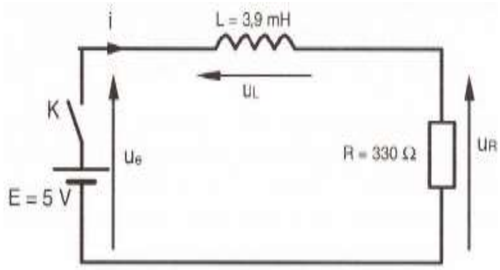
Les régimes transitoires

QCM

Exercice 1 . **QCM (Solution 1)**

Entourer la ou les bonnes réponses.

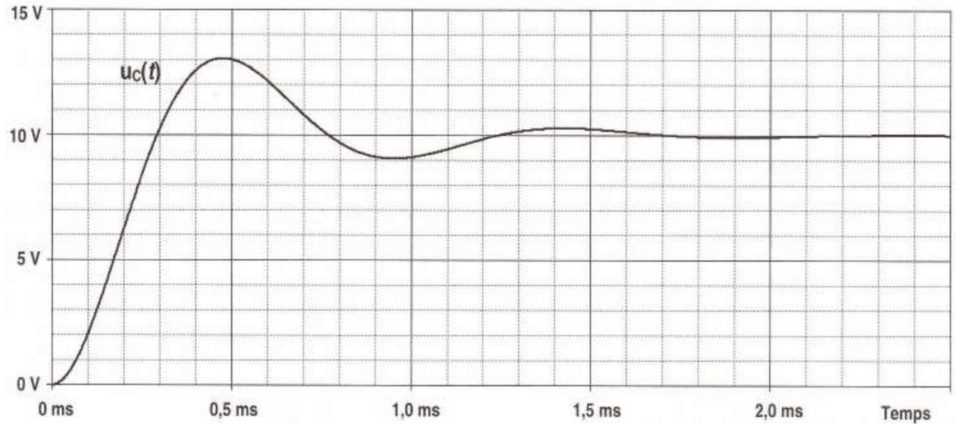
1. On considère le circuit représenté ci-contre. A l'instant t = 0 s, on ferme l'interrupteur K.



a) La tension $u_e(t)$ correspond à un échelon de tension.
b) En régime permanent (stationnaire), la bobine est équivalente à un fil.
c) L'intensité du courant circulant dans le circuit en régime permanent vaut 15,2 mA.
d) Pour établir l'équation différentielle, on utilise la loi des mailles.
e) Le circuit vérifie l'équation différentielle du premier ordre $Ri + L\dfrac{di}{dt} = E$
f) La constante de temps du circuit est L x R.
g) Le temps de réponse à 5 % du circuit vaut 35 µs.

2. Circuit RLC en régime transitoire

On considère un circuit RLC série que l'on connecte à l'instant t = 0 à un générateur de tension continue. On a représenté ci-dessous la tension présente aux bornes du condensateur $u_c(t)$. On donne C = 2 µF et L = 10 mH.



a) La tension E délivrée par le générateur vaut 13 V.
b) Le coefficient d'amortissement est supérieur à 1.
c) Le régime transitoire est du type apériodique.
d) Le temps de réponse à 5 % est de 1,1 ms.
e) Il suffit de diminuer la valeur de la résistance pour atténuer les oscillations.
f) La résistance R = 100 Ω permettrait d'obtenir le régime critique.

3. MCC soumis à un échelon de tension

On considère un moteur de type Axem à excitation indépendante et constante présentant une résistance d'induit R = 0,28 Ω, une inductance d'induit négligeable et une constante électromécanique k = 0,42 $V.s.rad^{-1}$. Le moteur étant initialement à l'arrêt, on applique à ses bornes une tension U = 14 V. La charge entraînée est purement inertielle et on néglige les pertes autres que les pertes par effet Joule.

