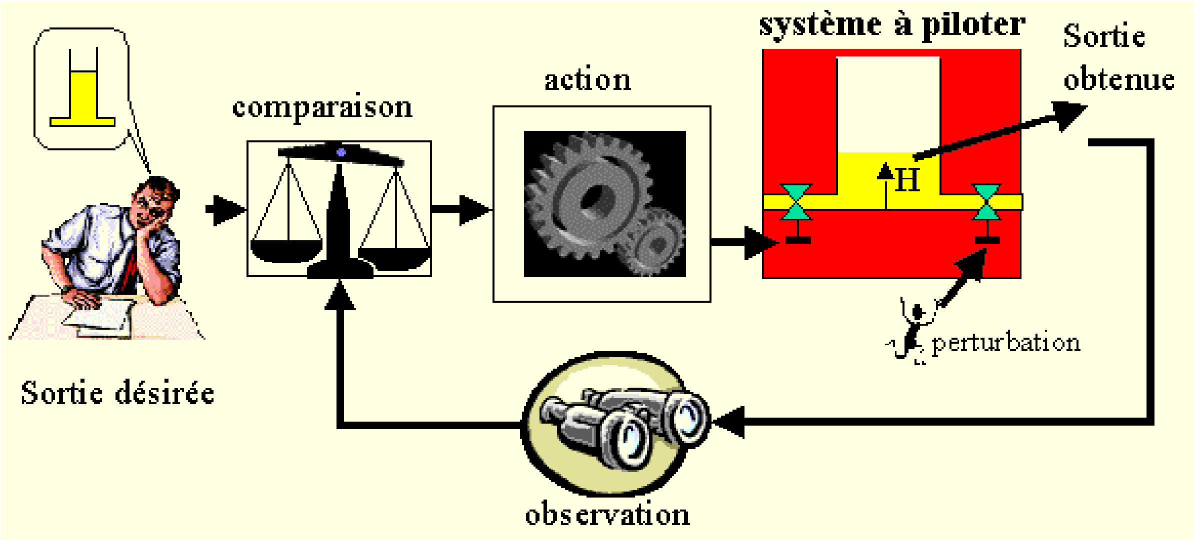
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ISET — Nabeul
Département Génie mécanique



TRAVAUX DIRIGÉS ET EXAMENS CORRIGÉS

ASSERVISSEMENT ET RÉGULATION

Adnene TLILI

Safeyiddine KALLELI

A.U. : 2014 / 2015

INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES TECHNOLOGIQUES DE NABEUL
Département de génie mécanique

Travaux Dirigés en ***Asservissement*** **et régulation**

Transformée de Laplace

Niveau : L2-Génie mécanique

EXERCICE 1(corrigé) :

1.On considère un système d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$ régi par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^3s(t)}{dt^3} + 3\frac{d^2S(t)}{dt^2} + 3\frac{ds(t)}{dt} + \ s(t) = 2\frac{de(t)}{dt} + e(t)$$

Calculer la fonction de transfert de ce système et calculer ses pôles et ses zéros

2.On considère un système d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$ régi par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 3\frac{ds}{dt} + 2s(t) = e(t)$$

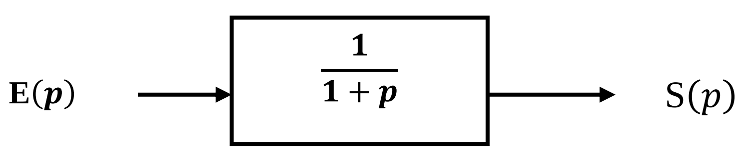
Calculer la réponse de ce système $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t})$ à une entrée $\boldsymbol{e}(\boldsymbol{t})$ $en\ échelon\ unitaire$

3.Représenter puis calculer la transformée de Laplace de la fonction $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t})$ définie par :

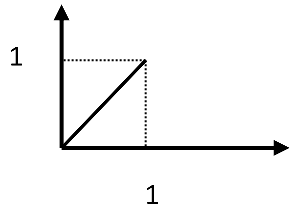
$$\begin{cases} s(t) = 0\ pour\ t < 0 \\ s(t) = \dfrac{At}{T}\ pour\ 0 < t < T \\ s(t) = A\ pour > \ t > T \end{cases}$$

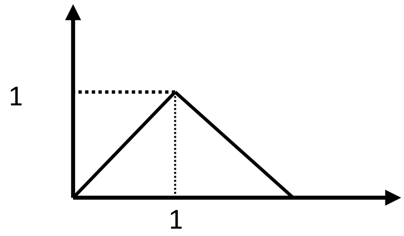
EXERCICE 2(corrigé) :

Soit le système suivant :



Dont $e(t)$ est donné par :





Calculer $S(p)$ puis déduire $s(t)$

EXERCICE 3 (corrigé) :

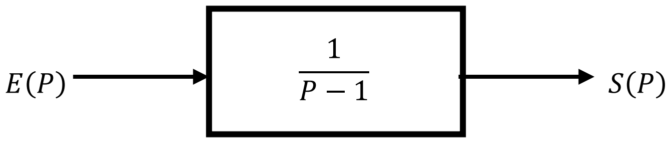
Calculer et tracer les réponses du système de fonction de transfert : $F(p) = \frac{e^{-Tp}(1 - e^{-Tp})}{p}$

Aux signaux $e(t)$ suivants :

$$\delta(t), u(t) et\ \ t$$

EXERCICE 4 (corrigé) :

1) Soit le système suivant :



Calculer $S(p)$ et en déduire la réponse temporelle du système $s(t)$ respectivement :

a) Pour une entrée en échelon unitaire : $\boldsymbol{e(t) = u(t)}$

b) Pour une entrée en échelon de vitesse : $\boldsymbol{e(t) = t.u(t)}$

2) Soit la fonction $\boldsymbol{g(t)}$ définie par :

$$g(t) = \begin{cases} 0\ si\ t < a\ ; avec\ a > 0 \\ T\ si\ a \leq t\ < b \\ 0\ si\ t \geq b \end{cases}$$

Représenter graphiquement la fonction $g(t)$ et calculer sa transformée de Laplace

EXERCICE 5 (corrigé) :

Soit le système régi par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 7\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 11\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = \frac{du(t)}{dt} + 2u(t)$$

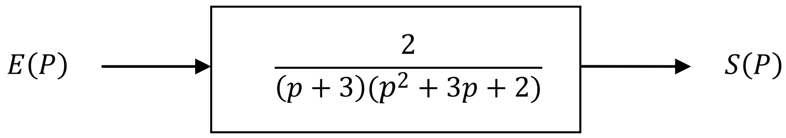
1. Déterminer la fonction de transfert de système : $F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$

2. Calculer les pôles et zéros de ce système

On considère que les conditions initiales sont nulles.

EXERCICE 6 (corrigé) :

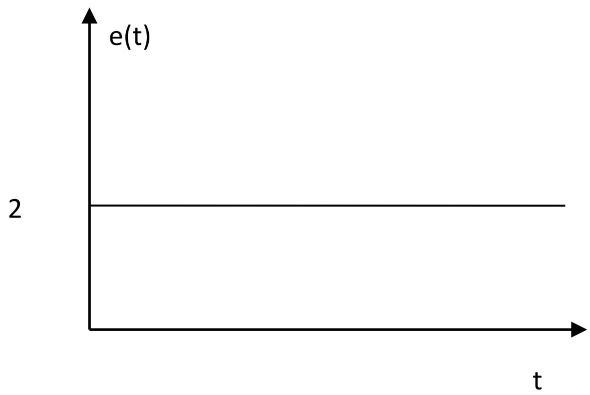
On considère un système d'entrée E(p) et de sortie S(p) donné par le schéma bloc suivant :

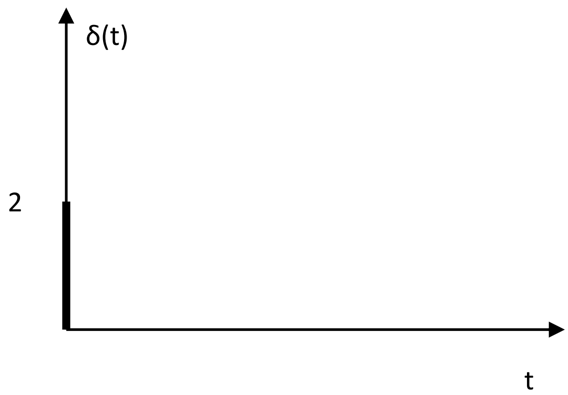


1. Déduire la fonction de transfert du système

2. Faire la décomposition en éléments simples de la fonction de transfert

3. Déduire s(t) dans chaque cas, pour les entrées suivantes :





Correction

EXERCICE 1

1) $\frac{d^3S(t)}{dt^3} + 3\frac{d^2S(t)}{dt^2} + 3\ \frac{dS(t)}{dt} + S(t) = 2\frac{de(t)}{dt} + e(t)$

$\Rightarrow L\ \left[\frac{d^3S(t)}{dt^3}\right] + 3\ L\ \left[\frac{d^2S(t)}{dt^2}\right] + 3L\left[\frac{dS(t)}{dt}\right] + L\ [S(t)] = 2\ L\ \left[\frac{de(t)}{dt}\right] + L\ [d(t)]$

$\Rightarrow$ p^3 S(p) + 3 p^2 S(P) + 3 p S(p) + S(p) = 2 pE(p) + E(p)

$\Rightarrow$ S(p) $[p^3 + 3p^2 + 3p + 1] = (2p + 1)\ E\ (p)$ soit H(p) = $\frac{S(p)}{E(p)}$: la fonction de transfert du système

$\Rightarrow$ H(p) = $\frac{2p+1}{p^3 + 3p^2 + 3p + 1} = \frac{N(P)}{D(P)}$

Les zéros de H(p) $\Rightarrow$ N(p) = 0 $\Rightarrow$ 2p + 1 = 0 $\Rightarrow$ p = $-\frac{1}{2}$ d'où : $-\frac{1}{2}$ est un zéro simple

Les pôles de H(p) $\Rightarrow$ D(p) = 0 $\Rightarrow$ $p^3 + 3p^2 + 3p + 1 = 0$

On remarque que -1 est un zéro pour D (p) (pôle pour H (p)) d'où

D(p) = (p + 1) (ap^2 + b p + c)

ap3 + bp^2 + cp + ap^2 + bp + c par identification :

$$\begin{cases} a = 1 \\ b + a = 3 \\ c + b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

D'où $a = 1, c = 1\ et\ b = 2$

$\Rightarrow$ D(p) = (p + 1) (p^2 + 2p + 1) = (p + 1) $(p + 1)^2$ = $(p + 1)^3$ d'où : -1 est un pôle triple.

2) $\frac{d^2S(t)}{dt^2} + 3\ \frac{ds(t)}{dt} + 2S(t) = e(t)$

$\Rightarrow L\left[\frac{d^2S(t)}{dt^2}\right] + 3L\ \left[\frac{dS(t)}{dt}\right] + 2L\ [S(t)] = L\ [e(t)]$

On a : e(t) = U(t) $\Rightarrow$ L $[e(t)] = \frac{1}{p}$

D'où $p^2 S(p) + 3 pS(p) + 2 S(p) = \frac{1}{p}$

$\Rightarrow$ S(p) $= [p^2 + 3p + 2] = \frac{1}{p}$

$\Rightarrow$ S(p) $= \frac{1}{p\,(p^2 + 3p+2)} = \frac{1}{p\,(p+2)(p+1)}$

Décomposition des S(p) en éléments simple

$\Rightarrow$ S(p) $= \frac{\propto}{p} + \frac{\beta}{p+2} + \frac{\delta}{p+1}$

Avec $\propto = pS(P)/_{p=0} \Rightarrow \propto = \frac{1}{2}$

$\beta = (p+2)S(P)/_{p=-2} \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$

$\delta = (p+1)\,S(P)/_{p=-1} \Rightarrow \delta = -1$

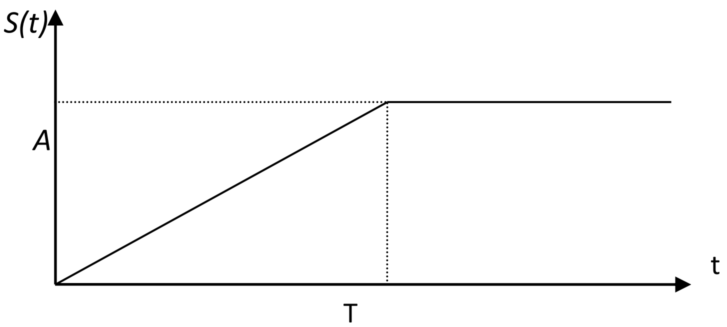
$\Rightarrow$ S(P) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{P} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{P+2} - 1 \cdot \frac{1}{P+1}$

$\Rightarrow S(t) = \frac{1}{2}\,U(t) + \frac{1}{2}\,e^{-2t}\,U(t) - e^{-t}$ U(t)

$\Rightarrow$ *S(t)* $= \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,e^{-2t} - e^{-t}\right] U(t)$

3) $\begin{cases} S(t) = 0 \; pour \; t < 0 \\ S(t) = \frac{At}{T} \; pour \; 0 < t < T \\ S(t) = A \; pour \; t > T \end{cases}$

<u>Représentation :</u>



S(t) $= \frac{A}{T}\,t(U(t) - U(t-T)) + AU\,(t-T)$

S(t) = $\frac{A}{T}$ $tU(t) - \frac{A}{T}t\,U(t-T)$ + AU(t – T)

$\Rightarrow$ S(t) = $\frac{A}{T}$ $tU(t) - \frac{A}{T}(t-T)U(t-T) - AU\,(t-T) + AU\,(t-T)$

S(t) = $\frac{A}{T}$ $tU\,(t) - \frac{A}{T}\,(t-T)\,U(t-T)$

$\Rightarrow S(P) = \frac{A}{T}\,.\frac{1}{p^2} - \frac{A}{T}\,\frac{e^{-Tp}}{p^2}$

EXERCICE 2

a)

e(t) = t(u(t) – U(t – 1))

$\Rightarrow$ e(t) = t u(t) – tU (t-1)

= t u(t) – (t – 1) U (t – 1) - U(t – 1)

E(p) = L $[e(t)] = \frac{1}{p^2}$ - $\frac{e^{-p}}{p^2}$ - $\frac{e^{-p}}{p}$

S(p) = $\frac{1}{1+p}$ $.\,E(p)$

$\Rightarrow$ S(p) =($\frac{1}{1+p}$ ($\frac{1}{p^2} - \frac{e^{-p}}{p^2} - \frac{e^{-p}}{p}$))

$\Rightarrow$ S(p) =($\frac{1}{p^2\,(1+p)} - \frac{e^{-p}}{p^2(1+p)} - \frac{e^{-p}}{p(1+p)}$)

On pose H(p) = $\frac{1}{p^2\,(1+p)}$

Décomposant H(p) en éléments simples

H(p) = $\frac{1}{p^2(1+p)} = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{p^2} + \frac{\delta}{1+p}$

Avec : $\beta = p^2H\,(p)\,/_{\,p=0} \Rightarrow \beta = 1$

$\alpha = \frac{d}{dp}[p^2H(p)]/_{\,p=0} \Rightarrow \alpha = -1$

$\delta = (1 + p)H(p)/_{p=-1} \Rightarrow \delta = 1$

de même on pose F1(p) = $\frac{1}{p(1+p)}$, décomposant F1(p) en éléments simples

F(p) = $\frac{1}{p(1+p)} = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{1+p}$

Avec : α = pF(p)/p=0 $\Rightarrow \alpha = 1$

β = (1 + p) F(p) /p = -1 $\Rightarrow \beta$ = -1

D'où F(p) = $\frac{1}{p(1+p)} = \frac{1}{p} - \frac{1}{1+p}$

D'où S(p) = $\frac{-1}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{1}{1+p} + \frac{1}{1+p} + \frac{e^{-p}}{p} - \frac{e^{-p}}{p^2} - \frac{e^{-p}}{1+p} - \frac{e^{-p}}{p} + \frac{e^{-p}}{1+p}$

D'où S(p) = $-\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{1}{1+p} - \frac{e^{-p}}{p^2}$

$\Rightarrow$ S(t) = -U(t) + t(U)(t) + e^{-t} U(t) – (t – 1) U(t – 1)

b)

On a e(t) = t(u(t) – u(t – 1)) – (t – 2) (u(t – 1) – U(t – 2))

$\Rightarrow$ e(t) = tu(t) – (t – 1) u (t -1) – u(t – 1) – (t – 1) u (t – 1) + u(t – 1) + (t – 2) u (t – 2)

$\Rightarrow$ e(t) = tu(t) – (t – 1) u (t - 1) – (t – 1) u(t – 1) + (t – 2) u (t -2)

$\Rightarrow$ E(p) = $\frac{1}{p^2} - 2\frac{e^{-p}}{p^2} + \frac{e^{-2p}}{p^2}$

S(p) = $\frac{1}{1+p}$. E(p) = . E(p) = $\frac{1}{p^2(1+p)} - \frac{2e^{-p}}{p^2(1+p)} + \frac{2e^{-p}}{p^2(1+p)}$

EXERCICE 3

F(p) = $\frac{e^{-Tp}(1-e^{-Tp})}{p}$

Calcule de la réponse temporelle S(t) (la sortie du système S(t)) respectivement pour :

a) e(t) = $\delta(t) \Rightarrow$ E(p) = 1 or $F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{e^{-Tp}\,(1 - e^{-Tp})}{p}$

$\Rightarrow S(p) = \frac{e^{-Tp}(1 - e^{-Tp})}{p} \,.\, E(p)$

$\Rightarrow S(p) = \frac{e^{-Tp}(1 - e^{-Tp})}{p} = \frac{e^{-Tp}}{p} - \frac{e^{-2Tp}}{p}$

$\Rightarrow S(t) = U(t - T) - U(t - 2T)$

b) $e(t) = U(t) \Rightarrow E(p) = \frac{1}{p}$

d'où : $S(p) = \frac{e^{-Tp}(1 - e^{-Tp})}{p} . \frac{1}{p}$

$\Rightarrow S(p) = \frac{e^{-Tp}}{p^2} - \frac{e^{-2Tp)}}{p^2}$

D'où : $S(t) = (t - T)\, u(t - T) - (t - 2T)\, U(t - 2T)$

c) $e(t) = tu(t) \Rightarrow E(p) = \frac{1}{p^2}$

D' où $S(p) = \frac{e^{-Tp}(1 - e^{-Tp})}{p} . \frac{1}{p^2}$

$\Rightarrow S(p) = \frac{e^{-Tp}}{p3} - \frac{e^{-2Tp}}{p3} \Rightarrow S(t) = \frac{1}{2}(t - T)^2 - \frac{1}{2}(t - 2T)^2$

EXERCICE 4

d) Pour un échelon unitaire $e(t) = U(t) \Rightarrow E(p) = \frac{1}{p}$

e) On a $S(p) = E(p) . \frac{1}{p-1}$

f) $\Rightarrow S(p) = \frac{1}{p(p-1)} = \frac{a}{p} + \frac{b}{p-1}$ avec $a = p\,S(p) / p = 0 \Rightarrow a = -1$

