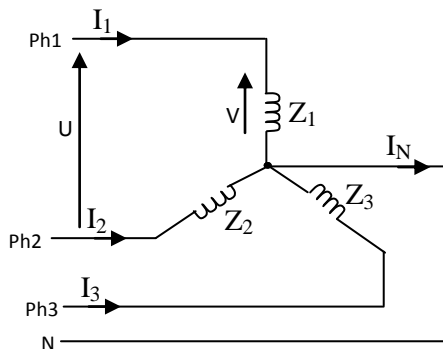
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{U}{V} \rightarrow U = V\sqrt{3}$$



3. COUPLAGE D'UN RECEPTEUR TRIPHASE

Pour qu'un récepteur triphasé puisse fonctionner il faut qu'il soit coupler (en étoile ou en triangle). Ainsi le courant absorbé par le récepteur est déphasé d'un angle φ par rapport à la tension. Ce déphasage dépend du type de récepteur (résistif, inductif ou capacitif). Si le récepteur est équilibré (s'il est constitué de trois dipôles identiques), les courants de lignes forment un système de courant triphasé équilibré (c'est-à-dire de même valeur efficace et déphasé les uns des autres de 120°).

3.1 Couplage étoile



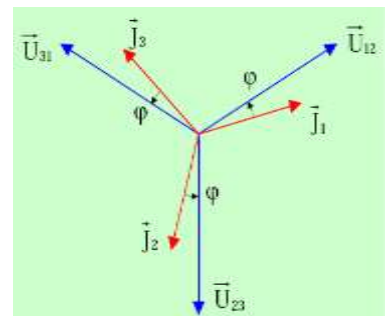
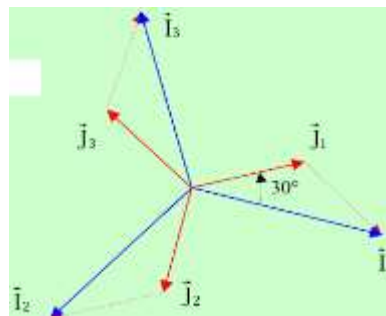
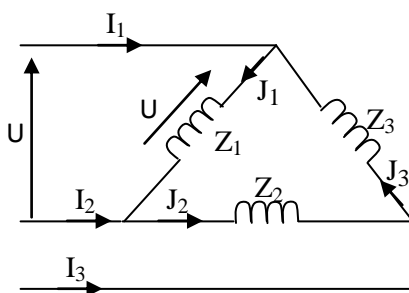
Chaque impédance voit à ses bornes la tension simple V et est traversée par un courant I

$$I_1 = \frac{V}{Z_1}; \quad I_2 = \frac{V}{Z_2}; \quad I_3 = \frac{V}{Z_3}$$

$$\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

- Si le récepteur est équilibré $\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$
- Si le récepteur est déséquilibré $\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 \neq \vec{0}$

3.2 Couplage triangle



Chaque impédance voit à ses bornes la tension composée U et est traversée par le courant J

$$J_1 = \frac{U}{Z_1} \quad J_2 = \frac{U}{Z_2} \quad J_3 = \frac{U}{Z_3}$$

Les trois courants J_1, J_2 et J_3 forment un système de courant triphasé de valeur efficace J

$$\vec{I}_1 = \vec{J}_1 - \vec{J}_3; \quad \vec{I}_2 = \vec{J}_2 - \vec{J}_1; \quad \vec{I}_3 = \vec{J}_3 - \vec{J}_2$$

A partir de ces sommes vectoriels on peut déduire l'expression de la valeur efficace de J en fonction de I : $I = J\sqrt{3}$

4. MESURE DE PUISSANCE EN REGIME TRIPHASÉ

4.1 Expression des puissances

Un récepteur triphasé équilibré peut être considéré comme étant l'association de trois récepteurs monophasés identiques. La puissance active reçue par l'ensemble est donc égale à la somme des puissances actives reçues par ces trois récepteurs monophasés :

$$P = p_1 + p_2 + p_3$$

4.1.1 Couplage en étoile

Chaque élément d'un montage triphasé équilibré est soumis à une tension de valeur efficace V et est traversé par un courant I :

La puissance active d'un montage triphasé équilibré est : $P = 3VI\cos\varphi$

La puissance réactive du montage est : $Q = 3VI\sin\varphi$

La puissance apparente du montage est : $S = 3VI$

Puisque $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$, les expressions précédentes deviennent :

$$P = UI\sqrt{3}\cos\varphi; \quad Q = UI\sqrt{3}\sin\varphi; \quad S = UI\sqrt{3}$$

4.1.2 Couplage en triangle

Chaque élément d'un montage triphasé équilibré est soumis à une tension de valeur efficace U et est traversé par un courant J :

La puissance active d'un montage triphasé équilibré est : $P = 3UJ\cos\varphi$

La puissance réactive du montage est : $Q = 3UJ\sin\varphi$

La puissance apparente du montage est : $S = 3UJ$

Puisque $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$, les expressions précédentes deviennent :

$$P = UI\sqrt{3}\cos\varphi; \quad Q = UI\sqrt{3}\sin\varphi; \quad S = UI\sqrt{3}$$

4.1.3 Puissance d'un récepteur triphasé non équilibré

La puissance active d'un montage triphasé déséquilibré est : $P = p_1 + p_2 + p_3$

La puissance réactive du montage est : $Q = q_1 + q_2 + q_3$

La puissance apparente du montage est : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

4.2 Mesure des différentes puissances

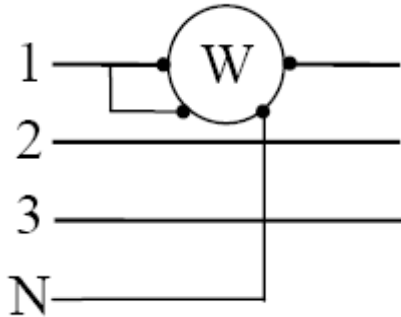


Figure 1

Ce montage permet de mesurer la puissance active absorbée par un récepteur triphasé :

- Si le récepteur est équilibré on multiplie l'indication du wattmètre par 3
- Si le récepteur est déséquilibré on fait la somme de chacune des indications du wattmètre monté tour à tour sur chacune des trois phases

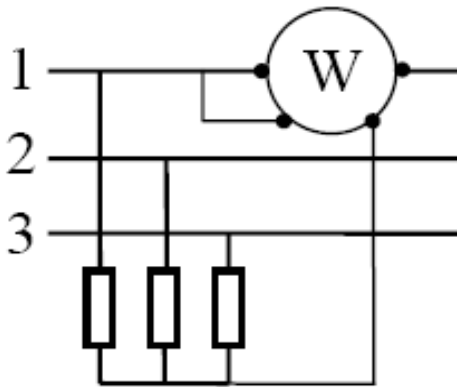


Figure 2

Si le neutre n'est pas accessible, on crée un neutre artificiel à l'aide de 3 résistors identiques couplés en étoile (voir figure 2)

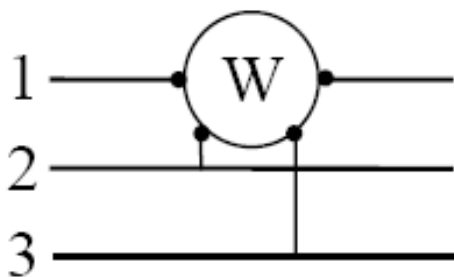


Figure 3

Ce montage permet de mesurer la puissance réactive absorbée par un récepteur triphasé équilibré. Le wattmètre affiche $UI \sin \phi$, donc si on multiplie l'indication par $\sqrt{3}$ on obtient la puissance réactive totale du récepteur

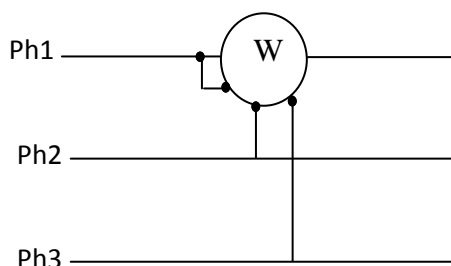


Figure 4

Ce montage donne directement la puissance active totale absorbée par un récepteur triphasé équilibré puisque le wattmètre est triphasé

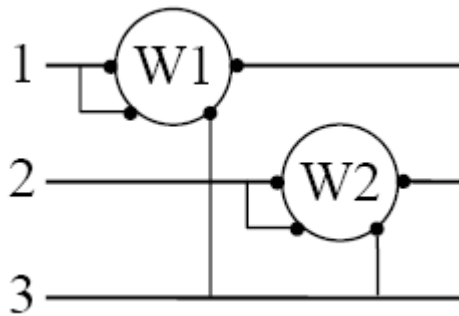


Figure 5

Ce montage permet de mesurer les puissances active, réactive et apparente absorbées par un récepteur triphasé :

$$P = W_1 + W_2.$$

$$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$$

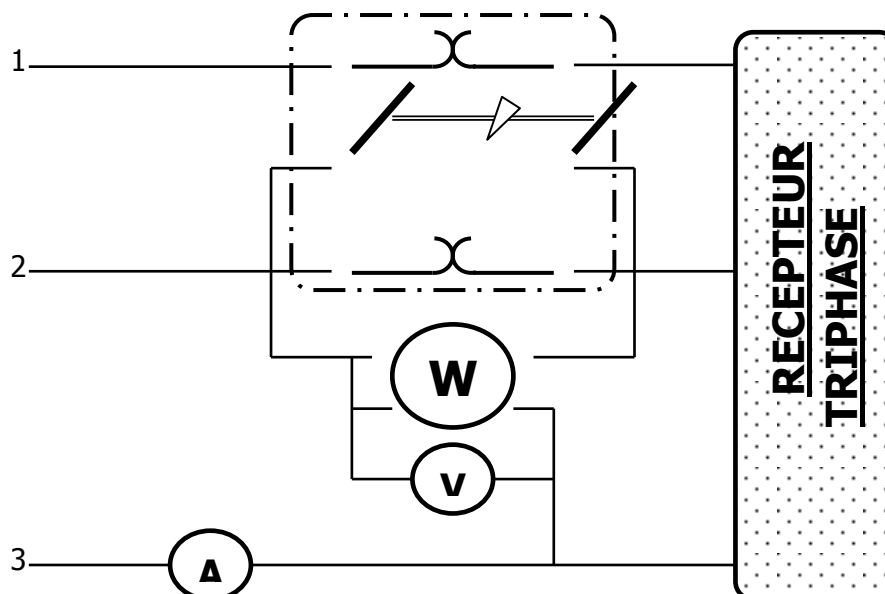
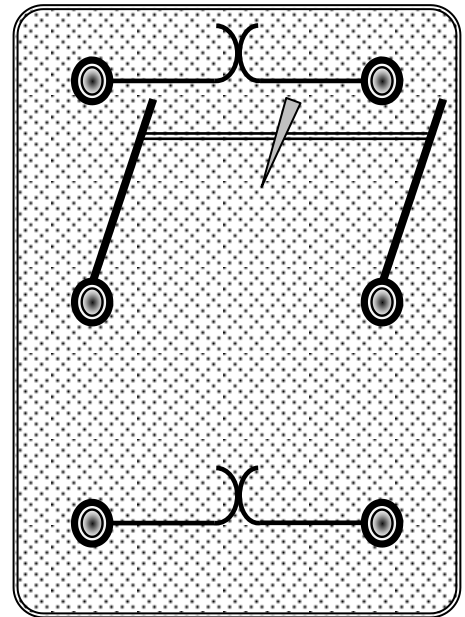
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

A défaut d'avoir deux (2) wattmètres, il est tout à fait possible d'utiliser un seul wattmètre accompagné d'un commutateur dénommé « Commutateur de wattmètre ».

Le commutateur a pour rôle d'effectuer la commutation du circuit d'intensité du wattmètre entre les deux premières phases (1 et 2) sans pour autant procéder à une quelconque opération de branchement ou de débranchement du commutateur côté phase 1 permet de mesurer la puissance.

- Pôles P_1
- Pôles du commutateur côté phase 2 permet de mesurer la puissance P_2

Cependant le circuit tension se trouve toujours entre la phase sélectionnée et la troisième phase (voir schéma).





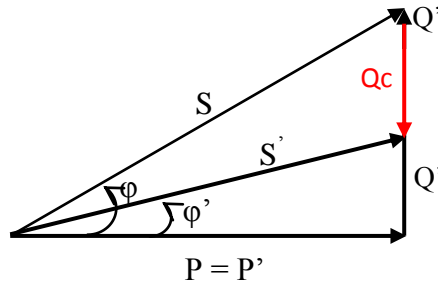
4.3 Méthode de Boucherot

Lorsqu'une installation est constituée de n récepteurs, les puissances active, réactive et apparente totales de l'installation ont pour expression :

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots P_n \quad Q_T = Q_1 + Q_2 + \dots Q_n \quad S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

5. Relèvement du facteur de puissance

Le relèvement du facteur de puissance peut être réalisé au moyen de condensateurs montés en étoile ou en triangle.



- Sans condensateur : $P = UI\sqrt{3}\cos\varphi$; $Q = UI\sqrt{3}\sin\varphi = P\tan\varphi$
- Avec condensateur : $P' = UI'\sqrt{3}\cos\varphi'$; $Q' = UI'\sqrt{3}\sin\varphi' = P'\tan\varphi'$
- Les condensateurs ne consomment pas de puissance active : $P = P'$, mais ils fournissent une puissance réactive qui a pour expression :
- ✓ $Q_c = 3U^2C\omega$ s'ils sont couplés en triangle
- ✓ $Q_c = 3V^2C\omega$ s'ils sont couplés en étoile.
- La différence $Q - Q'$ provient des condensateurs : $Q_c = Q - Q' = P\tan\varphi - P\tan\varphi'$
- Si les condensateurs sont couplés en triangle :

$$Q_c = 3U^2C\omega = P\tan\varphi - P\tan\varphi' \rightarrow C = \frac{P\tan\varphi - P\tan\varphi'}{3U^2\omega} = \frac{P(\tan\varphi - \tan\varphi')}{3U^2\omega}$$

- Si les condensateurs sont couplés en étoile :

$$Q_c = 3V^2C\omega = P\tan\varphi - P\tan\varphi' \rightarrow C = \frac{P\tan\varphi - P\tan\varphi'}{3V^2\omega} = \frac{P(\tan\varphi - \tan\varphi')}{3V^2\omega} = \frac{P(\tan\varphi - \tan\varphi')}{U^2\omega}$$

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

Sur le réseau 400V; 50 Hz, sans neutre, on branche en étoile trois récepteurs identiques de résistance $R = 10 \Omega$ en série avec une inductance $L = 0,1 \text{ H}$.

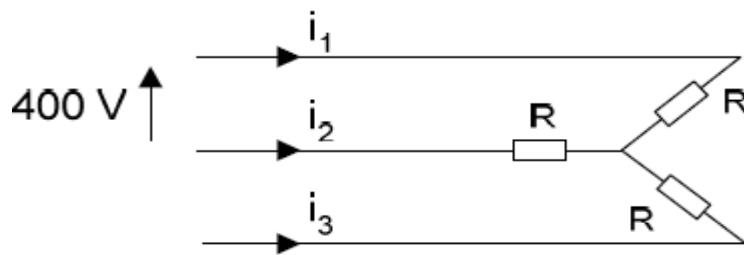
- 1- Faites le schéma du montage en fléchant les courants et les tensions.
- 2- Déterminez l'impédance Z d'un récepteur.
- 3- Déterminez la valeur efficace des courants en ligne.

Ces trois récepteurs sont maintenant couplés en triangle.

- 4- Faites le schéma du montage en fléchant les courants et les tensions.
- 5- Calculez la nouvelle valeur efficace des courants en ligne.

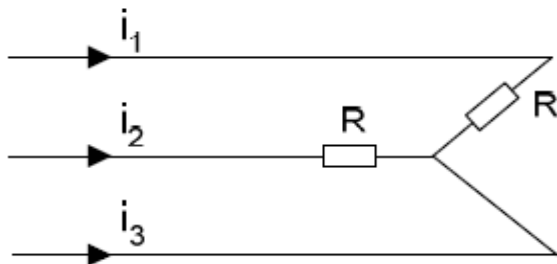
Exercice 2:

- 1- Un réseau triphasé ($U = 400 \text{ V}$ entre phases, 50 Hz) alimente un récepteur résistif (couplage étoile sans neutre) : $R = 50 \Omega$



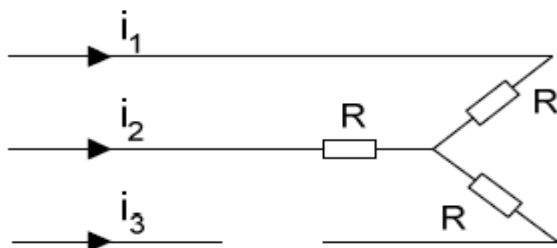
Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 , I_2 , et I_3 .
Calculer la puissance active P consommée par les trois résistances.

- 2- Un court-circuit a lieu sur la phase 3 :



Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 et I_2 .

- 3- La phase 3 est coupée :



Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 , I_2 , et I_3 .

Exercice3

Un récepteur triphasé est formé de trois bobines identiques d'inductance $L=0,1\text{H}$ et de résistance $R=40\Omega$. Les trois éléments, montés en étoile, sont alimentés par un système triphasé équilibré 127/220V, 50Hz.

1. Un fil de neutre est-il nécessaire ?
2. Que valent les intensités des courants dans chaque bobine
3. Que valent les puissances active et réactive consommées par l'installation
4. On mesure la puissance active par la méthode des deux wattmètres. Quelles sont les indications de chacun des wattmètres (PA et PB)
5. Les trois bobines sont maintenant montées en triangle et alimentées par un système triphasé équilibré 220V, 50Hz
6. Que valent les intensités des courants circulant :
 - a) Dans chaque bobine
 - b) Dans chaque fil de ligne
7. Que valent les puissances active et réactive de l'installation. Comparer les valeurs trouvées à celles obtenues dans le montage étoile ? Justifier

Exercice 4

Un récepteur est composé de trois éléments : un climatiseur ($P_c=1\text{kW}$, $\cos\phi=0,95$), une machine à laver ($P_m=3\text{kW}$, $\cos\phi=0,88$) et un réfrigérateur ($P_r=300\text{W}$, $\cos\phi=0,92$) montés en étoile. Le tout est alimenté par un réseau triphasé (avec neutre) dont la tension efficace entre phase est $U=380\text{V}$.

1. Calculer les puissances active, réactive et apparente totales de l'installation
2. Calculer les courants I_c , I_m et I_r qui circulent dans chaque élément.
3. Le fil neutre est-il nécessaire ? Pourquoi ?

Exercice 5:

Un réseau triphasé 230V; 50 Hz alimente un récepteur triphasé équilibré. On mesure la puissance active reçue par le récepteur par un wattmètre monophasé branché entre une phase et le neutre.

- 1- Faites le schéma correspondant à cette mesure.
- 2- La graduation du wattmètre comporte 120 divisions; on utilise les calibres 5A et 240V. Son aiguille dévie de 82 divisions. Quelle est la puissance P_1 mesurée ?
- 3- Déterminez la puissance active de ce récepteur triphasé.
- 4- Sachant que la puissance réactive de ce récepteur équilibré est de 1076 VAR, déterminez le facteur de puissance de ce récepteur.
- 5- Déterminez l'intensité efficace du courant en ligne. Le calibre intensité du wattmètre vous semble-t-il bien choisi ?

Exercice 6:

Une installation triphasée, alimentée par un réseau triphasé équilibré 400V, 50 Hz, comporte quatre récepteurs triphasés équilibrés inductifs dont les caractéristiques sont:

Récepteur 1: $P_1 = 12 \text{ kW}$; $Q_1 = 10 \text{ kvar}$

Récepteur 2: $P_2 = 15 \text{ kW}$; $Q_2 = 10 \text{ kvar}$

Récepteur 3: $P_3 = 20 \text{ kW}$; facteur de puissance: 0,60

Récepteur 4: $P_4 = 10 \text{ kW}$; intensité efficace du courant en ligne: 18 A.

- 1- Calculez la puissance active totale appelée par cette installation.
- 2- Calculez la puissance réactive totale de cette installation.
- 3- Des réponses précédentes déduire la puissance apparente de l'installation.
- 4- Déterminez l'intensité efficace du courant en ligne lorsque tous les récepteurs fonctionnent simultanément et le facteur de puissance de l'installation.
- 5- Calculez la capacité des condensateurs montés en triangle qui permettraient de relever le facteur de puissance de cette installation à 0,93.

Exercice 7:

Une installation triphasée est alimentée sous une tension de 220 V, 50 Hz. Il comporte :

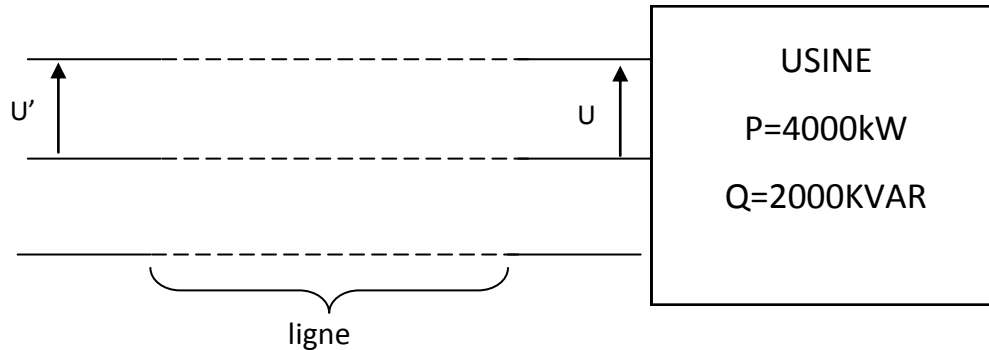
- Un moteur absorbant une puissance de 18 KW avec un facteur de puissance de 0,6
- Un récepteur capacitif absorbant une puissance de 8 KW avec un déphasage du courant par rapport à la tension d'un angle de $-36,87^\circ$
- 40 lampes de 100 W chacune également réparties sur les trois phases.
- Trois inductances pures couplées en étoile donc chacune a une réactance de 880Ω .

On demande de déterminer :

1. Le courant total absorbé par l'installation quand tous les appareils fonctionnent.
2. Le facteur de puissance de l'installation.
3. La capacité de chacun des trois condensateurs qui, couplés en triangle permettent de relever le facteur de puissance de l'installation à 0,8.
4. La nouvelle valeur de l'intensité après le relèvement du facteur de puissance.

Exercice 8

Une usine est alimentée par un réseau moyenne tension (voir figure ci-dessous).



Elle consomme une puissance active $P=4000\text{kW}$ et une puissance réactive $Q=2000\text{kvar}$. La tension entre phases à l'entrée de l'usine est $U=18,5\text{kV}$. L'usine est assimilable à un récepteur triphasé équilibré.