Le moment d'inertie du système est J = 5 . 10^{-3} $kg.m^2$.

a) La vitesse atteinte en régime permanent est voisine de 33 $tr.min^{-1}$.
b) Le principe fondamental de la dynamique indique que si deux systèmes sont soumis à un même couple, celui qui présente le moment d'inertie le plus faible accélérera plus rapidement.
c) La f.é.m. est nulle juste après la fermeture de l'interrupteur, à t = 0+.
d) L'intensité du courant d'induit en régime permanent est proche de 1 A.

e) Le démarrage du moteur est d'autant plus long que le moment d'inertie est élevé.
f) La constante de temps du système est voisine de 8 ms.

Premier ordre

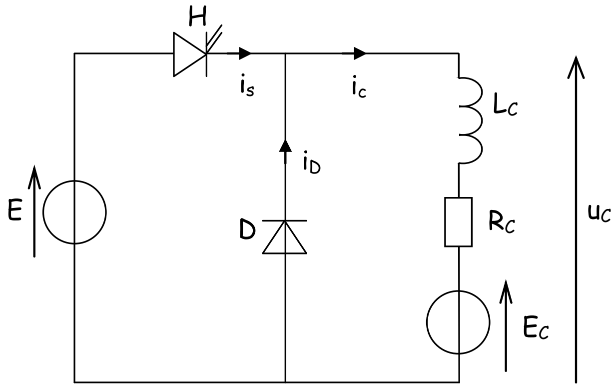
Exercice 1. Régime transitoire dans un Hacheur série ()

On considère le circuit de la figure ci-contre dans lequel:
E est une source de tension continue parfaite de valeur 140 V
H est un interrupteur parfait dont la période de fonctionnement est T.

- H est fermé de 0 à αT (la diode se retrouve bloquée : ne laisse pas passer le courant)
- H est ouvert de αT à T(la diode se retrouve passante : et laisse passer le courant) .

La fréquence de hachage est 5 kHz .
Le récepteur est un moteur à courant continu à aimant permanent

- de f.é.m. Ec= 126 V
- en série avec une inductance Lc=2 mH
- de résistance R_C=0.5 Ω



On supposera pour cette analyse l'interrupteur la phase où H est bloqué et donc la diode passante.

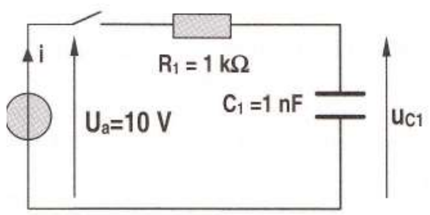
1. Faire le schéma du montage lors de la phase correspondant à 0 à αT.
2. Déterminer l'équation différentielle de i_C durant cette phase
3. Déterminer l'expression et la valeur de la constante de temps de ce courant i_C
4. Déterminer l'expression et la valeur du courant atteint en régime permanent.
5. En supposant que le courant est initialement nul, tracer à main levée la courbe i_c=f(t). Veillez à noter les points caractéristiques de cette courbe (rappel cette courbe est de la forme $I_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$)
6. Donner la valeur atteinte par le courant au bout de 1ms

On supposera pour cette analyse l'interrupteur H bloqué et donc la diode passante et on négligera cette fois ci la valeur de la résistance.

7. Déterminer l'équation différentielle de i_C durant cette phase
8. Déterminer l'équation de i_C
9. Tracer sur le même graphique le courant i_C
10. Est-il logique de négliger l'influence de R

Exercice 2. Charge d'un condensateur initialement chargé (Solution 1)

1. Étude de la tension aux bornes du condensateur



   a. Établir l'équation différentielle du premier ordre que vérifie u_{c1},.
   b. Identifier la constante de temps du circuit. Calculer sa valeur numérique.
   c. Quelle valeur atteint la tension $u_{c1}(t)$ en régime permanent ?
   d. Le condensateur est initialement chargé sous 5 V. Représenter l'évolution de la tension $u_{c1}(t)$.

