

# SUJET 1

## AMELIORATION DU FACTEUR DE PUISSANCE D'UNE INSTALLATION UTILISANT UN PONT A THYRISTORS

Une installation de levage est entraînée par un moteur à courant continu dont la variation de vitesse est assurée par un pont monophasé à thyristors.

On s'intéressera principalement au problème du facteur de puissance de cette installation et aux moyens mis en œuvre pour l'améliorer.

Le problème est composé de quatre parties indépendantes :

- première partie : étude du moteur à courant continu ;
- deuxième partie : étude du pont monophasé tout thyristors ;
- troisième partie : amélioration du facteur de puissance par fonctionnement en pont mixte ;
- quatrième partie : amélioration du facteur de puissance par filtre d'harmoniques.

Le schéma complet de l'installation est donné figure 1.

### 1. Etude du moteur à courant continu

Caractéristiques nominales données par le constructeur

Le moteur fonctionne à courant d'excitation nominal constant. Le flux dans l'entrefer est supposé constant.

Puissance nominale	20 kW
Vitesse nominale	1500 tr/min
Tension nominale	350 V
Courant nominal	70 A
Résistance totale du circuit de l'induit	0,52 $\Omega$

Le modèle utilisé pour l'étude du moteur est représenté figure 2. La f.é.m.  $E$  est proportionnelle à la vitesse angulaire  $\Omega$ . On pose :  $E = K_E \Omega$  avec  $E$  en volts et  $\Omega$  en  $\text{rad.s}^{-1}$ .

1. En utilisant les données du constructeur, calculer la constante  $K_E$ . Dans toute la suite du problème on adoptera la valeur  $K_E = 2,0 \text{ V.s.rad}^{-1}$ .
2. Calculer la puissance absorbée par l'induit au point nominal ainsi que le rendement de l'induit.
3. Pour le fonctionnement nominal, calculer :
  - le couple électromagnétique,  $T_{em}$  ;
  - le couple utile,  $T_u$  ;
  - le couple de pertes,  $T_p$ .
4. Le couple de pertes est supposé constant, de valeur 13 N.m. Avec les conventions de la figure 2, prédéterminer l'intensité  $I_c$  du courant dans l'induit puis la tension  $V$  à ses bornes pour obtenir les fonctionnements particuliers suivants :

- a) Marche en moteur à la fréquence de rotation  $n = 750$  tr/min, avec un couple sur l'arbre :  $T_a = 80$  N.m.
- b) Marche en génératrice (descente de la charge avec inversion du sens de rotation de l'induit) à la fréquence de rotation  $n = -750$  tr/min, avec un couple sur l'arbre  $T_a = 80$  N.m.

## II. Étude du pont tout thyristors (figure 3)

Le pont est alimenté par le réseau qui fournit une tension sinusoïdale de tension efficace  $U = 400$  V et de fréquence 50 Hz.

Les thyristors sont considérés comme parfaits :  $T_h$ , et  $T_h$ , d'une part,  $T_h$ , et  $T_h$ , d'autre part, sont commandés de manière complémentaire avec un retard à l'amorçage noté  $\psi$ . On admet que le courant  $I_c$  fourni par le pont à thyristors est parfaitement lissé grâce à l'inductance  $L_f$  ( $I_c = \text{constante}$ ).

- Pour  $\psi = \frac{\pi}{3}$ , représenter sur le document réponse n° 1 :
  - la tension  $u_c$  à la sortie du pont en indiquant les thyristors passants ;
  - le courant  $i$  fourni par le réseau.

- Montrer que, pour une valeur quelconque de  $\psi$ , la tension moyenne à la sortie du pont a pour expression :

$$U_{\text{cmoy}} = \frac{2U\sqrt{2}}{\pi} \cos \psi$$

Quel type de fonctionnement obtient-on pour  $\psi > \frac{\pi}{2}$  si on parvient, en modifiant le dispositif, à maintenir constant le courant  $I_c$  ?

- Application numérique

Pour  $\psi = \frac{\pi}{3}$  et  $I_c = 40$  A, calculer :

- la tension  $U_{\text{cmoy}}$  ;
- la puissance  $P$  absorbée par le moteur ;
- la valeur efficace  $I$  du courant  $i$  prélevé au réseau ;
- la puissance apparente  $S$  de l'installation ;
- le facteur de puissance  $k = \frac{P}{S}$  de l'installation.

## III. Fonctionnement en pont mixte (figure 4)

Afin d'améliorer le facteur de puissance de l'installation, on place à la sortie du pont précédent une diode de « roue libre »  $D_R$ . La tension sinusoïdale du réseau est inchangée ( $U = 400$  V ;  $f = 50$  Hz). On admet encore que le courant  $I_c$  fourni par le pont à thyristors est parfaitement lissé grâce à  $L_f$ .