- 1) Quel est son facteur de puissance $\cos\phi$?
- 2) Quelle est l'intensité efficace I du courant traversant chaque fil de ligne ?
- 3) Chaque fil de ligne alimentant cette usine est assimilable à un circuit inductif série de résistance $r=2\Omega$ et de réactance $\omega L=2\Omega$.
 - a) Calculer les puissances active P_L et réactive Q_L consommées par la ligne
 - b) Déterminer les puissances active, réactive et apparente consommées par l'ensemble <<ligne-usine>> puis calculer le facteur de puissance de cet ensemble
 - c) Quelle est la tension efficace U' entre phases en début de ligne ?
 - d) En déduire la chute de tension $\Delta U = U' - U$

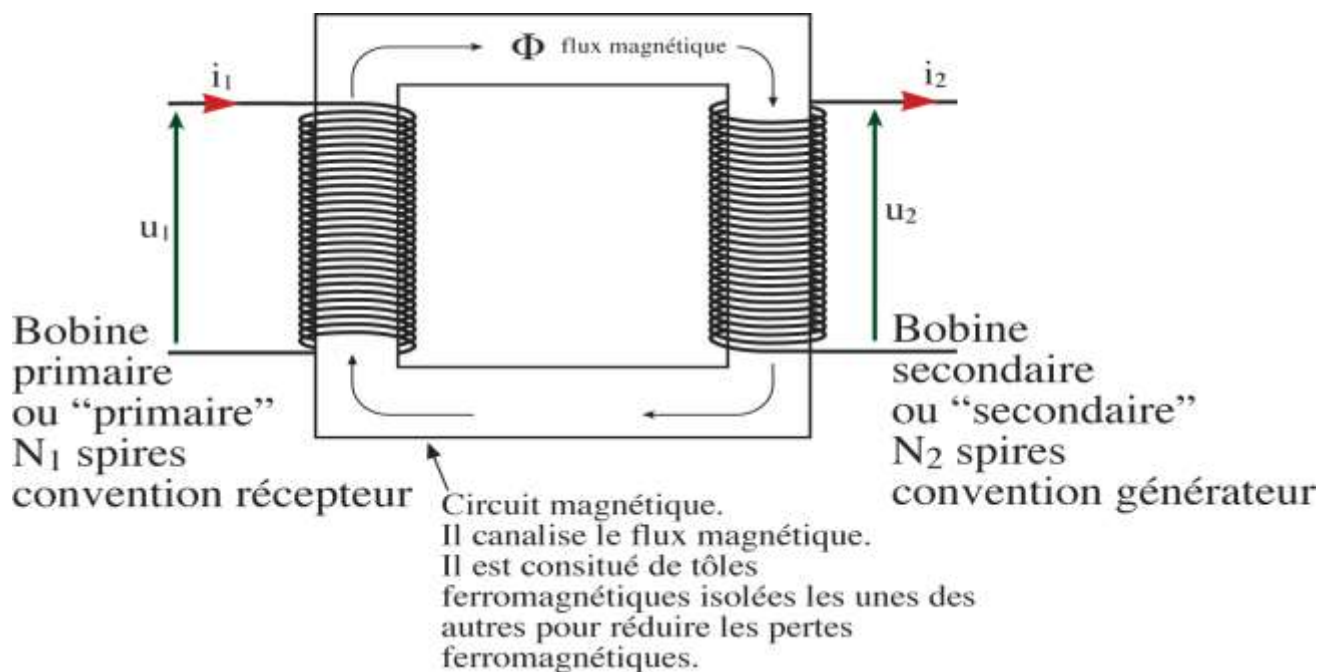
LE TRANSFORMATEUR MONOPHASE

1. Présentation

Un transformateur est un appareil statique qui permet d'augmenter (ou d'abaisser) la tension tout en abaissant (ou augmentant) l'intensité. Son utilisation est fondamentale pour les appareils électriques fonctionnant en courant continu et dont la puissance est trop importante pour être alimenté par des piles (ordinateur, télévision, etc.). Le transformateur ne fonctionne qu'avec un courant alternatif.

2. Constitution

Le transformateur monophasé est constitué d'un circuit magnétique fermé sur lequel est enroulé deux bobines électriquement isolés.



2.1 Le Circuit magnétique

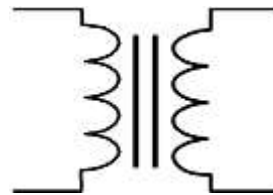
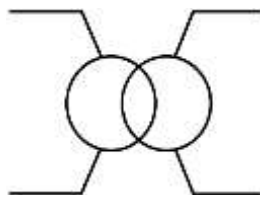
Le Circuit magnétique permet la canalisation du flux magnétique. Il est constitué d'un empilage de tôles d'acier au silicium, isolées entre elles par une couche de vernis synthétique : on dit qu'il est feuilleté. *Ce feuilletage est effectué dans le but de réduire les pertes d'énergie due à la progression des courants de Foucault : c'est ce qu'on appelle pertes par courants de Foucault.* La nature des tôles (alliage d'acier et de silicium) est choisie en fonction du cycle d'hystérésis des matériaux afin de réduire les pertes d'énergies qu'elle crée, ainsi qu'une déformation de la forme du courant (sinusoïde) : c'est ce qu'on appelle *pertes par hystérésis*.

2.2 Les enroulements

Ils sont au nombre de deux et sont placés autour du circuit magnétique afin de diminuer les fuites magnétiques. Ils ont des nombres de spires différents (sauf dans le cas des transformateurs d'isolement). L'enroulement qui comporte le nombre de spires le plus élevé est l'enroulement haute tension, l'autre étant l'enroulement basse tension.

L'enroulement alimenté par une source de tension sinusoïdale est le primaire, il fonctionne en récepteur. L'autre enroulement aux bornes duquel on branche une charge est le secondaire, il fonctionne en générateur.

3. Symbole



4. Principe de fonctionnement

Ce principe est fondé sur le phénomène de l'induction mutuelle (loi de Faraday sur l'induction électromagnétique)

Rappel : loi de Faraday – f e m induite

Toute variation de flux magnétique à travers une bobine crée aux bornes de cette bobine une force électromotrice (fem) induite qui a pour expression $e = -N \frac{d\phi}{dt}$

☞ La bobine primaire est soumise à une tension sinusoïdale $u_1 = U_{1max} \sin \omega t$

☞ L'inductance de cette bobine est très grande devant sa résistance: $\omega L \gg r$ donc on néglige cette résistance

☞ L'intensité à travers cette bobine est presque en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur la tension :

$$i_1 = I_{1max} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

☞ Ce courant i_1 produit un flux ϕ_1 en phase avec lui, soit $\phi_1 = \phi_{1max} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

Puisque les deux enroulements sont bobinés autour du circuit magnétique, Le flux ϕ_1 va induire une force électromotrice au niveau de chaque enroulement soit :

$$e_1 = - \frac{N_1 d\phi_1}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = - \frac{N_2 d\phi_1}{dt}$$

☞ Si on remplace ϕ_1 par son expression on aura :

$$e_1 = - \frac{N_1 d \left[\varphi_{1\max} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \right]}{dt} = -N_1 \omega \varphi_{1\max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$e_1 = -N_1 \omega \varphi_{1\max} \sin \omega t \quad \text{de la même manière on aura } e_2 = -N_2 \Phi_{1\max} \omega \sin \omega t$$

☞ Les valeurs maximales des forces électromotrices (fem) sont :

$$E_{1\max} = N_1 \omega \varphi_{1\max} \quad \text{et} \quad E_{2\max} = N_2 \omega \varphi_{1\max}$$

5. Formule de BOUCHEROT

Le flux maximal étant défini par la relation $\Phi_{\max} = S \times B_{\max}$ où B_{\max} est le champ magnétique maximal à travers les spires et s la section (supposée constante) du circuit magnétique.

L'expression efficace de la fem est :

$$E_1 = \frac{E_{1\max}}{\sqrt{2}} = \frac{N_1 \omega \varphi_{1\max}}{\sqrt{2}} = \frac{N_1 \times 2\pi f \times S \cdot B_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \times N_1 f S B_{\max}$$

$$E_1 = 4,44 N_1 f S B_{\max} \quad \text{De la même manière} \quad E_2 = 4,44 N_2 f S B_{\max}$$

6. Rapport de transformation m

C'est le quotient entre la fem recueillie au secondaire E_2 par celle recueillie au primaire E_1 .

$$m = \frac{E_2}{E_1} = \frac{4,44 N_2 S f B_{\max}}{4,44 N_1 S f B_{\max}} = \frac{N_2}{N_1}$$

- Si $N_2 > N_1 \Rightarrow m > 1$: le transformateur est élévateur de tension
- Si $N_2 < N_1 \Rightarrow m < 1$: le transformateur est abaisseur de tension
- Si $N_2 = N_1 \Rightarrow m = 1$: transformateur est isolateur

7. Les pertes dans un transformateur monophasé

On note principalement deux types de pertes : les pertes dans le fer notées F et les pertes par effets joules (ou pertes cuivres) notées C . Les pertes fer sont occasionnées par le circuit magnétique, alors que les pertes joules sont occasionnées par les enroulements (primaire et secondaire)

➤ Les Pertes dans le fer

Elles sont dues aux fuites magnétiques, à la reluctance R du circuit magnétique (la reluctance est tout ce qui s'oppose au passage du flux dans le circuit magnétique) à l'hystérésis et au courant de Foucault. Elles sont réparties en deux groupes :

- Les Pertes d'énergies actives causées par la résistance du fer Rf
- Les pertes d'énergies réactives causées par l'inductance du fer Lf

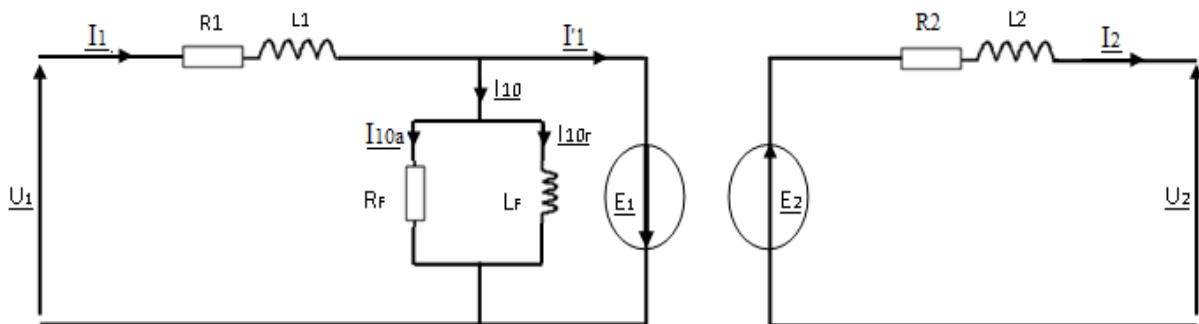
➤ Les pertes par effets joules ou pertes cuivres

Ces pertes sont occasionnées par le passage du courant dans les enroulements du primaire et du secondaire. Elles sont réparties en deux groupes :

- Les Pertes d'énergies actives occasionnées par les résistances de fuites **$R1$** et **$R2$**
- Les pertes d'énergies réactives occasionnées par les inductances de fuites **$L1$** et **$L2$**

8. Schéma équivalent d'un transformateur réel

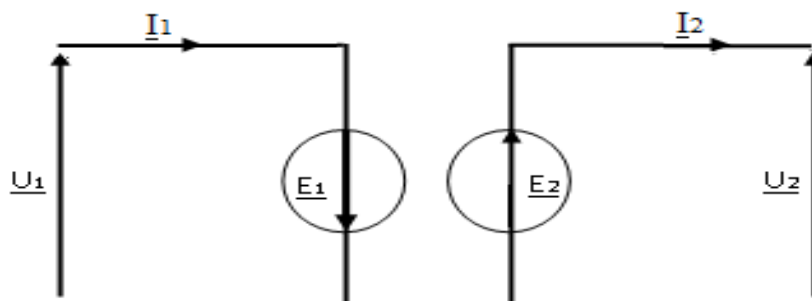
Le schéma équivalent d'un transformateur réel est alors le suivant :



I_{10} représente le courant primaire à vide, on l'appelle courant magnétisant. Ce courant engendre à vide un flux Φ_{10} appelé flux magnétisant. Ce flux a la même valeur que la différence de flux Φ_r en charge entre le flux Φ_1 créé par le courant primaire I_1 et le flux Φ_2 créé par le courant secondaire I_2 : $\Phi_r = \Phi_1 - \Phi_2 = \Phi_{10}$

9. Le transformateur Parfait

Un transformateur parfait est un transformateur dans lequel on néglige les éléments qui consomment de **l'énergie active** (résistance primaire et secondaire, hystérésis et courants de Foucault du circuit magnétique), et les éléments qui consomment de **l'énergie réactive** (inductances de fuites des enroulements et reluctance du circuit magnétique).



➤ Relation entre les puissances : $P_1 = P_2$; $Q_1 = Q_2$; $S_1 = S_2$; ainsi le $\eta = 1$

➤ Relation entre les tensions : $U_1 = -E_1$; $U_2 = E_2$

- Relation entre les courants : Le produit de la reluctance par le flux magnétisant est égal à la force magnétomotrice résultante:

$$(R \cdot \Phi_{10}) = (N_1 \cdot \underline{I}_1) + (N_2 \cdot \underline{I}_2), \text{ or } R=0 \rightarrow N_1 \underline{I}_1 = -N_2 \underline{I}_2 \rightarrow \underline{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1} * \underline{I}_2 \quad \text{donc } \underline{I}_1 = -m \underline{I}_2$$

A partir de ces éléments on peut déduire l'expression du rapport de transformation en valeur

$$\text{efficace : } m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

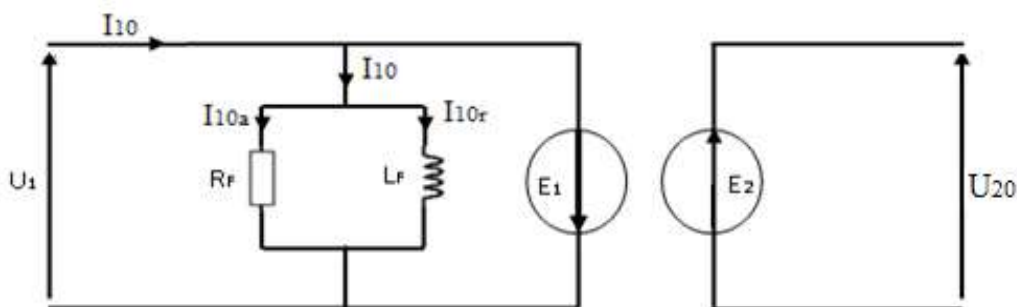
10. Le transformateur réel

Un transformateur est dit réel s'il fonctionne avec des pertes. Ainsi la puissance P_1 absorbée par le primaire du transformateur est plus grande que la puissance P_2 disponible au niveau du secondaire. La différence entre ces deux puissances représente les pertes.

10.1 Essai à vide

On alimente le primaire du transformateur avec une tension U_1 et le secondaire est en circuit ouvert avec une tension U_{20} à ses bornes. Puisque le courant au secondaire est nulle ($I_{20}=0$), la puissance P_{20} ainsi les pertes par effet joule au secondaire du transformateur sont nulles. Donc toute la puissance absorbée par le transformateur est consommé par le fer et la résistance de la bobine du primaire : $P_{10} = r_1 I_{10}^2 + F$

Le courant I_{10} est très faible (de l'ordre de 10% I_{1N}), ceci nous emmène à négliger $r_1 I_{10}^2$ devant P_{10} . Ainsi toute la puissance absorbée dans l'essai à vide représente les pertes dans le fer : $P_{10} = F$ d'où le schéma équivalent suivant :



La puissance absorbée à vide est $P_{10} = U_{10} \times I_{10} \times \cos \varphi_{10} = \frac{U_{10}^2}{R_f}$

La puissance apparente à vide est $S_{10} = U_{10} \times I_{10}$

La puissance réactive à vide est $Q_{10} = U_{10} \times I_{10} \times \sin \varphi_{10} = \frac{U_{10}^2}{L \omega_f}$

Le rapport de transformation à vide $m = \frac{U_{20}}{U_{10}}$

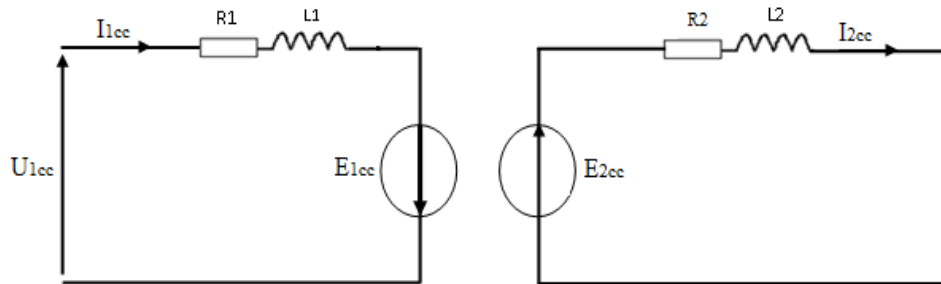


10.2 Essai en court circuit

On court-circuite le secondaire par un câble de section suffisante et on alimente le primaire du transformateur par une faible tension (de l'ordre de $5\%U_{1N}$) pour éviter que le courant secondaire dépasse I_{2N} . La puissance mesurée au primaire correspond à la totalité des pertes :

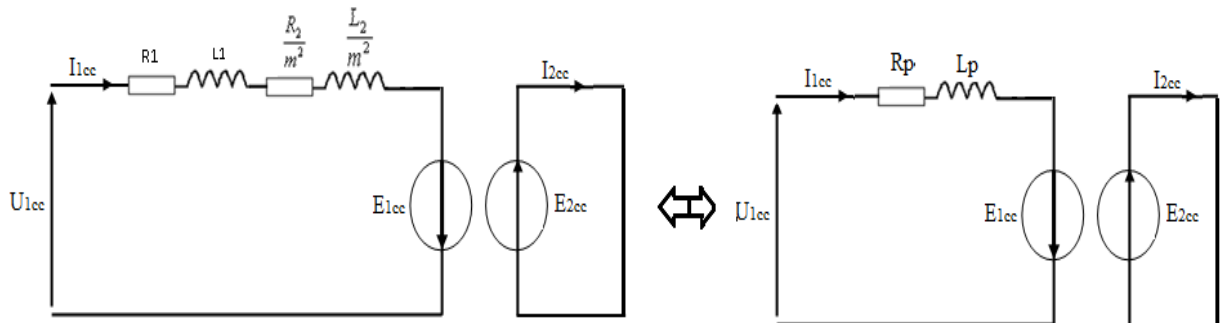
$$P_{1cc} = C + F = (r_1 I_{1cc}^2) + (r_2 I_{2cc}^2) + (R_F \times I_{10a}^2)$$

Pour déterminer ces pertes on utilise l'hypothèse de KAPP. Dans cette hypothèse on néglige le courant I_{10} devant le courant primaire nominal I_{1N} , ainsi les pertes fer seront négligées devant la puissance absorbée dans cet essai : $P_{1cc} = r_1 I_{1cc}^2 + r_2 I_{2cc}^2 = C$ D'où le schéma suivant :



Pour déterminer les pertes par effet joule on peut faire un transfert d'impédance.

❖ Transfert vers le primaire :

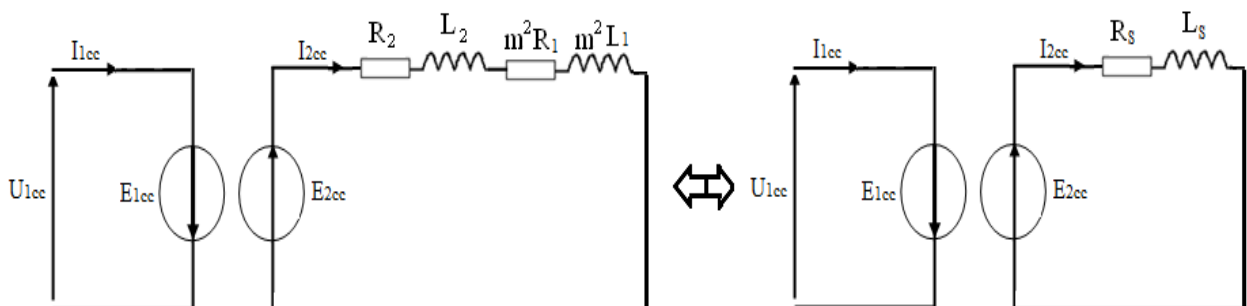


R_p et L_p représentent la résistance et l'inductance de fuites ramenées au primaire :

$$R_p = R_1 + \frac{R_2}{m^2} \quad L_p = L_1 + \frac{L_2}{m^2}$$

$$P_{1cc} = R_p \times I_{1cc}^2 \quad Q_{1cc} = L_p \omega \times I_{1cc}^2 \quad S_{1cc} = U_{1cc} \times I_{1cc} \quad m = \frac{E_{2cc}}{E_{1cc}} = \frac{I_{1cc}}{I_{2cc}}$$

❖ Transfert vers le secondaire :





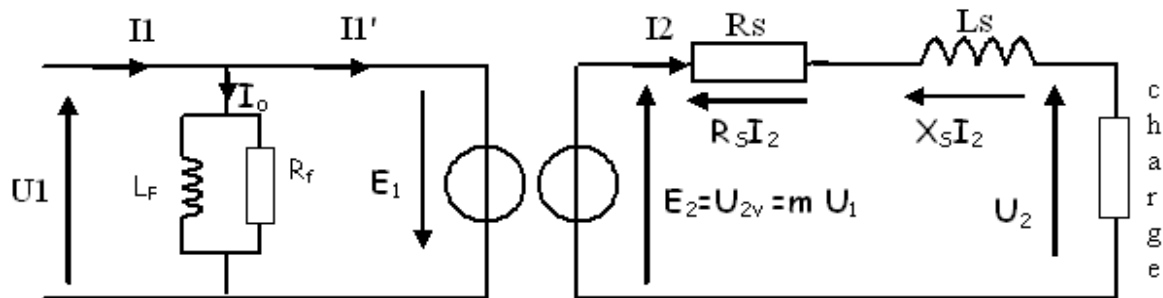
R_S et L_S représentent la résistance et l'inductance de fuites ramenées au secondaire :

$$R_S = m^2 R_I + R_2 \quad L_S = m^2 L_I + L_2 \quad Z_S = \frac{E_{2CC}}{I_{2CC}} = \frac{m U_{1CC}}{I_{2CC}} = \sqrt{R_S^2 + X_S^2}$$

$$P_{1CC} = R_S \times I_{2CC}^2 \quad Q_{1CC} = L_S \omega \times I_{2CC}^2 \quad S_{1CC} = E_{2CC} \times I_{2CC}$$

10.3 Essai en charge

Lorsque l'on branche une charge au secondaire d'un transformateur, celle-ci va alors imposer son facteur de puissance $\cos\varphi_2$ qui va nous permettre de déterminer le déphasage φ_2 entre le courant I_2 et la tension U_2 .



D'après la loi des mailles : $\vec{U}_{2V} = \vec{R_S I_2} + \vec{X_S I_2} + \vec{U_2}$

a) Calcul de la tension secondaire U_2

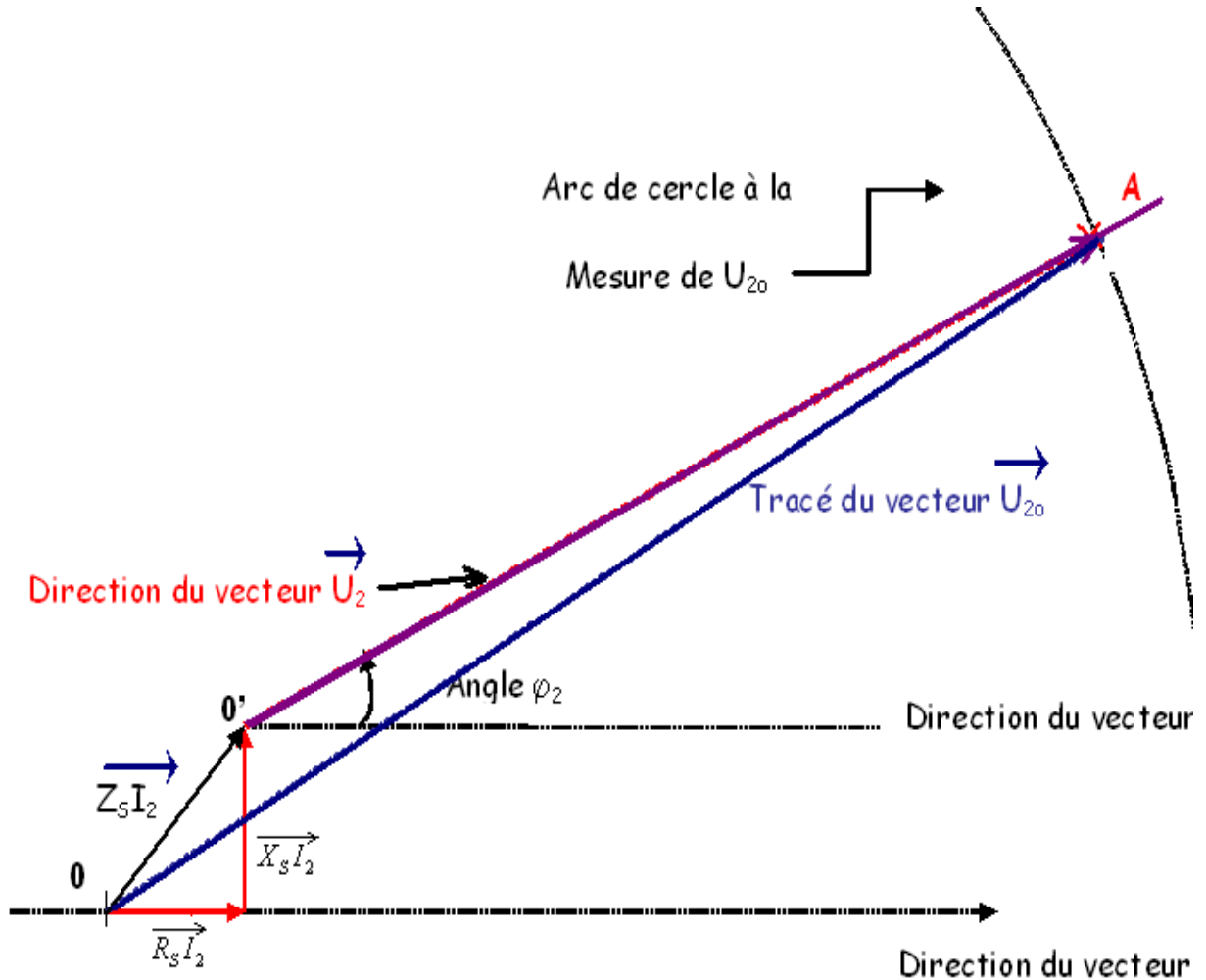
- Méthode graphique

En utilisant la relation $\vec{U}_{2V} = \vec{R_S I_2} + \vec{X_S I_2} + \vec{U_2}$ on peut déterminer U_2 par le tracé du diagramme de Kapp.