2. Étude du courant au cours de la charge

   a. On peut montrer que le courant i(t) vérifie l'équation différentielle $i+R_1C_1\dfrac{di}{dt}=0$
   b. Quelle est la valeur de l'intensité du courant juste avant la fermeture de l'interrupteur ?
   c. Exprimer la valeur initiale de l'intensité du courant, juste après la fermeture de l'interrupteur, notée i(0+).
   d. Utiliser les résultats précédents pour représenter l'allure de l'évolution de l'intensité du courant i(t).

Exercice 3. Equation différentielle des charges d'un condensateur dans circuit RC (Solution 3)

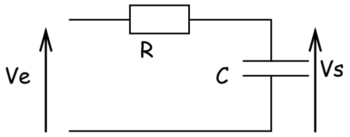
Dans un circuit RC série établir l'équation différentielle du premier ordre relative à la charge q du condensateur. Donner son expression temporelle.

Exercice 4. *Charge d'un condensateur initialement déchargé (Solution 4)*

Un circuit RC série avec R=1000 Ω et C = 20 µF , initialement déchargé, est alimenté par un échelon de tension constante V = 50V à l'instant t=0 où l'interrupteur est fermé . Calculer :

1. les équations donnant u_C
2. la constante de temps
3. Représenter schématiquement la courbe $u_C(t)$

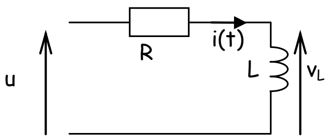
Exercice 5. *Equation différentielle de la tension dans circuit RC (Solution 5)*



V_e est un échelon de 10 V
On donne R = 10 kΩ, et C = 1 µF.

1) Trouvez l'équation différentielle relative à V_S :
2) Identifiez cette équation différentielle avec la forme normalisée. Puis calculez la constante de temps ?, ainsi que le gain statique k.
3) donnez la solution de $v_s(t)$
4) Citez trois points de repère permettant de tracer la courbe de réponse à un échelon de tension d'entrée. Expliquez de façon simple la manière dont on construit ces trois repères.
5) Tracez la tension de sortie v_s pour une entrée v_e en échelon de tension. On précisera bien, sur le graphique, les échelles.

Exercice 6. *Etablissement du courant dans une charge RL(Solution 6)*

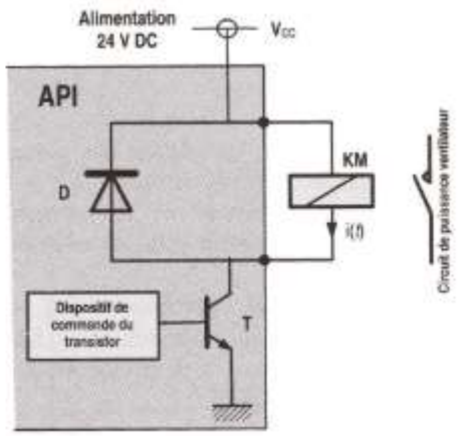


Un circuit RL série avec R=50 Ω et L = 10 H est alimenté par une tension constante u(t)=E = 100V à l'instant t=0 où l'interrupteur est fermé .

1. Déterminer l'équation différentielle régissant i(t) (u_R et u_L)
2. Faire apparaitre la constante de temps et montrer par une analyse dimensionnelle que cette constate est bien homogène à une durée.
3. Déterminer la solution de l'équation différentielle de i(t)
4. Déterminer le courant à l'instant t=0.5s
5. Déterminer v_R et v_L
6. Déterminer le temps au bout duquel u_R = u_L (réservé aux adeptes de l'exponentielle et de sa petite sœur)