$b = (p - 1)\ S(p) /_{\,p=1} \Rightarrow b = 1$

d'où : $S(p) = -\frac{1}{p} + \frac{1}{p-1}$

$\Rightarrow S(t) = -U(t) + e^t U(t) = (e^t - 1)\, U(t)$

a) Pour e(t) = t u(t) $\Rightarrow$ E(p) = $\frac{1}{p^2}$

D'où S(p) = $\frac{1}{p^2\,(p-1)}$ = $\frac{a}{p}$ + $\frac{b}{p^2}$ + $\frac{c}{(p-1)}$

a = p²S(p)/$_{p\,=\,0}$ = -1

A = $\left[\frac{d}{dp}p^2S(p)\right]$ /$_{p\,=\,0}$ = -1

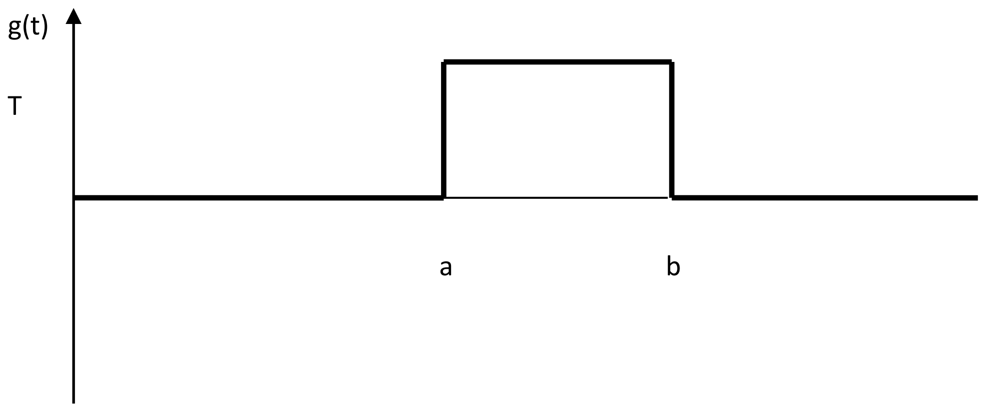
C = (p – 1) S(p)/$_{p\,=\,1}$ $\Rightarrow$ C = 1

$\Rightarrow$ S (p) = -$\frac{1}{p}$ - $\frac{1}{p^2}$ + $\frac{1}{p-1}$

$\Rightarrow$ S(t) = -U(t) – tU(t) + e^t U(t) = $[-1-t+\ e^t]$ U(t)

1) G(t) = $\begin{cases} 0\ si\ t < a\,, a > 0 \\ t\ si\ a\ \leq t < b, t > 0 \\ 0\ si\ t \geq b \end{cases}$

G(t) = T $[u(t-a)-\ U(t-b)]$



D'où : $G(p)\ =\ T\ \left[\frac{e^{-ap}}{p}-\ \frac{e^{-bp}}{p}\right]\ =\ T\ \left[\frac{e^{-ap}-e^{-bp}}{p}\right]$

Exercice 5 :

1)

p³Y(p) +$7p^2Y(p)\ +\ 11pY(p)+5Y(p)=p\ U(p)+2U(p)$

$$F(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}\ =\frac{p+2}{p^3+7p^2+11p+5}$$

2) Les zéros sont les valeurs de p qui annulent le numérateur de la fonction de transfert donc les zéros= {-2}

   Les pôles sont les valeurs de p qui annulent le dénominateur

   $$D(p) = p^3 + 7p^2 + 11p + 5 = (p+1)(p^2 + a * p + b) = (p+1)(p^2 + 6p + 5)$$
   $$= (p+1)(p+1)(p+5)$$

   Les pôles $= \{-1, -5\}$

Exercice 6 :

1. $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{(p+3)(p^2+3p+2)}$

2. $H(p) = \frac{1}{(p+3)(p+2)(p+1)} = \frac{a}{p+3} + \frac{b}{p+2} + \frac{c}{p+1}$

   $$= \frac{a\,(p+2)(p+1) + b(p+3)(p+1) + c(p+3)(p+2)}{(p+3)(p+2)(p+1)}$$

   Par identification on obtient : $a = -1, b = 2, c = -1$

   $$H(p) = \frac{-1}{p+3} + \frac{2}{p+2} + \frac{-1}{p+1}$$

3. **<u>Cas 1</u>** : L'entrée est un échelon

   $$S(p) = H(p) \cdot E(p) = H(p) \cdot \frac{2}{p}$$
   $$= \frac{2}{p(p+3)(p+2)(p+1)}$$
   $$= \frac{a}{p+3} + \frac{b}{p+2} + \frac{c}{p+1} + \frac{d}{p}$$

   Par identification on obtient :

   $$a = \frac{1}{3}\ ,\quad b = -\frac{1}{3},\quad c = 1,\qquad d = -1,$$

   $$donc\ s(t) = [\frac{1}{3}\ e^{-t} - \frac{1}{3}\ e^{-3t}\ + e^{-2t} - e^{-t}].u(t)$$

   <u>Cas 2</u> :L'entrée est une impulsion

   $$S(p) = H(p) * E(p) \quad = H(p) * 2 = \frac{-2}{p+3} + \frac{4}{p+2} + \frac{-2}{p+1}$$

   $$s(t) = [-2e^{-3t} + 4e^{-2t} - 2\,e^{-t}\ ]\,u(t)$$

INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES TECHNOLOGIQUES DE NABEUL

Département de génie mécanique

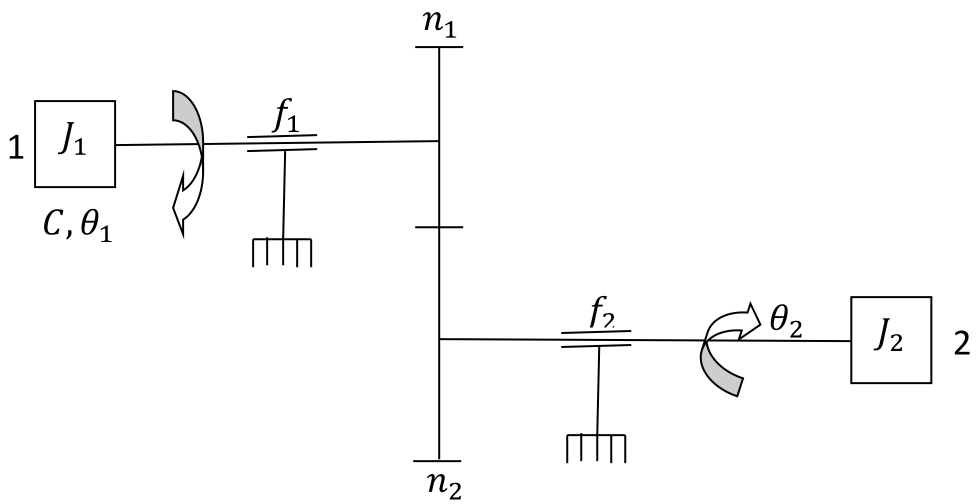
Travaux Dirigés en **Asservissement et régulation**

Etude des systèmes dynamiques

Niveau : L2-Génie mécanique

Exercice1 (corrigé) :

Soit le train d'engrenage représenté ci-dessous, constituant un réducteur.



L'arbre 1 est l'arbre menant et l'arbre 2, l'arbre mené. Les caractéristiques du train d'engrenages sont les suivantes :

C : le couple fourni au reducteur ;

C_1: Le couple exercé par l'arbre menant sur l'arbre mené

C_2 : Le couple exercé par l'arbre mené sur l'arbre menant ;

$J_{1,} J_2$: Les inerties des arbres ;

f_1, f_2 : Les coefficients de frottement visqueux ;

θ_1, θ_2 : Les positions angulaires ;

w_1, w_2: Les vitesses angulaires

n_1, n_2 : Les nombres des dents de chacune des roues ;

r_1, r_2 : Les rayons des roues dentées ;

$\frac{w_2}{w_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{n}$: Le rapport de réduction.

On suppose que les roues tournent sans glissement.

❖ les équations différentielles qui caractérisent le fonctionnement du réducteur :

L'équation des couples pour l'arbre 1 donne :

$$c - c_2 - f_1 \frac{d\theta_1}{dt} = J_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2}$$

Avec $w_1 = \frac{d\theta_1}{dt}$

L'équation des couples pour l'arbre 2 donne :

$$c_1 - f_2 \frac{d\theta_2}{dt} = J_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2}$$

Avec $\mathrm{w}_2 = \frac{d\theta_2}{dt}$

1.Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Omega_1(\mathrm{p})}{\mathrm{C(s)}}$

$\Omega_1(\mathrm{p})$ est la transformée de Laplace de w_1.

Sachant que $\theta_1 r_1 = -\theta_2 r_2$ et $w_1 r_1 = -w_2 r_2$ (condition de roulement sans glissement)

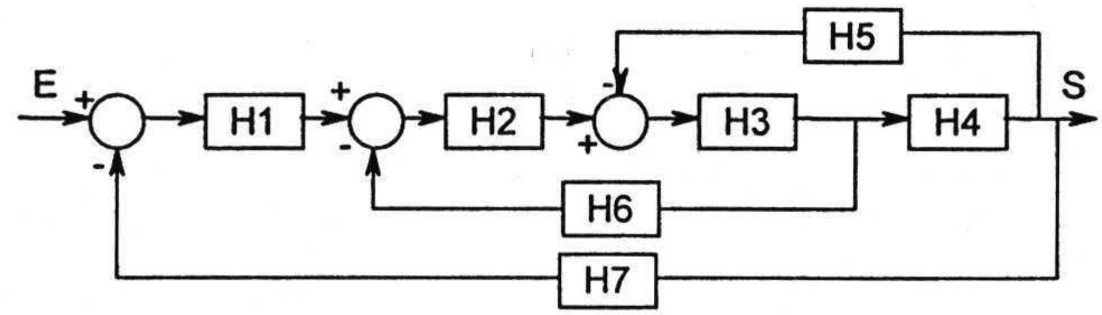
Et de plus : $\mathrm{c}_2 = -\frac{\mathrm{C}_1}{\mathrm{n}}$

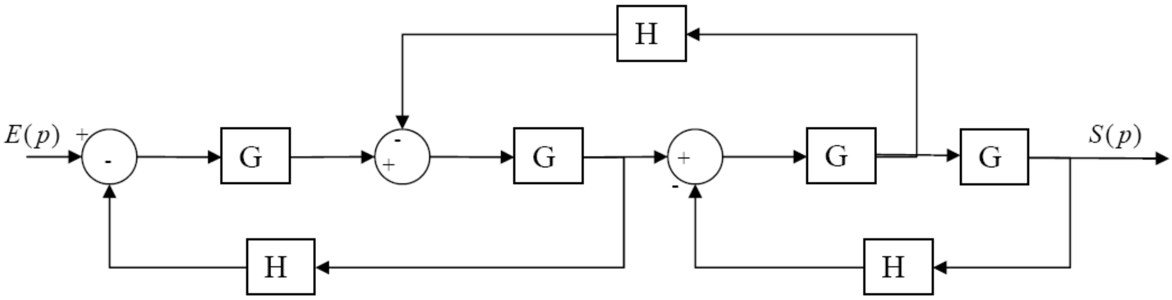
2. Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Omega_2(\mathrm{p})}{\mathrm{C(s)}}$

$\Omega_2(\mathrm{s})$ est la transformée de Laplace de w_2

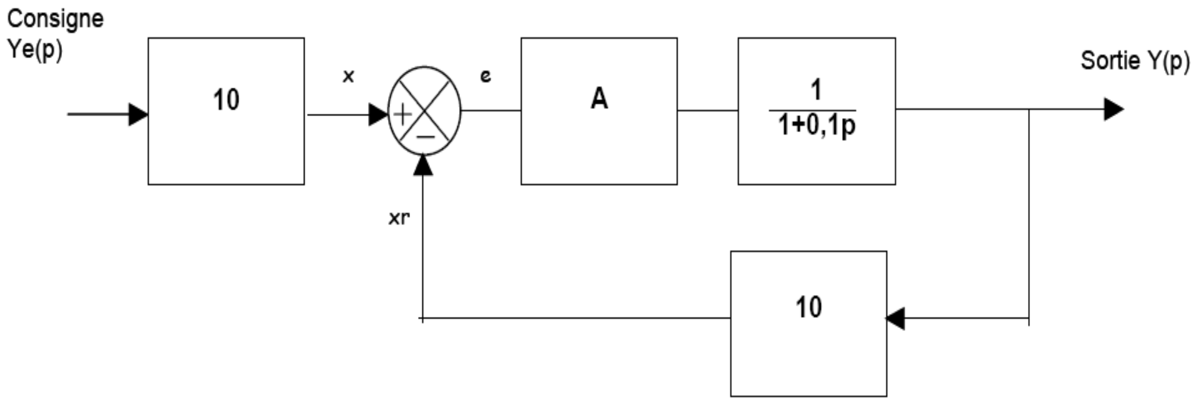
Exercice2 :

Donner la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\boldsymbol{S(P)}}{\boldsymbol{E(P)}}$ par simplification des schémas blocs suivants





Exercice3 :

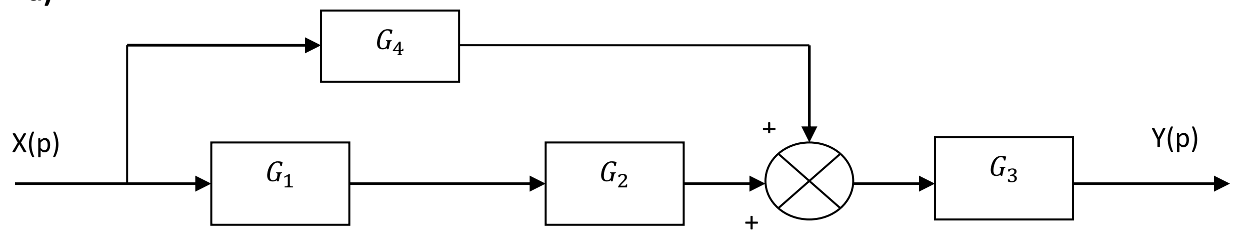


1) Donner en fonction de A l'expression de sa transmittance en boucle ouverte T(p) = Xr(p)/E(p)
2) Calculer ensuite la transmittance en boucle fermée T'(p) = Y(p)/Ye(p) en fonction de l'amplification A

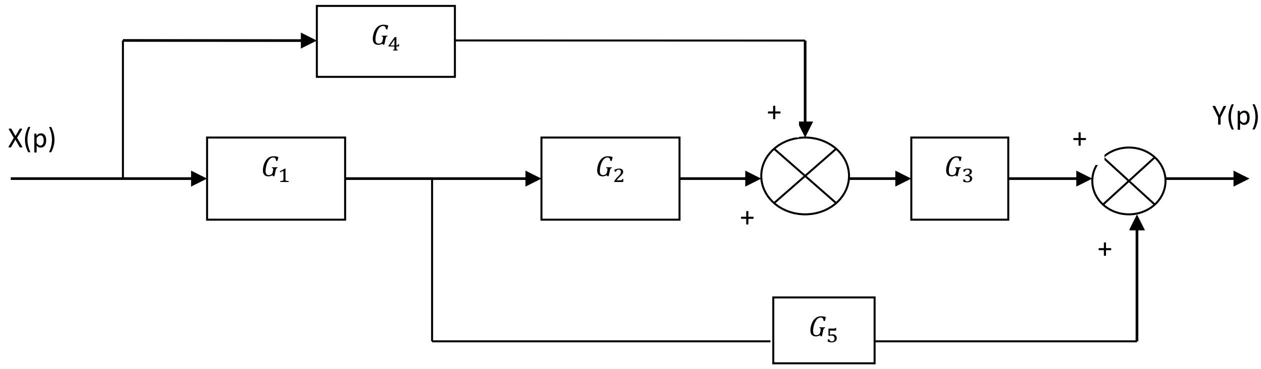
Exercice 4 (corrigé):

Simplifier les schémas fonctionnels suivants :

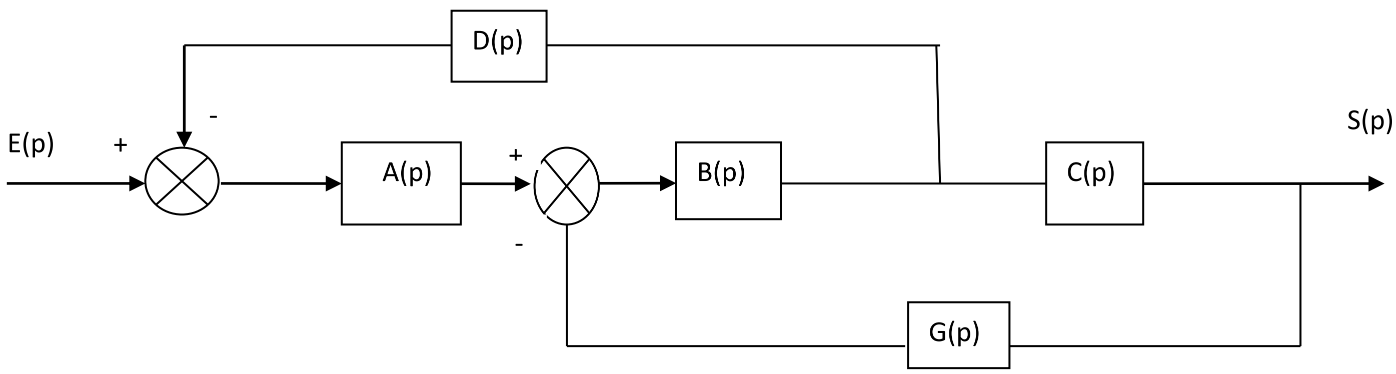
a)



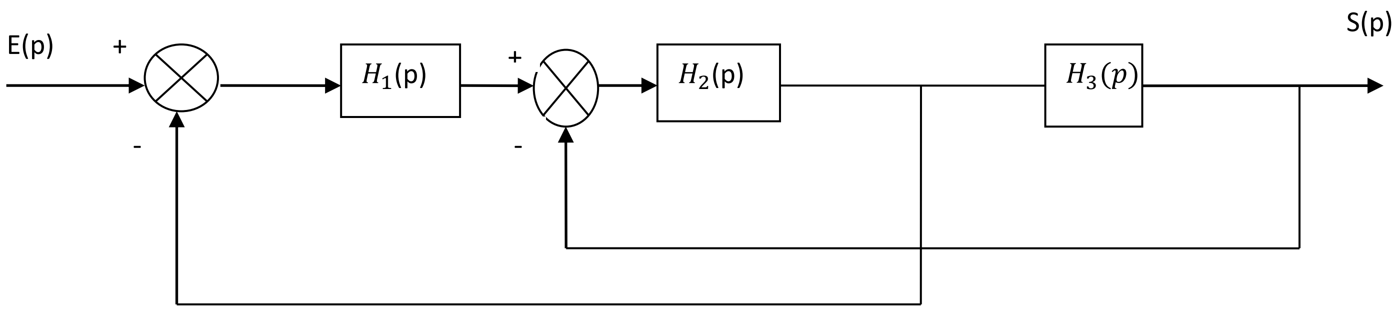
b)



c)



d)



