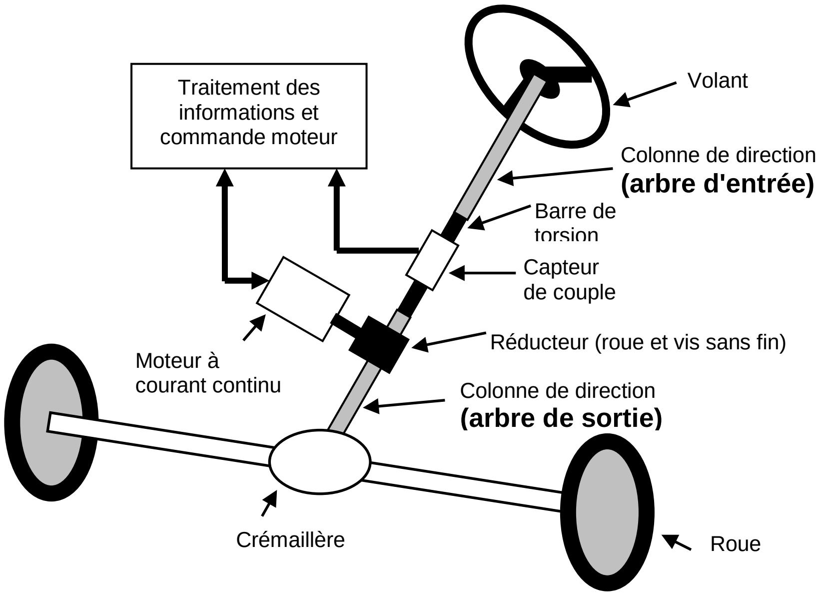
Les deux parties du problème peuvent être traitées séparément.

Analyse d'une direction à assistance électrique (DAE)

Sur une automobile, le changement de direction est assuré par le conducteur qui fournit un effort sur le volant. Le rôle de la DAE est d'aider le conducteur à faire pivoter les roues pour qu'il fournisse peu d'efforts. Cet objectif est obtenu à l'aide d'un moteur à courant continu qui va tourner la colonne de direction dès qu'un couple sur le volant va apparaître.
Le schéma de principe est le suivant :



Le capteur de couple est constitué de deux couronnes de fer doux qui sont solidaires, l'une de l'arbre d'entrée, l'autre de l'arbre de sortie. Lorsque le conducteur tourne le volant, la barre de torsion subit une déformation angulaire. Le capteur fournit une information proportionnelle à cette déformation.

Tant que le capteur de couple donne une information de déformation angulaire, le moteur, dont l'arbre de sortie est relié à un réducteur (roue et vis sans fin), doit tourner pour aider à la rotation des roues de l'automobile. Le moteur doit être arrêté s'il n'y a aucune déformation angulaire de l'arbre de torsion.

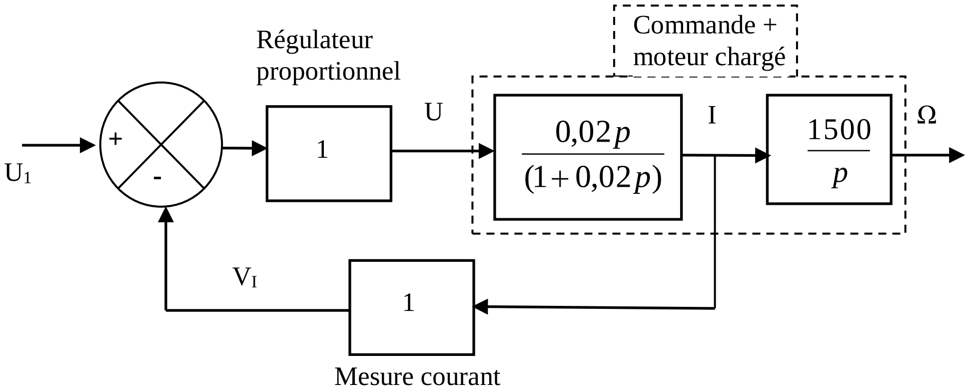
Sur l'arbre du moteur est placé un capteur qui mesure sa vitesse et sa position.

1) Asservissement de courant, de vitesse et de position du moteur.