Exercice 7. *Commande d'une bobine de contacteur (Solution 7)*

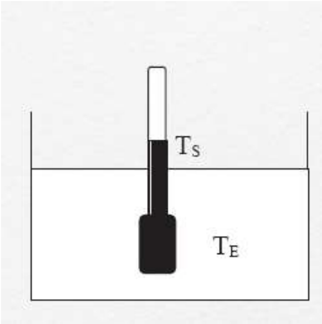
On désire déclencher le démarrage d'un ventilateur en utilisant une sortie d'un automate programmable industriel (API). Pour ce faire, on utilise un contacteur dont la bobine est commandée par un étage de sortie de l'automate réalisé à l'aide d'un transistor de type NPN.
La sortie de cet automate délivre un courant maximal de 2 A.
On utilise un contacteur Finder série 20 qui possède une bobine KM de résistance R_{KM} = 27 Ω et d'inductance L_{KM} = 145 mH. Ce contacteur s'enclenche lorsque l'intensité du courant parcourant la bobine KM atteint 50 % de la valeur atteinte en régime permanent.
L'automate programmable commande à l'instant t = 0 la saturation du transistor T qui devient équivalent à un interrupteur fermé. La diode D est alors bloquée, c'est-à-dire équivalente à un interrupteur ouvert.

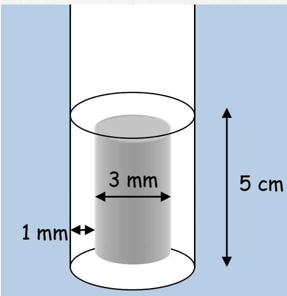


1. Montrer, après avoir établi le schéma équivalent du dispositif, que le courant i(t) vérifie une équation différentielle du premier ordre.
2. Déterminer l'expression puis la valeur numérique de la constante de temps du circuit.
3. L'intensité du courant atteint en régime établi est-elle compatible avec l'intensité maximale que peut fournir la sortie de l'automate programmable ?
4. Tracer l'évolution au cours du temps de l'intensité i. En déduire graphiquement le délai d'enclenchement du contacteur notée t_E.

Exercice 8. *Montée en température d'un thermomètre(Solution 8)*

On plonge un thermomètre dans un liquide à la température T_E,
La montée en température du thermomètre est progressive, on cherche la constante de temps du thermomètre.
On notera T_S la température du mercure dans le thermomètre.
On notera





- R_{th} la résistance thermique du verre,
- C_{Hg} la capacité calorifique du mercure C_{Hg} = 138,8 J.kg^{-1}.K^{-1}
- Masse volumique du mercure ρ_{Hg}= 13545 kg.m^{-3}.
- La résistance thermique du verre $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$ avec
  - e épaisseur du verre 1 mm ,
  - S surface en contact 5cm*2π*3mm
  - λ la conductivité thermique : λ_{verre} = 1,35 W.m^{-1}.K^{-1}

1. Etablir que le flux de chaleur reçu par le thermomètre est $P = C\dfrac{dT_S}{dt}$ (avec P en Watt, ,C capacité calorifique du thermomètre en J/°C)
2. Etablir $C\dfrac{dT_S}{dt} = \dfrac{T_E - T_S}{R_{th}}$
3. Soit l'équation différentielle : $R_{th}C\dfrac{dT_S}{dt} + T_S = T_E$
4. Déterminer la constante de temps du thermomètre.

Exercice 9. *Etude d'un MCC (Solution 9)*

Un moteur à courant continu à excitation séparée (Rappels : E=kΩ et U=E+RI)

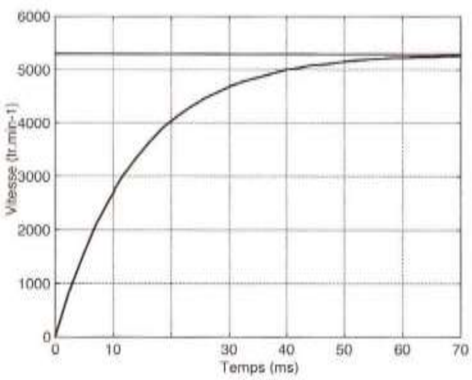
Par l'écriture de la relation fondamentale de la dynamique retrouver l'équation différentielle : $J\dfrac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r$ avec