- Pour un angle de retard à l'amorçage  $\psi = \frac{\pi}{2}$ , représenter sur le document réponse n° 1 :
  - la tension  $u_c$  à la sortie du pont, en indiquant les composants passants ;
  - le courant  $i$  fourni par le réseau alternatif.

- La tension moyenne à la sortie du pont a pour expression :

$$U_{\text{cmoy}} = \frac{2U\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos \psi)$$

Calculer la valeur de l'angle de retard à l'amorçage  $\psi$  donnant  $U_{\text{cmoy}} = 180$  V.

- Montrer que pour une valeur quelconque de  $\psi$ , la valeur efficace du courant  $i$  a pour expression :  $I = I_c \sqrt{\frac{\pi - \psi}{\pi}}$ .

- Application numérique

Pour  $I_c = 50$  A et  $U_{\text{cmoy}} = 180$  V calculer :
 

- la puissance  $P$  absorbée par le moteur ;
- la valeur efficace  $I$  du courant  $i$  dérivé par le réseau ;
- la puissance apparente  $S$  mise en jeu par le réseau ;
- le facteur de puissance  $k = \frac{P}{S}$  de l'installation.

- Ce pont est-il réversible (susceptible de fonctionner en onduleur) ? Justifier votre réponse.

## IV. Amélioration du facteur de puissance avec un circuit LC

On s'intéresse de nouveau à un fonctionnement de l'installation en pont tout thyristors. Sauf mention contraire (question IV.5 c), on admet que le courant  $i$  des figures 1 et 3 a l'allure représentée figure 7 sur le document réponse n° 2.

La tension sinusoïdale du réseau a pour valeur efficace  $U = 400$  V et pour fréquence  $f = 50$  Hz.

- Pour  $I_c = 50$  A, donner la valeur efficace  $I$  du courant  $i$  puis calculer la puissance apparente  $S$  de l'installation.
- On rappelle que si la tension du réseau est sinusoïdale, la puissance active  $P$  et la puissance réactive  $Q$  qu'il fournit à l'installation se calculent en utilisant le fondamental (ou premier harmonique) du courant  $i$ . Représenter sur le document réponse n° 2, le fondamental  $i_1$  du courant  $i$  sachant que son amplitude a pour valeur :  $I_{1\text{max}} = \frac{4I_c}{\pi}$ .

Calculer la valeur efficace  $I_f$  du fondamental pour  $I_c = 50$  A. Indiquer la nature (avance ou retard) et la valeur du déphasage  $\varphi_f$  du fondamental du courant par rapport à la tension du réseau.

- Donner les expressions générales de la puissance active  $P$  et de la puissance réactive  $Q$  absorbées par l'installation.

Faire l'application numérique pour  $I_c = 50$  A et  $\psi = \frac{\pi}{3}$ .

En déduire la valeur numérique du facteur de puissance  $k = \frac{P}{S}$ .

- D étant la « puissance déformante », on pose :  $S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$ . Calculer  $D$  avec les résultats des questions IV.1. et IV.2.b).

Comment faut-il agir sur les termes «  $Q$  » et «  $D$  » pour améliorer le facteur de puissance ?

On se propose maintenant de monter qu'un circuit LC, branché aux bornes du réseau (figure 1), agit à la fois sur la puissance réactive et la puissance déformante dans le but d'améliorer le facteur de puissance.

On donne :  $C = 200 \mu\text{F}$  et  $L = 5,63 \text{ mH}$  et on néglige la résistance de la bobine d'inductance  $L$ .

#### 4. Action du circuit LC sur la puissance réactive

Cette action se manifeste sur le **fondamental** du courant  $i$ , c'est-à-dire pour la fréquence 50 Hz.

L'ensemble du montage est schématisé sur la figure 5. Le fondamental du courant consommé par l'installation est représenté par le générateur de courant  $i_p$ .

a) Pour  $f = 50 \text{ Hz}$ , calculer l'impédance complexe du circuit LC ; en déduire la valeur efficace du courant qui le traverse.

b) Calculer la puissance réactive  $Q_{LC}$  mise en jeu dans le circuit LC. On note  $|Q_{LC}|$  sa valeur absolue. Préciser si  $|Q_{LC}|$  est absorbée par le circuit LC ou fournie par lui au réseau.

c) Calculer la nouvelle puissance réactive  $Q$  fournie par le réseau.

#### 5. Action du circuit LC sur la puissance déformante

Cette action se manifeste sur le **troisième harmonique** du courant  $i$ , c'est-à-dire pour la fréquence 150 Hz. Pour expliquer le rôle du circuit LC on utilise le modèle représenté figure 6.