- Il faut tout d'abord calculer les valeurs de $(R_S I_2)$ et $(X_S I_2)$
- Prendre une échelle de correspondance en volts / centimètre
- Se donner une origine O
- Tracer la direction du vecteur $\vec{I_2}$.
- Placer à partir du point O, le vecteur $\vec{R_S I_2}$.
- Placer perpendiculairement à la suite du vecteur $\vec{R_S I_2}$ le vecteur $\vec{X_S I_2}$.
- La somme de ces 2 vecteurs donne le vecteur $\vec{Z_S I_2}$ ayant comme origine O et comme extrémité O'.
- Tracer à partir du point O', la direction de $\vec{U_2}$ qui fait un angle φ_2 par rapport à $\vec{I_2}$.
- Tracer l'arc de cercle de centre O et de rayon U_{20} . Placer un point A au point d'intersection entre l'arc de cercle et la direction du vecteur $\vec{U_2}$.



- Tracer le vecteur \vec{U}_2 d'origine O' et d'extrémité A et le vecteur \vec{U}_{20} d'origine O et d'extrémité A.
- Mesurer le vecteur \vec{U}_2 et reporté sa valeur à l'échelle pour trouver la valeur efficace de



la tension secondaire U_2 en volt.

- Méthode analytique

Les vecteurs \vec{U}_{20} , $\vec{R}_s I_2$, $\vec{X}_s I_2$ et \vec{U}_2 n'ont pas la même direction ce qui ne nous permet pas de remplacer cette somme vectorielle par une somme algébrique.

En ramenant tous ces vecteurs sur une même direction (celle de U_2), on peut remplacer la somme vectorielle par l'expression suivante : $U_{20} = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2 + U_2$

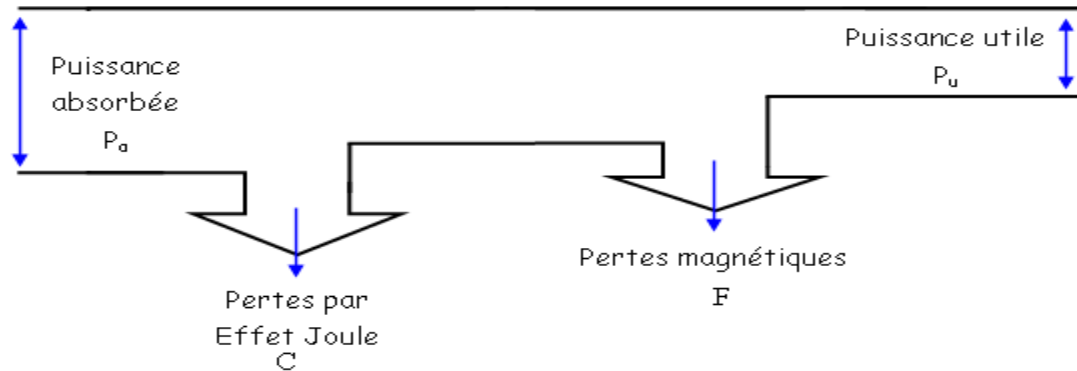
$R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$ représente la chute de tension approximative, on l'appelle communément chute de tension absolue qui est désignée par ΔU_2

On peut donc dire que $U_{20} = \Delta U_2 + U_2$ avec $\Delta U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$

Le rapport $\frac{\Delta U_2}{U_{20}}$ représente la chute de tension relative εU_2 . Elle est exprimée en pourcentage

b) Le rendement

Le transformateur absorbe une puissance et en restitue une partie. La différence entre la puissance absorbée et la puissance utile représente les pertes. Le rendement est le rapport entre la puissance utile et la puissance absorbée.



➤ Méthode directe

On place un wattmètre au primaire pour mesurer P_1 , un autre au secondaire pour mesurer P_2 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

➤ Méthode indirecte

Connaissant la puissance utile et les pertes on peut déterminer le rendement :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + C + F} \quad P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

- $C = R_S \times I_2^2$
En court circuit $P_{1cc} = R_S \times I_{2cc}^2$
- $F = \frac{U_1^2}{R_f} = K \times U_1^2$
A vide $P_{10} = \frac{U_{10}^2}{R_f} = K \times U_{10}^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } I_2 = I_{2cc} \text{ alors } C = P_{1cc} \\ \text{si } I_2 \neq I_{2cc} \text{ alors } C = R_S \times I_2^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{si } U_1 = U_{10} \text{ alors } F = P_{10} \\ \text{si } U_1 \neq U_{10} \text{ alors } F = \frac{U_1^2}{R_f} = K \times U_1^2 \end{array} \right.$$

➤ Rendement maximal

Pour que le rendement soit maximal il faut que les pertes soient égales : $C = F$

$$R_S \times I_2^2 = F \rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{F}{R_S}}$$

La valeur du courant qui permet au transformateur d'avoir un rendement maximum est :

$$I_2' = \sqrt{\frac{F}{R_S}} \quad \text{Ainsi } \eta_{max} = \frac{U_2 I_2' \cos \varphi_2}{U_2 I_2' \cos \varphi_2 + 2F}$$

SERIE D'EXERCICES SUR LE TRANSFORMATEUR MONOPHASE

Exercice1:

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes :

- résistance de fuite du primaire: $R_1 = 12\Omega$ - résistance de fuite du secondaire: $R_2 = 25\Omega$
- inductance de fuite du primaire: $L_1 = 50\text{mH}$ - inductance de fuite du secondaire: $L_2 = 100\mu\text{H}$
- rapport de transformation : $m = 0,044$

- a) Calculer les éléments du triangle de KAPP vue du primaire R_P ; X_P et Z_P .
- b) Calculer les éléments du triangle de KAPP vue du secondaire R_S ; X_S et Z_S .

Exercice2

Pour avoir une tension secondaire à vide $U_{2V} = 232\text{V}$, on a appliqué au primaire d'un transformateur monophasé une tension $U_1 = 5500\text{V}$.

- 1) Déterminer le rapport m_v de transformation à vide
- 2) Calculer les valeurs Z_s , R_s et X_s des paramètres du transformateur réduit au secondaire sachant qu'un essai en court circuit pour un courant secondaire nominal de 250A a donné : $P_{cc} = 1800\text{W}$ et $U_{1cc} = 300\text{V}$
- 3) En charge, le secondaire fournit un courant d'intensité $I_2 = 250\text{A}$ à un récepteur inductif dont le facteur de puissance est de $0,85$. Déterminer graphiquement à l'aide du diagramme de Kapp la tension secondaire U_2 délivrée par le transformateur.
- 4) Déterminer le rendement du transformateur dans ces conditions de charge sachant que les pertes fer sont égales à 1500W .

Exercice3

Les essais d'un transformateur monophasé $220\text{ V} / 24\text{ V}$, 50 Hz , 200 VA sont les suivants :

- Essai en continu au primaire : $U_1 = 6\text{ V}$; $I_1 = 0,95\text{ A}$.
 - Essai à vide : $U_1 = 220\text{ V}$, $P_{1V} = 6\text{ W}$, $I_{1V} = 0,11\text{ A}$ et $U_{2V} = 24\text{ V}$.
 - Essai en court - circuit : $I_{2CC} = I_{2N}$, $P_{1CC} = 11\text{ W}$, $I_{1CC} = 0,91\text{ A}$ et $U_{1CC} = 20\text{ V}$.
- 1- Calculer la résistance de l'enroulement du primaire R_1 .
 - 2- Proposer un montage permettant de réaliser l'essai à vide.
En déduire de cet essai :
 - 2-1 le rapport de transformation m
 - 2-2 les pertes par effet Joule à vide
 - 2-3 les pertes dans le fer P_{fv}
 - 2-4 Montrer que la puissance absorbée dans cet essai est égale aux pertes fer.

3- Proposer un montage permettant de réaliser l'essai en court - circuit.

En déduire de cet essai :

3-1 Les pertes par effet Joule en court-circuit (peut-on négliger les pertes dans le fer ?)

3-2 la résistance R_S et la réactance X_S des enroulements ramenés au secondaire ;

3-3 le modèle équivalent vu du secondaire du transformateur.

4- Le transformateur, alimenté au primaire sous la tension nominale, débite un courant $I_2=8,3$ A dans une charge inductive de facteur de puissance 0,8.

4-1 Déterminer graphiquement la tension secondaire U_2 en charge. En déduire la valeur de la chute de tension secondaire en charge.

4-2 Vérifier ces résultats par le calcul.

4-3 Calculer le rendement η de ce transformateur.

Exercice4

Un transformateur monophasé porte les indications suivantes: 20 kVA ; 5 kV / 220 V ; 50Hz.

La section droite (constante) du circuit magnétique est $S = 60 \text{ cm}^2$. La valeur maximale du champ magnétique est $B = 1,1 \text{ T}$.

1- Calculer le nombre de spires de l'enroulement :

1.1- du primaire (N_1).

1.2- du secondaire (N_2).

2- Quelle est la valeur efficace I_{2N} de l'intensité du courant nominal au secondaire.

3- Sous la tension primaire nominale, un essai à vide a donné les résultats suivants :

$P_{10} = 250 \text{ W}$ et $I_{10} = 0,5 \text{ A}$. Quel est le facteur de puissance $\cos \phi_{10}$ du transformateur à vide.

4- Un essai en court - circuit, pour le courant secondaire nominal, a donné :

$P_{1CC} = 100 \text{ W}$ et $U_{1CC} = 250 \text{ V}$. Calculer les paramètres Z_S , R_S et X_S du transformateur vu du secondaire.

5- Calculer le rendement du transformateur fonctionnant sur charge inductive

($\cos \phi_2 = 0,8$) lorsqu'il débite un courant $I_2 = I_{2N}$.

Exercice5

Etude d'un transformateur monophasé

Les essais suivants ont été effectués :

- En continu au primaire : $I_{CC} = 10 \text{ A}$; $U_{IC} = 5 \text{ V}$.
- A vide : $U_1 = 220 \text{ V}$, 50 Hz (Tension primaire nominale), $U_{20} = 44 \text{ V}$; $P_{10} = 80 \text{ W}$;
 $I_{10} = 1 \text{ A}$.
- En court - circuit : $U_{1CC} = 40 \text{ V}$; $P_{1CC} = 250 \text{ W}$; $I_{1CC} = 20 \text{ A}$ (courant nominal primaire).

Le transformateur est considéré comme parfait pour les courants lorsque ceux - ci ont leurs valeurs nominale.

1- Essai à vide.

1.1- Déterminer le rapport de transformation m .

1.2- En déduire le nombre de spires N_2 au secondaire si l'on compte 520 spires au primaire.

1.3- Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide.

2- Essai en court - circuit :

2.1- En admettant que les pertes dans le fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, montrer qu'elles sont négligeables par rapport aux autres pertes dans l'essai en court - circuit.

2.2- Représenter le schéma équivalent du transformateur en court - circuit vu du secondaire.

2.3- En déduire les valeurs R_s et X_s éléments de l'impédance du modèle de Thévenin.

3-Quels que soient les résultats obtenus précédemment, pour la suite du problème, on prendra : $R_s = 0,025 \Omega$, $X_s = 0,075 \Omega$.

Le transformateur, alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100 A au secondaire avec un facteur de puissance égal à 0,90 (Charge inductive).

3.1- Déterminer graphiquement la tension du secondaire du transformateur. En déduire la puissance P_2 délivrée par le secondaire.

3.2- Déterminer la puissance P_1 absorbée au primaire, ainsi que le facteur de puissance $\cos\phi_1$.

3.3- Déterminer la capacité du condensateur C (supposé parfait) qui, placé en parallèle avec l'enroulement primaire, relève le facteur de puissance de l'installation à 1. Quelle est l'intensité du courant dans la ligne qui alimente l'installation.

LE TRANSFORMATEUR TRIPHASE

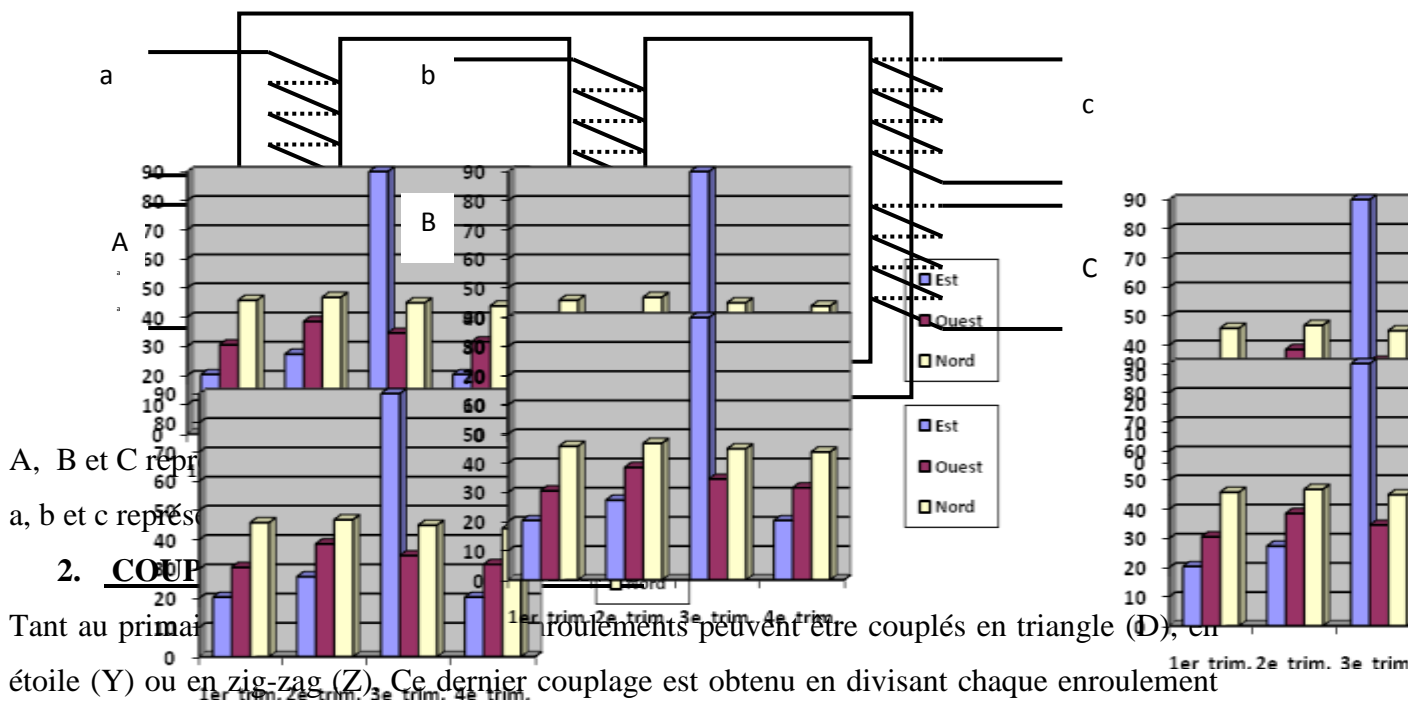
INTRODUCTION

La production de l'énergie électrique est réalisée sous des tensions de l'ordre de 6,6KV ; 11KV ou plus. Une fois produite, l'énergie électrique va être transportée en aérien ou en souterrain jusqu'au consommateur. Pour usage domestique, cette tension est abaissée jusqu'à 230V. Le transformateur de puissance trouve donc son application sur tout l'étendu du transport et de la distribution de l'énergie

1. CONSTITUTION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Sur chacune des colonnes du circuit magnétique, sont montés 2 enroulements (dont un pour le primaire et un pour le secondaire). Un enroulement primaire, soumis à une tension sinusoïdale v_1 , crée aux bornes de l'enroulement secondaire monté sur le même noyau une force électromagnétique $e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$ de valeur efficace donnée par la formule de Boucherot :

$$E_2 = 4,44 N_2 f S B_{max}$$



2. COUPLAGE

Tant au primaire qu'au secondaire, les enroulements peuvent être couplés en triangle (D), en étoile (Y) ou en zig-zag (Z). Ce dernier couplage est obtenu en divisant chaque enroulement en deux bobines et en mettant en série (dans le sens contraire) deux demi-bobines prises sur des noyaux différents pour réaliser chaque phase. On représente par une lettre majuscule l'enroulement haute tension et par une lettre minuscule l'enroulement basse tension. Ainsi on distingue les couplages suivants:

- YY → primaire couplé en étoile, secondaire couplé en étoile
- YD → primaire couplé en étoile, secondaire couplé en triangle

- DD → primaire couplé en triangle, secondaire couplé en triangle
- DY → primaire couplé en triangle, secondaire couplé en étoile
- YZ → primaire couplé en étoile, secondaire couplé en zig- zag
- DZ → primaire couplé en triangle, secondaire couplé en zig- zag

3. ETUDE A VIDE

La puissance absorbée à vide représente les pertes fer. On retiendra deux rapports de transformation : le rapport de transformation simple (ou par colonne) et le rapport de transformation composé (ou global)

3.1 Rapport de transformation simple m (ou par colonne) :

C'est le rapport entre une tension secondaire simple à vide V_{20} et une tension primaire simple V_{10} . C'est aussi le rapport entre le nombre de spires par enroulement du secondaire et le nombre de spires par enroulement du primaire: $m = \frac{V_{20}}{V_{10}} = \frac{N_2}{N_1}$

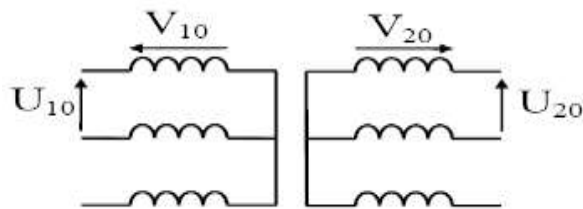
3.2 Rapport de transformation composé M:

C'est le rapport entre une tension composée secondaire et une tension composée primaire :

$$M = \frac{U_{20}}{U_{10}}$$

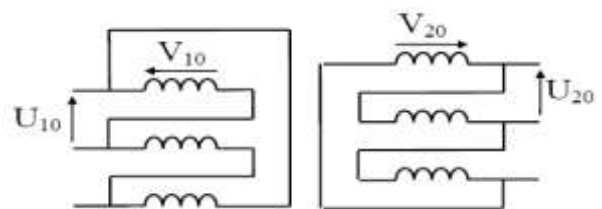
3.3 Relation entre M et m

Couplage Yy



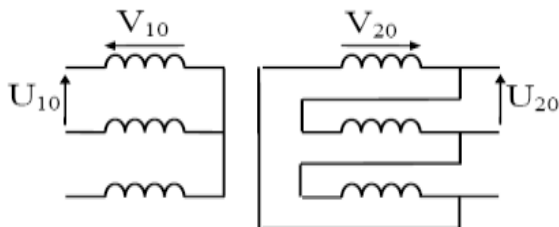
$$M = \frac{U_{20}}{U_{10}} = \frac{V_{20}\sqrt{3}}{V_{10}\sqrt{3}} = m, \text{ donc } M = m$$

Couplage Dd



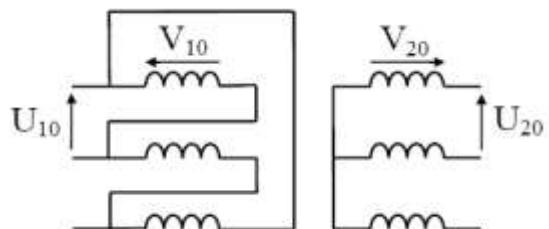
$$M = \frac{U_{20}}{U_{10}} = \frac{V_{20}}{V_{10}} = m, \text{ donc } M = m$$

Couplage Yd



$$M = \frac{U_{20}}{U_{10}} = \frac{V_{20}}{V_{10}\sqrt{3}} = \frac{m}{\sqrt{3}}, \text{ donc } M = \frac{m}{\sqrt{3}}$$

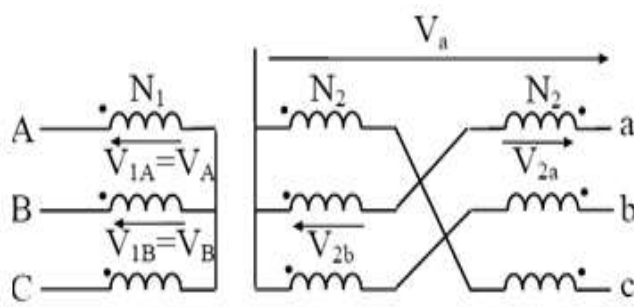
Couplage Dy



$$M = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{V_{20}\sqrt{3}}{V_1} = m\sqrt{3}, \text{ donc } M = m\sqrt{3}$$



Couplage Yz

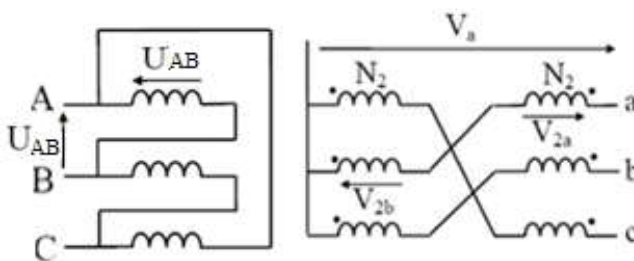


$$M = \frac{U_{ab}}{U_{AB}} = \frac{(V_{2a} - V_{2b})\sqrt{3}}{U_{AB}} = \frac{\left(\frac{V_a}{2} - \frac{V_b}{2}\right)\sqrt{3}}{U_{AB}}$$

$$M = \frac{\left(\frac{mV_A}{2} - \frac{mV_B}{2}\right)\sqrt{3}}{U_{AB}} = \frac{(V_A - V_B) \frac{m\sqrt{3}}{2}}{U_{AB}}$$

$$M = \frac{U_{AB} \times \frac{m\sqrt{3}}{2}}{U_{AB}} = \frac{\sqrt{3}m}{2}$$

Couplage Dz

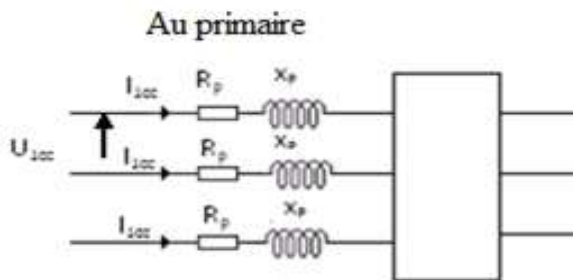


Par analogie on trouve $M = \frac{3m}{2}$

4. ETUDE EN COURT - CIRCUIT

Les transferts d'impédance par colonne s'effectuent comme en monophasé.