$C_r = f\Omega + C_s$ et C_m =kI avec k= 0,2 V.rad^{-1}.s et R =2 Ω ; J=0,5 kg.m² ; f=0,05 ; C_s =3Nm ; U=200 V

1. Donnez l'équation différentielle de Ω
2. Donnez l'expression de la constante de temps
3. Donnez l'expression de la vitesse atteinte en régime stabilisé

Exercice 10. *Détermination du moment d'inertie d'un MCC (Solution 10)*

On considère un moteur à courant continu à aimants permanents ESCAP 28L28 de faible puissance inséré dans une chaîne d'asservissement de position. La réalisation de cet asservissement nécessite la connaissance du moment d'inertie que l'on détermine en effectuant un démarrage du moteur à vide sous tension constante U. Lors de cet essai, on néglige les pertes mécaniques et ferromagnétiques. Il n'y a aucun couple résistant et le moment d'inertie est uniquement celui du rotor du moteur noté J_m.
A l'aide d'essais précédents, on a déterminé la résistance d'induit R = 1,5 Ω et la constante électromécanique k = 10,7. 10^{-3} V.s.rad^{-1}.

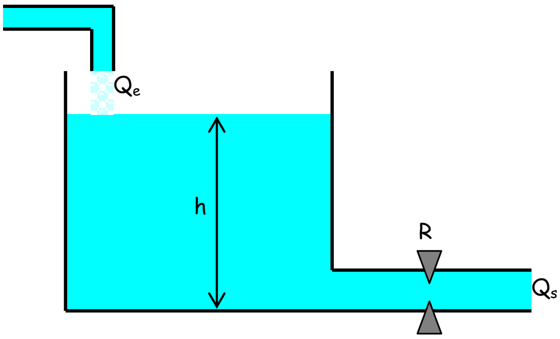


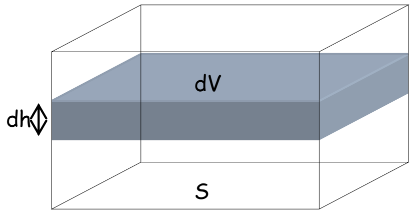
1. Rappeler la formule liant la vitesse angulaire de rotation Ω (t) à la f.é.m. du moteur e(t). Quelle équation lie le couple électromagnétique T_{em}(t) au courant d'induit i(t)?
2. Rappeler le principe fondamental de la dynamique pour les systèmes inertiels en rotation. Montrer qu'en régime permanent, le courant d'induit est nul.
3. Montrer que la vitesse du moteur vérifie l'équation différentielle : $\Omega + \dfrac{J_m R}{k^2}\dfrac{d\Omega}{dt} = \dfrac{U}{k}$

Donner l'expression de la constante de temps, du moteur puis mesurer graphiquement sa valeur.

4. Déterminer la valeur numérique du moment d'inertie du moteur.
5. Calculer la vitesse de rotation angulaire Ω_∞, atteinte en régime permanent et en déduire la tension U qui a été appliquée aux bornes du moteur.

Exercice 11. Etude du remplissage d'une cuve (Solution 11)





La cuve a une surface horizontale S et une hauteur de remplissage h.

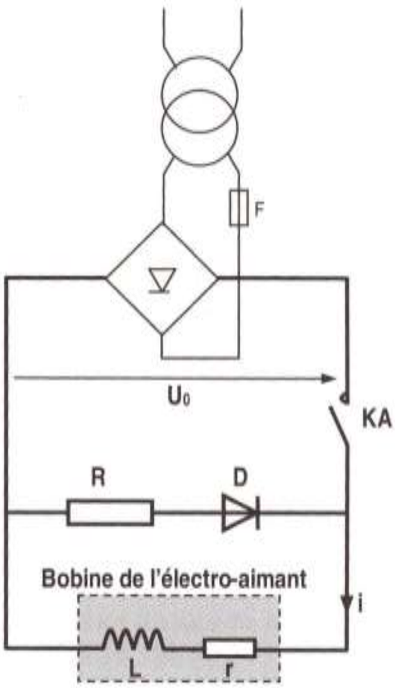
La vanne est telle que $Q_S = \dfrac{h}{R}$