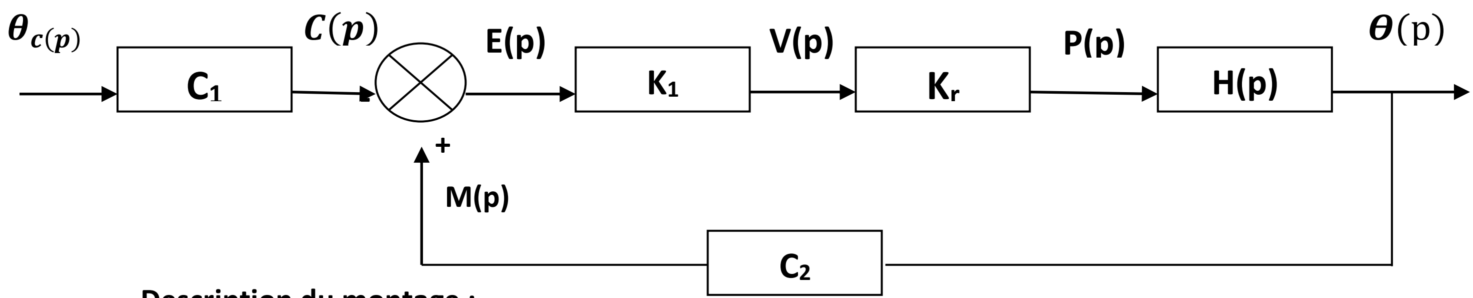
Exercice 5 :

Le comportement d'un four destiné au traitement thermique d'objet est régi par l'équation différentielle suivante :

$$\boldsymbol{\theta(t) + T\frac{d\theta(t)}{dt} = K\,p(t)}$$

I. Calculer la fonction du transfert du four en boucle ouverte $\boldsymbol{H(p) = \frac{\theta(p)}{P(p)}}$ par transformée de Laplace de l'équation différentielle

II. La régulation de température de four est donnée **par le schéma bloc suivant :**



Description du montage :

- Bloc de transmittance **C_1** qui constitue le bloc « conversion », donne une image en volts de la consigne en degrés
- **C(t)** et **m(t)** sont respectivement les images, exprimées en volt, des températures désirées (consigne) et mesurées
- L'amplificateur multiplie l'écart **e(t)** afin de commander la résistance. Bloc de transmittance **K_1 ;**

- L'actionneur est une résistance électrique, **p(t)** désigne la puissance de chauffe et est donné par : **p(t) = K_r .v(t)**
- Le capteur est un thermocouple (donne une image en volts d'une température en degrés). Bloc de constante **C_2**

Notation : L [f(t)] = F(p) ; désigne la transformée de la Laplace de f(t) est égale à F(p)

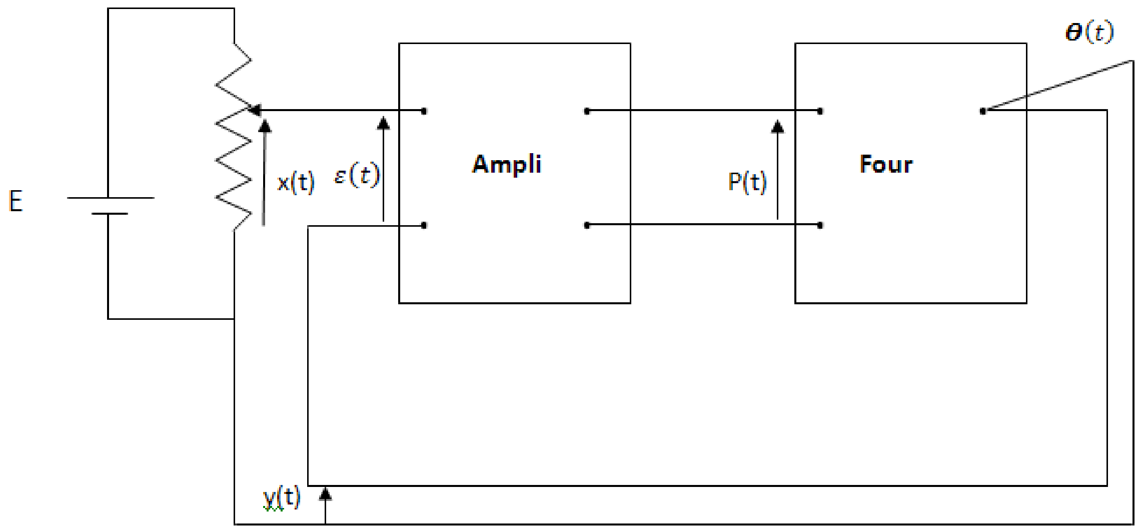
1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $\boldsymbol{G(p)} = \frac{\boldsymbol{\theta(p)}}{\boldsymbol{\theta_c(p)}}$

2. Calculer la sortie du système $\boldsymbol{\theta}$(t) pour une entrée en échelon d'amplitude 200 °C $(\theta_C(t) = 200\ °C\ )$

Application numérique : T= 60 s ; K_1 = 100 ; K_r = 30 ; K = 0.01 et C_2= C_1 = 0,025 V/°C

Exercice5 :

La température $\theta(t)$ d'un four est réglée selon le processus représenté à la figure suivante :



$x(t)$ est une tension délivrée par un montage potentiométrique.

$y(t)$ est la tension délivrée par un thermocouple branché de telle façon que $y(t)$ soit positif et $\boldsymbol{y(t)} = \boldsymbol{\alpha.\theta(t)}$ avec $\boldsymbol{\alpha} = 410^{-5}\, {}^{V}/_{°C}$

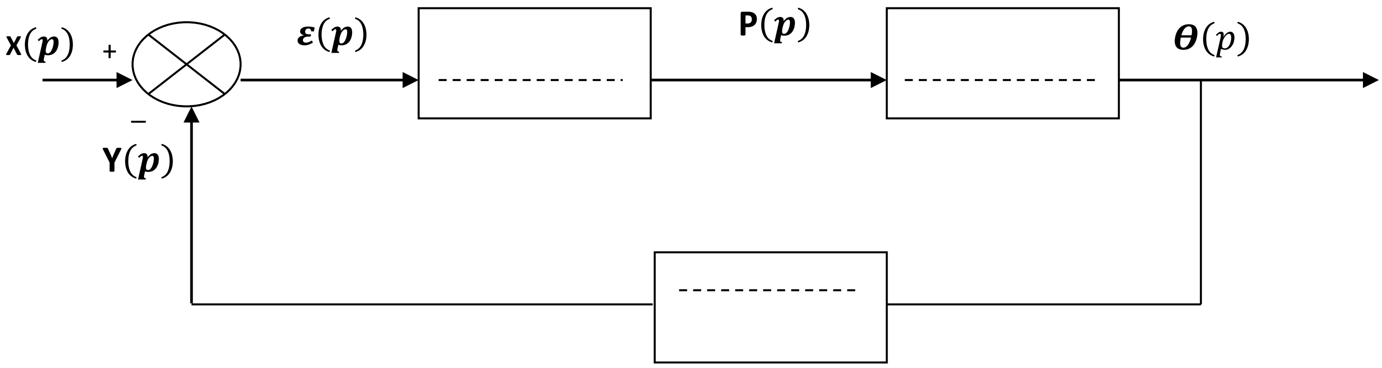
L'amplificateur fourni une puissance électrique $P(t)$ proportionnelle à $\varepsilon(t)$,

$$\boldsymbol{p(t) = A\big(x(t) - y(t)\big) = A\ \varepsilon(t)}$$

On donne la fonction de transfert du four :

$$\boldsymbol{T(p)} = \frac{\boldsymbol{\theta(p)}}{\boldsymbol{P(p)}} = \frac{\mathbf{0,2}}{(\mathbf{500p + 0,2})(\mathbf{20000p + 1,2})}$$

1. Compléter le schéma fonctionnel du système en boucle fermée.



2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle ouverte $F(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$

a) Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée $G(p) = \frac{\theta(p)}{X(p)}$

b) La transmittance canonique des systèmes du 2ième ordre s'exprime sous la forme :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{Kw_n^2}{p^2 + 2\xi w_n p + w_n^2}$$

Où ω_n est la pulsation propre ou naturelle.

ξ est l'amortissement.

K est le gain statique du système.

Exprimer ces 3 paramètres en fonction des données du problème.

Correction

Exercice 1 :

Modélisation d'un système physique :

1) Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Omega_1(p)}{C(p)}$

On a : $C(t) - C_2(t) - f_1 \frac{d\theta(t)}{dt} = J1 \frac{d^2\theta1(t)}{dt^2}$

$\Rightarrow C(t) - C_2(t) - f_1\,\omega(t) = J_1 \frac{d\omega1(t)}{dt}$ (1)

Transformée de la place de l'équation (1) donne :

$L[C(t)] - L[C_2(t)] + f1\,L[\omega1(t)] = J1\,L\left[\frac{d\omega1(t)}{dt}\right]$

$\Rightarrow C(p) - C_2(p) - f_1\Omega_1(p)$ (1')

Transformée de la place de l'équation (2) :

On a : $C_1(t) - f_2 \frac{d\theta2(t)}{dt} = J_2 \frac{d\theta2(t)}{dt^2}$

$\Rightarrow C_1(t) - f2\,\omega_2(t) = J_2 \frac{d\omega2(t)}{dt}$

$\Rightarrow L\,[C_1(t)] - f_2 L\left(\omega_2(t)\right) = J_2\left(\frac{d\omega_2(t)}{dt}\right)$

$\Rightarrow C_1(p) - f_2\,\Omega_2(p) = J_2\,p\,\Omega_2(p)$

$\Rightarrow C_1(p) - \Omega_2(p) = (f_2 + J_2\,p)$

Or on a : $C_2(t) = -\frac{C_1(t)}{n} \Rightarrow L\left(C_2(t)\right) = -\frac{1}{n}L\left(C_1(t)\right) \Rightarrow C_2(p) = -\frac{C_1(p)}{n} \Rightarrow C_1(p) = -n\,C_2(p)$

D'où : $-n\,C_2(P) = \Omega_2(p)\ (f_2 + J2p)$

Or on a : $\omega(t)\,r1 = -\omega_2(t)r_2 \Rightarrow r_1\Omega_1(p) = -r_2\,\Omega_2(p) \Rightarrow \Omega_2(p) = -\frac{r1}{r2}\,\Omega_1(p) \Rightarrow r_2\,(p)$

$= -\frac{1}{r}\,\Omega_1(P)$

$\Rightarrow -n\,C_2(P) = -\frac{1}{n}\,\Omega_1(P)(f_2 + J_2P)$

$\Rightarrow C_2(P) = \frac{1}{n^2}\,\Omega_1(p)(f_2 + J_2\,p)$

On substitue C2 (p) par son expression dans (1') ou obtient :

C(p) - $\frac{1}{n^2}\ \Omega_1(\mathrm{p})(f_2 +\ \mathrm{J}_2\mathrm{p}) -\ f_1\Omega_1(\mathrm{p}) =\ \mathrm{J}_1\ \mathrm{p}\ \Omega_1(\mathrm{p})$

$\Rightarrow$ C(p) = $\left[\left(\frac{f_2}{n^2} +\ f_1\right) +\ \left(J_1 +\ \frac{J_2}{n_2}\right)\ P\right]\Omega_1(P)$

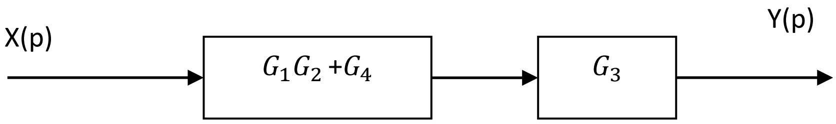
D'où $\frac{\Omega_1(\mathrm{p})}{\mathrm{C}(\mathrm{p})} = \frac{1}{\left(\frac{\mathrm{f}_2}{\mathrm{n}^2}+\ \mathrm{f}_1\right)+\ \left(\mathrm{J}1+\ \frac{\mathrm{J}2}{\mathrm{n}^2}\right)\mathrm{p}}$

2) On a $\Omega_1(\mathrm{p}) =\ -\mathrm{n}\Omega_2(\mathrm{p})$

D'où : - n$\frac{\Omega_2(\mathrm{p})}{\mathrm{C}(\mathrm{p})} = \frac{1}{\left(\frac{\mathrm{f}_2}{\mathrm{n}^2}+\ \mathrm{f}1\right)+\ \left(\mathrm{J}1+\ \frac{\mathrm{J}2}{\mathrm{n}}\right)\mathrm{P}}$

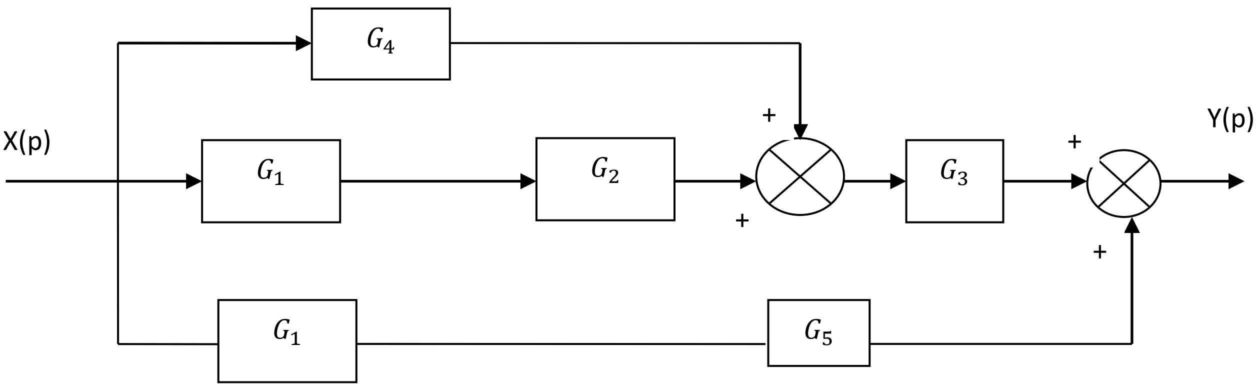
Exercice 4 :

a)



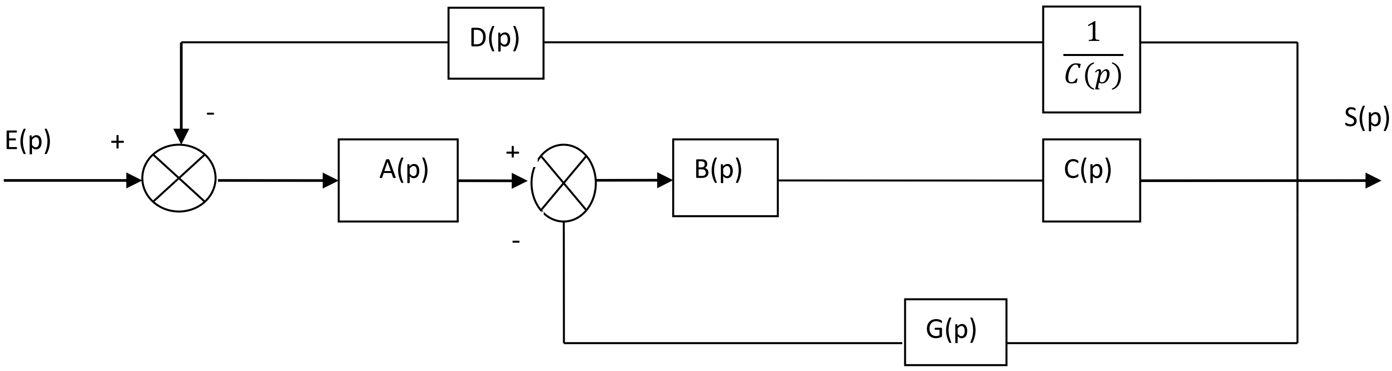
$\frac{Y(p)}{X(p)} = (G_1G_2 + G_4)\ .\ G_3$

b)



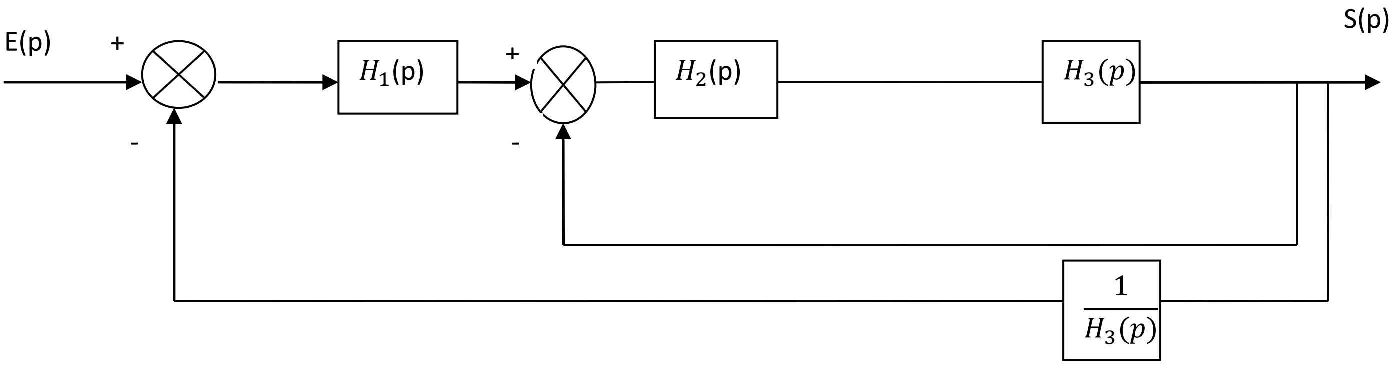
$\frac{Y(p)}{X(p)} = (G_1G_2 + G_4)\ .\ G_3 +\ G_1G_5$

c)



$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{ABC}{1+BCG}}{1 + \frac{ABCD}{C(1+BCG)}} = \frac{ABC}{1+BCG+ABC}$$

d)



$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{H_1\ H_2\ H_3}{1+H_2\ H_3}}{\frac{H_1\ H_2\ H_3}{H_3(1+H_2\ H_3)}} = \frac{H_1\ H_2\ H_3}{1+H_2\ H_3+H_1\ H_2}$$

INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES TECHNOLOGIQUES DE NABEUL

Département de génie mécanique

Travaux Dirigés en **Asservissement et régulation**

Réponses temporelles

Niveau : L2-Génie mécanique

Département génie Mécanique

Travaux dirigés

Fonctionnement du poste de découpage (poste 1)

Les plaques de tôles initialement préparées sont déplacées vers le poste de découpage par l'intermédiaire d'un tapis roulant entraîné par un moteur (MT1). L'action simultanée de deux vérins (C2) et (C3) sur la tôle, assure son maintien en position sous le mécanisme de découpage. Une fois la bande découpée, elle tombe sur un deuxième tapis roulant pour l'amener au deuxième poste de cintrage (figure 1).