L'harmonique 3 du courant traversant l'installation est représenté par le générateur de courant  $i_{3p}$ . On tient compte maintenant de l'impédance du réseau qui alimente l'installation et qui est équivalente à celle d'une inductance  $\lambda = 0,40 \text{ mH}$ .

a) Pour  $f = 150 \text{ Hz}$ , calculer l'impédance du circuit LC et la comparer à l'impédance présentée à cette même fréquence par l'inductance  $\lambda$ .

b) Montrer, sans calcul, que le réseau n'est pratiquement pas affecté par l'harmonique 3 de  $i$ . Quel est, dans l'expression de la puissance apparente  $S$  donnée à la question IV.3, le terme qui est modifié par cette action du circuit LC ?

c) Les figures 8 et 9 (sur le document réponse n° 2) représentent les oscillogrammes des courants réellement mis en jeu dans l'installation lorsque le circuit LC est en place. Montrer en quelques lignes qu'ils confirment qualitativement l'analyse précédente.

d) Quels sont les appareils qui permettraient de compléter utilement l'usage de l'oscilloscope pour une confirmation quantitative ?

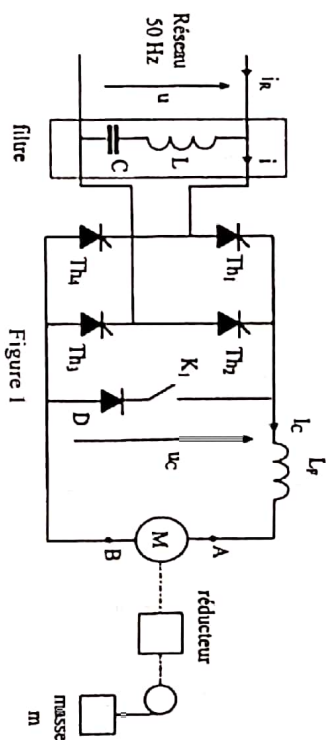


Figure 1

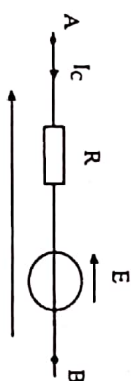


Figure 2

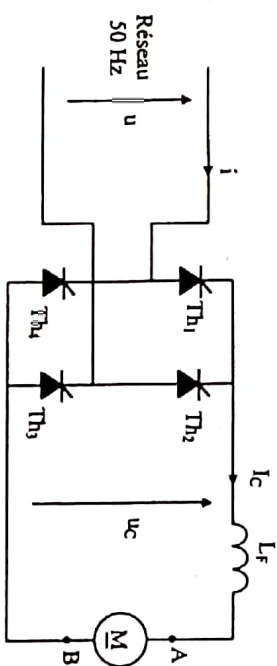
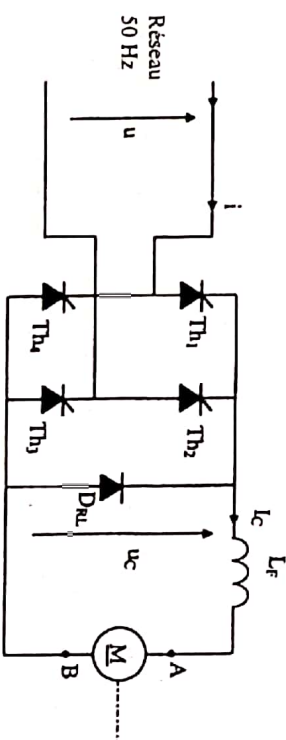