1. Exprimer la variation de volume dV en fonction de la variation de hauteur dh
2. Que vaut la variation de volume vis à vis des débits entrants et sortants
3. Par l'écriture de la variation de volume dans la cuve retrouver l'équation différentielle : $S\dfrac{dh}{dt} = Q_e - \dfrac{h}{R}$
4. Donnez la constante de temps
5. Donnez le gain statique

Exercice 12. Dispositif embrayage-frein (d'après BTS CPI) (Solution 12)

On étudie un motoréducteur muni d'un dispositif d'embrayage-frein.
La partie électrique de l'embrayage-frein (schéma ci-contre) comprend un électro-aimant commandant l'embrayage et un circuit de décharge monté en parallèle sur la bobine de l'électro-aimant. La bobine de l'électro-aimant possède une inductance L = 1 H et une résistance interne r = 10 Ω. Le circuit de décharge est constitué d'une diode D et d'une résistance R = 50 Ω. L'embrayage est alimenté en énergie par l'intermédiaire d'un transformateur et d'un pont de Graëtz (pont de diode) à travers un contacteur KA.

La tension moyenne délivrée par le pont redresseur vaut $U_0 = \dfrac{24\sqrt{2}}{\pi}$ volts.



1. ***Étude de l'embrayage***

Pour commander l'embrayage, on ferme le contacteur KA à l'instant t = 0.
Le système embraye, après fermeture de KA, quand l'intensité du courant i traversant l'électro-aimant atteint 95 % de sa valeur nominale, qui sera notée I_0. On peut montrer que dans cette phase, la diode de roue libre D est bloquée et donc équivalente à un interrupteur ouvert.

a. Refaire le schéma électrique simplifié du circuit correspondant.
b. Donner l'expression de l'intensité I_0 du courant circulant dans la bobine de l'électro-aimant en régime permanent. Calculer sa valeur numérique.

c. Montrer que le courant traversant la bobine de l'électro-aimant vérifie l'équation différentielle :

$$i(t)+\frac{L}{r}\frac{di(t)}{dt}=I_0$$

d. Représenter l'allure des variations de i(t) en fonction du temps. En déduire la durée d'embrayage du système notée t_E.

2. Étude du débrayage (frein)

Le système débraye, après ouverture du contacteur KA, quand l'intensité du courant i atteint 15 % de sa valeur nominale I_0. L'instant d'ouverture de contacteur KA sera pris comme nouvelle origine des temps (t = 0).

a. La diode de roue libre D devient passante et sera assimilée à un fil conducteur (on néglige la tension de seuil de la diode). Représenter le schéma équivalent du circuit.

b. Montrer que le courant traversant la bobine de l'électro-aimant vérifie l'équation différentielle :

$$i(t)+\frac{L}{R+r}\frac{di(t)}{dt}=0$$

c. Exprimer puis calculer la valeur numérique de la constante de temps τ du système.

d. Quelle est la valeur initiale du courant, juste avant l'ouverture de KA ? Vers quelle valeur finale tend-il ensuite ?

e. Représenter l'allure des variations de i en fonction du temps. On placera précisément sur ce graphique les valeurs que prend le courant pour t = 0, pour $t = \tau$ et $t = 3\tau$.

f. Déterminer graphiquement le temps t_1 nécessaire pour que l'intensité du courant atteigne 15 % de sa valeur nominale I_0.

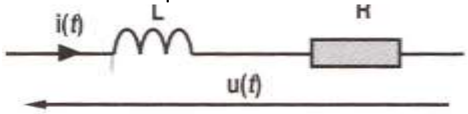
g. Quelle serait la valeur de t_1 s'il n'y avait pas la résistance R ? En conclure sur le rôle de cette résistance.