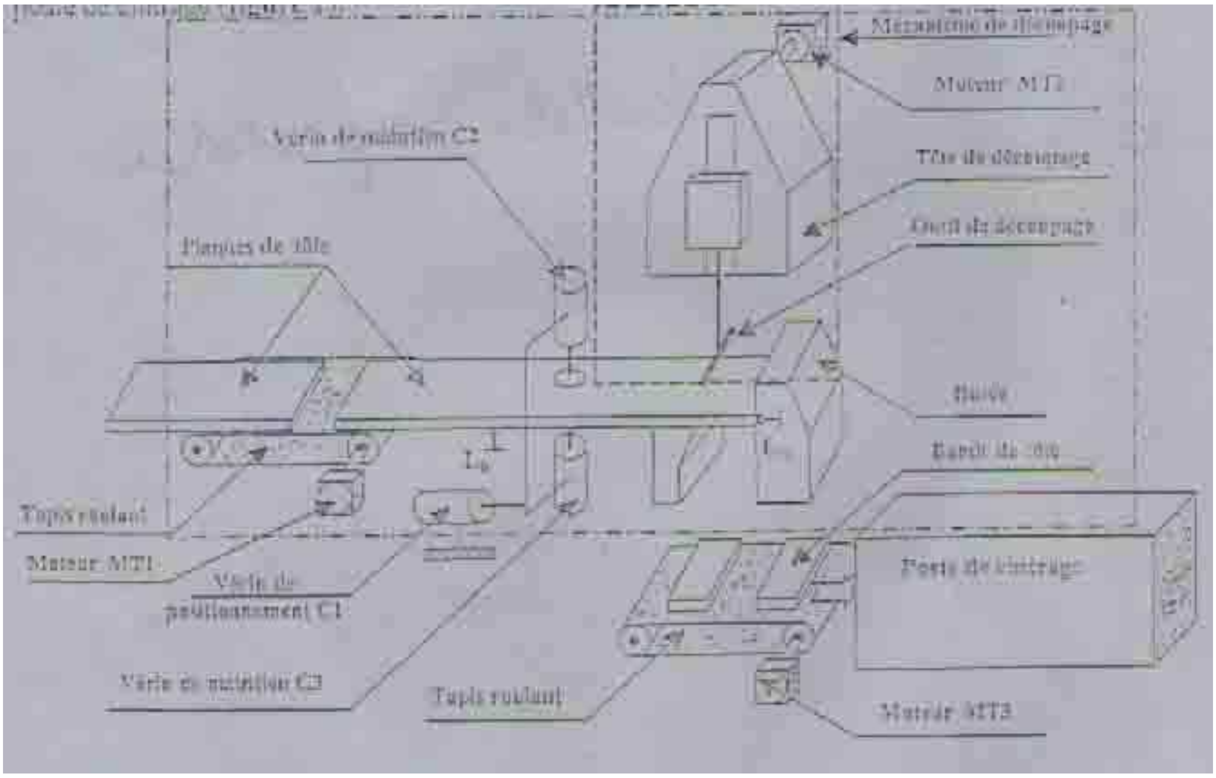


Figure 1 : Poste de découpage

Asservissement en vitesse du moteur d'entrainement du tapis

On s'intéresse dans cette partie à la modélisation et à la commande en vitesse du moteur MT1 à courant continu.

1. Modélisation

L'entraînement du tapis amenant les bandes de tôle est assuré par un moteur à courant continu MT1. La fonction de transfert générale de al commande de la vitesse de rotation angulaire (t) du moteur utilisé est fournie sous forme de schéma bloc représenté par la figure 4.

La modélisation du comportement du moteur d'asservissement à commande par l'induit est donnée par les équations ci-dessous :

$$u(t) = R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e(t) \qquad (C.1)$$

$$e(t) = K_e.w(t) \qquad (C.2)$$

$$C_m(t) = K_c.i(t) \qquad (C.3)$$

$$J_m\frac{dw(t)}{dt} = c_m(t) - F_v.w(t) - c_r(t) \qquad (C.4$$

Les grandeurs physiques dans cette étude sont les suivantes :

$U = L\big(u(t)\big)$ est la tension de commande du moteur, $E = L\big(e(t)\big)$ est la force contre-électromotrice,

$I = L\big(i(t)\big)$ est l'intensité du courant de commande du moteur, $C_m = L\big(c_m(t)\big)$ est le couple moteur,

$C_r = L\big(c_r(t)\big)$ est le couple résistant, $\Omega = L\big(w(t)\big)$ est la vitesse de rotation du moteur.

Ou $F = L(f)$ signifie que F est la transformée de Laplace de la fonction temporelle f

On note :

R : La résistance totale d'induit,L : l'inductance totale d'induit, K_e : le coefficient de la force contre- électromotrice, K_c : le coefficient de couple, F_v : le coefficient de frottement visqueux, J_m : Le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur

1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, et à partir des transformées de Laplace des équations précédentes, compléter le schéma fonctionnel du moteur (figure 2), en précisant les blocs B_i $(i = 1, \ldots, 4)$.

2.

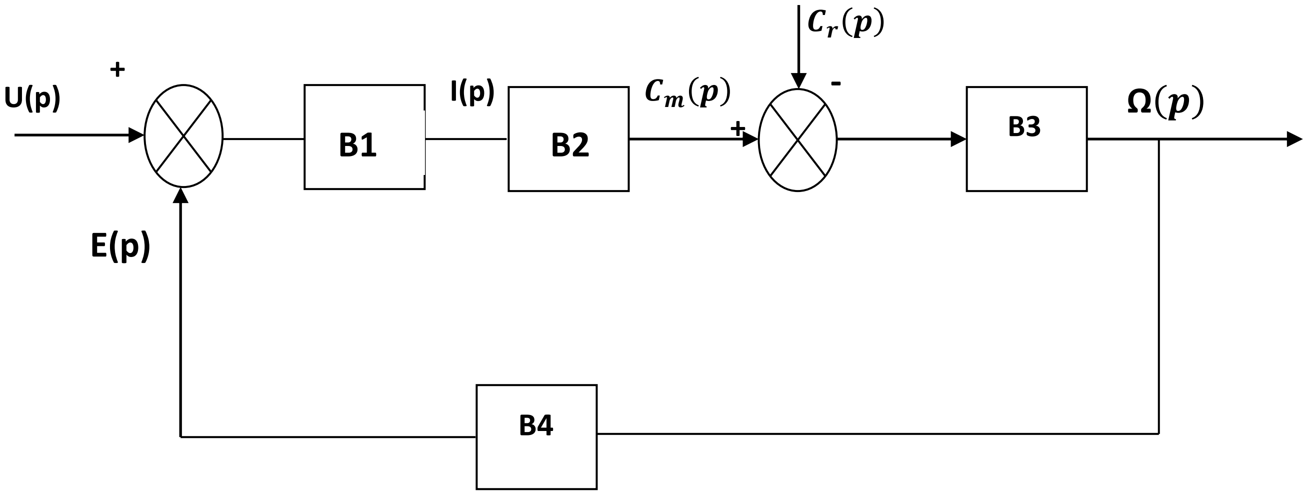


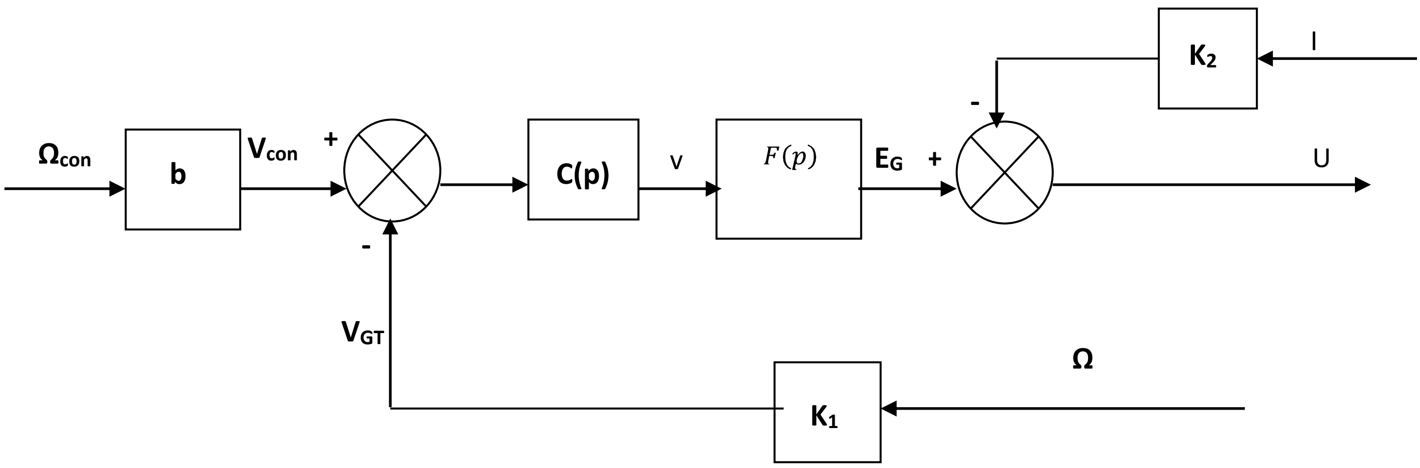
Figure 4. Schéma bloc moteur

Dans tout ce qui suit, on suppose que le couple résistant est nul : $C_r = 0$

1.1.2 Etablir la fonction de transfert : $G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$

2. Commande en vitesse du moteur

Le moteur est entraîné par une génératrice à courant continu à vitesse constante, dont le schéma bloc de commande est représenté par la figure 5. L'ensemble moteur – génératrice reçoit à l'entrée la consigne de fréquence de rotation Ωcons.



Une dynamo tachymétrique placée sur l'arbre du moteur fournissant une tension

$$v_G(t) = b\, w(t)$$

Les équations régissant le fonctionnement de la génératrice sont les suivantes :

$$u(t) = e_G(t) - R_G\, i(t)$$

$$e_G(t) = a\, i_1(t)$$

$$v(t) = r\, i_1(t) + l\, \frac{di_1(t)}{dt}$$

où $e_G(t)$ est la force électromotrice développée par la génératrice : C(p) est un correcteur.

On note : V = L(v) ; I_1 = L(i_1) ; E_G = L(e_G) ; V_{GT}= L (v_{GT}) où F = L(f) signifie que F est la transformée de la place de la fonction temporelle f.

__Données numériques :__

Moteur : R = 0,4 Ohm, K_e = 1V.s/rad, K_e = 1N.m/A , J_m = 2kg m^2, on néglige l'inductance (L) et le coefficient de frottement (F_v)

Génératrice : R_G = 0.4 ohm, a = 100 ohm, r = 20ohm, 1 = 5H,

Dynamo tachymètrique : b = 0.2

N.B : Pour toutes les questions suivantes, donner les expressions littérales puis numériques.

2.1 : Donner le schéma bloc complet du moteur-génératrice avec sa commande en précisant les blocs, K_1, K_2 et F(p).

2.2. Calculer la fonction de transfert T(p) reliant la vitesse angulaire Ω (p) à la tension de commande V(p).

2.3. Calculer et représenter l'allure de la réponse du système non asservi moteur-génératrice (V,Ω) à un échelon de tension de 10 Volts.

2.4. Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée : H(p) = $\frac{\Omega(P)}{\Omega_{cons}(p)}$.

2.5. Dans le cas d'un correcteur proportionnel C(p) = A, montrer que le système asservi est un système de second d'ordre de pulsation propre ω_n, de coefficient d'amortissement ξ et de gain statique K.

2.6. Déterminer la valeur limite du gain A, telle que la réponse à un échelon ne présente pas de dépassement.

Correction

Asservissement en vitesse du moteur d'entraînement du tapis

1- Modélisation :

$U(t) = Ri(t) + L\frac{di(+)}{dt} + e(t)$ (C.1)

$e(t) = k_e\,\omega(t)$ (C.2)

$c_m(t) = K_c\ i(t)$ (C.3)

$J_m\frac{dw(t)}{dt} = c_m(t) - F_V.(i)(t) - C_r(t)$ (C.4)

1.1- Transformée de la place pour l'équation (C.1) donne :

$L[U(t)] = RL[i(t)] + l\,L\left[\frac{di(t)}{dt}\right] + L\,[e(t)] \Rightarrow U(P) = RI(p) + LpI\,(p) + E(p)$

$\Rightarrow I(p)\,(R+pL) = U(p) - E(p)$

$\Rightarrow I(p) = \left(\frac{1}{R+pL}\right)\left(U(p) - E(p)\right)$ **D'où** $\mathbf{B_1 = \frac{1}{R+pL}}$

- Transformée de la place de l'équation (C.2) donne :

$L\,[e(t)] = K_e\,L[\omega(t)] \Rightarrow E(p) = k_e\,\Omega(p)$ **D'où** $\mathbf{B_4 = ke}$

Transformée de la place pour l'équation (C.3) donne :

$L[cm(t)] = kc\ L[i(t)] \Rightarrow C_m(p) = K_c\,I(p)$ **D'où** $\mathbf{B_2 = Kc}$

- Transformée de la place de l'équation (C.4)

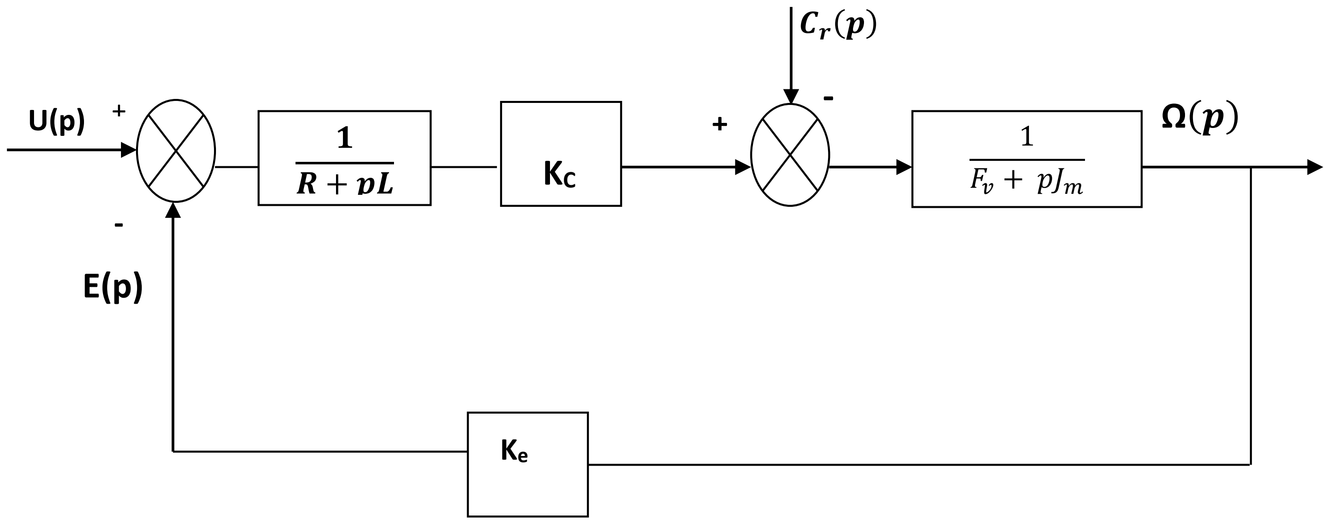
  $Jm\ L\left[\frac{dw(+)}{dt}\right] = L[Cm(t)] - FvL\ [\omega(t)] - L[Cr(t)]$

  $\Rightarrow Jm\ p\ \Omega(p) = Cm(p) - Fv\ \Omega(p) - Cr(p)$

  $\Rightarrow \Omega(p)[pJm + Fv] = Cm(p) - Cr\ (p)$

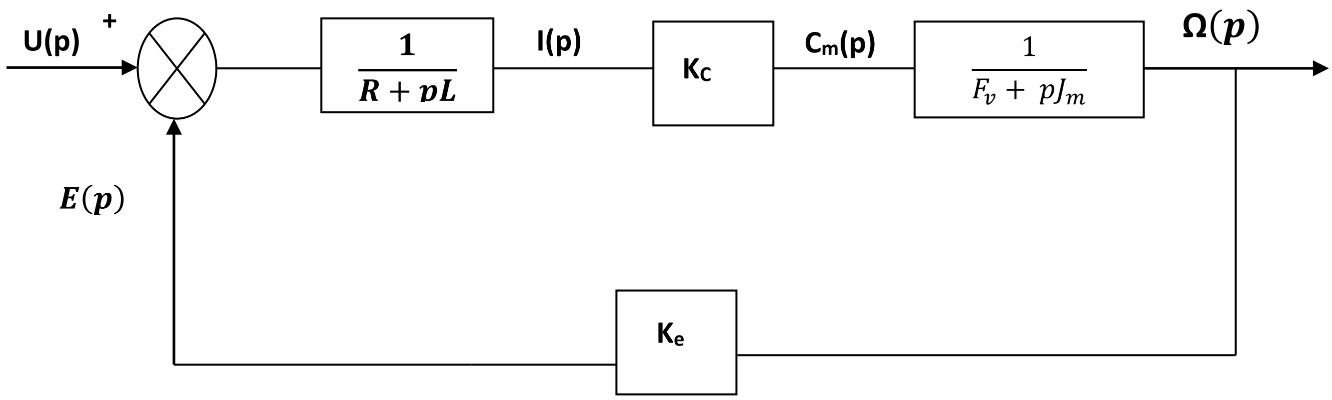
  $\Rightarrow \Omega\ (p) = \left(\frac{1}{Fv+pJm}\right)(Cm\ (p) - Cr\ (p))$ **d'où** $\mathbf{B_3 = \frac{1}{Fv+p\,Jm}}$

Ainsi le schéma fonctionnel du moteur est le suivant :



II- 1-2- Couple résistant est nul (Cr = 0)

Le schéma bloc se réduit à :



Détermination de la fonction transfert G(p)

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{R+pL}.kc.\frac{1}{Fv+pJm}}{1+\frac{1}{R+pL}.kc.\frac{1}{Fv+pJm}.ke}$$

$$= \frac{\frac{kc}{(R+pL)(Fv+pJm)}}{\frac{(R+pL)(Fv+pJm)+kcke}{(R+pL)(Fv+pJm)}}$$

$$\text{D'ou } G(p) = \frac{kc}{(R+pL)(Fr+pJm)+ kc\, ke}$$

2. Commande en vitesse du moteur :

2.1 Transformée de la place de l'équation (C.5)

$L\,[U(t)] = L[e_G(+)]$ - $R_G L[i(t)] \Rightarrow U(p) = E_G(p) – R_G\, I(p)$ d'où **$K_2 = R_G$**

De même on a $V_G = b(t) \Rightarrow L\,[VG(t)] = b\, L\,[w(t)] \Rightarrow VGT\,(P) = b\,\Omega(p)$ d'où **$K_1 = b$**

- Transformée de la place de l'équation (C.6)

$L\,[e_G(t)] = a\, L\,[i_1(t)] \Rightarrow E_G\,(p) = aI_1(p)$

- Transformée de la place de l'équation (C.7)

$L[V(t)] = r\, L[i_1(t)] + l\, L\left[\frac{di_1(t)}{dt}\right] \Rightarrow V(p) = rI_1\,(P) + lpI_1(p) \Rightarrow V(p) = (r + pl)\, I_1\,(p)$