Figure 3



filtre

Figure 4



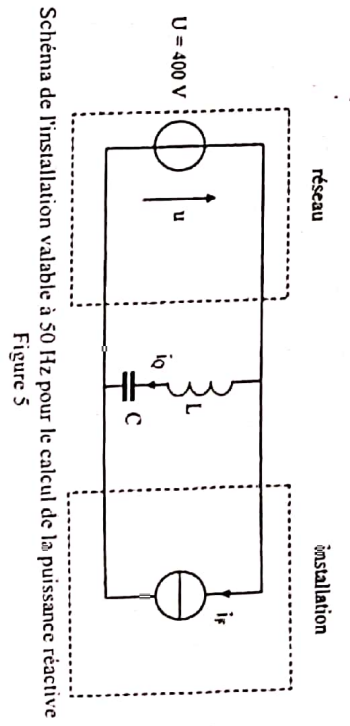
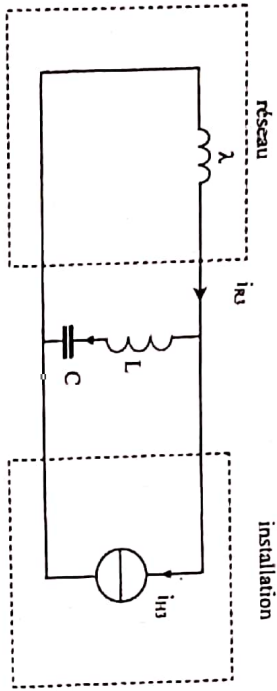
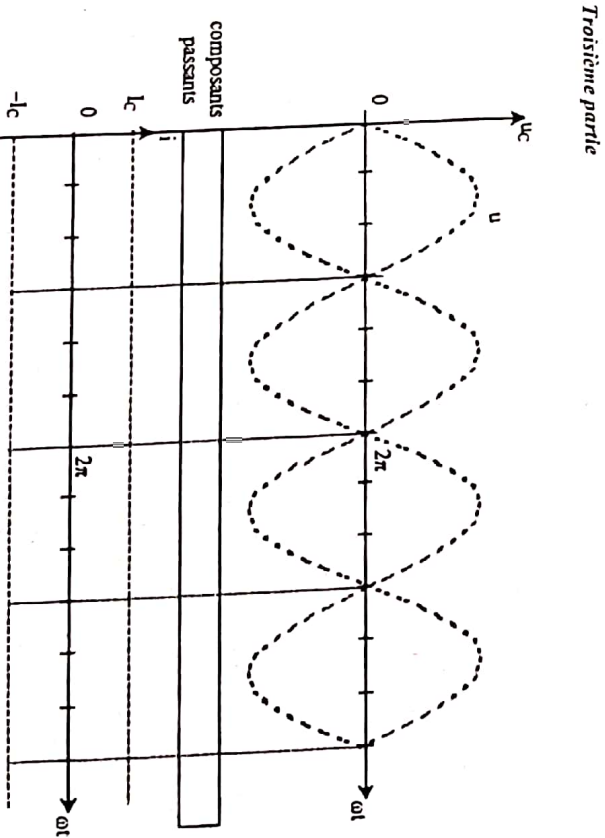
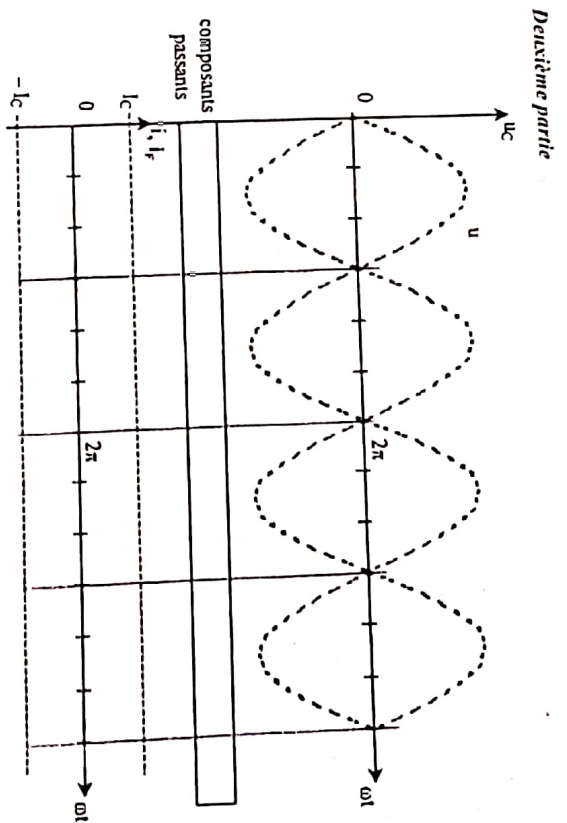