4.1 Primaire couplé en étoile

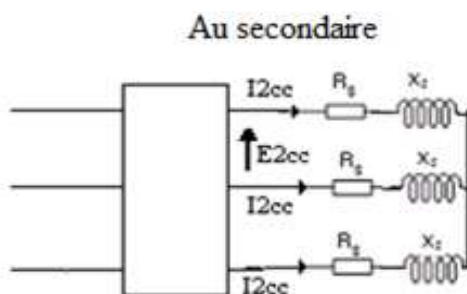


$$P_{1cc} = 3R_P \times I_{1cc}^2$$

De la même manière si le primaire est couplé en triangle on aura

$$P_{1cc} = 3R_P \times J_{1cc}^2 = R_P \times I_{1cc}^2$$

4.2 Secondaire couplé en étoile



$$P_{1cc} = 3R_P \times I_{1cc}^2$$

$$Z_S = \frac{E_{2cc}}{I_{2cc}} \text{ avec:}$$

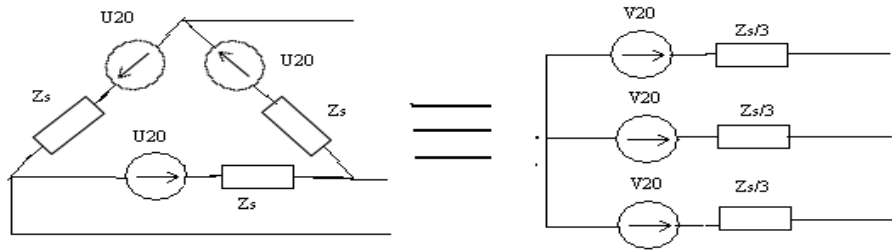
$$- E_{2cc} = m \frac{U_{1cc}}{\sqrt{3}} \text{ si la primaire est couplé en Y}$$

$$- E_{2cc} = mU_{1cc} \text{ si la primaire est couplé en D}$$



Si le secondaire est couplé en triangle, on le ramène en étoile avec la transformation de

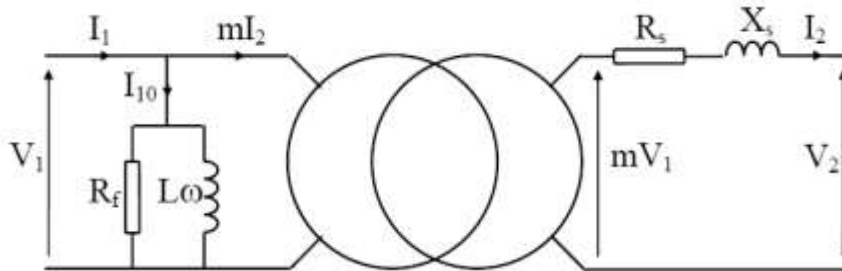
KENNELY : $Z_{SY} = \frac{Z_{SD}}{3}$; $R_{SY} = \frac{R_{SD}}{3}$; $X_{SY} = \frac{X_{SD}}{3}$



5. ETUDE EN CHARGE

5.1 Calcul de la tension secondaire en charge U_2

Quel que soit le couplage réel des enroulements du secondaire, on le ramène en étoile. On peut utiliser le schéma représenté ci-dessous, dit "schéma monophasé équivalent".



Ainsi, comme pour le transformateur monophasé, on peut calculer une valeur approchée de la chute de tension par colonne et la multipliée par $\sqrt{3}$ pour en déduire la chute de tension entre phase: $\Delta U_2 = \Delta V_2 \times \sqrt{3} = (R_S I_2 \cos \varphi_2 + X_S I_2 \sin \varphi_2) \times \sqrt{3}$

La tension entre phases correspondante sera donnée par : $U_2 = U_{20} - \Delta U_2$

5.2 Rendement

a) Méthode indirecte ou méthode des pertes séparées :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \sum \text{pertes}} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2 \sqrt{3}}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 \sqrt{3} + F + C}$$

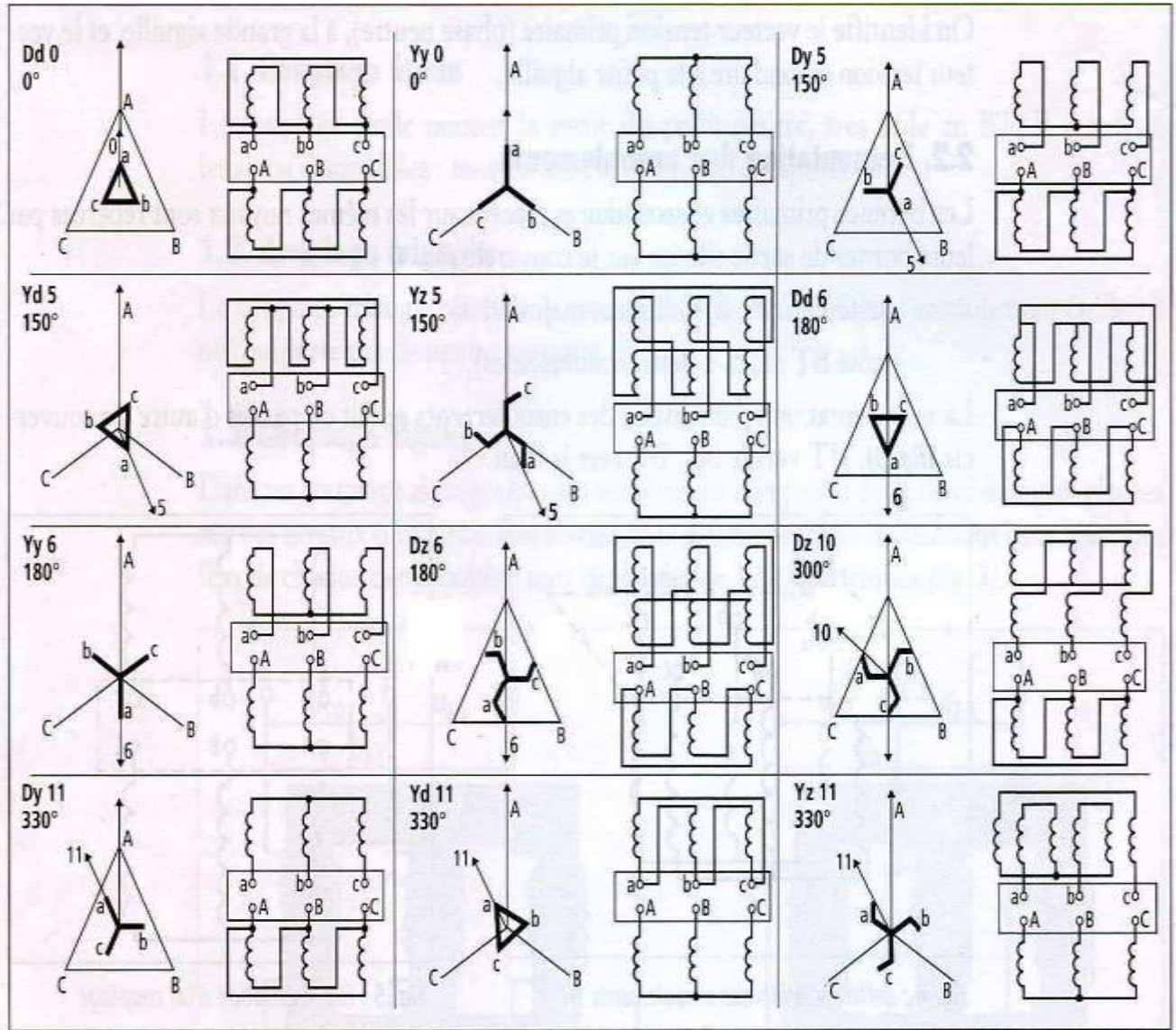
b) Rendement maximal

$$\eta_{\max} = \frac{U_2 I_2' \cos \varphi_2 \sqrt{3}}{(U_2 I_2' \cos \varphi_2 \sqrt{3}) + 2F} \quad \text{avec: } I_2' = \sqrt{\frac{F}{3R_S}}$$



6. INDICE HORAIRE ET DEPHASAGE

Selon les couplages choisis au primaire et au secondaire et selon le sens d'enroulement des bobinages, il existe un déphasage des tensions du réseau secondaire par rapport aux tensions du réseau primaire. Ce déphasage est un angle multiple de 30° ou $\pi/6$ rad. A ce déphasage, on associe un nombre variant de 0 à 11 qui est l'**indice horaire** $I = \frac{\theta}{30^\circ}$



SERIE D'EXERCICES SUR LE TRANSFORMATEUR TRIPHASÉ

Exercice1

Les nombres de spires au primaire et au secondaire d'un transformateur triphasé Yy sont respectivement $N_1 = 4000$ et $N_2 = 76$.

- 1/ Calculer le rapport de transformation simple m . En déduire le rapport de transformation composée M
- 2/ On alimente le primaire sous une tension de 20000V. Calculer la tension composée U_2 au secondaire
- 3/ La puissance apparente du transformateur étant $S = 140\text{KVA}$, calculer les courants de ligne au primaire et au secondaire du transformateur.

Exercice2:

Les essais d'un transformateur triphasé de couplage Yy, ont donné les résultats suivants :

- Essai à vide : $U_{10} = 228\text{V}$; $U_{20} = 10000\text{V}$; $P_{10} = 1800\text{W}$; $I_{10} = 21\text{A}$
- Essai en court-circuit : $U_{1\text{CC}} = 9,6\text{V}$; $P_{\text{CC}} = 2750\text{W}$; $I_{2\text{CC}} = 8,1\text{A}$

- 1/ Déterminer le rapport de transformation global de ce transformateur.
- 2/ Calculer pour un enroulement :
 - a) La résistance ramenée au secondaire R_S ;
 - b) L'impédance ramenée au secondaire Z_S ;
 - c) La réactance ramenée au secondaire X_S .
- 3/ Le transformateur, alimenté au primaire sous 228 V, débite un courant $I_2 = 8,1\text{A}$ sur un récepteur triphasé, de facteur de puissance 0,8 (inductif).
 - a) Déterminer la chute de tension entre phases ΔU_2 . En déduire la tension secondaire entre phase.
 - b) Déterminer la puissance P_2 au secondaire et le rendement de ce transformateur.

Exercice3:

Les essais d'un transformateur Dy ont donné les résultats suivants :

- Essai à vide : $U_{10} = 1500\text{V}$; $U_{20} = 400\text{V}$; $P_{10} = 300\text{W}$
- Essai en court-circuit: $U_{1\text{CC}} = 60\text{V}$; $I_{2\text{CC}} = 50\text{A}$; $P_{1\text{CC}} = 400\text{W}$

- 1/ Pour l'essai à vide calculer le rapport de transformation global M .
- 2/ Pour l'essai en court circuit calculer les éléments du triangle de Kapp ramenés au secondaire pour une colonne.
- 3 / Le transformateur alimenté au primaire sous 1500V débite sur un récepteur triphasé capacitif de facteur de puissance 0,8, un courant $I_2 = 50\text{A}$.

- a) Déterminer graphique la tension au secondaire du transformateur
- b) Déterminer le rendement du transformateur

Exercice4

Un transformateur triphasé, alimenté par un réseau triphasé 6600V-50Hz, délivre aux bornes d'un enroulement secondaire une tension à vide de 225V

1. Sachant que le primaire est couplé en triangle et le secondaire en étoile, calculer le rapport de transformation à vide, ainsi que la tension secondaire à vide entre phases.
2. En court-circuit sur lui-même, le secondaire débite un courant en ligne $I_{2CC} = 197,5A$ quand le primaire est alimenté sous une tension de 380V ; il absorbe alors une puissance de 3900W.
 - 2.1 Calculer R_s , X_s et Z_s respectivement résistance, inductance de fuite et impédance rapportée au secondaire par phase.
 - 2.2 Quelle est la valeur de la puissance apparente nominale si $U_{1N} = 6600V$?
 - 2.3 Quelle est la valeur de I_{2N} si le secondaire est couplé en triangle
 - 2.4 Déterminer graphiquement pour I_{2N} la valeur de la tension secondaire en charge pour un $\cos\phi$ de 0,85 AV puis pour un $\cos\phi$ de 0,85 AR.
3. Ce transformateur alimente une charge équilibré inductive dont le facteur de puissance est de 0,49 ; il fournit alors à la charge un courant de ligne de 175A.
 - 3.1 Quelle est la valeur de la puissance active puis réactive absorbée par le récepteur ?
 - 3.2 Si le récepteur est couplé en triangle, peut-on utiliser la méthode des deux wattmètres pour mesurer la puissance réactive ? Si oui, dites ce que devrait indiquer ce wattmètre
 - 3.3 On veut relever le facteur de puissance à 0,85, quelle est la valeur de la capacité de chacun des condensateurs à coupler en triangle au secondaire pour l'obtenir ? déterminer la nouvelle valeur du courant I_2

Exercice5:

Un transformateur triphasé triangle – étoile a subi deux essais à la fréquence de 50Hz :

- Un essai à vide :
 - Tension primaire $U_{10} = 1200V = U_n$
 - Tension secondaire $U_{20} = 390V$
 - Puissance absorbée à vide $P_{10} = 240W$
- Un essai en court circuit :
 - Tension primaire $U_{1CC} = 27,6V = U_n$
 - Puissance absorbée au primaire $P_{1CC} = 120W$

- Intensité au secondaire $I_{2CC} = 32,4A$

1.1 Déterminer le rapport de transformation

1.2 Le transformateur absorbe une puissance mesurée par la méthode des deux wattmètres avec $P_A = 17200W$, $P_B = 6800W$ et fonctionne à son maximum de rendement

1.2.1 Que peut – on dire à propos des pertes pour ce fonctionnement ?

1.2.2 Quel est le courant débité par le secondaire ?

1.2.3 Quel est le rendement du transformateur ?

1.3 Ce transformateur alimente trois moteurs asynchrones triphasés :

- Un moteur M1 qui absorbe 7,5KW avec un $\cos\phi$ de 0,85 AR ;
- Un moteur M2 qui absorbe 9KW avec un $\cos\phi$ de 0,9 AR ;
- Un moteur M3 qui absorbe 6,5KW avec un $\cos\phi$ de 0,8 AR ;

Déterminer le facteur de puissance global des trois récepteurs

1.4 Dans ces conditions le transformateur fournit une puissance de 23520W avec un $\cos\phi$ de 0,8 AR

1.4.1 S’il existe une différence entre la puissance active fournie par le transformateur et celle absorbée par les récepteurs, expliquer à quoi elle est due ?

1.4.2 La ligne est elle capacitive ou inductive ?

1.5 Déterminer la capacité de chacun des condensateurs couplés en triangle et placés au primaire, permettant de relever son facteur de puissance à 1.

Exercice6:

Un transformateur triphasé, dont le primaire, couplé en triangle, est alimenté par une tension triphasée 50Hz, de valeur efficace entre phases de 20kV, a le secondaire couplé en étoile avec neutre sorti. Ce transformateur débite dans une installation fonctionnant sous une tension efficace 220/380V, et comprenant :

- 12 moteurs triphasés identiques, ayant chacun une puissance utile de 3KW, un rendement de 0,8 et un facteur de puissance de 0,82 ;
- 90 lampes de 60W, 220V, régulièrement réparties sur les trois phases.

1) Pour réaliser l’essai à vide du transformateur, ne disposant pas d’une alimentation de 20kV, on l’alimente du côté secondaire sous 380V entre phases : on relève une puissance de 400W (pour l’ensemble du transformateur) et côté sortie, entre phases, une tension de 19570V.

Déduire de ces mesures :

a) Le rapport de transformation m , dans le sens normal d’utilisation, pour une colonne ;

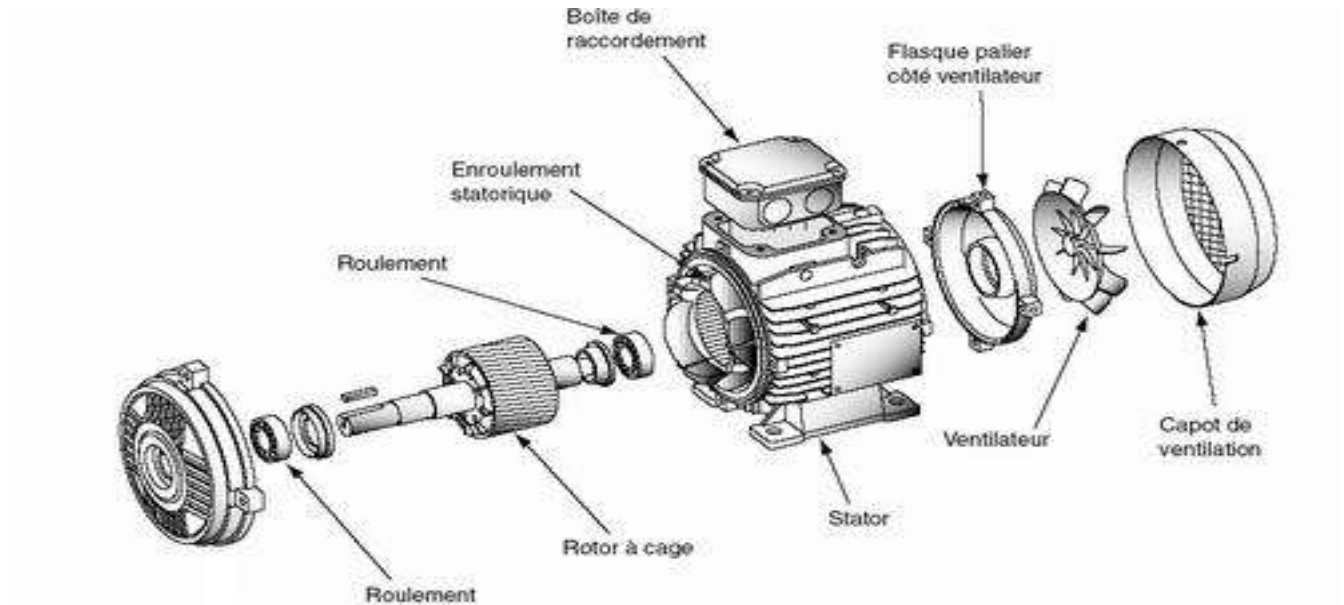


- b) Le nombre de spires d'un enroulement du primaire sachant qu'un enroulement du secondaire comporte 60 spires ;
 - c) Les pertes dans le fer du transformateur (le courant secondaire de l'essai à vide est faible) ; justifier pourquoi on aurait trouvé pratiquement la puissance à vide mesurée sous 20kV entre phases au primaire
- 2) Maintenant, le transformateur branché normalement, primaire sous 20kV entre phases, débite dans l'installation dont tous les appareils fonctionnent ; calculer l'intensité du courant dans un enroulement du secondaire et son déphasage sur la tension.
 - 3) Calculer la chute de tension entre phases, l'exprimer en pourcentage.
 - 4) Déterminer le rendement du transformateur lorsqu'il débite un courant d'intensité 90A dans l'installation avec un facteur de puissance de 0,85, sachant que les résistances du primaire et du secondaire (mesurées entre phases) sont respectivement $R_1=44$ et $R_2=0,016$. (On supposera que le transformateur est parfait pour les courants).

MOTEUR ASYNCHRON TRIPHASE

Le moteur asynchrone est une machine tournante à courant alternatif. Il convertit l'énergie électrique qu'il reçoit en une énergie mécanique.

1. Constitution



1.1 Le stator

Il est constitué de trois bobines alimentées par un réseau triphasé équilibré. Son rôle est de créer un champ magnétique tournant à la vitesse angulaire de synchronisme Ω_s :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p}$$

ω représente la pulsation des courants alternatifs en rad.s^{-1}

p représente le nombre de paires de pôles du moteur asynchrone

$$\Omega_s = \frac{2\pi n_s}{60} ; \omega = 2\pi f \rightarrow \frac{2\pi n_s}{60} = \frac{2\pi f}{p} \rightarrow n_s = \frac{60f}{p}$$

n_s représente la fréquence de rotation du champ tournant encore appelée vitesse de synchronisme en tr/mn

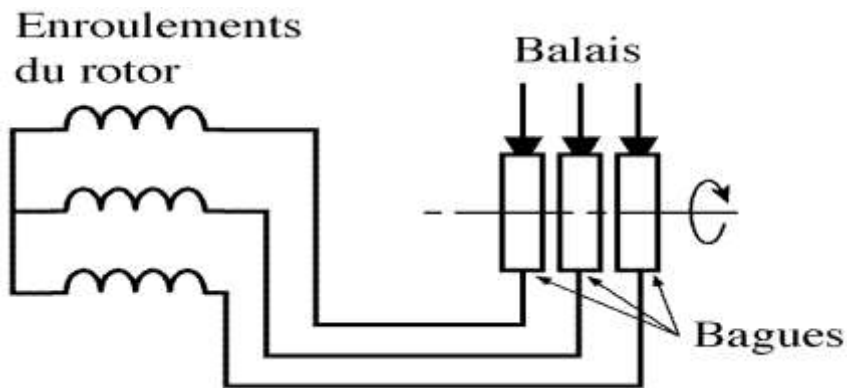
f représente la fréquence des courants d'alimentation en Hz

1.2 Le rotor

Il existe deux types de rotor : *le rotor à bagues (ou rotor bobiné) et le rotor à cage d'écureuil (ou rotor en court circuit).*

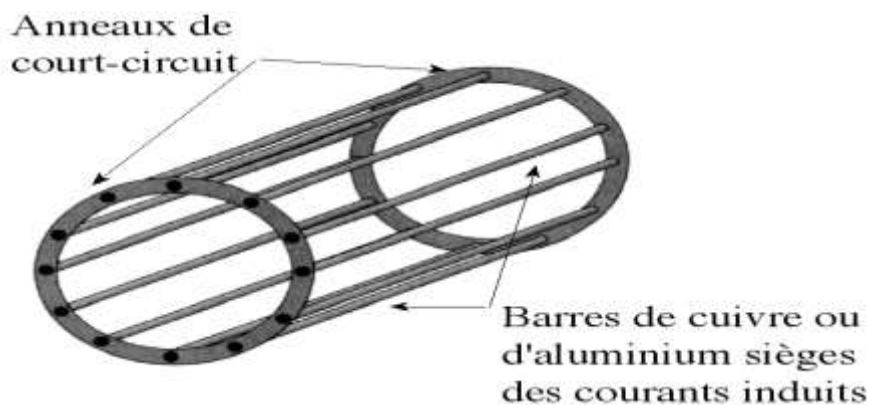
- **Le rotor à bague (bobine)**

Il comporte trois enroulements identiques à ceux du stator. On peut accéder à ces enroulements par l'intermédiaire de trois bagues et trois balais. Ce dispositif permet de modifier les propriétés électromécaniques du moteur.

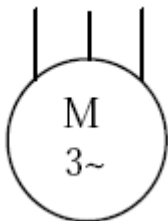


- **Le rotor à cage d'écureuil (court-circuit)**

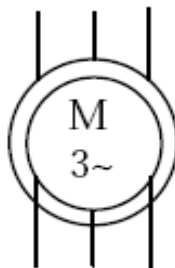
Il est constitué de barres conductrices très souvent en aluminium. Les extrémités de ces barres sont réunies par deux couronnes également conductrices : on dit que le rotor est en court-circuit. Sa résistance électrique est très faible.



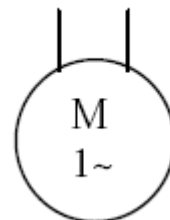
2. **Symbole**



MAS 3 ~ à cage

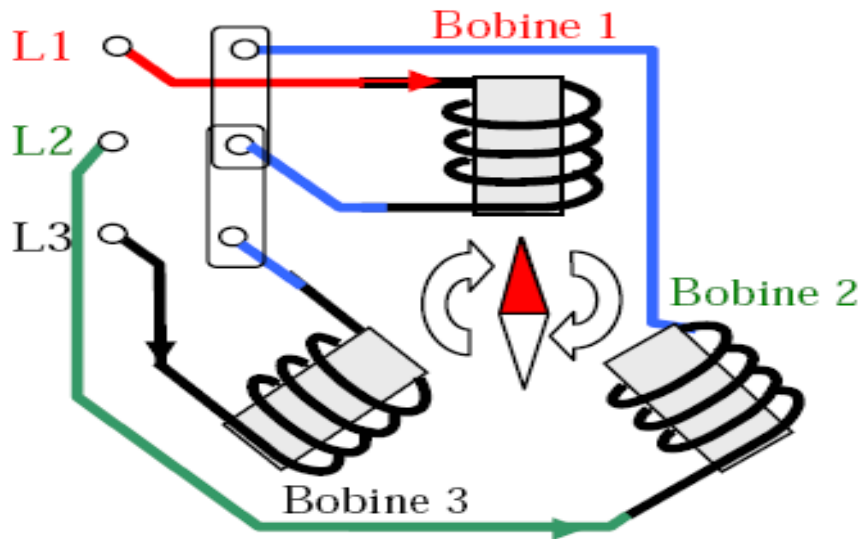


MAS 3~ à bague



MAS monophasé à cage

3. **Principe de fonctionnement**



Les trois bobines statoriques, alimentées par un système de tension triphasé, créent un champ magnétique tournant à la vitesse de synchronisme n_s . Ce champ magnétique tournant induit au niveau du rotor des courants de fréquence f_r . Selon la loi de Lenz, ces courants induits s'opposent à la cause qui leur a donné naissance (*la rotation du champ statorique*). Et comme ils ne peuvent empêcher la rotation du champ statorique, ces courants induits entraînent le rotor dans le même sens que ce champ tournant mais à une vitesse n_r *inférieur* à n_s . On dit que le rotor glisse.