$\Rightarrow I_1(p) = \frac{V(p)}{(r+pl)}$ d'où $E_G(p) = \frac{a}{(r+pl)}\, V(p) \Rightarrow$ **$F(p) = \frac{a}{(r+pl)}$**

On néglige l'inductance (L) et le coefficient de frottement (Fv) d'où B_1 et B_3 se réduisent à :

$$\boldsymbol{B_1 = \frac{1}{R}} \text{ et } \boldsymbol{B_3 = \frac{1}{pJm}}$$

D'après la formule de black on a :

$$\frac{\Omega(p)}{V(p)} = \frac{\frac{a}{r+pl} \cdot \frac{kc}{pRJm + kekc}}{1 + \frac{r+pl}{a} \cdot \frac{pJmRG}{kc} \cdot \frac{a}{r+pl} \cdot \frac{kc}{pRJm + kekc}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Omega(p)}{V(p)} = \frac{\frac{a\,K_c}{(r+pl)\left(pRJ_{m+}\,K_e K_c\right)}}{\frac{aK_c(r+pl)\left(pRJ_{m+}\,K_e K_C\right)+(r+pl)(pJ_m R_G)aK_c}{aK_c(r+pl)\left(pRJ_{m+}K_e K_c\right)}}$$

$$\frac{\Omega(\mathrm{p})}{\mathrm{V(p)}} = \frac{\mathrm{aK_c}}{(\mathrm{r}+\mathrm{pl})(\mathrm{pR\,J_m}+\mathrm{kekc}) + (\mathrm{r}+\mathrm{pl})(\mathrm{pJ_m R_G})}$$

D'ou:

$$T(p) = \frac{\Omega(\mathrm{p})}{\mathrm{V(p)}} = \frac{\mathrm{a\,K_c}}{(\mathrm{r}+\mathrm{pl})(\mathrm{pRJm}+\mathrm{pJmRG}+\mathrm{kekc})}$$

2.2 la réponse temporelle du système (w(t) pour un échelon de tension de 10 volts (v(t) = 10 volts)

Remarque : $\Omega(\mathrm{p}) = \mathrm{L}[w(t)]$

On a $\mathrm{v(t)} = 10 \Rightarrow \mathrm{V(p)} = \frac{10}{p}$

$$\Omega(\mathrm{p}) = \mathrm{T(p)\,V\,(P)} = \frac{a\ kc}{(r+pl)(pJmR+pJm\ R_G+ke\ \ k_c)}\frac{10}{p}$$

__AN :__

$$\Omega(p) = \frac{100}{(20+5p)(p.2\ \times\ 0.4+p\ \times\ 2\ \times 0.4+1)}\frac{10}{p}$$

$$\Rightarrow \Omega(\mathrm{p}) = \frac{1000}{\mathrm{p}(20+5\mathrm{p})(1.6\mathrm{p}+1)} = \frac{200}{\mathrm{P}(4+\mathrm{p})(1.6\ \mathrm{p}+1)}$$

$$\Rightarrow \Omega(p) = \frac{200}{\mathrm{p}(4+\mathrm{p})\left(\mathrm{p}+\frac{1}{1.6}\right).1.6} = \frac{200/1.6}{\mathrm{p}(4+\mathrm{p})(\mathrm{p}+0.625)}$$

$$\mathrm{D'ou}\ \Omega(\mathrm{p}) = \frac{125}{\mathrm{p}(4+\mathrm{p})(\mathrm{p}+0.625)} = \frac{\alpha}{\mathrm{p}} + \frac{\beta}{4+\mathrm{p}} + \frac{\gamma}{\mathrm{p}+0{,}625}$$

$Avec\ \alpha = p\Omega(p)/p = 0 \rightarrow \alpha = 27{,}02$

$\beta = (4+p)\Omega(p)/p = -4 \rightarrow \beta = 9{,}26$

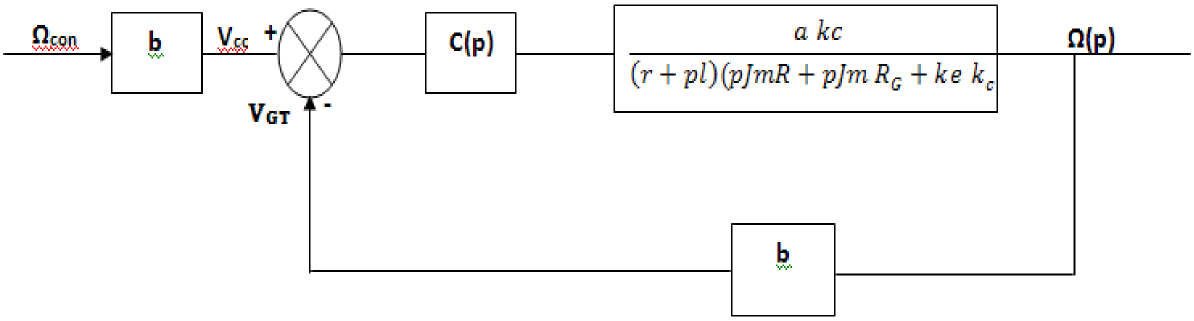
$\gamma = (p+0{,}625)\Omega(p)/p = -0{,}625 \rightarrow \gamma = -59{,}26$

D'où $\mathrm{w(t)} = 27{,}02\ \mathrm{u(t)} + 9{,}26\mathrm{e}^{-4\mathrm{t}}\ \mathrm{U(t)} - 59{,}26\mathrm{e}^{-0{,}625\mathrm{t}}\ \mathrm{U(t)}$

$\Rightarrow \mathrm{w(t)} = (27{,}02 + 9{,}26\mathrm{e}^{-4\mathrm{t}} - 59{,}26\mathrm{e}^{-0{,}625\mathrm{t}})\ \mathrm{U(t)}$

2.3 Calcul de la fonction de transfert du système en boucle fermée H(p) = $\frac{r(p)}{R_{cons}(P)}$

Le schéma bloc (de la page 4) se simplifie sous la forme



$$\text{On a } \frac{\Omega(p)}{V_{con}(p)} = \frac{\dfrac{C(p)a\,K_c}{(r+pl)(R\,J_m\,p+p\,J_m\ \ R_G+ke\,kc)}}{1+\dfrac{bC(p)a\,K_c}{(r+pl)(RJmp+pJmRG+kekc)}}$$

$$D'ou \frac{\Omega(p)}{V_{con}(p)} = \frac{C(p)a\,kc}{(r+pl)(RJmp+pJmRG+kekc)+\ bC(p)a\,kc}$$

On a $V_{con} = b\ \Omega_{con}$

$$\Rightarrow \Omega(p) = \frac{bC(p)a\,kc}{(r+pl)(RJm\,p+pJm\,R_G+kekc)+bC(p)a\,Kc}\Omega_{con}$$

D'où $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{\Omega_{con}} = \dfrac{bC(p)a\,kc}{(r+pl)(RJm\,p+pJm\,R_G+kekc)+bC(p)a\,Kc}$

2.4 Dans le cas d'un correcteur proportionnel C(p) = A de fonction de transfert devient :

$$H(p) = \frac{b\ A\ a\,kc}{(r+pl)(RJm\,p+pJm\,R_G+kekc)+\ bAa\ Kc}$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{K_c\ a\,A\,b}{(lJmR+lJmR_G)p^2+(rJmR+rJmR_G+lkekc)p+rkekc+bAakc)}$$

$$H(p) = \frac{\dfrac{kc\ \ aA\ b}{(lJmR+lJmRG}}{p^2+\left(\dfrac{rJmR+rJmRG+lkekc}{lJmR+lJmRG}\right)p+\dfrac{rkekc+bAakc}{(lJmR+lJmRG)}}$$

Ainsi le système est de second ordre or la fonction de transfert d'un système de second ordre s'écrit sous la forme :

$$H(p) = \frac{k\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\,\omega_n p + \omega_n^2}$$

Avec : K : gain statique, ξ : facteur d'amortissement et w_n : pulsation propre

Par identification on trouve :

$$k\omega_n^2 = \frac{kc \;\; aA\, b}{(lJmR + lJmRG)} \qquad\qquad 2\xi\,\omega_n = \frac{rJmR + rJmRG + lkekc}{lJmR + lJmRG}$$

$$\omega_n^2 = \frac{rkekc + bAa\;kc}{(lJmR + lJmRG)}$$

.

INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES TECHNOLOGIQUES DE NABEUL

Département de génie mécanique

Travaux Dirigés en **Asservissement et régulation**

Performances d'un système asservi

Niveau : L2-Génie mécanique

Exercice 1 :

Tracer le lieu de transfert correspondant à la fonction :

$$G(p) = \frac{1+p}{1+p^2}$$

1. Dans le plan de Bode
2. Dans le plan de Black
3. Dans le plan de Nyquist

En précisant les asymptotes et les points spécifiques.

Exercice 2 :

Soit la fonction de transfert

$$G(p) = \frac{1+p}{p(1-p)}$$

Tracer le lieu de transfert dans le plan de Bode et dans le plan de Nyquist

Exercice 3 :

Etudier la stabilité des systèmes d'équation caractéristique :

$$Q_1(p) = p^4 + 4.p^3 + 3.p^2 + p + K + 1$$

$$Q_2(p) = p^4 + K.p^3 + 2.p^2 + p + 3$$

Ou K est un paramètre réel variable.

Exercice 4 :

Soit un système à retour unitaire dont la fonction de transfert de la chaine directe est $G(p)$.

1. Montrer que si le lieu de transfert en boucle ouverte présente une marge de phase $m_\varphi = 60°$ à la pulsation w_0, alors le lieu de transfert en boucle fermée $L(jw)$ est tel que

$$|L(jw_0)| = 1 , arg\big(L(jw_0)\big) = -60°$$

2. Application : $G(p) = \frac{K}{p(1+0.5.p)}$

Calculer la pulsation w_0 et le gain K permettant d'avoir une $m_{\varphi} = 60°$.

Donner l'expression de la FTBF et vérifier le résultat.

Exercice 5 :

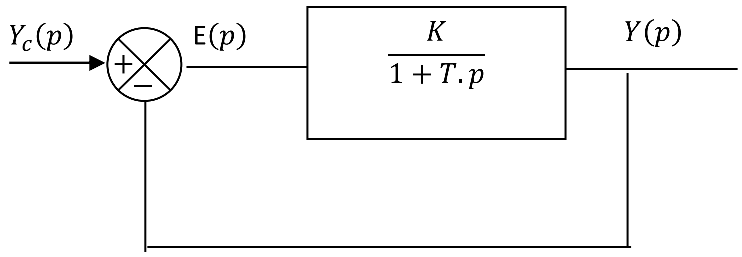
Soit l'asservissement présenté dans la figure ci-dessous

1. Ecrire la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$

2. Si $y_c(t) = y_{co} = cte$, que devient $y(t)$ quand $t \to \infty$

Quel est alors l'écart $e_0(\infty)$ entre y_{co} et $y(\infty)$

3. Que devient l'écart $e_1(\infty) = y_c(\infty) - y(\infty)$, si l'entrée est une rampe de pente a



DEVOIR DE SYNTHESE EN ASSERVISSEMENT ET REGULATION

Année universitaire : 2009/2010. Date : le 07/01/2010

Classe : L2. Nombre de pages : 5

Durée : 1H30. Documents : non autorisés.

Proposé par Mrs : Kalleli.S & Moulahi.M & Amdouni.H & Zitouni.A

Fonctionnement du poste de découpage :

Les plaques de tôles initialement préparées sont déplacées vers le poste de découpage par l'intermédiaire d'un tapis roulant entrainé par un moteur **(MT1).** L'action simultanée de deux vérins **(C2)** et **(C3)** sur la tôle, assure son maintien en position sous le mécanisme de découpage. Une fois la bande découpée, elle tombe sur un deuxième tapis roulant pour l'amener au deuxième poste de cintrage **(figure 1)**

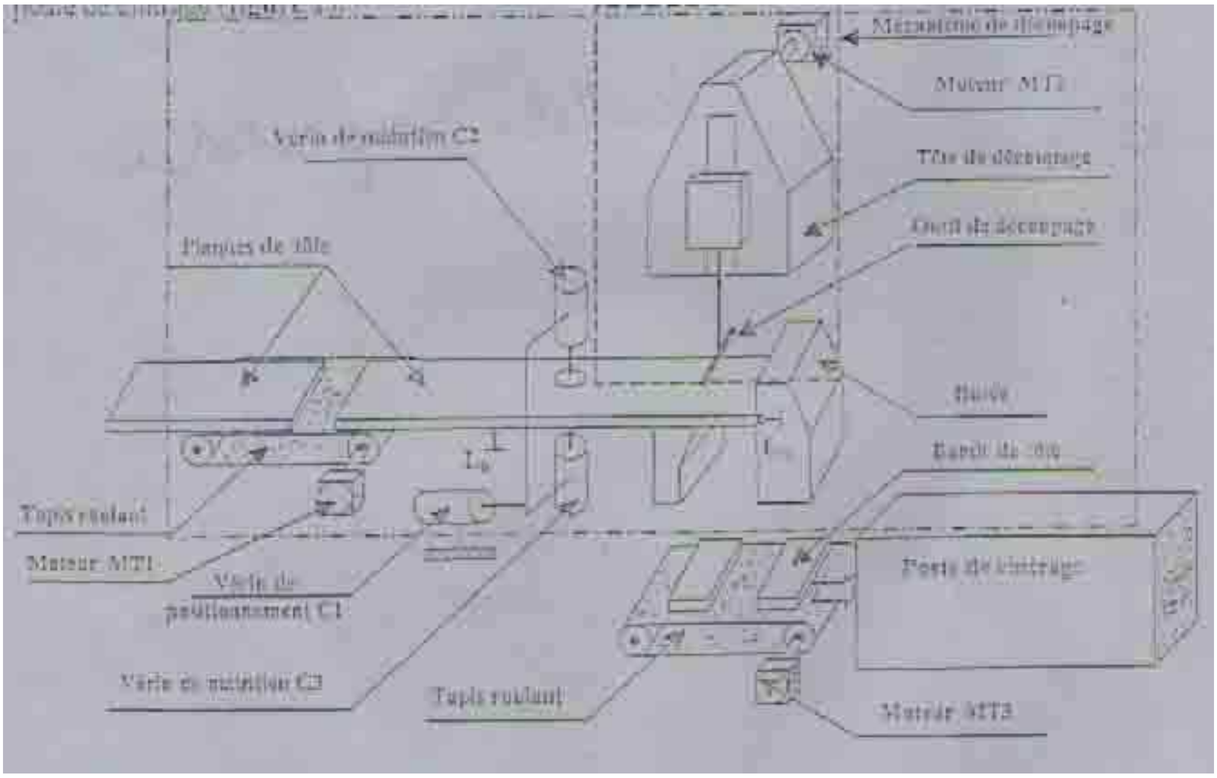


Figure 1 : Poste de découpage

Asservissement en vitesse du moteur d'entrainement du tapis

On s'intéresse dans un premier lieu à la modélisation en vitesse du moteur **MT1** à courant continu.

L'entrainement du tapis amenant les bandes de tôle est assuré par un moteur à courant continu **MT1.** La fonction de transfert générale de la commande de la vitesse de rotation angulaire w du moteur utilisé est fournie sous forme de schéma bloc représenté par la figure 2.

La modélisation du comportement du moteur d'asservissement à commande par l'induit est donnée par les équations ci- dessous :

$$u(t) = R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e(t) \qquad (C.1)$$

$$e(t) = K_e.w(t) \qquad (C.2)$$

$$C_m(t) = K_c.i(t) \qquad (C.3)$$

$$J_m\frac{dw(t)}{dt} = c_m(t) - F_v.w(t) - c_r(t) \qquad (C.4)$$

Les grandeurs physiques dans cette étude sont les suivantes :

$U = L(u(t))$ est la tension de commande du moteur, $E = L(e(t))$ est la force contre-électromotrice,

$I = L(i(t))$ est l'intensité du courant de commande du moteur, $C_m = L(c_m(t))$ est le couple moteur,

$C_r = L(c_r(t))$ est le couple résistant, $\Omega = L(w(t))$ est la vitesse de rotation du moteur.

Ou $F = L(f)$ signifie que F est la transformée de Laplace de la fonction temporelle f

On note :

R : La résistance totale d'induit, L : l'inductance totale d'induit, K_e : le coefficient de la force contre- électromotrice, K_c : le coefficient de couple, F_v : le coefficient de frottement visqueux,

J_m : Le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur

3. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, et à partir des transformées de Laplace des équations précédentes, compléter le schéma fonctionnel du moteur (figure 2), en précisant les blocs $B_i\ (i = 1, \ldots, 4)$.