Schéma de l'installation variable pour l'harmonique 3 du courant  
Figure 6



DOCUMENT REPONSE n°1



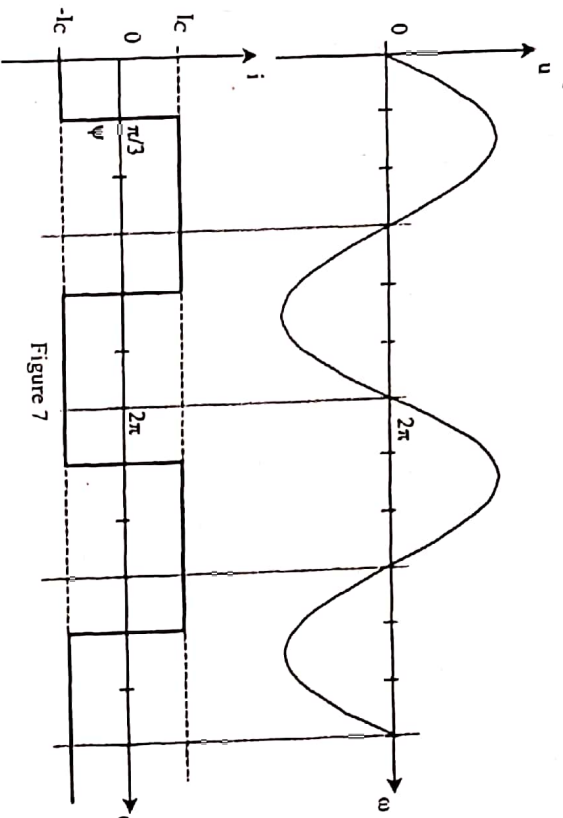


Figure 7

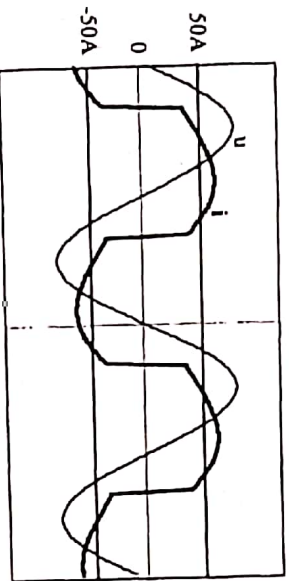


Figure 8 : courant consommé par le pont

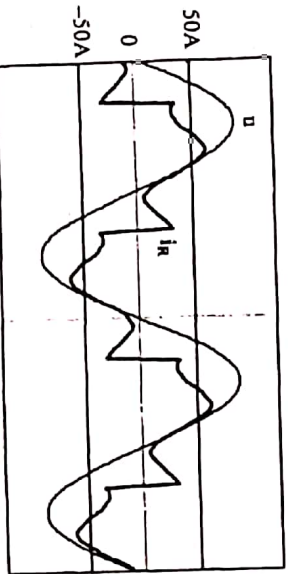


Figure 9 : courant fourni par le réseau

Amélioration du facteur de puissance d'une installation utilisant un pont à thyristors

### 1. Etude du moteur à courant continu

1. La loi d'Ohm aux bornes de l'induit appliquée au point nominal s'écrit :

$$V_N = E_N + R_N I_N$$

En remplaçant  $E_N$  par  $k_E \Omega_N$ , cette équation devient :  $V_N = k_E \Omega_N + R_N I_N$ . Elle permet de déterminer  $k_E$  :

$$k_E = \frac{V_N - R_N I_N}{\Omega_N}$$

Application numérique : calculons d'abord  $\Omega_N$  :  $\Omega_N = \frac{2\pi}{60} N_N$  où  $N$  est la fréquence de rotation en  $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

$$\Omega_N = \frac{2\pi}{60} \times 1500 = 157 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Omega_N = 157 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

La constante  $k_E$  est égale à :  $k_E = \frac{350 - 0,52 \times 70}{157} = 2 \text{ V} / \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$k_E = 2 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$$

2. La puissance  $P_{sN}$  absorbée par l'induit est la puissance que lui fournit la source continue, à savoir :

$$P_{sN} = U_N I_N$$

Application numérique :  $P_{sN} = 350 \times 70 = 24,5 \text{ kW}$

$$P_{sN} = 24,5 \text{ kW}$$

Au point nominal, l'induit transmet une puissance nominale  $P_N = 20 \text{ kW}$  pour une puissance absorbée de  $24,5 \text{ kW}$ . La puissance absorbée par l'excitation est entièrement dissipée en pertes Joule, elle ne rentre pas dans le rendement de l'induit. Le rendement de l'induit est donc le rapport de la puissance nominale sur la puissance absorbée par l'induit :

$$\eta = \frac{P_N}{P_{sN}}$$

Application numérique :  $\eta = \frac{20 \cdot 10^3}{24,5 \cdot 10^3} = 0,82$

$$\eta = 0,82 \text{ ou } 82\%$$

3. La relation entre le couple électromagnétique et le courant au point nominal est :

$$T_{em} = k_t I_N$$

Application numérique :  $T_{em} = 2 \times 70 = 140 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

- Le couple utile se déduit de la relation entre la puissance mécanique nominale et la vitesse nominale :

$$T_u = \frac{P_N}{\Omega_N}$$

Application numérique :  $T_u = \frac{20 \cdot 10^3}{157} = 127 \text{ N.m}$

$$T_u = 127 \text{ N.m}$$

Le couple de pertes se déduit du couple électromagnétique et du couple utile grâce à la relation :

Application numérique :  $T_p = 140 - 127 = 13 \text{ N.m}$

$$T_p = 13 \text{ N.m}$$

4. La machine tourne à  $750 \text{ tr.min}^{-1}$  avec un couple  $T_u = 80 \text{ N.m}$ .

- a) En fonctionnement moteur, la vitesse est positive donc la f.é.m  $E$  aussi. Calculons le couple électromagnétique dans un premier temps :  $T_{em} = T_p + T_u$ . Soit :  $T_{em} = 80 + 13 = 93 \text{ N.m}$ .  
De ce couple, on déduit le courant  $I_c$  :

$$I_c = \frac{T_{em}}{k_E}$$

Application numérique :  $I_c = \frac{93}{2} = 46,5 \text{ A}$

$$I_c = 46,5 \text{ A}$$

Écrivons maintenant la loi d'Ohm aux bornes de l'induit avec la convention récepteur imposée :

$$V = E + R I_c$$

Avec  $E = k_E \frac{2\pi}{60} n$ .