4. Glissement

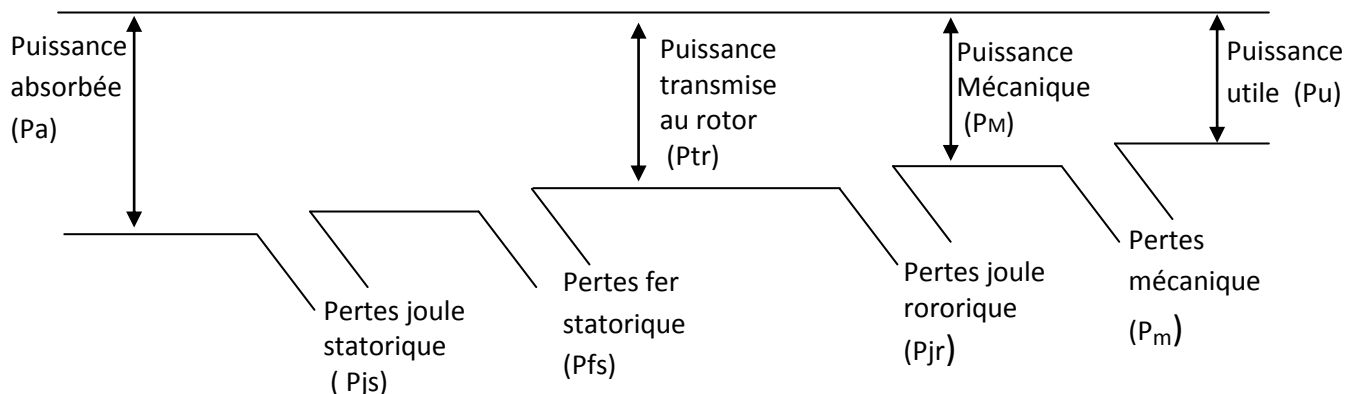
Le glissement g est le quotient de la vitesse de glissement sur la vitesse de synchronisme n_s :

$$g = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s} \rightarrow gn_s = n_s - n_r \rightarrow n_r = n_s - gn_s = n_s(1 - g)$$

5. Fréquence des courants rotoriques

$$f_r = g \times f \quad f \text{ représente la fréquence des courants d'alimentation en Hz}$$

6. Bilan des puissances



6.1 Puissance électrique absorbée : P_a

$$P_a = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

U : tension entre deux bornes du moteur.

I : courant en ligne.

6.2 Pertes par effet joule au stator : P_{js}

$$P_{js} = \frac{3}{2} RI^2$$

R : résistance entre deux bornes du stator

6.3 Puissance transmise au rotor P_{tr} et couple électromagnétique C_{em}

$$P_{tr} = P_a - P_{js} - P_{fs} \quad C_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s}$$

C_{em} s'exprime en Newton.mètre (N.m)

P_{tr} en (W)

et

Ω_s en (rad.s⁻¹)

6.4 Puissance mécanique totale P_M

Le couple électromagnétique de moment C_{em} entraîne le rotor à la vitesse Ω_r . Il lui communique donc la puissance mécanique totale P_M : $P_M = C_{em} \cdot \Omega_r$

$$\text{Puisque } C_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} \Rightarrow P_M = P_{tr} \frac{\Omega_r}{\Omega_s} \Rightarrow P_M = P_{tr}(1-g) \quad \text{avec } g = 1 - \frac{\Omega_r}{\Omega_s}.$$

6.5 Pertes par effet joule au rotor

Elles sont dues aux courants induits. Ces pertes représentent la différence entre P_{tr} et P_M

$$\text{Donc : } P_{jr} = P_{tr} - P_M = P_{tr} - P_{tr}(1-g) = g \cdot P_{tr} \Rightarrow P_{jr} = g \cdot P_{tr}$$

6.6 Puissance utile – couple utile

$$P_u = P_M - P_m$$

On définit le couple utile par la relation:

$$C_u = \frac{P_u}{\Omega_r}$$

6.7 Pertes collectives P_c

Elles constituent la somme des pertes fer et des pertes mécaniques :

$$p_c = P_{fs} + P_m$$

7 Rendement

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum \text{pertes}}{P_a}$$

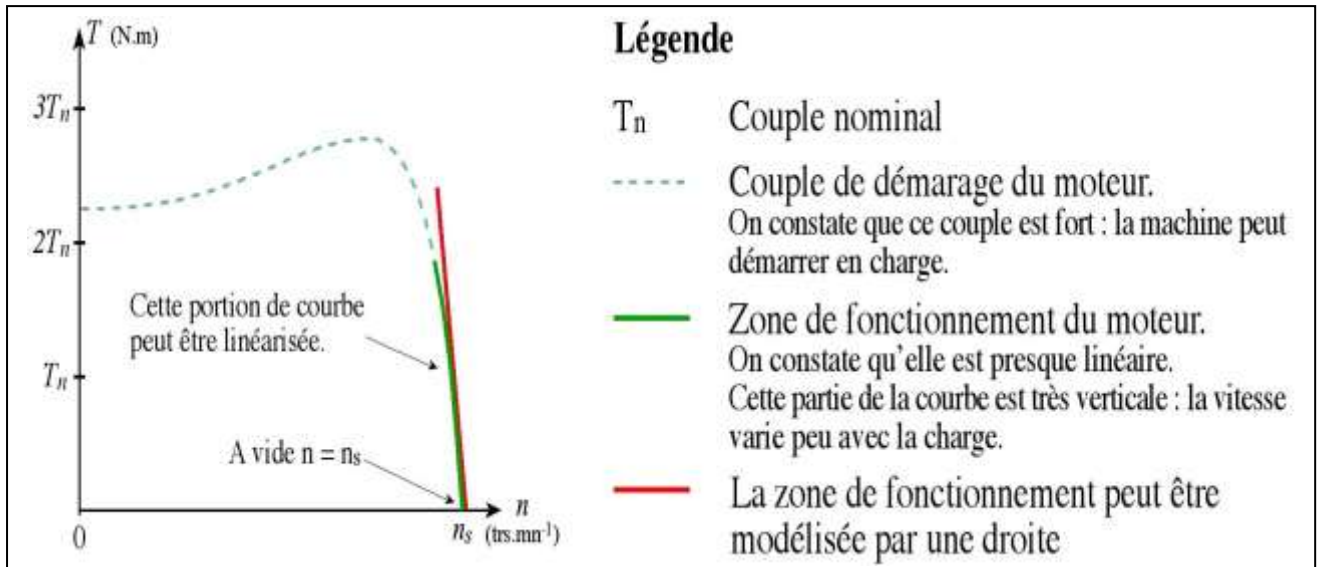
8 Essai à vide du MAS

A vide le moteur n'entraîne pas de charge ($P_u = 0$) et le moteur tourne à une vitesse très proche de la vitesse de synchronisme ($n \approx ns \rightarrow g \approx 0$), les pertes joules rotoriques sont donc négligées dans cet essai. Ainsi $P_{av} = P_{js0} + P_{fs} + P_m \Rightarrow P_{av} = P_{js0} + P_c$

$$\text{Donc } P_c = P_{av} - P_{js0}$$



9 Caractéristiques mécanique $T_u = f(n)$



Modélisation de la partie utile de la courbe

On veut déterminer l'équation de la droite qui modélise la partie utile de la caractéristique mécanique. Pour cela on prend deux points :

- un point évident $A_1(n_s, 0)$
- un point $A_2(n_2, T_2)$ donné par un essai de la machine.

L'équation de la droite est de la forme : $y = ax + b$, soit $T_u = an + b$

$$\begin{cases} 0 = a.n_s + b \\ T_2 = a.n_2 + b \end{cases}$$

En résolvant ce système d'équation on obtient trouve $a = \frac{T_2 - 0}{n_2 - n_s}$ et $b = -a.n_s$

Le point A_2 est souvent assimilable aux valeurs nominales (n_n, T_n) figurant sur la plaque signalétique de la machine.

10. Point de fonctionnement

C'est le point d'intersection de la caractéristique $T_u = f(n)$ du moteur et de celle la charge $T_r = f(n)$. A ce point $T_u = T_r$

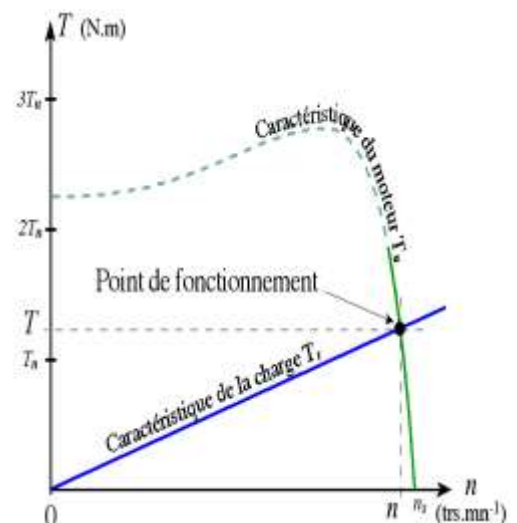
T_u : couple utile du moteur

T_r : couple résistant

La courbe du couple résistant dépend de la charge.

A ce point, le moteur développe une puissance utile

$$P_u = T_u \cdot 2\pi \cdot n_g$$





11. Caractéristique mécanique en fonction du glissement

- Changement d'axe

L'axe des abscisses de la caractéristique mécanique peut être représenté par le glissement.

$$A \quad n = n_s \Rightarrow g = \frac{n_s - n}{n_s} = 0$$

$$n = \frac{n_s}{2} \Rightarrow g = \frac{n_s - 0,5n_s}{n_s} = 0,5$$

$$n = 0 \Rightarrow g = \frac{n_s - 0}{n_s} = 1$$

L'axe en n et l'axe en g sont inversés.

On voit que la droite passe par l'origine, donc l'équation de la droite est de la forme

$$y = k.x \text{ soit } T_u = k.g$$

- Relation entre a et k .

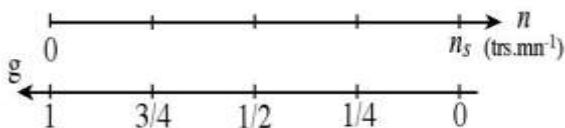
On a : $T_u = a.x + b$ avec

$$b = -a.n_s$$

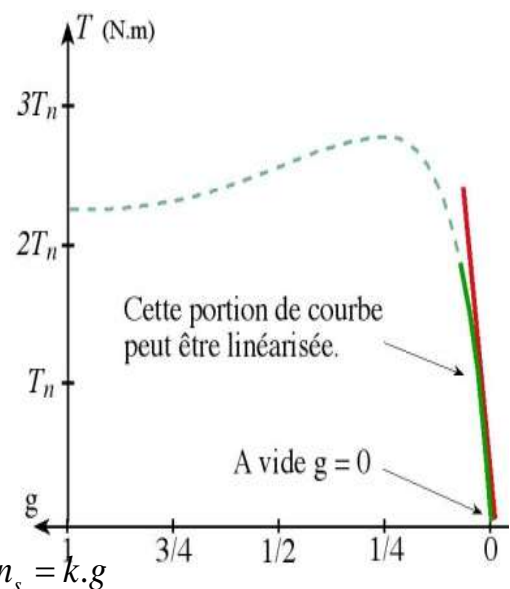
$$\Rightarrow T_u = a.n - a.n_s = -a(n_s - n)$$

Puisque $g = \frac{n_s - n}{n_s} \Rightarrow$

$$g.n_s = n_s - n$$



Par comparaison on a $k = -a.n_s$



12. Schéma équivalent

En raisonnant sur une phase au stator et au rotor, le moteur asynchrone triphasé est analogue à un transformateur, à la différence que la force électromotrice induite et l'inductance de fuite au rotor existent à la fréquence de glissement $g.f_s$

Appelons : E_2 et X_2 la force électromotrice et la réactance à l'arrêt.

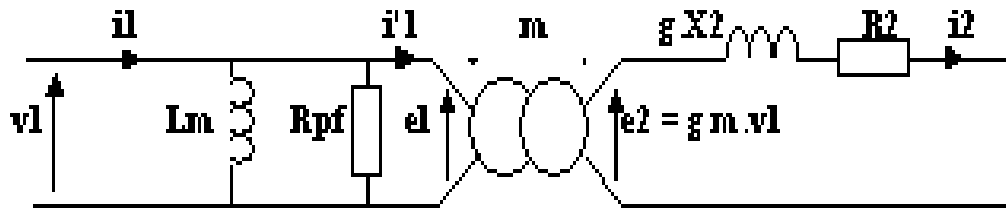
N_s et N_r les nombres de spires par phase au stator et au rotor respectivement.

Le rapport de transformation est :



➤ rotor à l'arrêt, $m = \frac{N_r}{N_s}$

Rotor tournant, $g.m = g \times \frac{N_r}{N_s}$



Puissances enjeu :

1/3 Pertes fer stator

1/3 puissance transmise

1/3 pertes Joule rotor

12.1 Expression du courant au rotor

$$I_2 = \frac{g.E_2}{\sqrt{R_2^2 + (g.X_2)^2}} ; \quad \text{Au synchronisme, } g = 0 \Rightarrow I_2 = 0$$

Au démarrage, $g = 1 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + (X_2)^2}} ; I_2$ est alors maximale.

L'insertion de résistance au stator ou au rotor permet de réduire cette pointe d'intensité.

12.2 Expression du couple électromagnétique

$$Cem = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} \quad P_{tr} = \frac{P_{jr}}{g} = \frac{3.R_2.I_2^2}{g}, \quad \text{soit } Cem = \frac{3.R_2.I_2^2}{g.\Omega_s}$$

En remplaçant I_2 par son expression on aura $Cem = \frac{3.R_2}{\Omega_s} \cdot \frac{g.E_2^2}{R_2^2 + g^2.X_2^2}$ avec $E_2 = mV_1$

$$Cem = \frac{3.R_2}{\Omega_s} \cdot \frac{g.m^2}{R_2^2 + g^2.X_2^2} . V_1^2 \rightarrow Cem = K \times \frac{g}{R_2} \text{ avec } K = \frac{3m^2 V_1^2}{\Omega_s} ; X_2 \approx 0$$

SERIE D'EXERCICES SUR LE MAS 3~

EXERCICE1

Remplir le tableau suivant avec une fréquence de 50Hz

| | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|
| Nombre de pôles | 2 | 4 | 6 | 8 |
| Ns (en tr/mn) | | | | |

EXERCICE2

Un moteur asynchrone triphasé 230/400V est branché sur un réseau de 400V.

1-Donner le couplage du moteur

2-La résistance d'un enroulement du stator est $r=1\Omega$. Le courant de ligne est $I=10A$. Calculer les pertes par effet joule dans le stator.

On branche maintenant ce moteur sur un réseau de 230V.

3-Donner le couplage du moteur

4-Le courant de ligne est $I=10A$. Calculer les pertes par effet joule dans le stator.

EXERCICE 3

Un moteur asynchrone triphasé 230/400V branché sur un réseau de 230V absorbe un courant de 6A

1-Donner le couplage du moteur

2-La résistance mesurée entre deux phases du moteur est $R=2\Omega$. Calculer les pertes joule dans le stator.

EXERCICE 4

Un MAS 3~ à cage est alimenté par un réseau de fréquence 50 Hz et de tension 380 V.

Il a été soumis aux essais suivants :

A vide :

Puissance absorbée : $P_v = 360 \text{ W}$

Intensité du courant de ligne : $I_v = 3,6 \text{ A}$

Fréquence de rotation : $n_v = 2\,995 \text{ tr/min.}$

En charge :

Puissance absorbée : $P = 4\,560 \text{ W}$

Intensité du courant de ligne : $I = 8,1 \text{ A}$

Fréquence de rotation : $n = 2\,880 \text{ tr/min}$

Les enroulements du stator sont couplés en étoile ; la résistance de chacun d'eux vaut $0,75 \Omega$.

Les pertes fer sont évaluées à 130 W .

1- Quelle est la vitesse de synchronisme ?

En déduire le glissement en charge.

2- Pour le fonctionnement à vide calculer les pertes Joule au stator. Montrer que les pertes Joule au rotor sont négligeables. En déduire les pertes mécaniques.

3- Calculer pour le fonctionnement en charge :

- les pertes Joule au stator et au rotor
- la puissance utile et le moment du couple utile T_u
- le rendement du moteur

4- Le moteur entraîne maintenant une pompe dont le moment du couple résistant T_r est proportionnel à la fréquence de rotation et vaut 18Nm à 3000tr/min.

Dans sa partie utile, la caractéristique mécanique $T_u(n)$ du moteur peut être assimilée à une droite.

Déterminer la vitesse de rotation du groupe moteur-pompe.

EXERCICE 5

Un moteur asynchrone triphasé tétrapolaire 220/380V à rotor bobiné et à bagues est alimenté par un réseau 220V- 50Hz.

Un essai à vide à une vitesse de rotation très proche du synchronisme a donné : puissance absorbée mesurée par la méthode des deux wattmètres $P_{A0}=1160W$; $P_{B0} = - 660W$;

Un essai en charge a donné :

- Courant absorbé : $I=12,2A$
- Glissement : 6%
- Puissance absorbée mesurée par la méthode des deux wattmètres :
 $P_A = 2600W$; $P_B = 740W$

La résistance d'un enroulement statorique est $R=1\Omega$.

1°a) Quel est des deux tensions indiquées sur la plaque signalétique, celle que peut supporter un enroulement du stator ?

b) En déduire du stator sur un réseau 220V

2° Dans le fonctionnement à vide, supposé équilibré, calculer :

- la fréquence de rotation (égale à la fréquence de synchronisme du moteur)
- la puissance réactive Q_0 absorbée ,
- l'intensité du courant en ligne I_0
- le facteur de puissance à vide $\cos\phi_0$
- les pertes collectives. En les supposant égales, en déduire les pertes fer statorique et les pertes mécaniques

3° Dans le fonctionnement en charge, calculer :

- la fréquence de rotation,
- la puissance transmise au rotor et le moment du couple électromagnétique
- la puissance utile et le moment du couple utile
- le rendement
- le facteur de puissance

4° Calculer la capacité des condensateurs qui, montés en triangle, donneraient un facteur de puissance de 0,86 pour l'ensemble moteur –condensateur (qui reste inductif)

Quelle serait la nouvelle intensité en ligne ?

5° ce moteur entraine une machine dont le moment du couple résistant T_r en N.m, est donné en fonction de la fréquence de rotation n en tr/mn par la relation $T_r = 8 \times 10^{-6} n^2$

La partie utile de la caractéristique mécanique $T_u(n)$ du moteur est assimilée à une droite.

Déterminer la fréquence de rotation du groupe et calculer la puissance utile du moteur.

6° Les enroulements du rotor sont couplés en étoile et la résistance mesurée entre bagues est $1,2\Omega$. Quelle résistance doit – on mettre en série avec chacun des enroulement du rotor pour que la fréquence du groupa devienne 1300tr/mn

EXERCICE 6

Un MAS 3~ à rotor bobiné et à bagues est alimenté par un réseau triphasé 50Hz dont la tension entre phases est $U=380V$. Pour le stator ainsi que pour le rotor, le couplage des enroulements est fait en étoile ; la résistance mesurée à chaud entre deux bornes de phase du stator est $R_s=0,2\Omega$; celle mesurée à chaud entre deux bagues du rotor est $R=0,08\Omega$.

A vide le moteur tourne pratiquement à 1500tr/mn et la méthode des deux wattmètres donne $P_A=900W$ et $P_B= - 400W$.

- Calculer le nombre de pôles du stator, le facteur de puissance et l'intensité en ligne à vide.
- Les pertes mécaniques sont constantes et égales à 100W. Calculer les pertes dans le fer du stator. Ces pertes sont considérées comme constantes.

3) Lors d'un essai en charge on obtient :

$I=11A$; $n'=1440tr/mn$; $P_1=4500W$; $P_2=2000W$

Calculer le glissement, le facteur de puissance en charge, le rendement et le moment du couple utile.

4) Le moteur entraine une machine dont la caractéristique mécanique est une droite

$$d'équation : T_r = 20 + \frac{n'}{100}$$

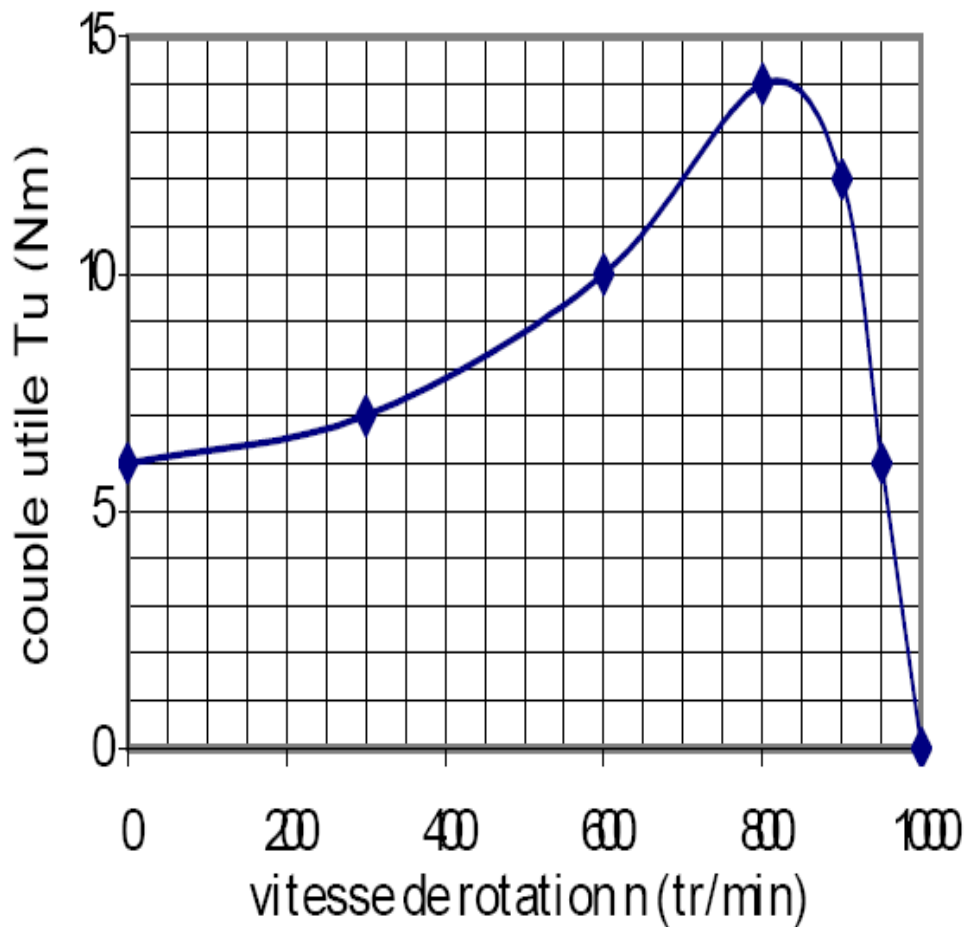
n' s'exprime en tr/mn et T_r en N.m

Calculer la fréquence de rotation du groupe et la puissance utile du moteur sachant que sa caractéristique mécanique est une droite en fonctionnement normal.

- 5) Quelle résistance doit-on mettre en série avec chacun des enroulements du rotor pour que la fréquence de rotation du groupe précédent devienne 1410 tr/mn

EXERCICE 7

La caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone est donnée ci-dessous :



1- Ce moteur entraîne un compresseur dont le couple résistant est constant et égal à 4 Nm.