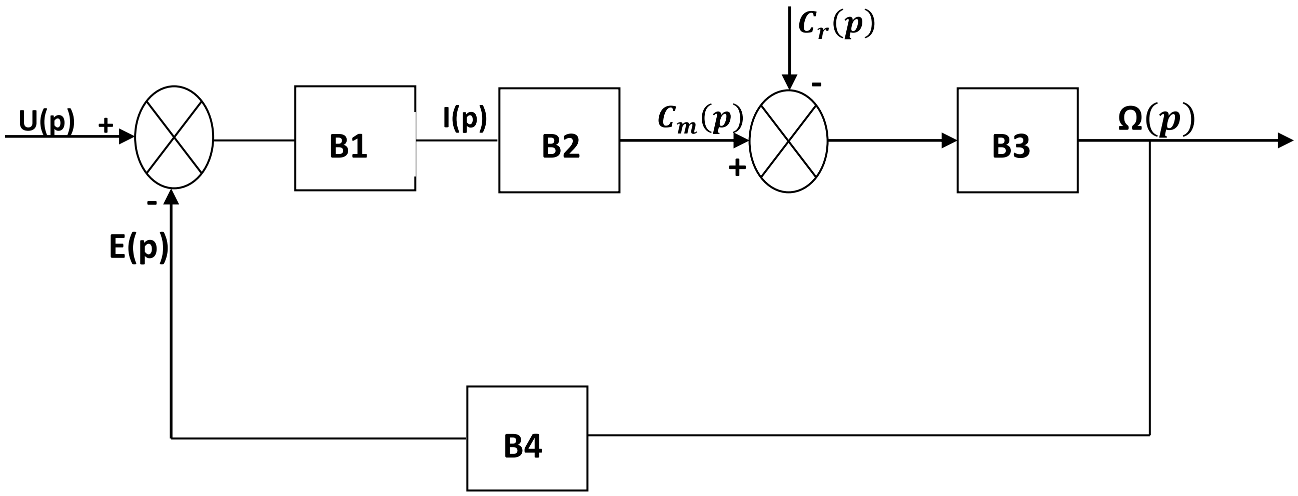


Figure 2 Schéma bloc moteur

4. Le but de cette question est d'établir l'expression de sortie $\Omega(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{U}(\boldsymbol{p}) + \boldsymbol{C_r}(\boldsymbol{p})\big)$

a) 1er cas : $\boldsymbol{C_r = 0}$

Déterminer alors l'expression de sortie $\Omega_{\boldsymbol{1}}(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{U}(\boldsymbol{p})$

b) 2ème cas : $\boldsymbol{U(p) = 0}$

Déterminer alors l'expression de sortie : $\Omega_{\boldsymbol{2}}\ (\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{C_r}(\boldsymbol{p})\big)$

c) Pour $\Omega(\boldsymbol{p}) = \ \Omega_{\boldsymbol{1}}(\boldsymbol{p}) + \ \Omega_{\boldsymbol{2}}(\boldsymbol{p})$

Déduire alors l'expression $\Omega(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{U}(\boldsymbol{p}) + \ \boldsymbol{C_r}(\boldsymbol{p})\big)$

On considère dans la suite du problème : $\boldsymbol{C_r = 0}$

3. Si on néglige l'inductance $\boldsymbol{L}$ et le frottement $\boldsymbol{Fv}$

a) Déterminer et représenter l'allure de la réponse temporelle du système $\omega(t)$ à un échelon de tension de 10 volts $(u(t) = 10\ V)$

Application numérique :

$Kc = 1\ N.m/A,\ Ke = 1\ V.s/rad\ , J_m = 2\ kg.m^2$ et $R = 0{,}4\ ohm$

b) Calculer le temps de réponse à 5%

4. Soit $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ la fonction de transfert du système

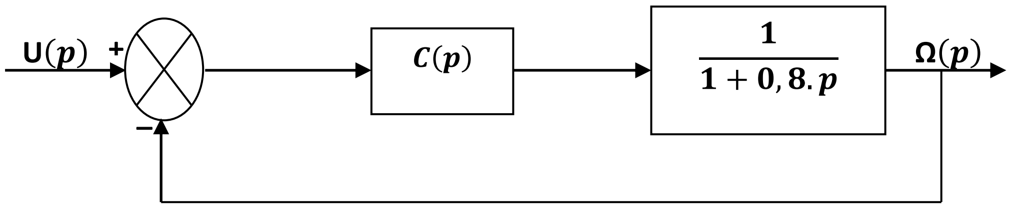
On considère dans ce qui suit que $H(p)$ s'écrit sous la forme :

$$H(p) = \frac{1}{1+0.8.p}$$

Compléter le tableau suivant et tracer le lieu de Bode en précisant les asymptotes

$w\left({}^{rad}/_{s}\right)$	0,1	0,3	0,5	1	1,25	2	5	10	12,5
$G(dB)$									
$\varphi°(H)$									

5. Soit le système asservi linéaire décrit par le schéma bloc suivant :



On ne considère que le correcteur $\boldsymbol{C(p) = k}\ \ avec\ \boldsymbol{k} > 0$

Soit $\boldsymbol{G(p)} = \frac{\Omega(\boldsymbol{p})}{\boldsymbol{U(p)}}$ la fonction de transfert de système

a) Déterminer la fonction de transfert du système respectivement en boucle ouverte et en boucle fermée

b) Pour : $\boldsymbol{k = 3,17}$

Tracer les courbes du processus en boucle ouverte dans le lieu de Bode

NB : le traçage des courbes se fait dans le même graphe de la question **4)**

c) Déduire alors le rôle du correcteur $\boldsymbol{C(p)}$

Bon Travail

Annexe

F(p)	f(t) = $\mathcal{L}^{-1}$[F(p)]
1	$\delta(t)$ Impulsion de Dirac
$\frac{1}{p}$	$u(t)$ Echelon unité
e^{-Tp}	$\delta(t-T)$ Impulsion retardée
$\frac{e^{-Tp}}{p}$	$u(t-T)$ Echelon retardé
$\frac{1}{p^2}$	$t.u(t)$ Rampe unitaire
$\frac{1}{p^n}$ n entier	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau p)^2}$	$\frac{1}{\tau^2}te^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau p)^n}$	$\frac{1}{\tau^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p(1+\tau p)}$	$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$

F(p)	f(t) = $\mathcal{L}^{-1}$[F(p)]
$\frac{1}{p(1+\tau p)^2}$	$1-(1+\frac{t}{\tau})e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p^2(1+\tau p)}$	$t-\tau+\tau e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$	$\frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}-e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1-\tau_2}$
$\frac{1}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$	$1-\frac{\tau_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}-\tau_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1-\tau_2}$
$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin(\omega t)$
$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t)$
$\frac{p+z\omega_0}{\omega_0^2+2z\omega_0 p+p^2}$	$e^{-z\omega_0 t}\cos(\omega_p t)$ avec $\omega_p=\omega_0\sqrt{1-z^2}$
$\frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2}$	$\frac{\omega_0}{\sqrt{1-z^2}}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_p t)$
$\frac{1}{p(1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2)}$	$1-\frac{\omega_0}{\omega_p}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_p t+\psi)$ avec $\psi=\arccos z$

Correction D'examen

1)

- **Transformée de la place de l'équation (C.1) donne :**

L $[u(t)] = RL\ [i(t)] + \ L\ L\left[\frac{di(t)}{dt}\right] + \ L\ [e(t)]$

$\Rightarrow$ U(p) = RI(p) + L.p.I(p) + E(p).

$\Rightarrow$ I(p) (R + pL)) = U(p) – E(p)

$\Rightarrow$ **I(p) =** $\frac{\mathbf{1}}{(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{pL})}(\boldsymbol{U}(\boldsymbol{p}) - \ \boldsymbol{E}(\boldsymbol{p}))$

D'où B1 = $\frac{\mathbf{1}}{(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{pL})}$

- **Transformée de la place de l'équation (C.2) donne :**

L$[(e(t)] = ke\ L[\omega(t)]$

$\Rightarrow$ E(p) = ke Ω(p) **d'où B4 = ke**

- **Transformée de la place de l'équation (C.3) donne :**

L $[Cm(t)] = ke\ .L\ [i(t)]$ $\Rightarrow$ Cm(p) = kc I(p) **d'où $B_2 = k_c$**

- **Transformée de la place de l'équation (C.4)**

Jm L $\left[\frac{d\omega(t)}{dt}\right] = L[Cm(t)] - \ Fv\ L(\omega(t) - \ L\ [Cr(t)]$

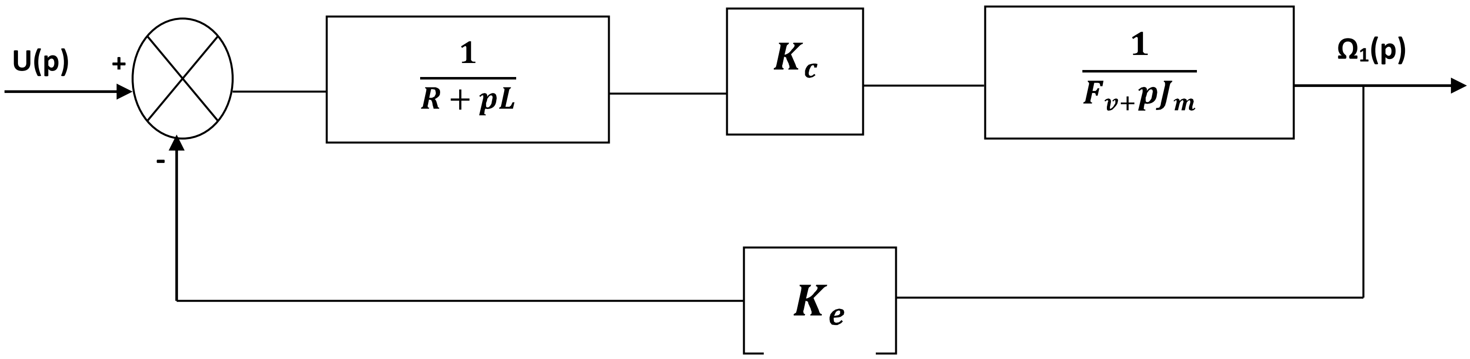
$\Rightarrow$ Jm pΩ (p) = Cm(p) – F_v Ω(p) – C_r (p)

$\Rightarrow$ Ω(p) $[pJm + Fv] = Cm(p) - \ Cr\ (p)$

$\Rightarrow$ Ω(p) = $\left(\frac{1}{Fr+pJm}\right)(Cm(p) - \ Cr(p))$ **d'où B3 =** $\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{Fv}+\boldsymbol{pJm}}$

2) **a) 1er cas : Cr = o**

Le schéma bloc moteur devient :

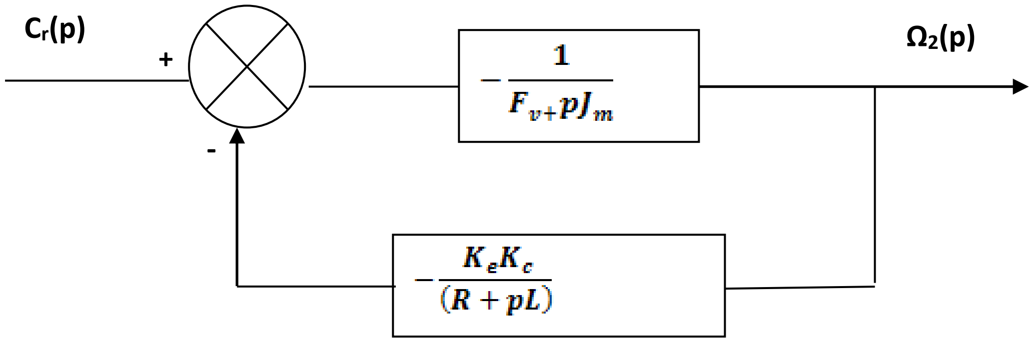


$$\frac{\Omega_1(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{R+pL}K_c\frac{1}{F_v+pJ_m}}{1+\frac{1}{R+pL}K_c\frac{1}{F_v+pJ_m}K_e}$$ (D'après la formule de black)

D'où $\frac{\Omega_1(p)}{U(p)} = \frac{K_c}{(F_v+pJ_m)(R+pL)\ K_c\ K_e}$

b) 2ème cas : U(p) = 0

Le schéma bloc moteur devient :



$$D'ou\ \frac{\Omega_2(p)}{C_{r(p)}} = -\frac{\frac{1}{F_v+pJ_m}}{1+\frac{1}{F_v+pJ_m}\frac{K_eK_c}{(R+pL)}}$$

$$\frac{\Omega_2(p)}{C_{r(p)}} = -\frac{(R+pL)}{(F_v+pJ_m)(R+pL)+K_c\ K_e}$$

$$Alors\ \Omega_2(p) = -\frac{(R+pL)}{(F_v+pJ_m)(R+pL)+K_c\ K_e}C_{r(p)}$$

c) $\Omega(p) = \Omega_1(p) + \Omega_2(p)$

$\Rightarrow \Omega(\mathrm{p}) = \left[\frac{kc}{(Fv+pJm)(R+pL)+kcke}\right] U(p) - \left[\frac{(R+pL)}{(Fv+pJm\ (R+pL)+kcke}\right] C_r(\mathrm{p})$

$\Rightarrow \Omega(\mathrm{p}) = \frac{1}{(FV+PJm)(R+pL)+kcke}\ (kc\,U(p) - (R+pL)Cr(p))$

3)

a) Pour $C_r = 0$ et en plus si on néglige l'inductance L et le frottement Fv, on obtient :

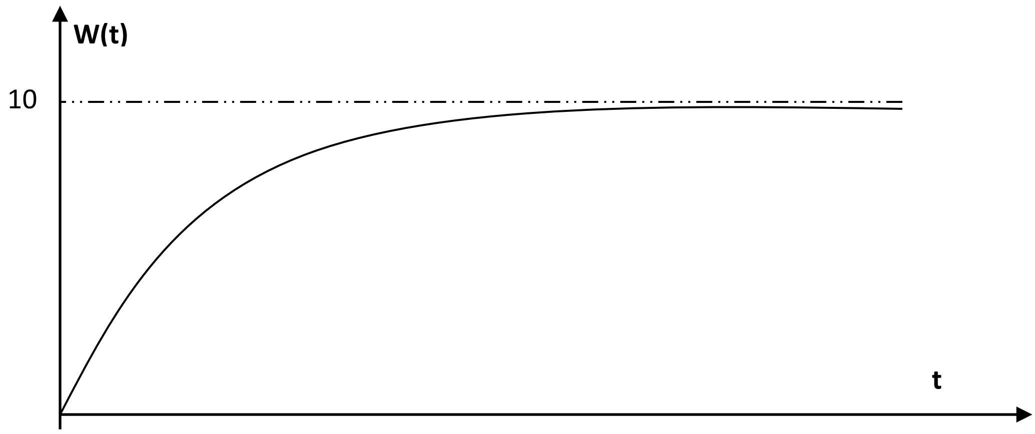
$\Omega\ (\mathrm{p}) = \frac{kc}{RJmp+kcke}\ U(p)$

$\Rightarrow \Omega\ (\mathrm{p}) = \frac{1}{0,8\,p+1}\ U(p)$

$U(t) = 10 \Rightarrow U(p) = \frac{10}{p}$ d'où $\Omega(\mathrm{p}) = \frac{1}{(0,8p+1)} \cdot \frac{10}{(1+0,8p)\,p} = \frac{10}{0,8\left(\frac{1}{0,8}+p\right)p} = \frac{12,5}{p\,(p+1,25)}$

$\Rightarrow \Omega(\mathrm{p}) = \frac{x}{p} + \frac{\beta}{(p+1,25} = \frac{10}{p} - \frac{10}{(p+1,25)}$

$\Rightarrow \omega(t) = 10\ (1 - e^{-1,25t})$



b) $t_{r5\%}$? $\Rightarrow$ Le temps au bout du quel $\omega(t) = 95\%\ \omega\ (\infty) \Rightarrow \omega(t) = 0,95 \times 10 \Rightarrow \omega(t) = 9,5$ rad/s

$\omega(t) = 9,5 \Rightarrow 10(1 - e^{-1,25t}) = 9,5$

$\Rightarrow 1 - e^{-1,25t} = 0,95$

$\Rightarrow e^{-1,25t}) = 0,05$

$\Rightarrow -1,25t = \log\ (0,05)$

$\Rightarrow t = -\frac{Log\ (0,05)}{1,25}$

AN : t = 2,39s

3) Soit $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$

$$H(p) = \frac{1}{1+0,8p}$$

$H(j\omega) = \frac{1}{1+j0,8\omega}$

ω(rad/s)	0,1	0,5	1,25	3	6	10
G(dB)	-0,02	-0,64	-3,01	-8,3	-13,81	-18,13
C°(H)	-4,57°	-21,80°	-45°	-67,38°	-78,23°	-82,87°

$G\ (dB) = 20\ \log_{10}|H(j\omega)| = \left(\frac{1}{\sqrt{1+(0,8\omega)^2}}\right) \Rightarrow G(dB) = -10\ \log_{10}(1 + (0,8\omega)^2)$

$\varphi°\ (H) = -\mathrm{arctg}\ (0,8\omega)$

- **Comportement asymptotique :**

Lorsque $\omega \rightarrow 0$, on a :

- $|H(j\omega)| = 1 \Rightarrow G(dB) = 0dB$
- $\varphi = 0°$

lorsque $\omega \rightarrow \infty$, on a :

$H(j\omega) \simeq \frac{1}{j\,0,8\omega} = -j\frac{1}{0,8\omega} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{0,8\ \omega}$

- $G(dB) = 20\ \mathrm{lgo}_{10}\ |H(j\omega)| = -20\ \log_{10}(0,8\omega) \rightarrow -\infty$
- $\varphi \rightarrow -\pi/2$

Lorsque $\omega : \omega o = 1,25$

- $G(dB) = -3,01$

- $\varphi° = 45°$

Les asymptotes seront de pente O dB jusqu'à ω_0 = 1,25 (asymptote horizontale) et -20dB/décade au-delà

5)

a) la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO)

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = C(p)\frac{1}{1+0{,}8p} = \frac{K}{1+0{,}8p}$$

- la fonction de transfert en boucle fermée (FTBK)

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{C(p)\frac{1}{1+0{,}8p}}{1+C(p)\frac{1}{1+0{,}8p}} \; (Formule\ de\ black)$$

$$\Rightarrow G(p = \frac{k}{1+k+0{,}8p}$$

b) On a G(dB)) $20\log_{10}|G(j\omega|$ ⇒G (dB) = $20\log_{10}\left(\frac{k}{\sqrt{1+(0{,}8\omega)^2}}\right)$

$\Rightarrow G(dB) = 20\log_{10}(k) - 10\log_{10}(1+(0{,}8\omega)^2)$

⇒ G(dB) = $10 - 20\log_{10}|H(j\omega)|$

- $\varphi°$ (G(jw)) = -arctg (0,8ω) = $\varphi°$ (H(jw))

C) le rôle du correcteur C(P)

* au niveau du gain : décalage du gain de 10dB

* au niveau de la phase : Aucun effet

DEVOIR DE SYNTHESE EN ASSERVISSEMENT ET REGULATION

Année universitaire : 2010/2011. Date : le /01/2011

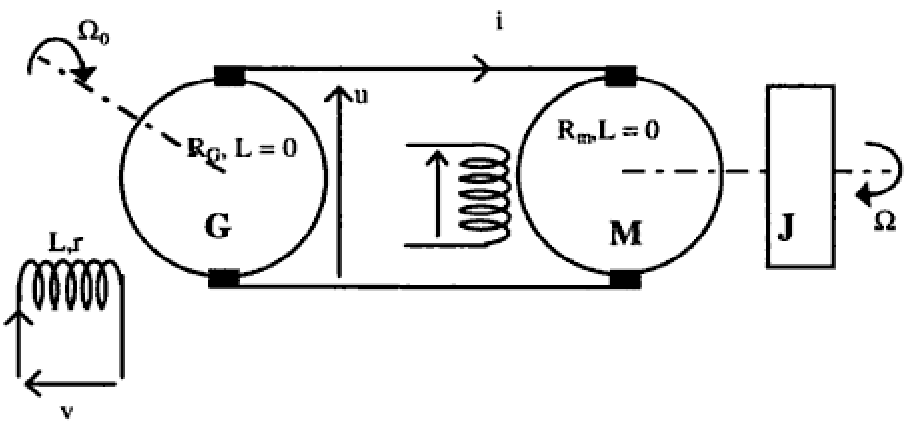
Classe : $CFM_{21,22}$, $MI_{21,22}$., CLIM2 Nombre de pages : 6

Durée : 1H30. Documents : non autorisés.

Proposé par Mrs : Kalleli.S & Moulahi.M

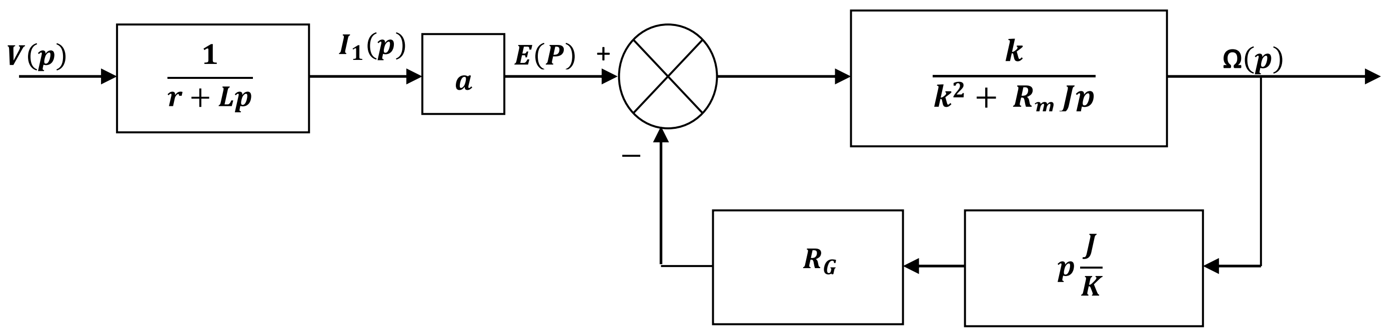
Enoncé du problème :

On considère un groupe Ward-Léonard constitué d'une génératrice à courant continu **G**, entrainé à vitesse constante w_0, qui alimente un moteur à courant continu M. Le moteur entraine une charge constituée en première approximation par une inertie pure J . L'inducteur du moteur est alimenté sous une tension constante, et on négligera la réaction d'induit.