Application numérique :  $V = 2 \times \frac{2\pi}{60} \times 750 + 0,52 \times 46,5 = 181 \text{ V}$

$$V = 181 \text{ V}$$

- b) En fonctionnement génératrice, la vitesse est négative et la f.é.m  $E$  aussi. Calculons le couple électromagnétique dans un premier temps :  $T_{em} = T_p - T_u$ . Soit :  $T_{em} = 80 - 13 = 67 \text{ N.m}$ .

De ce couple, on déduit le courant  $I_c$  :

$$I_c = \frac{T_{em}}{k_E}$$

Application numérique :  $I_c = \frac{67}{2} = 33,5 \text{ A}$

$$I_c = 33,5 \text{ A}$$

Écrivons maintenant l'équation de l'induit avec la convention récepteur imposée :

$$V = E + R I_c$$

Avec  $E = -k_E \frac{2\pi}{60} n$ .

Application numérique :  $V = -2 \times \frac{2\pi}{60} \times 750 + 0,52 \times 33,5 = -140 \text{ V}$

$$V = -140 \text{ V}$$

## II. Etude du pont tout thyristors

1. D'après les règles de conduction,  $Th_1$  est passant  $\psi = \frac{\pi}{3}$  radians après son angle d'amorçage naturel (0 radians). Il en est de même pour  $Th_2$ . La tension  $u_c$  est alors égale à  $u$  et le courant  $i$  à  $I_c$ .  $Th_3$  et  $Th_4$  sont passants  $\frac{\pi}{3}$  radians après leur angle d'amorçage naturel ( $\pi$  radians). La tension  $u_c$  est alors égale à  $-u$  et le courant  $i$  à  $-I_c$ . On retrouve ces résultats sur le document réponse n° 1.

2. Il s'agit d'appliquer la définition de la valeur moyenne de  $u_c$  :

$$U_{CMOY} = \frac{1}{T} \int_0^T u_c(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_c(\theta) d\theta \text{ avec } \theta = \omega t$$

Il se reproduit 2 fois la même séquence entre 0 et  $2\pi$ . On simplifie alors le calcul :

$$U_{CMOY} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u_c(\theta) d\theta \quad (1)$$

- Entre 0 et  $\psi$  :  $u_c(t) = -u(t) = -U\sqrt{2} \sin \omega t$  ou  $u_c(\theta) = -u(\theta) = -U\sqrt{2} \sin \theta$ .

- Entre  $\psi$  et  $\pi$  :  $u_c(t) = u(t) = U\sqrt{2} \sin \omega t$  ou  $u_c(\theta) = u(\theta) = U\sqrt{2} \sin \theta$ .

L'équation (1) se décompose en deux termes :

$$U_{CMOY} = \frac{U\sqrt{2}}{\pi} \left( \int_0^{\psi} -\sin \theta d\theta + \int_{\psi}^{\pi} \sin \theta d\theta \right)$$

$$U_{CMOY} = \frac{U\sqrt{2}}{\pi} \left( [\cos \theta]_0^{\psi} + [-\cos \theta]_{\psi}^{\pi} \right)$$

Après simplifications, l'expression de la valeur moyenne de  $u_c$  est :

$$U_{CMOY} = \frac{2U\sqrt{2}}{\pi} \cos \psi$$

Si on maintient le courant constant, pour  $\psi > \frac{\pi}{2}$ , le signe de  $U_{CMOY}$  s'inverse. Le signe de la puissance active s'inverse : le pont fonctionne en onduleur assisté par le réseau. Il est alors adapté pour le fonctionnement en génératrice avec inversion de la vitesse de la machine à courant continu, évoqué question 1.4.b.

3. Application numérique :

$$U_{CMOY} = \frac{2 \times 400 \times \sqrt{2}}{\pi} \times \cos \frac{\pi}{3} = 180 \text{ V}$$

$$U_{CMOY} = 180 \text{ V}$$

- La puissance absorbée par le moteur est le produit de la tension moyenne  $U_{\text{cmoy}}$  aux bornes de l'induit par le courant  $I_c$  :

$$\text{Soit : } P = 180 \times 40 = 7,2 \text{ kW}$$

- On calcule la valeur efficace du courant de ligne en utilisant la définition. Pour un crêteau, le résultat est classique :

$$I = I_c = 40 \text{ A}$$

- La puissance apparente est le produit de la valeur efficace de la tension  $U$  par la valeur efficace du courant  $I$  :

$$S = UI$$

$$\text{D'où : } S = 400 \times 40 = 16 \text{ kVA}$$

$$S = 16 \text{ kVA}$$

$$- k = \frac{7200}{16000} = 0,45$$

$$k = 0,45$$

### III. Fonctionnement en pont mixte

1. La diode de roue libre se met en conduction lorsque la tension  $u_c$  devient négative. Celle-ci devient alors nulle car la diode est supposée parfaite. La tension redressée est celle d'un pont tout thyristor avec  $\psi = \frac{\pi}{2}$  dont on supprime les parties négatives.