1-1- Le démarrage en charge du moteur est-il possible ?

1-2- Dans la zone utile, vérifier que $T_u = - 0,12n + 120$

1-3- Déterminer la vitesse de rotation de l'ensemble en régime établi.

1-4- Calculer la puissance transmise au compresseur par le moteur.

2- Ce moteur est maintenant utilisé pour entraîner une pompe dont le couple résistant est donné en fonction de la vitesse de rotation par la relation suivante : $T_r = 10^{-5} n^2$ avec T_r en Nm et n en tr/min.

2-1- Représenter sur le graphique précédent la courbe $Tr(n)$.

2-2- En régime établi, déterminer la vitesse de rotation de l'ensemble ainsi que le couple utile du moteur.

EXERCICE 8

Le rendement d'un moteur est par définition :

$$\eta = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}}$$

1- A partir du bilan de puissance du moteur, montrer que le rendement peut s'écrire :

$$\eta = \frac{(1 - g)(Pa - Pjs - Pfs) - Pm}{Pa}$$

2- Applications numériques

Un moteur possédant deux paires de pôles est alimenté par un réseau de fréquence 50 Hz.

Au fonctionnement nominal, on mesure :

Vitesse de rotation : 1425 tr/min

Puissance absorbée : 1,9 kW

Pertes fer : 90 W

Pertes mécaniques : 60 W

Courant absorbé : 3,4 A

2-1- Calculer le glissement g .

2-2- Calculer les pertes Joule au stator sachant que la résistance d'un enroulement statorique est de $5,5\Omega$ et que le couplage est en étoile.

2-3- En déduire le rendement nominal.

3- Montrer que le rendement d'un moteur asynchrone est toujours inférieur à $(1 - g)$.

EXERCICE 9

Un MAS 3~ à cage est prévu pour entrainer un compresseur. On utilise un réseau d'alimentation triphasé 380V, 50Hz. Sur la plaque signalétique du moteur, on lit :

- Tension : 380V/660V
- Courant : 14A/8,1A $\cos\phi=0,82$
- Fréquence de rotation : 960tr/mn

On a mesuré la résistance entre deux bornes du stator couplé : $r=1\Omega$

I. On veut déterminer le rendement du moteur au fonctionnement nominal par la méthode des pertes séparées.

Pour cela, on a effectué, à vide et sous tension variable, les mesures suivantes :

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| U (V) | 420 | 380 | 300 | 200 |
|-------|-----|-----|-----|-----|

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| Iv (A) | 6,6 | 6 | 4,7 | 3,1 |
| Pv (W) | 549 | 490 | 386 | 292 |

U : tension entre phases; Iv : courant de ligne à vide

Pv : puissance absorbée à vide

Le glissement reste négligeable dans tous ces essais et l'on supposera que les pertes mécaniques sont constantes.

1° a) Quel est le couplage du moteur ?

b) Quel est le nombre de pôles ?

2° Tracer la courbe représentant la somme x des pertes dans le fer et des pertes mécaniques en fonction du carré de la tension : $x = U^2$

Echelles conseillées: abscisses : 1cm pour 10000V²

ordonnées : 1cm pour 50W

3°a) Montrer que l'on peut utiliser cette courbe pour séparer les pertes dans le fer des pertes mécaniques

b) Donner les valeurs de ces pertes au point de fonctionnement nominal

4° Dans l'hypothèse où on aurait uniquement disposé d'un réseau à tension nominale U_N , utiliser l'essai à vide correspondant pour calculer les pertes dans le fer et les pertes mécaniques en supposant qu'elles sont égales

5° Au fonctionnement nominal, calculer les pertes par effet joule du stator et celles du rotor

6° calculer le rendement

II. On vérifie avec prédétermination du rendement en faisant l'essai du moteur en charge à tension nominale de rotation

Le groupe tourne à la vitesse nominale de rotation

Le compresseur entraîné présente, à cette vitesse un couple résistant de T_r de 65N.m

La puissance absorbée par le moteur est mesurée par la méthode des deux wattmètres :

$P_A = 5300W$; $P_B = 2250W$

1° faire un schéma expérimental du montage permettant cette mesure

2° déterminer le facteur de puissance, le courant absorbé et le rendement

MACHINE SYNCHRONE

Généralités

1. Modes de fonctionnement, champ tournant, réversibilité

a. Fonctionnement en moteur :

Les courants alternatifs de fréquence f dans l'induit (stator) créent dans l'entrefer de la machine, un champ magnétique tournant à la vitesse n_s .

Le rotor, siège d'un champ magnétique constant, suit le champ tournant à la même vitesse n_s .

b. Fonctionnement en générateur (alternateur) :

L'inducteur sur le rotor entraîné par une turbine tournant à la vitesse n_s , crée dans l'entrefer de la machine un champ tournant à la vitesse n_s . Ce champ tournant induit aux bornes de l'induit (stator) une f.é.m. $e(t)$ de fréquence f . **La machine synchrone est réversible.**

c. Synchronisme : Le rotor et le champ tournant ont la même vitesse n_s . On dit qu'ils sont synchrones.

La fréquence f de la f.é.m. ou du courant de l'induit (stator) et la vitesse de synchronisme n_s sont liées par la relation :

$$n_s = \frac{f}{p}$$

n_s : vitesse de rotation du champ tournant en trs/s;

f : Fréquence des courants alternatifs en Hz ;

p : nombre de paires de pôles.

d. Schémas : Dispositions du bobinage d'une machine synchrone.

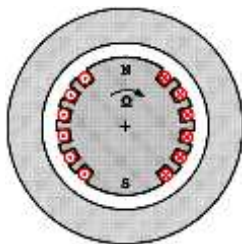


Fig1 a

Bipolaire ($p = 1$) à pôles lisses

Les conducteurs des bobines sont logés dans les encoches usinés dans le rotor

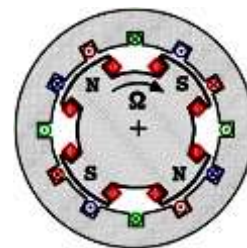


Fig1b

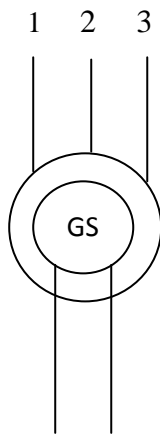
Tétrapolaire ou quadripolaire ($p = 2$) à pôles saillants

Les pôles munis de leurs bobines inductrices sont rapportés sur le rotor et forme une roue dénommée roue polaire

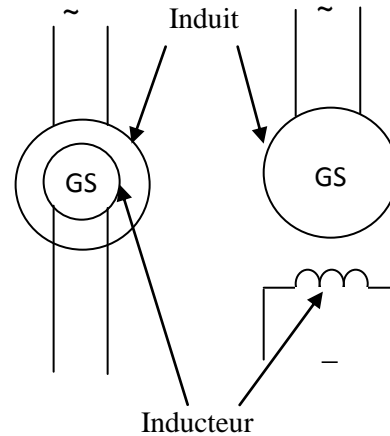
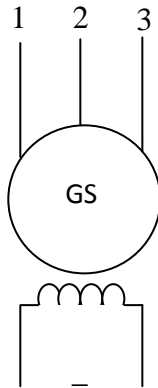
ALTERNATEUR

L'alternateur ou génératrice synchrone est la seule machine capable de fournir des tensions alternatives de grande puissance. Il transforme l'énergie mécanique reçue en énergie électrique.

1. Symbole



G syn. Triphasé



G syn. Monophasé

1. Constitution

L'alternateur est constitué d'une partie fixe appelé stator qui sera en général l'induit et d'une partie tournante appelé rotor qui sera en général l'inducteur (la disposition inverse peut être aussi choisi)

a. Stator (induit)

C'est une couronne de tôles empilées, serrée dans une carcasse, et portant dans des encoches destinées à loger les conducteurs qui sont constitués en une (1) bobine (si monophasé) et en trois bobines (3) qui seront couplées en étoile ou en triangle.

Balayés par le champ rotorique, les enroulements statoriques sont le siège de forces électromotrices induites délivrant un système de tension triphasé.

b. Rotor (inducteur)

Il porte un enroulement parcouru par du courant continu par l'intermédiaire de balais frottant sur 2 bagues isolés et tournant avec le rotor. C'est cet enroulement qui crée le champ magnétique destiné à balayer les enroulements statoriques.

2. Fonctionnement

L'électro-aimant qu'est le rotor est alimenté en courant continu et entraîné en rotation par un moteur (ou une turbine) produit un champ magnétique tournant. Chaque spire d'un

$$f = n.P$$

enroulement du stator, soumise à l'action de ce champ tournant, est le siège d'une force électromotrice induite de fréquence:

f : fréquence en hertz (Hz)

n : vitesse du rotor en tour par seconde (tr/s)

P : nombre de paires de pôles du rotor

E_x : pour avoir 50Hz à 1500tr /mn, il

$$\text{faut : } P = \frac{f}{n} = \frac{50 \times 60}{1500} = 2, \text{ soit 4 Pôles}$$

3. Expression de la force électromotrice

La roue polaire alimentée en continu et tournant à la vitesse n crée un flux dans l'entrefer :

$$\phi = \phi_m \cos \omega t$$

Un enroulement de phase comportant N_0 spires apparaît à ses bornes une f.e.m $e = -N_0 \frac{d\phi}{dt}$

$$e = -N_0 \frac{d(\phi_m \cos \omega t)}{dt} = N_0 \omega \phi_m \sin \omega t = N_0 \omega \phi_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

On voit que la f.é.m. est déphasée de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au flux d'où le diagramme de Fresnel suivant :

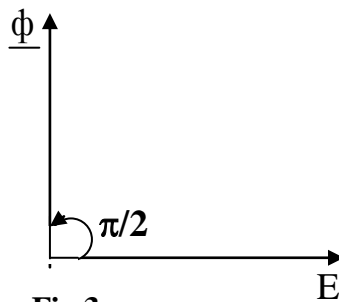


Fig.3

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{N_0 \phi_m \omega}{\sqrt{2}} = \frac{N_0 \phi_m 2\pi f}{\sqrt{2}} = 4,44 N_0 f \phi_m$$

Si l'enroulement dispose de N conducteur il y a

$$\text{donc } \frac{N}{2} \text{ spires d'où } N_0 = \frac{N}{2}$$

$$E = 4,44 f \frac{N}{2} \phi_m = 2,22 f N \phi_m$$

Cette expression représente la force électromotrice théorique.

En fait il faut tenir compte du coefficient de Kapp pour obtenir la valeur efficace réelle. Les f.é.m. qui prennent naissance dans les conducteurs ne sont pas en phases.

$$\text{D'où } E = K f N \phi_m \quad \text{avec} \quad K = 2,22 K_D K_F \quad (K \text{ coefficient de Kapp})$$

Puisque $f = n.p$ remplaçons f dans l'expression de E_{eff} : $E_{\text{eff}} = K n N P \phi_m$

➤ Facteur de distribution K_D

Les conducteurs statoriques n'étant pas coupés au même instant par le flux, on apporte des modifications en multipliant la force électromotrice théorique par un coefficient $K_D < 1$.

➤ Facteur de forme k_F

Le flux rotorique n'étant pas parfaitement sinusoïdal, on apporte des modifications en multipliant la force électromotrice théorique par un facteur de forme K_F légèrement >1 .

Le produit $2,22 \cdot K_D \cdot K_F$ est très voisin de 2,22 ; ($K_D \cdot K_F$) étant très proche de 1. Si aucune indication n'est donnée, on pourra choisir $K=2,22$

4. Caractéristique interne ou caractéristique à vide $E_v = f(i)$

Entraîné par un moteur et excité par le courant continu i , l'alternateur a, dans l'essai à vide les 3 phases ouvertes.

a. Schéma de montage

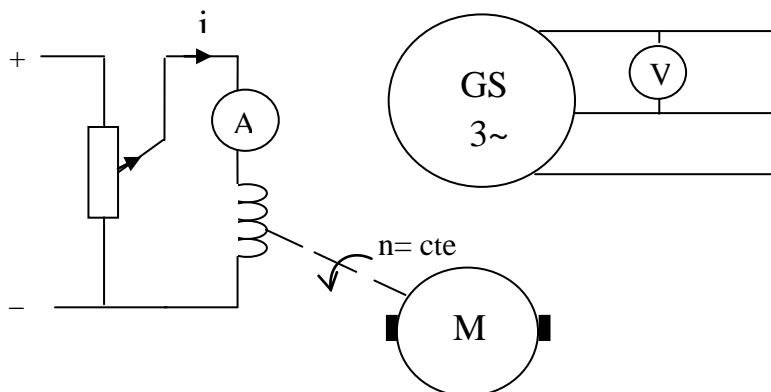


Fig.4a

La caractéristique $E_v = f(i)$ représente les variations de la force électromotrice aux bornes d'un enroulement du stator en fonction du courant d'excitation i . Cette courbe se trace à vitesse constante et puisque $E_s = K n N P \Phi_{\max}$, l'allure de cette courbe n'est fonction que du flux : ce qui traduit la courbe d'aimantation du matériel (**figure 4b**)

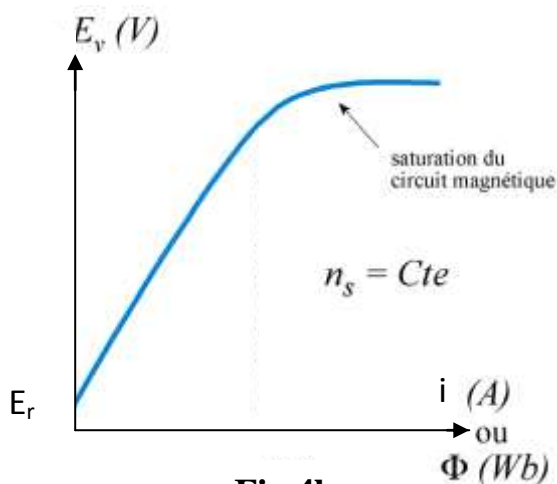


Fig.4b

Tant que le courant d'excitation dans l'inducteur i ne dépasse pas une certaine limite, la valeur efficace E de la f.é.m. est proportionnelle à ce courant (zone linéaire). C'est le courant i qui détermine le flux magnétique dans l'entrefer de la machine. (Le flux n'est plus proportionnel à i (zones de saturation))

Remarque Pour une excitation nulle ($i=0$), la force électromotrice au stator n'est pas nulle. La faible tension existante est dite force électromotrice qui garde une faible aimantation si on coupe l'excitation, on l'appelle aimantation résiduelle ou (f.é.m. rémanente).

5. Etude en court-circuit

Les phases du stator sont reliées par un court-circuit. La principale caractéristique $I_{cc} = f(i)$ est tracé à vitesse constante et est donné à la (**figure 5b**)

a. Schéma de montage

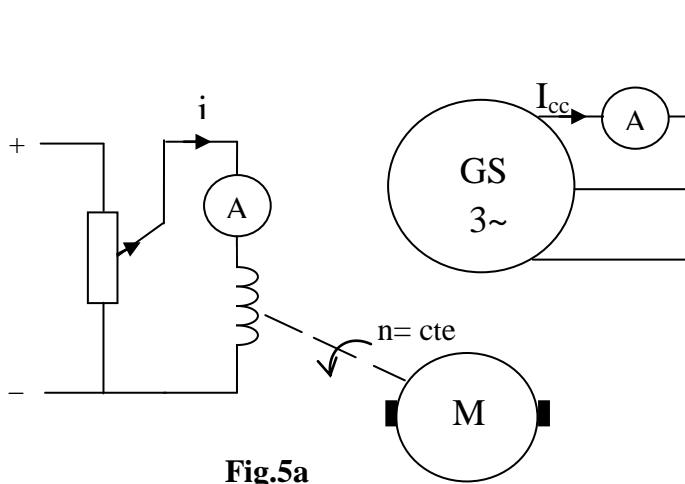


Fig.5a

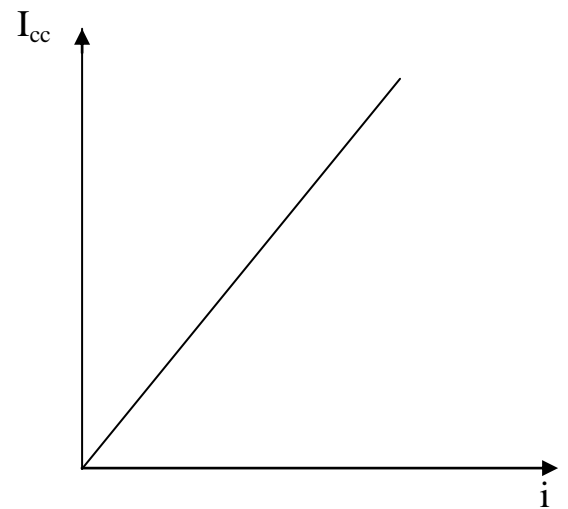


Fig.5b

Cette caractéristique est pratiquement une droite, passant par l'origine.

b. Réactance synchrone X_S

La réactance synchrone X_S correspond à la réactance d'un enroulement du stator si les 3 enroulements débitent des courants identiques c'est le produit L_w . Cette réactance X_S est donc différente de celle qui serait mesurée par la méthode de Joubert en appliquant une tension sinusoïdale à un seul enroulement et en écrivant $X = U/I$. La résistance R d'un enroulement du stator est faible devant la réactance synchrone X_S . On pourra donc négliger R devant X_S

c. Calcul de la réactance synchrone

La réactance synchrone X_S est déterminée à partir des essais en court-circuit et à vide. En court-circuit, puisque la résistance R peut être négligée devant X_S , on a : $E_{cc} = X_S \cdot I_{cc}$; soit

$X_s = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$. Cette force électromotrice simple E_{cc} obtenue en court-circuit est la même qui serait

obtenir à vide (soit E_v) pour la même excitation soit $X_s = \frac{E_v}{I_{cc}}$

Exemple Fig.6a et 6.b

Pour $i = 2A$ on a $E_v = 100V$ (Fig.5a) et $I_{cc} = 20A$ (Fig.5b): donc $X_s = \frac{E_v}{I_{cc}} = \frac{100}{20} = 5\Omega$

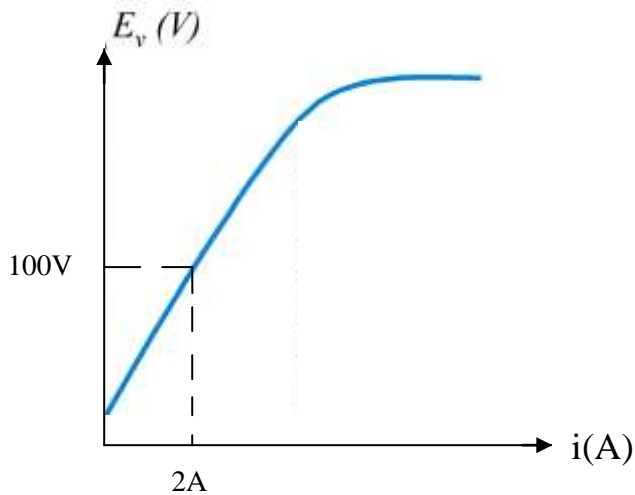


Fig.6a

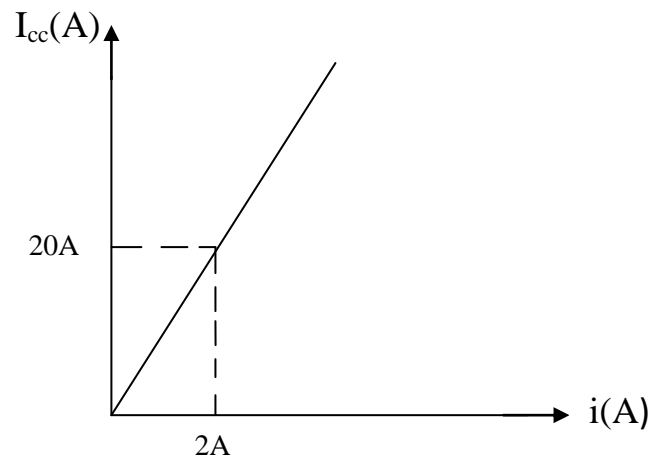


Fig.6b

6. Etude en charge

Les phases du stator sont reliées à un récepteur triphasé. La principale caractéristique $U = f(I)$ noté caractéristique externe ou en charge se trace à vitesse et courant d'excitation constante elle est donnée à la (figure 7b)

a. Schéma de montage

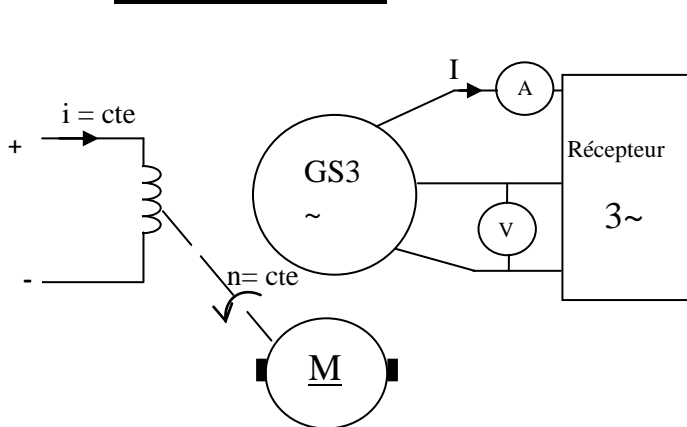


Fig. 7a

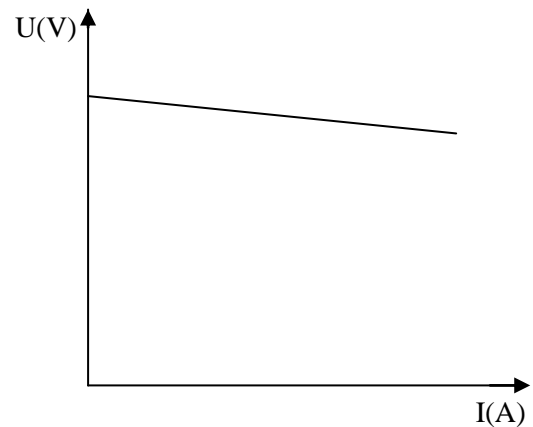
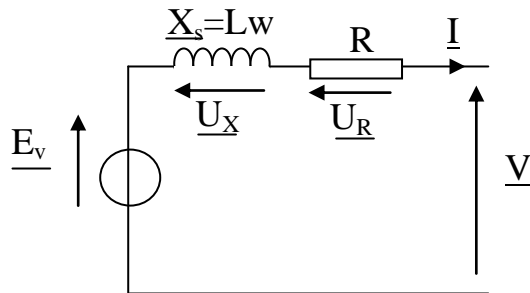


Fig. 7b

b. Modèle équivalent à une phase de l'induit



E_v : f.é.m. à vide (V)

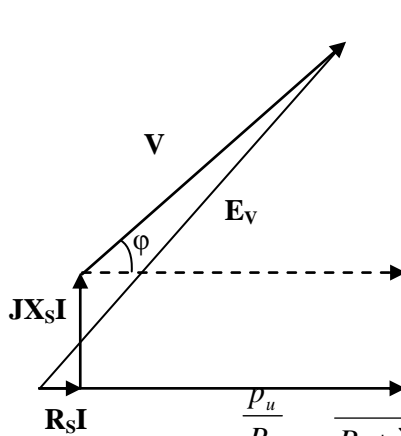
V : tension aux bornes d'un enroulement de la machine (V)

R : résistance de l'enroulement (Ω)

X_s : réactance synchrone (Ω)

c. Diagramme de Behn Eschenburg

La loi des mailles appliquée à une phase quand l'alternateur débite sur un récepteur couplé en étoile donne la force électromotrice à vide d'un enroulement : $E_v = RI + jX_s I + V$



Avec $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$ tension simple en charge

RI est la chute ohmique due à la résistance R d'un enroulement statorique (souvent négligée)

$X_s I$ est la chute de tension due à la réactance synchrone .

φ est lié au facteur de puissance du récepteur.