Première partie : Etude du groupe

Le schéma fonctionnel simplifié du groupe est donné par la figure ci-dessous :



Données numériques :

On donne :

Le moment d'inertie : $\boldsymbol{J = 2\ kg.m^2}$; le coefficient de couple $\boldsymbol{K = 1\ Nm/A}$; la résistance de l'induit $\boldsymbol{R_m = 0,4\ ohm}$

La résistance d'induit $\boldsymbol{R_G = 0,4\ ohm}$; coefficient de fem $\boldsymbol{a = 100\ ohms}$; résistance de l'enroulement d'excitation $\boldsymbol{r = 20\ ohms}$; inductance $\boldsymbol{L = 5\ H}$

1) En se référant au schéma fonctionnel simplifié du groupe, exprimer la fonction de transfert $\boldsymbol{F(p)}$ reliant la vitesse angulaire $\Omega(\boldsymbol{p})$à la tension de commande $\boldsymbol{V(p)}$: $\boldsymbol{F(p) = \frac{\Omega(p)}{V(p)}}$

2) Sachant que $\boldsymbol{F(p) = \frac{5}{(1+1,6\ p)(1+0,25p)}}$

On pose $\boldsymbol{F_1(p) = \frac{5}{1+1,6p}}$ et $\boldsymbol{F_2(p) = \frac{1}{1+0,25p}}$

2-1) compléter le tableau ci-dessous

w(rad/s)	0,3	0,625	1	2,5	4	10	20
$\boldsymbol{\varphi°(F_1(jw))}$	**-25,64**	**- 45**	**- 58**	**-75,96**	**-81 ,12**	**- 86,42**	**-88,21**
$\boldsymbol{Gain\ (F_1(jw))(dB)}$	**13,1**	**11**	**8,48**	**1,7**	**-2,22**	**-10,1**	**-16,1**
$\boldsymbol{\varphi°(F_2(jw))}$	**- 4,29**	**- 8,88**	**-14**	**-32**	**-45**	**-68,19**	**-78,69**
$\boldsymbol{Gain\ (F_2(jw))(dB)}$	**- 0,02**	**- 0,1**	**- 0,26**	**- 1,43**	**-3**	**-8,6**	**-14,15**
$\boldsymbol{\varphi°(F\ (jw))}$							
$\boldsymbol{Gain\ (F\ (jw))(dB)}$							

Remarque :

$$\boldsymbol{Gain\ (F\ (jw))(dB) = Gain\ (F_1(jw))(dB) + Gain\ (F_2(jw))(dB)}$$

$$\boldsymbol{\varphi°(F\ (jw)) = \varphi°(F_1(jw)) + \varphi°(F_2(jw))}$$

2-2) Tracer le lieu de Bode de la fonction de transfert $\boldsymbol{F\ (p)}$

3) Déterminer et représenter sur la page **<u>document réponse</u>** la réponse indicielle du groupe $w(t)$ à un échelon de tension de commande de 10 V, $(v(t) = 10\ V)$

NB : $w(t) = TL^{-1}(\Omega(p))$

Deuxième partie : Etude de l'asservissement de vitesse :

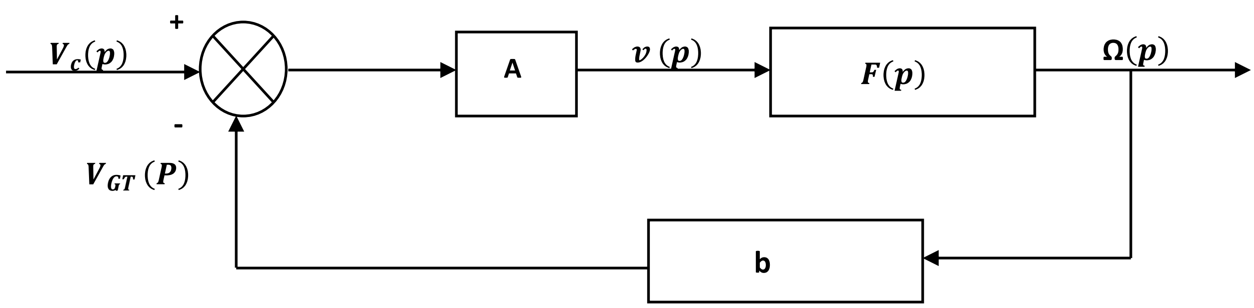
Pour réaliser un asservissement de vitesse, on ajoute au montage précédent :

• Une dynamo tachymètre GT, placée sur l'arbre du moteur M et fournissant une tension $v_{GT} = b\, w(t)$, avec $\boldsymbol{b = 0,2\ V/\ rad/s}$

• Un comparateur effectuant la différence $(V_c - V_{GT})$; ou V_c est une tension de consigne ;

• Un amplificateur de gain A qui amplifie la sortie du comparateur et fournit une tension de Commande v

Le schéma fonctionnel du groupe avec sa commande est donné par la figure ci-dessous



Avec $\boldsymbol{F(p)} = \frac{5}{(1+1,6\,p)(1+0,25p)}$

1) En se référant au schéma fonctionnel, déterminer la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\Omega(p)}{V_c(p)}$

2) Déterminer pour $\boldsymbol{H(p)}$ en fonction de **A**, les valeurs de la pulsation naturelle $\boldsymbol{w_0}$, du coefficient d'amortissement $\boldsymbol{\xi}$ et du gain statique $\boldsymbol{k}$ de l'asservissement.

NB : la fonction de transfert d'un système de second ordre s'écrit sous la forme :

$$H(p) = \frac{k\, w_0^2}{p^2 + 2\xi w_0 p + w_0^2}$$

3) Calculer **A** pour avoir $\boldsymbol{\xi}$= 0,7

4) Sachant que pour $\xi = \boldsymbol{0,7}$, on a $\boldsymbol{w_0 = 3,26\ rad/s}$ et $\boldsymbol{k = 3,83}$

Déterminer la réponse indicielle du système $w(t)$ à une entrée de consigne de 10 V ($v_c(t) = 10\,V$) sachant que pour : $\boldsymbol{S(p)} = \frac{\boldsymbol{ak\,w_0^2}}{\boldsymbol{p(p^2 + 2\xi w_0 p + w_0^2)}}$, on a pour $0 < \boldsymbol{\xi} < 1$ **:**

$$\boldsymbol{s(t) = TL^{-1}(S(p)) = a\,k\left[1 - \frac{\omega_0}{\omega_P}.e^{-\xi\omega_0.t}.sin(\omega_P.t - \varphi)\right]u(t)}$$

$$\boldsymbol{avec:\ \omega_P = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}\quad et\ \varphi = arctan\left(-\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}$$

5) La réponse indicielle $\boldsymbol{w(t)}$ pour une entrée de consigne de $\boldsymbol{10\,V}$ est représenté sur la figure **document réponse**. Comparer au résultat obtenu précédemment (avec la boucle d'asservissement et sans la boucle d'asservissement)

Autrement comparer la figure de la **première partie - question 3)** avec la figure de **la deuxième partie - question 5)**

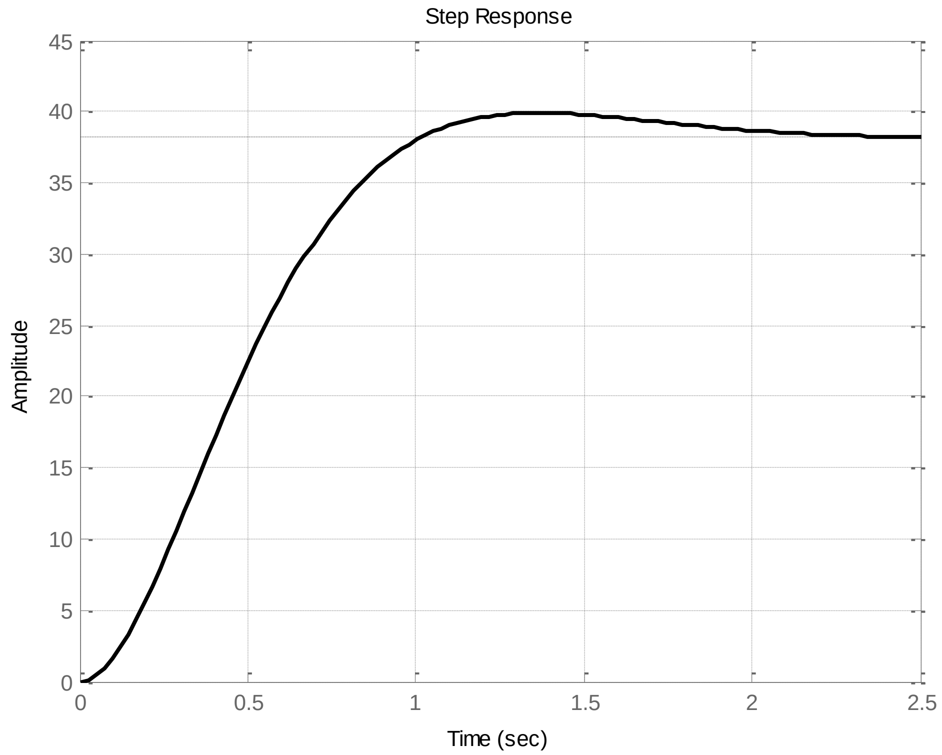
F(p)	f(t) = L^{-1}[F(p)]
1	$\delta(t)$ Impulsion de Dirac
$\frac{1}{p}$	$u(t)$ Echelon unité
e^{-Tp}	$\delta(t-T)$ Impulsion retardée
$\frac{e^{-Tp}}{p}$	$u(t-T)$ Echelon retardé
$\frac{1}{p^2}$	$t.u(t)$ Rampe unitaire
$\frac{1}{p^n}$ n entier	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau p)^2}$	$\frac{1}{\tau^2}te^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau p)^n}$	$\frac{1}{\tau^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p(1+\tau p)}$	$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$

F(p)	f(t) = L^{-1}[F(p)]
$\frac{1}{p(1+\tau p)^2}$	$1-(1+\frac{t}{\tau})e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p^2(1+\tau p)}$	$t-\tau+\tau e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$	$\frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}-e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1-\tau_2}$
$\frac{1}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$	$1-\frac{\tau_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}-\tau_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1-\tau_2}$
$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin(\omega t)$
$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t)$
$\frac{p+z\omega_0}{\omega_0^2+2z\omega_0 p+p^2}$	$e^{-z\omega_0 t}\cos(\omega_p t)$ avec $\omega_p=\omega_0\sqrt{1-z^2}$
$\frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2}$	$\frac{\omega_0}{\sqrt{1-z^2}}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_p t)$
$\frac{1}{p(1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2)}$	$1-\frac{\omega_0}{\omega_p}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_p t+\psi)$ avec $\psi=\arccos z$

NB : Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et la clarté des réponses

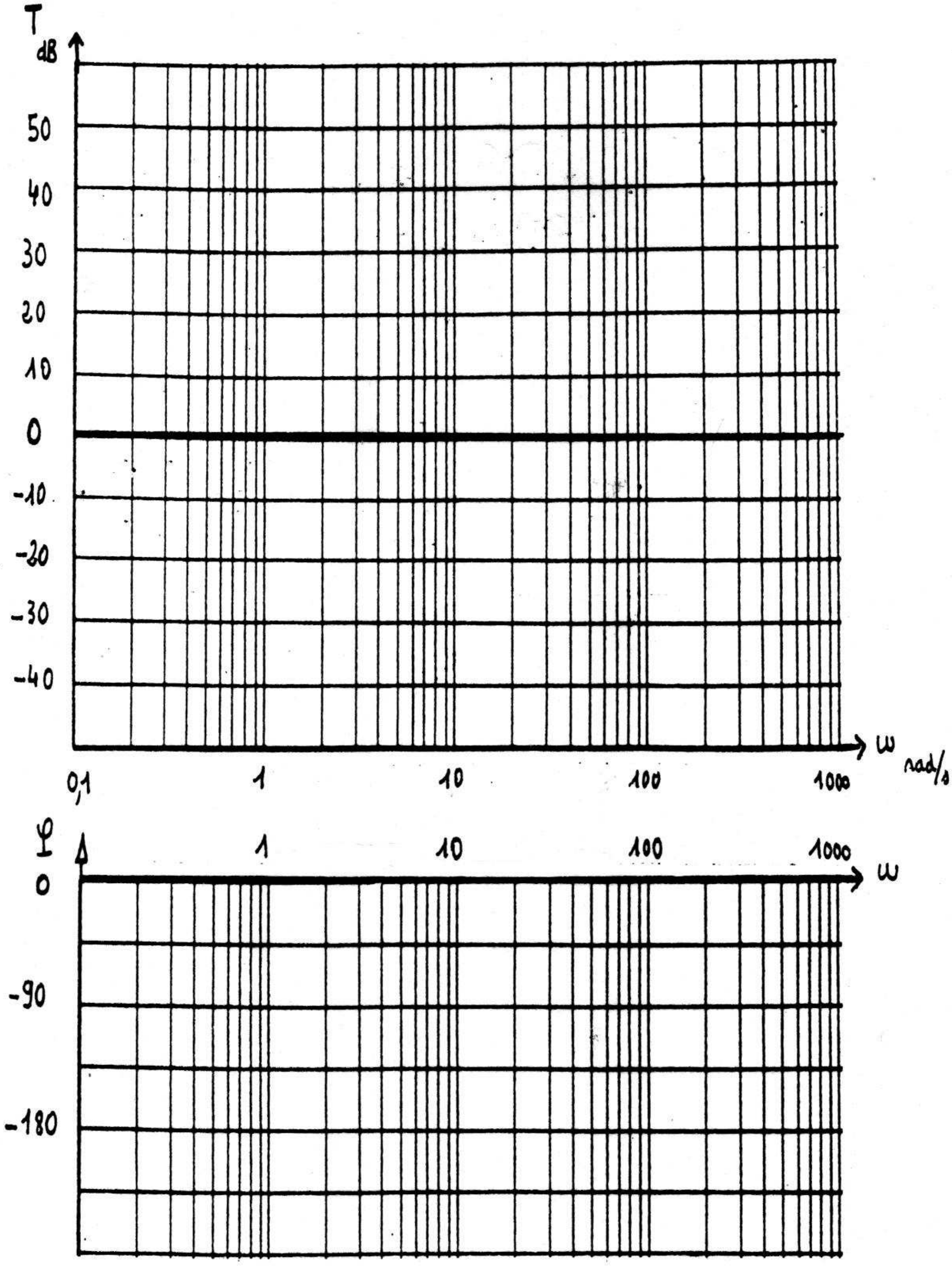
BON TRAVAIL

Réponse temporelle **w(t)** de la fonction : **H(p)**, pour une entrée échelon d'amplitude ***10 V***



Document réponse

Nom : ……………………. Prénom………………………….. Classe……………………….



CORRECTION D'EXAMEN ASSERVISSEMENT 2011

PREMIERE PARTIE

1) On a

$$\frac{\Omega(p)}{E(p)} = \frac{\frac{k}{k^2+Rm\,JP}}{1+\frac{K}{K^2+RmJp}.RG.p\frac{J}{k}} = \frac{\frac{k}{k^2+Rm\,JP}}{\frac{k(k^2+RmJp)+kRG.pJ}{k(k^2+RmJp)}}$$

$$= \frac{k}{(k^2+Rm\,Jp)+pJRG} = \frac{k}{k^2+pJ\,(Rm+RG)}$$

D'autre part on a : $E(p) = a.\frac{1}{r+LP}\,V(p)$

D'où $\mathbf{F(p)} = \frac{\Omega(p)}{V(p)} = \frac{K\,a}{(r+Lp)\left(K^2+pJ(R_m+R_G)\right)}$

AN: $F\,(p) = \frac{5}{(1+1{,}6p)\,(1+0{,}25p)}$

2) On a $\Omega(p) = F(p)\,.\,V(p)$ pour $v(t) = 10V \Rightarrow V(p) = \frac{10}{p}$

$$\Rightarrow \Omega(p) = \frac{5}{(1+1{,}6p)\,(1+0{,}25p)}\,.\,\frac{10}{p} = \frac{50}{p(1+1{,}6p)\,(1+0{,}25p)}$$

$$\omega(t) = TL^{-1}\,[r(p)] = \omega(t) = TL^{-1}[\Omega(p)] = \left(50 + 9{,}2\,e^{-\frac{t}{0{,}25}} - 59{,}2\,e^{-\frac{t}{1{,}6}}\right)u(t)$$

DEUXIEME PARTIE

1) Fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{V_c(p)} = \frac{A\,F(p)}{1+bA\,F(p)} = \frac{A\frac{5}{(1+1{,}6p)(1+0{,}25p)}}{1+bA\,\frac{5}{(1+1{,}6p)(1+0{,}25p)}}$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{12{,}5A}{p^2+4{,}62p+2{,}5\,(1+A)}$$

2) Pulsation naturelle : $\omega o = \sqrt{2{,}5\,(1+A)}$

Coefficient d'amortissement : $\xi = \frac{4{,}62}{2\sqrt{2{,}5\,(1+A)}} = \frac{1{,}46}{\sqrt{(1+A)}}$

Gain statistique $k = \frac{12{,}5A}{2{,}5\,(1+A)} = \frac{5A}{1+A}$

3) $\xi = 0{,}7 \Rightarrow \frac{1{,}46}{\sqrt{1+A}} = 0{,}7 \;\Rightarrow A = \left(\frac{1{,}46}{0{,}7}\right)^2 - 1$

AN : A = 3,35

4) On a : $\xi = 0{,}7$; $\omega o = 3{,}26$ rad/s ; $k = 3{,}83$; $\omega p = 2{,}33$; $\xi = -36{,}07°$

$\Omega\,(p) = H(p)\;Vc\,(p)$

$v_c\,(t) = 10V \Rightarrow V_c\,(p) = \frac{10}{P}$

D'où : $\Omega(p) = \frac{10k\omega o^2}{p\,(p^2 + 2\xi\omega o^2)}$

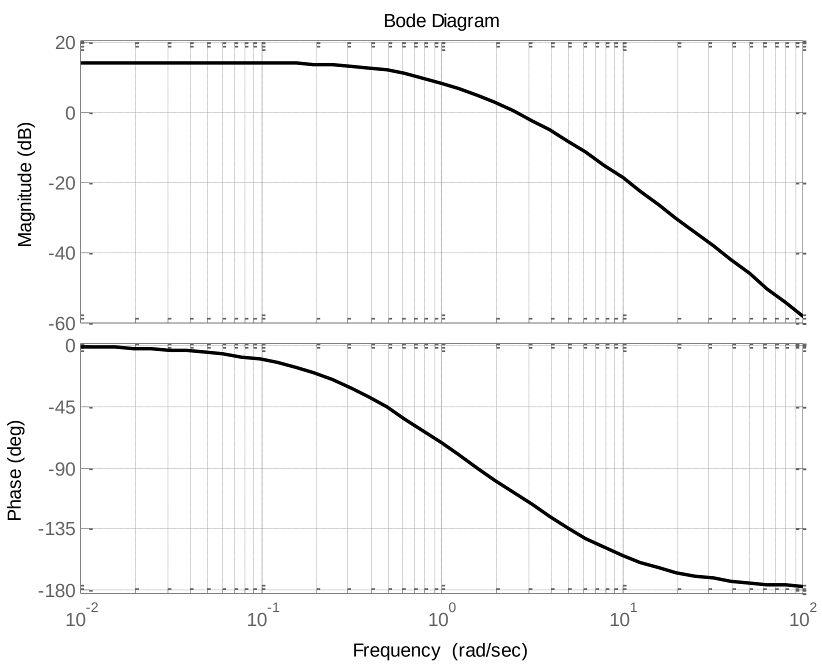
Ainsi $\omega(t) = TL.1\,(\Omega\,(p)) = 10 \times 3{,}83 \left[1 - \frac{3{,}26}{2{,}33} e^{-0{,}7\times3{,}26t} \sin(2{,}33t + 36{,}07)\right]$

D'où $\omega(t) = 38{,}3\,[1 - 1{,}4e^{-2{,}28t}\sin(2{,}33t + 36{,}07)]4(t)$

5) On constate que l'asservissement à permis d'améliorer nettement la dynamique du système, en particulier au niveau du temps de stabilisation.