1.1) Boucle de courant

Le moteur est de type courant continu à aimants permanents. On note :
U = tension d'induit (en volts)
I = courant d'induit (en ampères)
Ω = vitesse de rotation de l'arbre moteur (en rad/s)

Pour limiter l'appel de courant dans l'induit, on réalise la boucle de courant suivante :

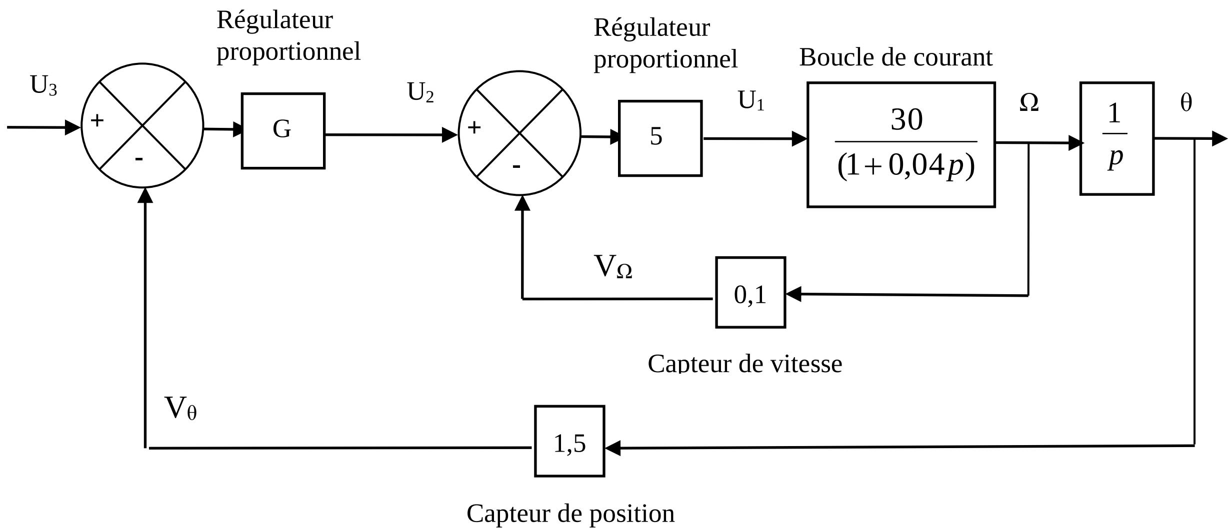


Calculer la fonction de transfert $\frac{I}{U_1}(p)$ en boucle fermée. En déduire la fonction de transfert : $\frac{\Omega}{U_1}(p)$

Calculer I(t) pour un échelon de position en entrée d'amplitude U_{10}. Tracer I(t).
Si U_1 est limité à $\pm$ 10V, quel sera le courant maximum I_{MAX} ?

1.2) Boucle de vitesse et de position

Pour minimiser l'effet des non-linéarités du moteur et lutter plus efficacement contre les perturbations qui affectent l'ensemble du processus, le moteur va être asservi en vitesse puis en position à l'aide d'un capteur placé sur son arbre de sortie.
Le moteur étant asservi en courant, on réalise les deux boucles imbriquées suivantes :



La vitesse est notée Ω (rad/s) et la position θ (rad).

Calculer la fonction de transfert de la boucle de vitesse : $\frac{\Omega}{U_2}(p)$

Calculer, en fonction de G, la fonction de transfert de la boucle de position : $\frac{\theta}{U_3}(p)$

Déterminer la valeur de G permettant d'obtenir un amortissement : Z = 1. Pourquoi choisir cette valeur d'amortissement ?

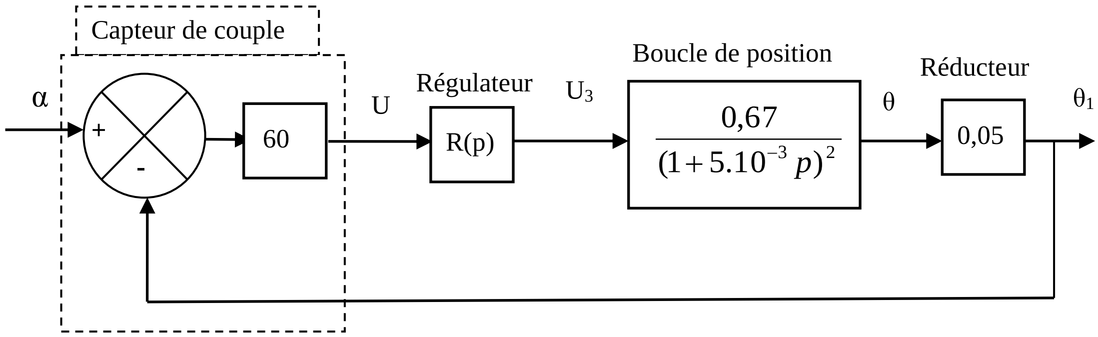
On rappelle que la forme standard d'une fonction passe-bas d'ordre 2 est la suivante :

$$\frac{k}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2}+\frac{2Z}{\omega_0}p+1}$$

Mettre la fonction : $\frac{\theta}{U_3}(p)$ sous la forme : $\frac{K}{(1+\tau p)^2}$. Calculer K et τ.