Ce diagramme est comparable au diagramme de kapp mais avec une chute de tension $X_s I$ beaucoup plus grande que dans un transformateur.

d. Détermination du rendement η

✓ Expression

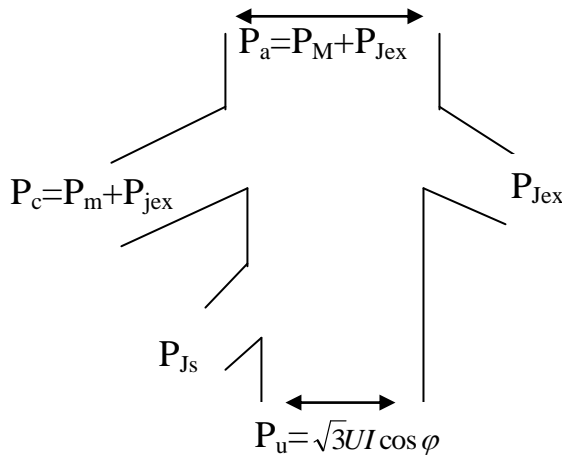
L'alternateur absorbe une puissance mécanique P_M pour entrainer son inducteur (rotor) et une puissance électrique P_{jex} pour l'excitation (alimentation du rotor). Il fournit à un récepteur triphasé équilibré une puissance électrique $P_u =$

Soit donc : $\eta =$

✓ Inventaire des pertes

- Pertes mécaniques p_m : fonction de la vitesse de rotation n .
 - Pertes fer P_F : fonction du champ magnétique
 - Pertes joule dans l'inducteur (rotor) $P_{jex} = u_{ex} \cdot i$
- } Leur somme donne les pertes constantes

➤ Pertes joule dans l'induit (stator) : $P_{js} = 3.R.I^2$ (stator étoile) et $P_{js} = R.I^2$ (en triangle).

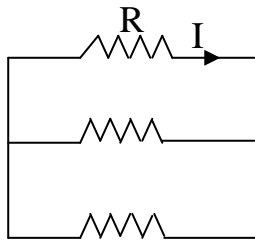


$$\eta = \frac{\sqrt{3}UI \cos \varphi}{\sqrt{3}UI \cos \varphi + P_m + P_F + P_{jex} + P_{js}}$$

e. Expression des pertes joules statorique P_{js} par rapport à r

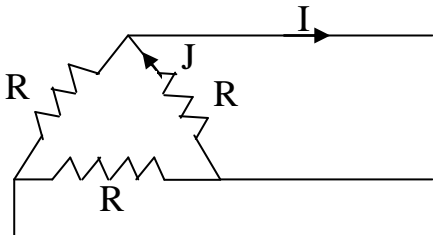
Appelons **I** le courant en ligne, **r** la résistance entre 2 phases du stator et **R** la résistance d'un enroulement du stator :

➤ Stator en étoile :



$$P_{js} = 3RI^2 \text{ et } R = \frac{r}{2}, \text{ soit } P_{js} = \frac{3}{2}rI^2$$

➤ Stator en triangle



$$P_{js} = 3RJ^2. \text{ Mais puisque } J = \frac{I}{\sqrt{3}}, \text{ on a : } P_{js} = RI^2$$

$$\text{D'autre part, } \frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \text{ soit } R = \frac{3}{2}r \text{ on}$$

$$\text{retrouve alors } P_{js} = \frac{3}{2}rI^2$$

Conclusion Que le stator soit couplé en étoile ou en triangle, les pertes par effet joule statorique ont pour expression

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1:

On considère un alternateur monophasé (circuit magnétique non saturé), ayant les caractéristiques suivantes :

- ✓ Tension d'induit $U = 380 \text{ V}$;
- ✓ Fréquence $f = 60 \text{ Hz}$;
- ✓ Vitesse de rotation $n = 900 \text{ trs/min}$;
- ✓ Résistance d'induit $r = 0,02 \Omega$.

Lorsque le courant d'excitation vaut 9 A , la tension à vide est égale à 420 V . De plus, pour un courant d'excitation de 5 A , l'alternateur débite un courant de court-circuit de 307 A .

- 1) Déterminer le nombre de pôles de l'alternateur.
- 2) Déterminer la réactance synchrone.
- 3) Le facteur de puissance de l'installation étant de $0,9$ trouver la f.é.m. pour $U = 380 \text{ V}$ et $I = 120 \text{ A}$ en utilisant le diagramme de Behn Eschenburg.
- 4) En déduire le courant d'excitation correspondant (on considère que la courbe $E(i)$ est linéaire entre 380 et 450 V).

Le rotor consomme un courant $i = 5 \text{ A}$ sous une tension de 17 V , et les pertes constantes sont égales à 700 W .

- 5) Calculer pour les conditions des questions 3) et 4), la puissance utile ainsi que le rendement.

Exercice 2 :

Un alternateur triphasé étoile a une tension (entre phases) $U = 660 \text{ V}$ et débite un courant de 50 A sous un $\cos\phi = 0,8$ (inductif) à la fréquence $f = 50 \text{ Hz}$.

- 1) Calculer les puissances, active, réactive et apparente.
- 2) Sachant que l'induit comporte 372 conducteurs et que le flux sous un pôle est de $0,027 \text{ Wb}$, calculer le coefficient de Kapp en admettant que E est égal à la tension sur une phase à la sortie de l'alternateur.

Exercice 3 :

Un alternateur monophasé fournit un courant de 50 A sous une tension de 240 V et avec un facteur de puissance de $0,8$ (charge inductive). Le rotor consomme 8 A sous une tension de 35 V . les pertes constantes sont égales à 450 W et la résistance de l'enroulement du stator est $R = 0,2 \Omega$.

- 1) Calculer la puissance utile de l'alternateur et son rendement.

- 2) Pour le même courant d'excitation, on a relevé : $E_v = 280 \text{ V}$ et $I_{cc} = 40 \text{ A}$. Calculer l'impédance et la réactance interne de l'alternateur et déterminer la f.e.m (E_v) par le graphique de Behn Eschenburg.

Exercice 4 :

Un alternateur triphasé dont les enroulements de l'induit sont couplés en étoile produit, à vide, une tension entre deux bornes U de valeur efficace $2,6 \text{ kV}$ et de fréquence $f=50 \text{ Hz}$. L'enroulement statorique comporte 2 encoches par pôle et par phase et 12 conducteurs par encoches. Le flux utile sous un pôle est $\Phi = 45 \text{ mWb}$. La fréquence de rotation de la roue polaire est $n = 500 \text{ tr/min}$

1. Quel est le nombre de pôles de l'alternateur ?
2. Calculer le nombre N de conducteurs actifs par phase.
3. Déterminer le coefficient de Kapp K de la machine.

A la puissance nominale, l'alternateur fournit l'intensité $I = 600 \text{ A}$ à une charge qui absorbe la puissance $P = 2,1 \text{ MW}$ avec un facteur de puissance $\cos \varphi = 0,9$. Le rendement de l'alternateur est alors $\eta = 0,85$.

- Calculer la tension U entre deux bornes de l'induit en charge.
- Calculer l'ensemble des pertes de l'alternateur.

Exercice 5 :

Les caractéristiques d'un alternateur sont les suivantes :

- couplage des enroulements du stator en étoile; fréquence $f=50 \text{ Hz}$;
 - expression de la caractéristique à vide $E_v = 180 i_e$ (E_v en volt et intensité en ampère)
 - résistance d'une phase de l'induit $r = 0,12 \Omega$; réactance synchrone $X = 1,2 \Omega$;
1. Déterminer l'impédance synchrone de la machine.
 2. L'alternateur alimente une charge triphasée, inductive, équilibrée, de facteur de puissance $\cos \varphi = 0,8$. La tension efficace entre deux bornes de l'induit est $U = 2,5 \text{ kV}$; l'intensité efficace du courant en ligne est $I = 400 \text{ A}$.
 - Quelle est l'intensité i_e du courant d'excitation sachant que la roue polaire tourne à 1500 tr/min ?
 - Calculer les pertes par effet joule dans l'induit.
 - Un essai à vide a donné $P_v = 90 \text{ kW}$ (y compris l'excitation); quel est le rendement de l'alternateur ?

Exercice 6:

Un alternateur triphasé de 5 KVA, tétrapolaire, couplage étoile, présente une tension nominale de 220V entre fils de phase à la fréquence de 50Hz.

A vide, pour $n=n_s$, on a relevé le tableau suivant :

| | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| J (A) | 0 | 1 | 2 | 2,3 | 4 | 3,8 | 6,8 |
| Es (V) | 0 | 35 | 70 | 80 | 120 | 147 | 155 |
| Po (W) | 150 | 165 | 210 | 225 | 320 | 400 | 430 |

Es = Force électromotrice aux bornes d'une bobine.

Po représente la puissance fournie sur l'arbre.

En court circuit, pour $n=n_s$, il faut un courant d'excitation $J=2,3A$ pour obtenir $I_{cc} = I_n$.

La puissance Pcc fournie sur l'arbre vaut alors 560W. (Dans les deux essais, l'inducteur est alimenté par une source auxiliaire grâce à deux contacts glissant).

1. Calculer :
 - a. La vitesse de synchrone.
 - b. Le courant nominal.
 - c. Calculer la valeur de la réactance synchrone par phase x (réactance interne des enroulements négligée).
2. Pour que l'alternateur débite un courant nominal dans une charge résistive, le courant d'excitation doit prendre la valeur $j= 6,2A$.

Quelle tension U pouvait-on prévoir par la méthode de Behn-Eschenburg, à partir des essais à vide et en court circuit ?

3. Le courant inducteur restant est égale à 6,2A, déterminé graphiquement, pour $I = I_n$, la tension U si le déphasage ρ prend les valeurs $+30^\circ$ et -30° .

En déduire les tensions maximale, minimale et les déphasages correspondant.

4. On maintient la tension $U = U_n$, constante par action sur le courant d'excitation.

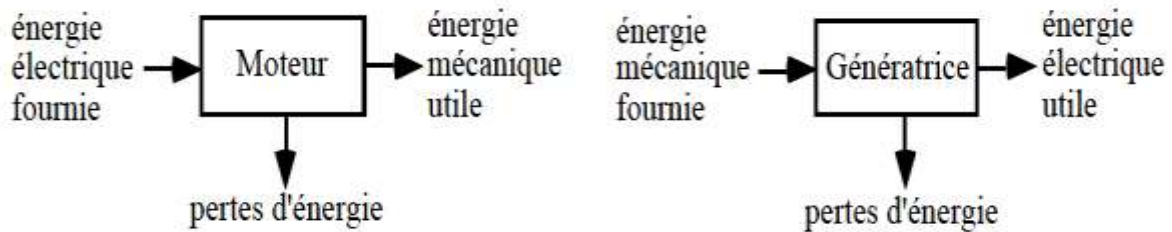
Déterminer le courant débité par l'alternateur à $j = 6,2A$ et $\rho = +30^\circ$.

LES MACHINES A COURANT CONTINU

I. Généralités :

Une machine à courant continu est convertisseur électromécanique destiné à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique ou inversement.

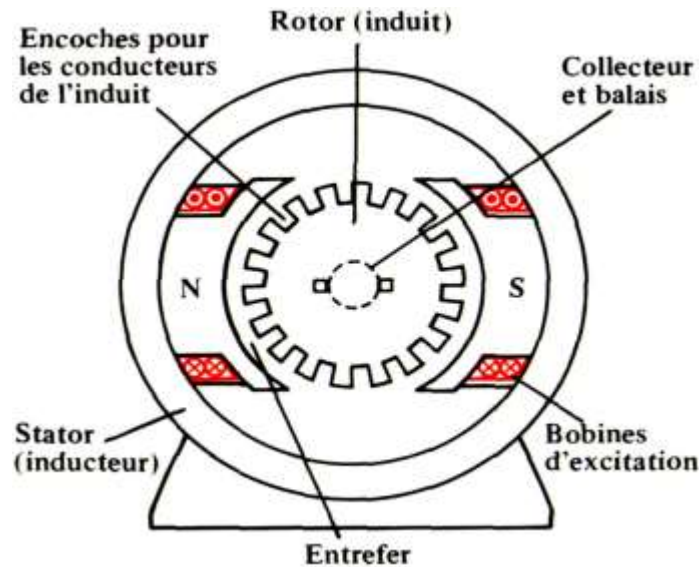
Les machines à courant continu dans lesquelles se produit la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique sont appelées générateur, tandis que celles destinées à convertir l'énergie électrique en énergie mécanique sont appelées moteur électrique.



Fonctionnement en moteur

Fonctionnement en génératrice

1. Constitution :



Dans une machine à courant continu on peut noter les éléments suivants :

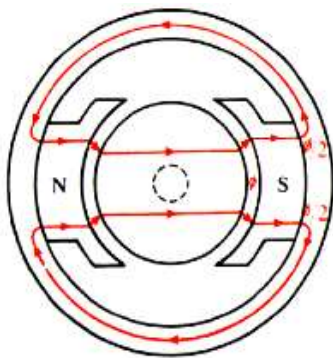
- ✓ La carcasse
- ✓ Le noyau des pôles
- ✓ Les bobines de champs
- ✓ Le noyau de l'induit
- ✓ Les bobines de l'induit
- ✓ Le collecteur

- ✓ Les ballais
- ✓ Les roulements
- ✓ Un ventilateur

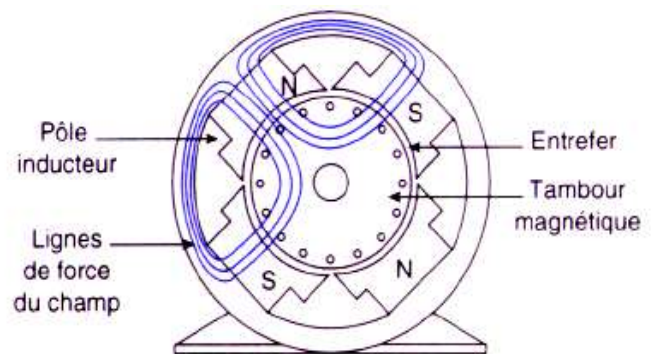
La carcasse, le noyau des pôles, le noyau des pôles, le noyau de l'induit et l'entre fer constituent le circuit magnétique. Les bobines, les segments du collecteur, les balais constituent le circuit électrique. L'entre fer est un vide uniforme cylindrique séparant le noyau des pôles et celui de l'induit.

L'inducteur est constitué d'une bobine ou d'un aimant permanent. Son rôle est de produire un flux magnétique fixe.

L'induit est constitué d'un enroulement qui produit une force électromotrice lorsqu'il subit les effets du champ magnétique fournit l'inducteur. L'induit comporte un collecteur qui, associé aux balais, permet de relier son circuit électrique à un circuit extérieur



Circuit magnétique d'un moteur bipolaire



Circuit magnétique d'un moteur tétrapolaire

2. Force électromotrice :

Nous savons qu'une bobine en mouvement dans un champ magnétique voit apparaître à ses bornes une force électromotrice (f.e.m.) donnée par la loi de Faraday. Sur ce principe, la machine à courant continu est le siège d'une f.e.m. E qui a pour expression

p : nombre de paire de pôle;

N : nombre de conducteurs actifs;

n : vitesse de rotation en tr/s;

Φ : Flux maximum à travers les spires en Wb

a : nombre de paires de voies d'enroulement (une voie d'enroulement = 2 spires) ;

P, N et n étant constants, on peut écrire E sous la forme suivante :

$$E = Kn\Phi \text{ avec } K = \frac{p}{a} N$$

ou bien puisque $n = \frac{\Omega}{2\pi} \rightarrow E = K'\Omega\Phi \text{ avec } K' = \frac{p}{2\pi a} N$

NB: Pour les moteurs à courant continu on parlera de force contre électromotrice (f.c.é.m.) puisque le sens de ce dernier est contraire à celui du courant, alors que pour les génératrices à courant continu on parle de force électromotrice (f.é.m.) puisqu'elle va dans le même sens que le courant.

3. Puissance électromagnétique – Couple électromagnétique

Si l'induit présente une f.é.m. E et s'il est parcouru par le courant I, il reçoit une puissance électromagnétique $P_{em} = E.I$

Cette puissance qu'on désigne par « puissance électrique utile » dans le cas du moteur et « puissance électrique totale » dans le cas de la génératrice, développe un couple électromagnétique au niveau de l'induit : $C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} = \frac{E \times I}{\Omega} = \frac{K'\Omega\Phi \times I}{\Omega} = K'\Phi I$

II. Moteur à Courant continu :

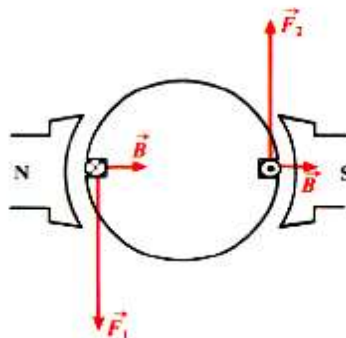
1. Principe du moteur à Courant Continu :

Un moteur électrique est machine qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique.

Le mode d'action est fondé sur le principe suivant :

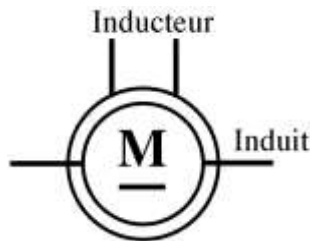
Lorsqu'un conducteur se situe dans un champ magnétique, il développe une force mécanique dont la direction est déterminée par la règle de la main gauche de Fleming. Sur le plan de la construction il n'y a aucune différence entre un moteur et un générateur électrique à courant continu d'où le principe de la réversibilité d'une machine électrique. Les moteurs à courant continu peuvent être classés selon la position de la bobine d'excitation (shunt, série, séparé, compound).

Lorsque les aimants de champ sont excités et que les conducteurs de l'induit soient alimentés ces derniers développent une force tendant à faire tourner l'induit dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Les forces produisent un couple qui entraîne l'induit en rotation une force F magnétomotrice. Le rôle du collecteur est aussi identique c'est-à-dire qu'en inversant le courant dans chaque conducteur un couple continu unidirectionnel apparaît.

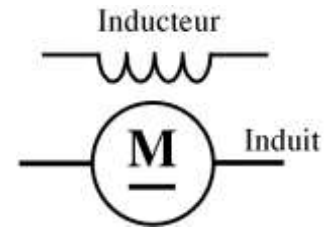




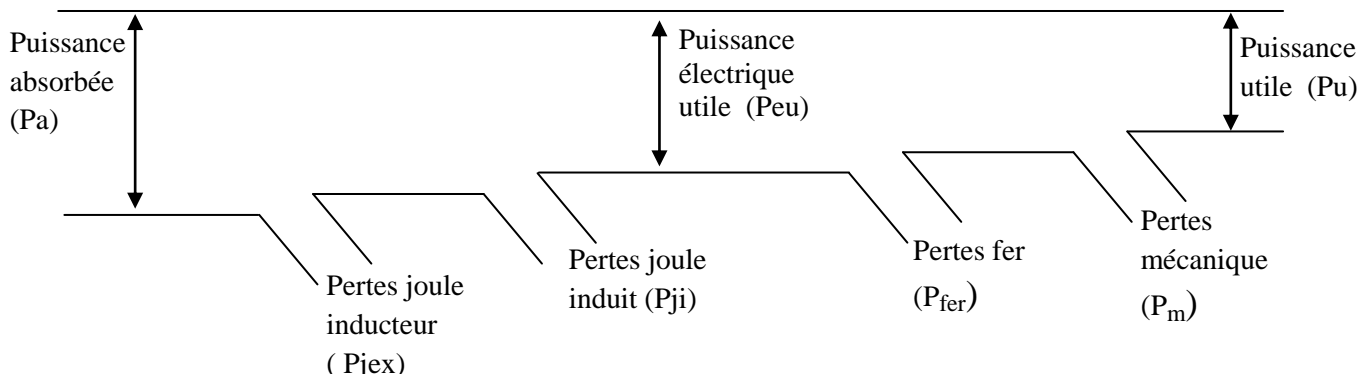
2. Symbole :



ou



3. Arbre des puissances



4. Moteur à excitation indépendante

a) Schéma équivalent

D'après la loi des mailles :

$$U - RI - E' = 0 \rightarrow \boxed{U = E' + RI} \quad \boxed{E' = U - RI}$$

I : courant absorbé par l'induit ;

R : résistance de l'induit ;

RI : Chute de tension de l'induit ; E' : f.c.e.m ;

$$\boxed{Ue = r \times Ie} \rightarrow Ie = \frac{Ue}{r} \quad r = \frac{Ue}{Ie}$$

r : résistance de l'inducteur ; Ie : courant d'excitation

Ue : Tension d'alimentation du circuit d'excitation

Au démarrage $I_d = \frac{U}{R + R_d}$ R étant très faible Id est élevé. On insère alors un rhéostat de démarrage pour limiter Id : $I_d = \frac{U}{R}$

b) Bilan des puissances

➤ Puissance absorbée: $Pa = (Ue \times Ie) + (U \times I)$ ➤ Pertes par effet joule du circuit inducteur: $Pjex = Ue \times Ie = r \times Ie^2$ ➤ Pertes par effet joule de l'induit: $Pji = R \times I^2$ ➤ Puissance électrique utile Peu: $Peu = E' \times I = Cem \times \Omega = Cem \times \frac{2\pi n}{60}$



- **Pertes collectives:** $P_c = P_f + P_m$
- **Puissance utile:** $P_u = P_a - P_{ji} - P_{jex} - P_c = P_{eu} - P_c = C_u \times \Omega = C_u \times \frac{2\pi n}{60}$
- **Rendement:** $\eta = \frac{P_u}{P_a}$

c) Caractéristiques

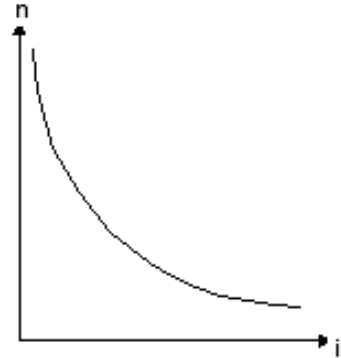
➤ Dans l'essai à vide

On trace le caractéristique $n = f(i_{ex})$

$$E = N \cdot n \cdot \Phi \quad \text{d'où} \quad n = \frac{E}{N \cdot \Phi} = \frac{U - R \cdot I}{N \cdot \Phi}$$

A vide $I_v \approx 0$ donc $R \cdot I_v \approx 0$

$$n = \frac{U}{N \cdot \Phi}$$

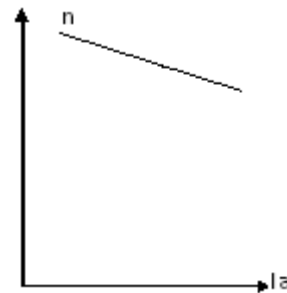


Attention : ne jamais ouvrir le circuit d'excitation quand l'induit est sous tension.

➤ Dans l'essai en charge

On trace le caractéristique $n = f(I)$

$$n = \frac{U - R I}{N \cdot \Phi} = \frac{U}{N \cdot \Phi} - \frac{R \cdot I}{N \cdot \Phi}$$



EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1 :

Un moteur à courant continu à excitation indépendante a pour caractéristiques :

- Inducteur : résistance $r = 150 \Omega$; tension d'alimentation $U_e = 120V$
- Induit : résistance $R = 0,5\Omega$; tension d'alimentation $U = 220V$

Lors d'un essai à vide on a relevé les valeurs suivantes : puissance absorbée par l'induit $P_v = 320W$; intensité du courant traversant l'induit $I_v = 1,2A$.

Lors d'un essai en charge avec une fréquence de rotation de $1450tr/mn$, l'induit absorbe une intensité de $18A$

Ces deux essais sont réalisés sous les tensions nominales respectives de l'induit et de l'inducteur.

Calculer :

1. Pour l'essai à vide
 - 1.1 La force électromotrice à vide et la fréquence de rotation à vide
 - 1.2 La puissance électromagnétique à vide et les pertes collectives
2. Pour l'essai en charge :
 - 2.1 La force électromotrice en charge
 - 2.2 La puissance électromagnétique
 - 2.3 Les pertes par effet joule statorique et rotorique
 - 2.4 La puissance utile
 - 2.5 Le moment du couple utile
 - 2.6 Le rendement du moteur

Exercice 2 :

Un moteur à courant continu à excitation indépendante a pour caractéristiques :

- Tension d'induit : $U = 230V$
- Résistance d'induit : $R = 0,5\Omega$
- Intensité du courant d'excitation : $I_e = 2A$
- Résistance de l'inducteur : $r = 115 \Omega$

En charge, le moteur est traversé par un courant d'induit d'intensité $I = 38A$. Sa fréquence de rotation est de $1500tr/mn$ et il fournit une puissance mécanique utile de $7,5KW$. Calculer

1. La force électromotrice
2. La puissance absorbée par le moteur
3. Le rendement du moteur

4. Les pertes totales dans le moteur
5. Les pertes par effet joule dans l'induit
6. Les pertes par effet joule dans l'inducteur
7. Les pertes collectives.