__Papier semi logarithmique__

Réponse fréquentielle de la fonction $F(p) = \frac{5}{(1+1.6p)(1+0.25p)}$ dans le lieu de Bode



INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES TECHNOLOGIQUES DE NABEUL

Département de génie mécanique

Examen **: Asservissement et régulation**

Durée : *1H30min* Documents : *Non*

Classes : L2-Génie mécanique Date : janvier *2012*

Proposé par : Kalleli Safieddine , Moulahi Hedi et Majed Nesrine

Problème :

On considère un système d'entrainement, composé principalement d'un moteur électrique représenté par le schéma fonctionnel donné par la **figure 1**.

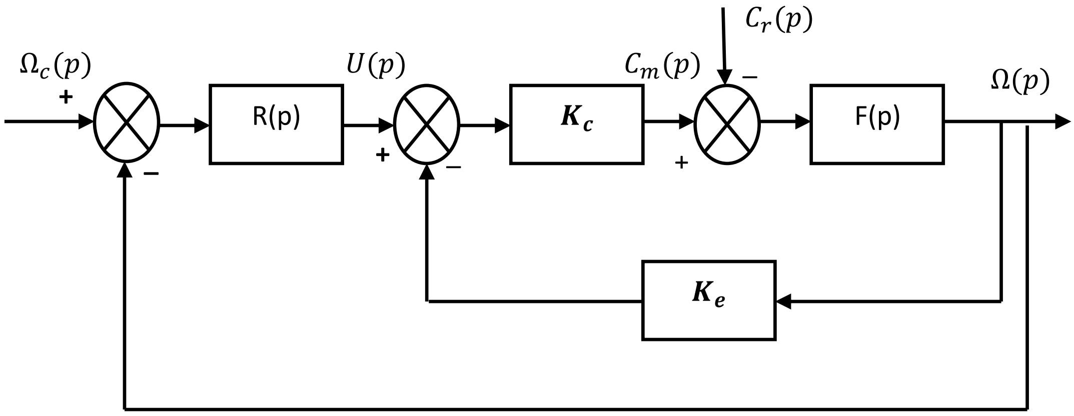


Figure 1 : Schéma fonctionnel d'un système d'entrainement

Données du problème :

$\boldsymbol{U}$: Tension d'alimentation du moteur

$\boldsymbol{C_m}$: Couple moteur

$\boldsymbol{C_r}$: Couple résistant

$\Omega_{\boldsymbol{C}}$: Vitesse de consigne

$\boldsymbol{\Omega}$: Vitesse de rotation du moteur

$$F(p) = \frac{k_1}{1+\tau_1 p} \quad \text{et} \quad R(p) = \frac{k_2}{1+\tau_2 p}$$

$\boldsymbol{K_c}$: Le coefficient de couple

$\boldsymbol{K_e}$= Le coefficient de la force contre-électromotrice

On suppose dans la suite du problème que le couple résistant est nul : $\boldsymbol{C_r = 0}$

On désigne par $\boldsymbol{w(t)} = \boldsymbol{L^{-1}}(\Omega(\boldsymbol{p}))$: $\boldsymbol{w(t)}$ est la transformée de Laplace inverse de $\Omega(\boldsymbol{p})$

Partie1 :

1. Déterminer, par simplification de schéma bloc, l'expression de la fonction de transfert équivalente $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$

Pour les valeurs numériques suivantes : $\boldsymbol{K_1 = 2}$; $\boldsymbol{K_2 = 0,5}$; $\boldsymbol{\tau_1 = 0,5}$; $\boldsymbol{\tau_2 = 2}$; $\boldsymbol{K_c = 1}$ *et* $\boldsymbol{K_e = 2}$

2.

a. Calculer alors $\boldsymbol{H(p)}$ et déduire l'ordre de système

b. Déterminer les valeurs des caractéristiques $(\boldsymbol{w_n}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{k})$ de la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)}$ si elle est considérée de la forme suivante : $H(p) = \dfrac{k\omega_n^2}{p^2 + 2m\omega_n p + \omega_n^2}$

Avec : $\boldsymbol{k}$: ***Gain statique du système***

$\boldsymbol{w_n}$: ***Pulsation propre du système***

$\boldsymbol{m}$: ***Facteur d'amortissement***

c. Déterminer **la réponse indicielle unitaire** (déterminer $\boldsymbol{w(t)}$ pour $\boldsymbol{w_c(t) = 1\ {}^{rad}/_{s}}$) et déduire le régime de fonctionnement du système :
(apériodique amorti , apériodique critique ou oscillatoire amorti)

Partie2 :

On s'intéresse dans cette partie à l'étude de $F(\boldsymbol{p}) = \dfrac{\Omega(\boldsymbol{p})}{\boldsymbol{C_m}(\boldsymbol{p})} = \dfrac{\boldsymbol{k_1}}{\boldsymbol{1 + \tau_1 p}}$

1. On s'intéresse à l'étude de la réponse indicielle pour les deux cas suivants :

a. Pour ($\boldsymbol{k_1 = 2\ et\ \tau_1 = 0,5}$) calculer la réponse indicielle $\boldsymbol{w_1(t)}$ pour une entrée en échelon d'amplitude égale à 10 ($\boldsymbol{c_m(t) = 10\ N.m}$)

b. Pour ($\boldsymbol{k_1 = 2\ et\ \tau_1 = 2}$) calculer la réponse indicielle $\boldsymbol{w_2(t)}$ pour une entrée en échelon d'amplitude égale à **10** ($\boldsymbol{c_m(t) = 10\ N.m}$)

2.

a. Représenter dans la même figure **(Document réponse : figure 2)** $\boldsymbol{w_1(t)}$ **et** $\boldsymbol{w_2(t)}$

b. Conclure

3. Soit $\boldsymbol{F(p) = \frac{2}{1+0,5\,p}}$

a. Déterminer l'expression du Gain **(** $\boldsymbol{Gain_{db}}(\boldsymbol{F(jw)})$ et de la phase $\left(\boldsymbol{\varphi}^{\circ}(\boldsymbol{F(jw)})\right)$

b. Compléter le tableau ci-dessous

$\boldsymbol{w(rad)}$	**0,1**	**1**	**2**	**10**	**30**	**100**
$\boldsymbol{Gain_{db}}\left((\boldsymbol{F(jw)})\right)$						
$\boldsymbol{\varphi}^{\circ}(\boldsymbol{F(jw)})$						

c. Tracer **le lieu de Bode** de $\boldsymbol{F(p)}$ **(Dans la page document réponse : figure3)** pour la plage des fréquences données dans le tableau ci-dessus

BON TRAVAIL

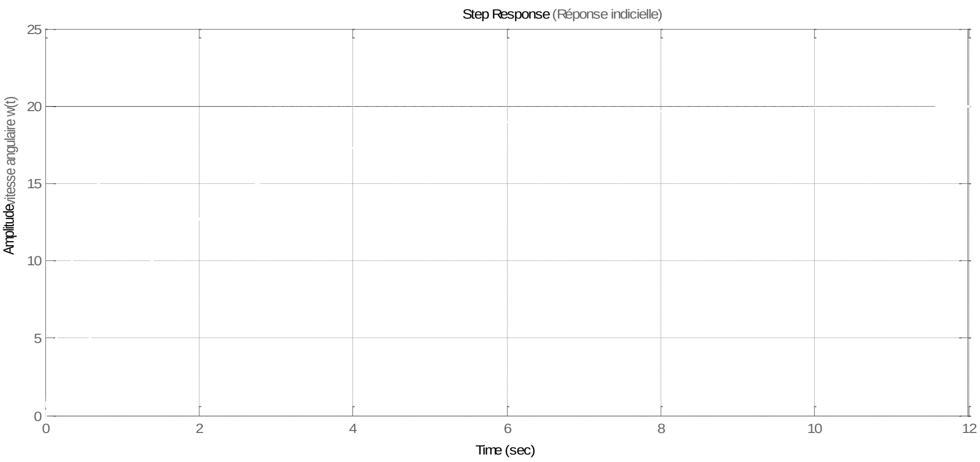


Figure 2 : Réponse temporelle

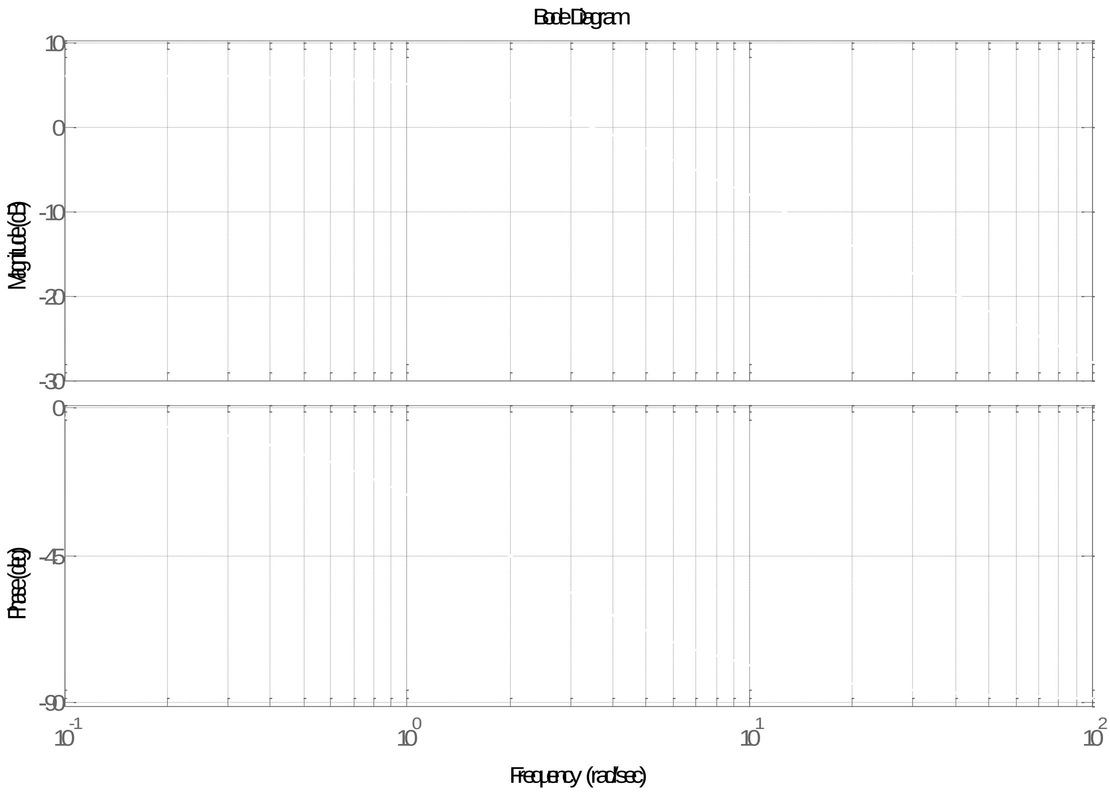


Figure3 : Réponse fréquentielle (lieu Bode)

Document réponse

Correction examen 2012

Partie1 :

1. $$H(p) = \frac{K_{c.}\ R(p).F(p)}{1+K_c K_{e.} F(p)+K_{c.} F(p)}$$

$$= \frac{K_{c.} K_{1.} K_{2.}}{\tau_1 . \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2 + K_c K_{e.} K_{1.} \tau_2)p + (K_c K_{e.} K_{1.} + K_c K_{1.} K_{2.} + 1)}$$

2.

a. $H(p)=\frac{1}{p^2+10.5p+6}$

D'où le système est de second ordre

b. $$H(p) = \frac{k\omega_n^2}{p^2 + 2m\omega_n p + \omega_n^2}$$

Par identification on obtient :

$$H(p) = \frac{k\omega_n^2}{p^2 + 2m\omega_n p + \omega_n^2}$$

$$\begin{cases} k\omega_n^2 = 1 \\ w_n^2 = 6 \\ 2mw_n = 10.5 \end{cases}$$

$w_n = \sqrt{6}$; m= 2 .16 ; k=$\frac{1}{6} = 0.166$

c. $\Omega(p) = \Omega_c(p) \times H(p)$

$$= \frac{1}{p^2+10.5p+6} \times \frac{1}{p}$$

$$= \frac{1}{p(p-\alpha)(p-\beta)}$$

$$= \frac{a}{p} + \frac{b}{p+9,89} + \frac{c}{p+0,61}$$

$$= \frac{1/6}{p} + \frac{-0.34}{p+9,89} + \frac{-0.177}{p+0,61}$$

$$w\,(t) = [\frac{1}{6} - 0.34e^{-9.89t} - 0.177e^{-0.61t}]\, u(t)$$

Le régime de fonctionnement du système est ***<u>apériodique amorti</u>***

<u>Partie2 :</u>

1.

a. $\Omega_1(p) = \frac{k_1}{1+\tau_1 p} . C_m(p)$

$$= \frac{2}{1+0.5p} . \frac{10}{p}$$

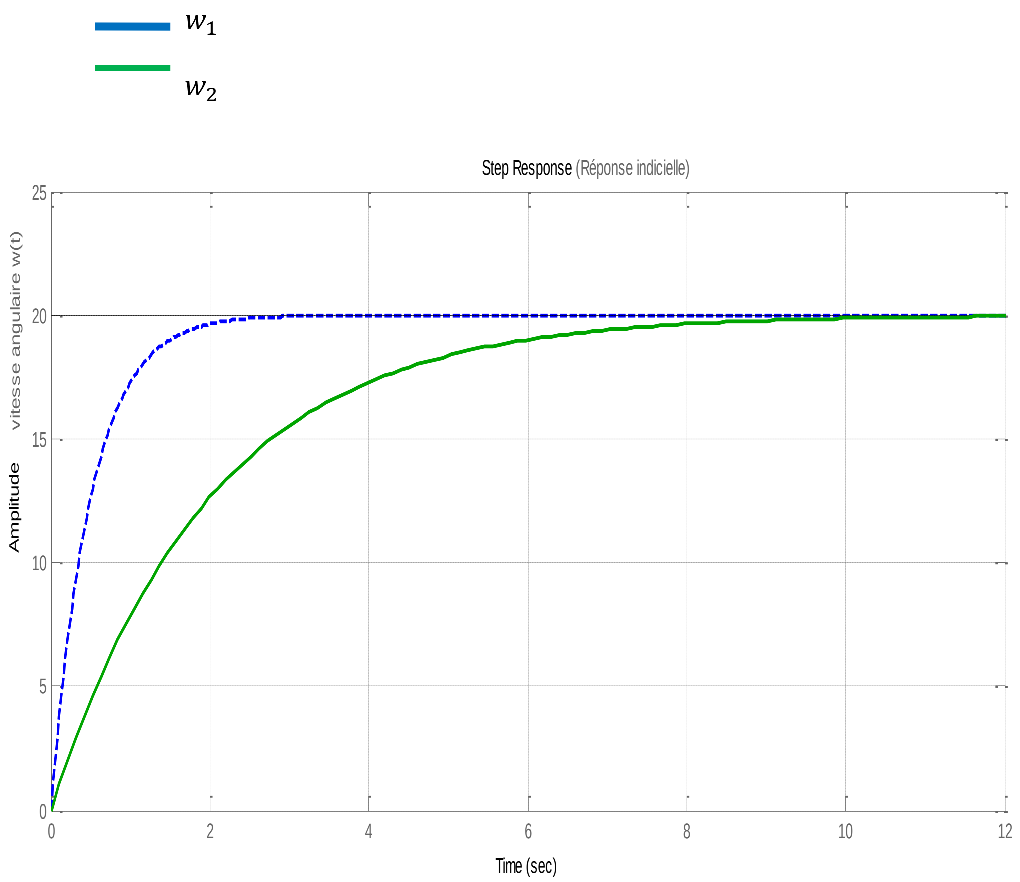
$$\boldsymbol{w_1(t) = 20(1 - e^{-2t})}$$

b. $\Omega_2(p) = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{1+2p}} . \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{p}}$

$$\boldsymbol{w_2(t) = 20(1 - e^{-0.5t})}$$

2.

a.



b. On a

$$t_{r5\%}(w_1(t)) = 3\tau_1 = \mathbf{3 \times 0,5 = 1,5}\ \boldsymbol{s}$$

$$t_{r5\%}(w_2(t)) = 3\tau_1 = \mathbf{3 \times 2 = 6}\ \boldsymbol{s}$$

D'où $t_{r5\%}(w_1(t)) < t_{r5\%}(w_2(t))$ cela signifie que $w_1(t)$à une réponse plus rapide que $w_2(t)$ (temps de stabilisation est plus petit)

3.

a. $\boldsymbol{Gain_{db}}\left((\boldsymbol{F(jw)})\right) = \mathbf{20}log_{10}|\boldsymbol{F(jw)}|$

$$\boldsymbol{\varphi}^{\circ}(\boldsymbol{F(jw)}) = -\boldsymbol{Arctg(0.5w)}$$

b.

$w(rad)$	**0,1**	**1**	**2**	**10**	**20**	**100**
$Gain_{db}\left(\left(F(jw)\right)\right)$	6	5.05	3	-8 .12	-14.02	-27.96
$\varphi^{\circ}\left(F(jw)\right)$	2 .86	26.56	45	78.69	84.28	88.85