On retrouvera le raisonnement dans le chapitre Redressement commandé.

$$- \text{Entre } 0 \text{ et } \frac{\pi}{2} : D \text{ est passante} \Rightarrow i = 0 \text{ et } u_c = 0 ;$$

$$- \text{entre } \frac{\pi}{2} \text{ et } \pi : Th_1 \text{ et } Th_2 \text{ sont passants} \Rightarrow u_c = u \text{ et } i = I_c ;$$

$$- \text{entre } \pi \text{ et } \frac{3\pi}{2} : D \text{ est passante} \Rightarrow i = 0 \text{ et } u_c = 0 ;$$

$$- \text{entre } \frac{3\pi}{2} \text{ et } 2\pi : Th_3 \text{ et } Th_4 \text{ sont passants} \Rightarrow u_c = -u \text{ et } i = -I_c$$

Cf. document réponse n° 1.

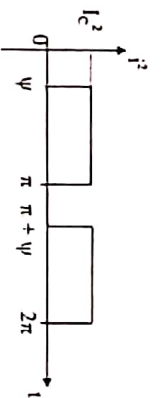
2. L'expression de  $\psi$  en fonction de  $u_c$  est :

$$\psi = \arccos \left( \frac{U_{\text{cmoy}} \pi}{U \sqrt{2}} - 1 \right)$$

$$\text{Application numérique : } \psi = \arccos \left( \frac{180 \times \pi}{400 \times \sqrt{2}} - 1 \right) = 90^\circ$$

$$\psi = 90^\circ$$

3. On va utiliser la définition de la valeur efficace et calculer la valeur moyenne de  $i$  par la méthode des aires :



$$I^2 = \langle i^2 \rangle = I_c^2 \frac{\pi - \psi}{\pi}$$

La valeur efficace de  $I$  est donc :

$$I = I_c \sqrt{\frac{\pi - \psi}{\pi}}$$

4. Application numérique :

$$- P = 180 \times 50 = 9 \text{ kW}$$

$$P = 9 \text{ kW}$$

$$- I = 50 \times \sqrt{\frac{180 - 90}{180}} = 35 \text{ A}$$

$$I = 35 \text{ A}$$

$$- S = 400 \times 35 = 14 \text{ kVA}$$

$$S = 14 \text{ kVA}$$

$$- k = \frac{9000}{14000} = 0,64$$

$$k = 0,64$$

5. La tension ne peut pas être négative (à cause de la diode D) donc le pont n'est pas réversible en tension. Il n'est pas réversible en courant. Par conséquent, ce pont mixte n'est pas réversible en puissance et ne peut pas fonctionner en onduleur.

### IV. Amélioration du facteur de puissance avec un circuit LC

1. En utilisant les résultats de la question II.3 la valeur efficace  $I$  du courant  $i$  est égale à :

$$I = I_c$$

$$\text{Application numérique : } I = 50 \text{ A}$$

$$\text{La puissance apparente } S \text{ est égale à : } S = 400 \times 50 = 20 \text{ kVA}$$

$$S = 20 \text{ kVA}$$

- 2.

- a) Le fondamental du courant « suit » la fonction crêteau. Il passe par 0 lorsque  $i$  passe par 0 (cf. document réponse n° 1).

Le fondamental du courant est en retard de  $\varphi_f = \psi$  (l'angle de retard à l'amorçage) sur la tension.

$$\text{Sa valeur efficace vaut : } I_f = \frac{4I_c}{\pi \sqrt{2}}$$

$$\text{Application numérique : } I_f = \frac{4 \times 50}{\pi \times \sqrt{2}} = 45 \text{ A}$$

$$I_f = 45 \text{ A}$$

- b) Seul le fondamental du courant intervient dans le transfert de puissance active et réactive :

$$P = UI_f \cos \varphi_f \text{ et } Q = UI_f \sin \varphi_f$$

Application numérique :



$$P = 400 \times 45 \times \cos \frac{\pi}{3} = 9 \text{ kW}$$

$$\boxed{P = 9 \text{ kW}}$$

$$-Q = 400 \times 45 \times \sin \frac{\pi}{3} = 15,6 \text{ kVAR}$$

$$\boxed{Q = 15,6 \text{ kVAR}}$$

$$-k = \frac{9000}{20000} = 0,45$$

$$\boxed{k = 0,45}$$

3. Il s'agit d'extraire la puissance déformante D à partir de la formule donnée par l'énoncé :

$$\boxed{D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}}$$

$$\text{Application numérique : } D = \sqrt{20000^2 - 9000^2 - 15588^2} = 8719 \text{ VAD}$$

$$\boxed{D = 8,7 \text{ kVAD}}$$

Pour améliorer le facteur de puissance, il faut diminuer (voir annuler) la puissance réactive Q et la puissance déformante D.