Exercice 3 :

Un moteur à courant continu à excitation indépendante et constante a les caractéristiques suivantes :

- Tension d'induit : $U = 240V$.
- Résistance de l'induit : $R = 0,5\Omega$.

Le circuit inducteur absorbe une puissance de 250W et les pertes collectives s'élèvent à 625W.

- 1) Au fonctionnement nominal, l'induit du moteur consomme un courant de 42A avec une vitesse de rotation $n = 1200$ tr/mn. Calculer :
 - 1.1) la force électromotrice du moteur
 - 1.2) la puissance absorbée par le moteur
 - 1.3) la puissance électromagnétique du moteur
 - 1.4) la puissance utile du moteur et son couple utile
 - 1.5) le rendement électrique et le rendement industriel du moteur
- 2) le moteur absorbe maintenant un courant d'induit égale à 30A. les pertes collectives sont toujours égales à 625W. calculer :
 - 2.1) La nouvelle vitesse de rotation n' du moteur
 - 2.2) La nouvelle valeur de la puissance utile et de son couple utile
 - 2.3) Le nouveau rendement

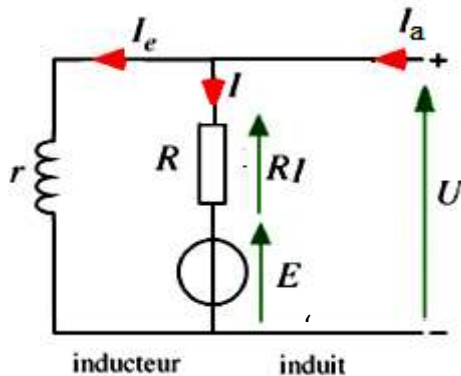
Exercice 4 :

Un moteur à courant continu à excitation séparée, bien compensée, a les caractéristiques suivantes en fonctionnement nominal :

440V ; 3200tr/mn ; 100A ; $R = 0,05\Omega$ Excitation : 1100W ; 190V ; 5,8A

Le moteur fonctionne sous tension constante $U = 440V$

1. Calculer la f.c.é.m. du moteur pour le fonctionnement nominal
2. Les pertes constantes étant estimées à 3200W, calculer la puissance utile nominale ainsi que le moment du couple utile et le rendement correspondants
3. Quelle est la valeur du rhéostat de démarrage R_d permettant de limiter le courant d'induit à $2,5I_n$

**5. Moteur à excitation shunt****a) Schéma équivalent**

D'après la loi des mailles :

$$U - RI - E' = 0 \rightarrow U = E' + RI \quad E' = U - RI$$

 I : Courant absorbé par l'induit ; RI : Chute de tension de l'induit ; E' : f.c.e.m ; R : résistance de l'induit ;

$$U = r \times I_e \rightarrow r = \frac{U}{I_e} \quad I_e = \frac{U}{r}$$

 r : résistance de l'inducteur ; I_e : Courant d'excitation U : Tension d'alimentation du moteur I_a : Courant absorbé par le moteur $I_a = I + I_e$ **b) Bilan des puissances**➤ **Puissance absorbée:** $P_a = U \times I_a$ ➤ **Pertes par effet joule du circuit inducteur:** $P_{jex} = U \times I_e = r \times I_e^2$ ➤ **Pertes par effet joule de l'induit:** $P_{ji} = R \times I^2$ ➤ **Puissance électrique utile:** $P_{eu} = E' \times I = C_{em} \times \Omega = C_{em} \times \frac{2\pi n}{60}$ ➤ **Puissance utile:** $P_u = P_a - P_{ji} - P_{jex} - P_c = P_{eu} - P_c = C_u \times \Omega = C_u \times \frac{2\pi n}{60}$ ➤ **Rendement:** $\eta = \frac{P_u}{P_a}$

EXERCICES D'APPLICATION

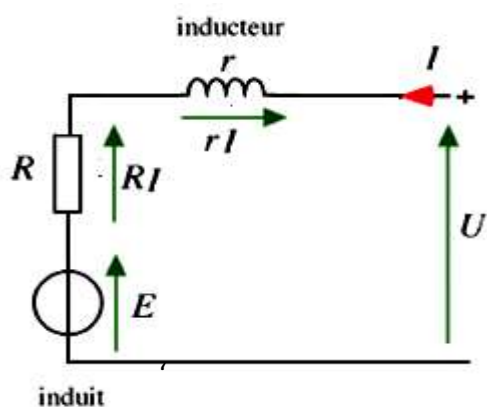
Un moteur shunt est alimenté par une tension de 120V. La résistance de l'induit est $0,5\Omega$, celle de l'inducteur est 80Ω . Ce moteur absorbe un courant de 37,5A quand l'induit tourne à une vitesse de 1800tr/mn. Calculer :

- L'intensité du courant d'excitation i
- L'intensité du courant d'induit I
- La force électromotrice du moteur E
- La puissance électrique utile et le couple électromagnétique
- Les pertes par effet joule dans l'inducteur et dans l'induit
- Le rendement électrique

La résistance du rhéostat de démarrage qui nous permet d'avoir un courant de démarrage de 60A

6. Moteur à excitation série

a) Schéma équivalent



D'après la loi des mailles :

$$U - RI - rI - E' = 0$$

$$U = E' + RI + rI = E' + I(R + r)$$

$$E' = U - RI - rI = U - I(R + r)$$

I : Courant absorbé par le moteur ;

U : Tension d'alimentation du moteur

R : résistance de l'inducteur ;

r : résistance de l'induit

RI : Chute de tension de l'inducteur ; E' : f.c.e.m ;

rI : Chute de tension de l'induit

b) Bilan des puissances

➤ **Puissance absorbée:** $Pa = U \times I$

➤ **Pertes par effet joule du circuit inducteur:** $P_{ji} = R \times I^2$

➤ **Pertes par effet joule de l'induit:** $P_{ji} = r \times I^2$

➤ **Puissance électrique utile:** $Peu = E' \times I = Cem \times \Omega = Cem \times \frac{2\pi n}{60}$

➤ **Pertes collectives:** $Pc = P_f + P_m$

➤ **Puissance utile:**

➤ **Rendement:**

EXERCICE D'APPLICATION

Exercice 1 :

1- Donner le schéma électrique équivalent d'un moteur à courant continu à excitation série.

2- On donne :

_ tension d'alimentation du moteur : $U = 200 \text{ V}$

_ résistance de l'inducteur : $r = 0,5 \Omega$

_ résistance de l'induit : $R = 0,2 \Omega$

_ courant consommé : $I = 20 \text{ A}$

_ vitesse de rotation : $n = 1500 \text{ tr} \times \text{min}^{-1}$

Calculer :

2-1- La f.e.m. du moteur.

2-2- La puissance absorbée, la puissance dissipée par effet Joule et la puissance utile si les pertes collectives sont de 100 W .

En déduire le moment du couple utile et le rendement.

2-3- Au démarrage, le courant doit être limité à $I_d = 40 \text{ A}$.

Calculer la valeur de la résistance du rhéostat à placer en série avec le moteur.

Exercice 2 :

Une machine à courant continu du type série, bien compensée, a pour caractéristiques :

- résistance de l'induit : $R = 0,9 \Omega$
- résistance de l'induit : $R' = 0,9 \Omega$

En faisant fonctionner cette machine en génératrice à excitation indépendante, à vide, on a mesuré sa force électromotrice E et l'intensité du courant d'excitation I à la fréquence de rotation de 1500 tr/mn :

| | | | | | |
|------|-----|------|-----|------|-----|
| I(A) | 10 | 12,5 | 15 | 17,5 | 20 |
| E(V) | 177 | 187 | 195 | 201 | 205 |

1. La machine fonctionne en moteur à excitation série. La tension d'alimentation U est variable mais le moment du couple T , du couple électromagnétique reste constante.

1- Calculer la force électromotrice ; la puissance électromagnétique ; le moment du couple électromagnétique, la tension d'alimentation sachant que le moteur absorbe 15 A lorsqu'il tourne à 1500 tr/min .

2- Calculer la nouvelle fréquence de rotation du moteur lorsque la tension d'alimentation est réglée à 150 V .

3- Pour quelle tension U la fréquence de rotation n du moteur s'annule-t-elle? Tracer la courbe $n=f(U)$.

II. Le moteur, alimenté sous $U=220V$ entraîne maintenant une machine qui s'oppose à sa rotation un couple résistant T_r proportionnel au carré de la fréquence de rotation. Lorsque $n=1500\text{tr/min}$, $T_r=15\text{Nm}$.

On donne la caractéristique $T=f(n)$ du moteur lorsque $U=200V$

| | | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| n (tr/min) | 1200 | 1250 | 1300 | 1350 | 1400 | 1450 | 1500 |
| $T(\text{Nm})$ | 26 | 22,8 | 20 | 17,8 | 16 | 14,2 | 12,5 |

On admet que le couple utile du moteur est égal au couple électromagnétique.

1-Quelle est la fréquence de rotation du moteur en régime établi ?

2- Calculer alors la puissance électromagnétique et le courant absorbé par l'induit.

A titre indicatif, on donne l'intensité nominale du courant du moteur $I_n=17A$

Exercice 3 :

Soit un moteur bipolaire à courant continu à excitation en série. On suppose dans tout le problème que le flux maximal embrassé par une spire de l'induit, $\phi = ki$.

Pour la suite du problème, on prendra $R = 0,2\Omega$ et $r = 0,2\Omega$

2.1 Pour déterminer le couple des pertes lors du fonctionnement nominal ($U = 220V$; $I_n = 15A$; $n = 1500\text{tr/min}$), on applique à l'induit du moteur monté en excitation indépendante, une tension U_0 correspondant à la fém du moteur série en charge nominale, le courant d'excitation étant réglé pour que la fréquence de rotation soit égale à sa valeur nominale.

2.1.1 Quelle valeur doit prendre U_0 ?

2.1.2 L'intensité du courant qui traverse l'induit vaut alors $I_0 = 2A$. Déduire la valeur du moment du couple des pertes C_p .

Pour la suite du problème, on prendra $C_p = 3N.m$.

2.2 Le moteur est alimenté sous une tension constante $U = 220V$.

2.2.1 Calculer la valeur de la résistance du rhéostat de démarrage qui limite la valeur de l'intensité du courant de démarrage à $I_d = 30A$.

2.2.2 Lors du fonctionnement pour $I = 12A$, calculer :

- la fém du moteur ;

- la fréquence de rotation (en tr/min).



2.3 Le moteur est à présent sous une tension continue réglage. On admettra, que les chutes ohmiques de tension dans l'induit et dans l'inducteur sont négligeables devant la tension appliquée.

2.3.1 Démontrer que le moment du couple utile peut sous la forme $C_u = aI^2 - b$.

2.3.2 Calculer a et b en précisant leurs natures.

7. Démarrage des moteurs à courant continu

D'après la loi des mailles :

Au démarrage du moteur $n = 0 \rightarrow E' = 0 \rightarrow$

avec

$$Id = \frac{U}{R}$$

$$\begin{cases} U = E' + RI \rightarrow I = \frac{U - E'}{R} \\ E' = \frac{p}{a} n N \Phi \end{cases}$$

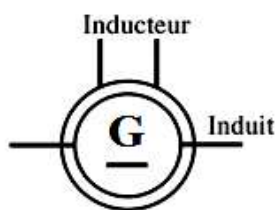
Cette expression nous montre qu'au démarrage le courant est très élevé. Pour le limiter on insère un rhéostat de démarrage R_h en série avec la résistance de l'induit :

$$Id = \frac{U}{R + R_h} \rightarrow R_h = \frac{U}{Id} - R$$

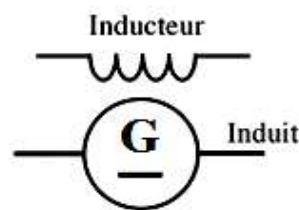
III. Génératrice à Courant Continu :

Le générateur transforme l'énergie mécanique en énergie électrique. La conversion d'énergie entraîne la production d'une force électromotrice dynamique. Lorsqu'un champ magnétique coupe la trajectoire d'un conducteur en mouvement, il se produit une force électromotrice induite selon la loi de l'induction électromagnétique de Faraday. Lorsque le circuit du conducteur est fermé sur un récepteur nous aurons la circulation d'un courant.

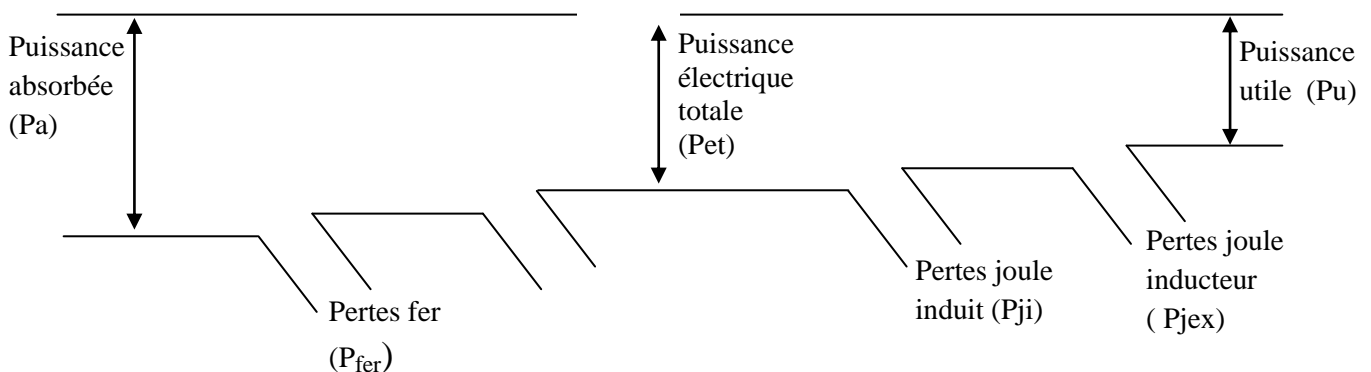
1. Symbole :



ou



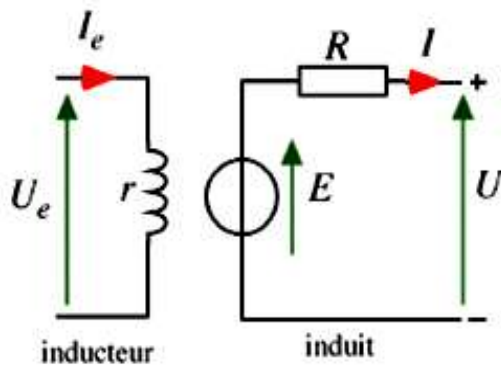
2. Arbre de puissances :





3. Génératrice à excitation indépendante

a) Schéma équivalent



D'après la loi des mailles :

$$U + RI - E = 0 \rightarrow \boxed{U = E - RI} \quad \boxed{E = U + RI}$$

I : courant fournit par le moteur ;

R : résistance de l'induit ;

RI : Chute de tension de l'induit ; E : f.e.m ;

$$\boxed{Ue = r \times Ie} \rightarrow r = \frac{Ue}{Ie} \rightarrow Ie = \frac{Ue}{r}$$

r : résistance de l'inducteur ;

Ie : Courant d'excitation

Ue : Tension d'alimentation du circuit d'excitation

b) Bilan des puissances

- Puissance absorbée: $Pa = (Ue \times Ie) + Pm = Pu + Pjex + Pji + Pc = Pet + Pc$
- Pertes par effet joule du circuit inducteur: $Pjex = Ue \times Ie = r \times Ie^2$
- Pertes par effet joule de l'induit: $Pji = R \times I^2$
- Puissance électrique totale: $Pet = E \times I = Cem \times \Omega = Cem \times \frac{2\pi n}{60}$
- Pertes collectives: $Pc = Pf + Pm$
- Puissance utile: $Pu = U \times I$
- Rendement: $\eta = \frac{Pu}{Pa}$

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1 :

Une génératrice à excitation indépendante fournit un courant de 40A et une tension de 220V.

La résistance de l'induit est $R=0,5\Omega$. Calculer :

1. La puissance utile P_u fournie par la génératrice
2. La force électromotrice en charge
3. La puissance électromagnétique de la génératrice
4. Le rendement électrique de la génératrice

L'inducteur de résistance $r=150\Omega$ est alimenté sous une tension $U_e=120V$. Les pertes collectives sont estimées à 320W. Calculer :

5. Les pertes par effet joule dans l'induit
6. Les pertes par effet joule dans l'inducteur
7. La puissance absorbée par la machine
8. Le rendement de la génératrice

Exercice 2 :

Une génératrice à excitation indépendante subit les essais suivants :

- A vide : pour une vitesse de rotation $n_0=1600\text{tr/mn}$ on a $E_0=240V$
- En charge : l'induit de résistance $R=0,5\Omega$ fournit un courant $I=24A$ sous une tension $U=220V$.

Déterminer :

1. La force électromotrice en charge E
2. La vitesse de rotation n en charge
3. La puissance utile
4. La puissance électromagnétique et le couple électromagnétique et le rendement électrique

Exercice 3 :

1. Un moteur à excitation indépendante actionne un monte-charge. Il soulève une masse de deux tonnes à la vitesse d'un mètre par seconde. Le moteur est alimenté sous 1500 V, sa résistance d'induit est de $1,6\Omega$. Le rendement de l'ensemble du système est de 70 %.

- 1.1. Calculer la puissance absorbée par le moteur et le courant appelé lors de la montée.
- 1.2. Dans la phase de descente on veut limiter la vitesse à 1 m/s. Calculer le courant débité par la machine et la résistance X dans laquelle elle doit débiter.

1.3. Quelle serait la vitesse de descente si on limitait le courant débité à 20 A ? Quelle valeur de X faudrait-il utiliser ?

On considérera que le moteur est parfaitement compensé et que le courant d'excitation est constant. On prendra $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$.

Exercice 4 :

Sur la plaque signalétique d'un moteur à excitation indépendante on lit : $U=230\text{V}$; $I=32\text{A}$; $P=6,5\text{KW}$; $n=600\text{tr/mn}$.

Les pertes par effet joule dans le circuit inducteur asynchrone triphasé tétrapolaire 220/380V à cage est alimenté par un réseau 220V 50Hz.

1- Quel est des deux tensions indiquées sur la plaque signalétique celle que peut supporter un enroulement du stator puis donner le couplage du moteur

Un essai à vide à la vitesse de synchronisme a donné : $P_{av} = 500\text{W}$ et $\cos\phi_v = 0,157$.

Un essai en charge a donné:

- intensité du courant absorbé : $I = 12,2 \text{ A}$

- glissement : $g = 6 \%$

- puissance absorbée : $P_a = 3340 \text{ W}$.

La résistance d'un enroulement statorique est $r=1\Omega$

2- Pour le fonctionnement à vide, calculer :

2-1- la fréquence de synchronisme et l'intensité du courant en ligne I_v

2-3- la valeur des pertes Joule dans le stator P_{Jsv}

2-4- la valeur des pertes dans le fer du stator P_{fs} , supposées égales aux pertes mécaniques P_m

3- Pour le fonctionnement en charge, calculer :

3-1- la fréquence de rotation (en tr/min)

3-2- la puissance transmise au rotor P_{tr} et le moment du couple électromagnétique T_{em}

3-3- la puissance utile P_u et le rendement η

Exercice 5 :

Un moteur à courant continu à excitation indépendante et constante a les caractéristiques suivantes :

- tension d'alimentation de l'induit : $U = 160 \text{ V}$

- résistance de l'induit : $R = 0,2\Omega$

1- La f.é.m. E du moteur vaut 150 V quand sa vitesse de rotation est $n = 1500 \text{ tr/min}$.

En déduire la relation entre E et n .

2- Déterminer l'expression de I (courant d'induit en A) en fonction de E .

3- Déterminer l'expression de T_{em} (couple électromagnétique en Nm) en fonction de I .

4- En déduire que : $T_{em} = 764 - 0,477n$

5- On néglige les pertes collectives du moteur. Justifié qu'alors :



T_u (couple utile) = T_{em}

6- Calculer la vitesse de rotation du moteur à vide.

7- Le moteur entraîne maintenant une charge dont le couple résistant varie proportionnellement avec la vitesse de rotation (20 Nm à 1000 tr/min).

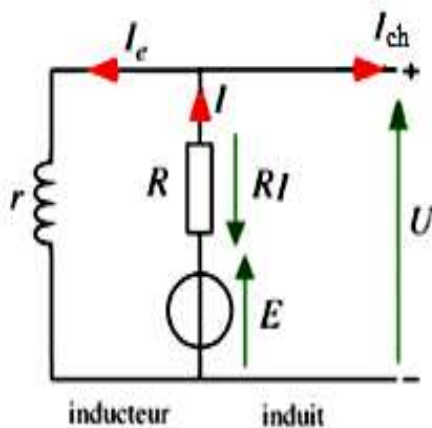
Calculer la vitesse de rotation du moteur en charge :

- par une méthode graphique
- par un calcul algébrique

En déduire le courant d'induit et la puissance utile du moteur.

4. Génératrice à excitation shunt

a) Schéma équivalent



D'après la loi des mailles :

$$U + RI - E = 0 \rightarrow U = E - RI \quad E = U + RI$$

I : Courant fourni par l'induit ;

R : résistance de l'induit ;

RI : Chute de tension de l'induit ; E : f.e.m ;

$$U = r \times I_e \rightarrow r = \frac{U}{I_e} \rightarrow I_e = \frac{U}{r}$$

r : résistance de l'inducteur ; I_e : courant d'excitation

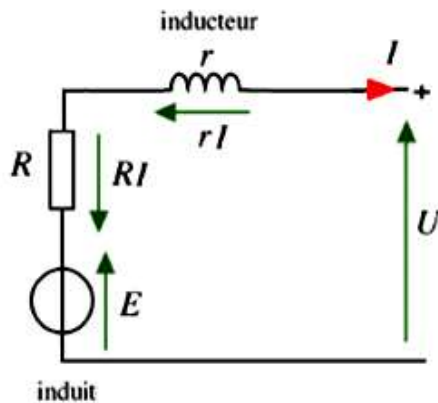
U : Tension fournie par le moteur

I_{ch} : Courant que le moteur fournit à la charge

$$I = I_{ch} + I_e$$

b) Bilan des puissances

- Puissance absorbée: $P_a = P_m = P_u + P_{ji} + P_{jex} + P_c = P_{et} + P_c$
- Pertes par effet joule du circuit inducteur: $P_{jex} = U \times I_e = r \times I_e^2$
- Pertes par effet joule de l'induit: $P_{ji} = R \times I^2$
- Puissance électrique totale: $P_{et} = E \times I = C_{em} \times \Omega = C_{em} \times \frac{2\pi n}{60}$
- Pertes collectives: $P_c = P_f + P_m$
- Puissance utile: $P_u = U \times I$
- Rendement: $\eta = \frac{P_u}{P_a}$

**5. Génératrice à excitation série****a) Schéma équivalent**

$$U + RI + rI - E = 0$$

$$U = E - RI - rI = E - I(R + r)$$

$$E = U + RI + rI = U + I(R + r)$$

I : Courant absorbé par le moteur ;

E : f.e.m ;

U : Tension d'alimentation du moteur

RI : Chute de tension de l'induit ;

rI : Chute de tension de l'inducteur

b) Bilan des puissances

- **Puissance absorbée:** $P_a = P_m = P_u + P_{jex} + P_{ji} + P_c = P_{et} + P_c$
- **Pertes par effet joule du circuit inducteur:** $P_{jex} = r \times I^2$
- **Pertes par effet joule de l'induit:** $P_{ji} = R \times I^2$
- **Puissance électrique totale:** $P_{et} = E \times I = C_{em} \times \Omega = C_{em} \times \frac{2\pi n}{60}$
- **Pertes collectives:** $P_c = P_f + P_m$
- **Puissance utile:** $P_u = U \times I$
- **Rendement:** $\eta = \frac{P_u}{P_a}$