2) Boucle principale (DAE)

La boucle d'asservissement permettant la direction assistée est la suivante :



Le capteur de couple donne une information en tension U proportionnelle à la différence angulaire entre l'angle α (angle de la colonne de direction au niveau du volant) et l'angle θ_1 (angle de la colonne de direction en sortie de la barre de torsion).

2.1) Etude de la boucle sans régulateur

Sans régulateur R(p) : donner l'allure asymptotique des lieux de Bode de la boucle ouverte (gain et phase). Au point de cassure, placer la courbe de gain réelle par rapport à l'asymptote. En déduire la valeur de la marge de phase.

Sans régulateur R(p) : calculer la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{\theta_1}{\alpha}(p)$. Quelle est la valeur de son amortissement Z'. En déduire une allure approximative de la réponse indicielle de la boucle fermée (pour un échelon de position sur α de 0,1 rad).
Attention, remarquer que cette réponse n'est pas très bien amortie, malgré une marge de phase assez importante.

2.2) Etude de la boucle avec régulateur R_1(p)

On propose le régulateur $R(p)=R_1(p)=G.\frac{1+5.10^{-3}p}{5.10^{-3}p}$ avec : G = 10

Quel est le type de ce régulateur ? Quel est son rôle ?
Donner l'allure asymptotique des lieux de Bode du régulateur seul, puis de la boucle ouverte corrigée. Placer approximativement le niveau 0 dB. Calculer l'ordre de grandeur de la marge de phase M_φ. Conclusion ?
Comment modifier la valeur de G pour améliorer la marge de phase ?

Pour G = 1, calculer la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{\theta_1}{\alpha}(p)$. Quelle est la valeur de son amortissement Z'. En déduire une allure approximative de la réponse indicielle de la boucle fermée.

Rappel : relation Dépassement/Amortissement pour une fonction passe-bas d'ordre 2

D%	Z
73	0,10
62	0,15
53	0,20
44	0,25
37	0,30
31	0,35
25	0,40
21	0,45
16	0,50
12,6	0,55
9,5	0,60
6,8	0,65
4,6	0,70
2,84	0,75
1,52	0,80
0,63	0,85
0,15	0,90
0,01	0,95

<u>**Table de transformées de LAPLACE**</u>

F(p)	**f(t), t≥0, f(0)=0**
1	δ(t) = impulsion de Dirac
$\frac{1}{p}$	u(t) = échelon unitaire de position
$\frac{1}{p^2}$	t.u(t) = rampe unitaire
$\frac{1}{p^n}$	$\frac{t^{n-1}}{n-1}$
$\frac{e^{-\tau p}}{p}$	u(t - τ) = échelon unitaire de position retardé de τ
$\frac{1-e^{-\tau p}}{p}$	u(t) - u(t - τ) = impulsion rectangulaire unitaire de largeur τ
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau}$
$\frac{1}{p(1+\tau p)}$	$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p^2(1+\tau p)}$	$\tau(\frac{t}{\tau}-1+e^{-\frac{t}{\tau}})$

F(p)	**f(t), t≥0, f(0)=0**
$\frac{1}{(1+\tau p)(1+\tau' p)} = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2}+\frac{2Z}{\omega_0}p+1}$ *avec* $Z>1$	$(\frac{1}{\tau-\tau'})(e^{-\frac{t}{\tau}}-e^{-\frac{t}{\tau'}})$
$\frac{1}{p(1+\tau p)(1+\tau' p)} = \frac{1}{p(\frac{p^2}{\omega_0{}^2}+\frac{2Z}{\omega_0}p+1)}$ *avec* $Z>1$	$1-(\frac{\tau}{\tau-\tau'})e^{-\frac{t}{\tau}}+(\frac{\tau'}{\tau-\tau'})e^{-\frac{t}{\tau'}}$
$\frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2}+\frac{2Z}{\omega_0}p+1}$ *pour* $Z<1$	$(\frac{\omega_0 e^{-z\omega_0 t}}{\sqrt{1-Z^2}})\sin(\omega_0\sqrt{1-Z^2}\,t)$
$\frac{1}{p(\frac{p^2}{\omega_0{}^2}+\frac{2Z}{\omega_0}p+1)}$ *pour* $Z<1$	$1-A\,e^{-Z\omega_0 t}\sin(\omega_0\sqrt{1-Z^2}\,t+\varphi)$ *Avec* : $A=\frac{1}{\sqrt{1-Z^2}}$ $\varphi = Arc\cos Z$