4. Action du circuit LC sur la puissance réactive

a) L'inductance et le condensateur sont en série. L'impédance complexe ( $Z_1$ ) du dipôle est la somme de l'impédance du condensateur et celle de l'inductance à la fréquence de 50 Hz (pulsation  $\omega = 2\pi f$ ) :

$$\boxed{Z_1 = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}$$

$$\text{Application numérique : } Z_1 = j \left( 5,63 \cdot 10^{-3} \times 2 \times \pi \times 50 - \frac{1}{200 \cdot 10^{-6} \times 2 \times \pi \times 50} \right) = -j14 \Omega$$

$$\boxed{Z_1 = -j14 \Omega}$$

Le module de  $Z_1$  est  $Z_1 = 14 \Omega$ .

La tension est sinusoïdale de fréquence f. La valeur efficace  $I_1$  du fondamental du courant est alors :

$$\boxed{I_1 = \frac{U}{Z_1}}$$

$$\text{Application numérique : } I_1 = \frac{400}{14} = 28,5 \text{ A}$$

$$\boxed{I_1 = 28,5 \text{ A}}$$

b) La puissance réactive est la somme algébrique de la puissance réactive absorbée par l'inductance (comptée positivement) et de celle renvoyée par le condensateur (comptée négativement) :

$$Q = Q_L + Q_C = L\omega I_1^2 - \frac{I_1^2}{C\omega} = Z_1 I_1^2$$

$$\text{Application numérique : } Q_{LC} = -|Q_{LC}| = -14 \times 28,5^2 = -11,4 \text{ kVAR}$$

$$\boxed{Q_{LC} = -11,4 \text{ kVAR}}$$

La puissance réactive est fournie au réseau. Cette puissance va donc diminuer la puissance réactive totale  $Q$ .

c) D'après le théorème de Boucherot, la puissance réactive totale est la somme algébrique de la puissance réactive absorbée par l'ensemble pont + charge (comptée positivement) et de la puissance réactive fournie par le filtre LC (comptée négativement) :  $Q_1 = Q - |Q_{LC}|$ .

$$\text{Application numérique : } Q_1 = 15\,600 - 11\,400 = 4\,200 \text{ VAR}$$

$$\boxed{Q_1 = 4\,200 \text{ VAR}}$$

5. Action du circuit LC sur la puissance déformante

a) L'inductance et le condensateur sont en série. L'impédance complexe ( $Z_1$ ) du dipôle est la somme de l'impédance du condensateur et celle de l'inductance à la fréquence de 150 Hz (pulsation  $\omega = 2\pi f$ ) :

$$\boxed{Z_1 = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}$$

Le module de cette impédance est :

$$Z_1 = \left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right| (\Omega)$$

$$\text{AN : } Z_1 = \left| 5,63 \cdot 10^{-3} \times 2 \times \pi \times 150 - \frac{1}{200 \cdot 10^{-6} \times 2 \times \pi \times 150} \right| = 0,98 \text{ m}\Omega$$

$$\boxed{Z_1 = 0,98 \text{ m}\Omega}$$

L'impédance  $Z_1$  du réseau pour cette fréquence vaut :  $Z_1 = \lambda\omega (\Omega)$ .

$$\text{Application numérique : } Z_1 = 2 \times \pi \times 150 \times 0,4 \cdot 10^{-3} = 0,37 \Omega$$

$$\boxed{Z_1 = 0,37 \Omega}$$

Conclusion  $\boxed{Z_1 \ll Z_1}$

b) L'impédance du circuit LC est très inférieure à celle du réseau vis-à-vis de l'harmonique 3 du courant. Le filtre LC « court-circuite » donc le réseau pour l'harmonique 3. Ce dernier n'est donc quasiment pas affecté par l'harmonique 3 du courant.

La puissance déformante D, liée aux harmoniques du courant est donc diminuée.

c) L'allure du courant de la figure 9 est plus proche d'une sinusoïde que celui de la figure 8. Pour que la puissance déformante soit nulle, il faut que le courant soit sinusoïdal et sa valeur max est diminuée. On comprend intuitivement que le courant de la figure 9 sera moins riche en harmoniques que celui de la figure 8. La puissance déformante sera diminuée.

d) Un énergie-mètre analyser d'harmoniques compléterait utilement l'usage de l'oscilloscope.



**DOCUMENT REPONSE N°1**