Exercice 13. Régimes transitoires de courant dans un moteur pas à pas(Solution 13)

On considère un instrument astronomique (lunette ou télescope) entraîné par un moteur pas à pas qui permet de compenser le mouvement de rotation de la Terre. Ce moteur possède les caractéristiques suivantes :

- nombre de pas par tour N_p = 48 : c'est le nombre de positions occupées par le rotor au cours d'une rotation de 360° ;
- 2 phases ou enroulements : elles permettent, en les alimentant suivant une séquence convenable, de créer à la périphérie du stator un champ tournant de N_p /2 pôles qui occupent N_p positions ;
- rotor à aimant permanent multipolaire : il comporte N_p /2 pôles qui occupent N_p positions ; c'est l'interaction entre les pôles du champ tournant statorique et les pôles rotoriques qui provoque la rotation du rotor ;
- bipolaire : les phases du moteur sont alimentées avec des tensions alternativement positives et négatives $u_1(t)= \pm E = \pm$ 12 V.

1. Déterminer l'angle de pas α_p en ° du moteur (c'est l'angle de rotation du moteur lui permettant de passer d'une position à la suivante).
2. Déterminer la fréquence de pas F_p en pas.s^{-1} (c'est le nombre de pas effectués par seconde) permettant d'obtenir une vitesse de rotation de 110 tr.min^{-1}.
3. Rotor immobilisé, chaque phase du moteur est équivalente à une résistance R en série avec une inductance L :



a) Démontrer dans ces conditions que les phases, alimentées sous la tension u(t) = ± E, sont parcourues en régime établi par un courant d'intensité : i(t) = ± I = ± E / R.

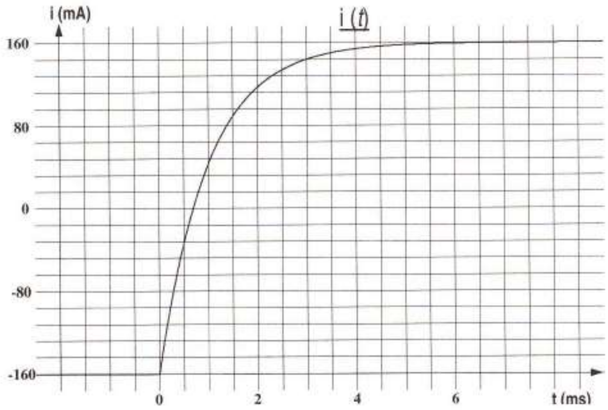
b) Rotor immobilisé, on a relevé l'évolution du courant circulant dans une phase du moteur au moment où sa tension d'alimentation u(t) passe de –E à +E: En déduire la valeur numérique de la résistance R d'une phase du moteur.

c) A partir de ce même graphique et en détaillant la méthode utilisée, déterminer la valeur numérique de la constante de temps τ d'une phase.

d) Déterminer le temps de réponse à 5 % de l'intensité i(t) noté $t_{r5\%}$. La durée du régime transitoire $t_{r5\%}$ est-elle compatible avec la fréquence de pas désirée F_p ?

e) Montrer que l'intensité du courant dans les phases vérifie une équation différentielle du premier ordre. Exprimer de manière littérale la constante de temps τ.

f) Donner l'expression de l'inductance L en fonction de τ et de R, puis calculer sa valeur numérique.



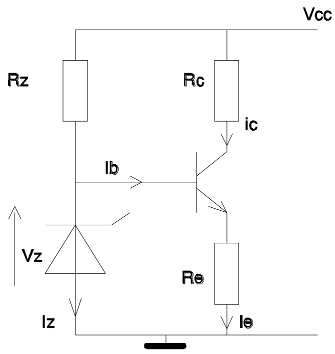
Exercice 14. Charge condensateur circuit transistor et Zener(i)

V_Z= 5.6 V ; V_{BE} = 0.6 V ; Re = 1 kΩ et Vcc=15 V

a) Déterminer la tension aux bornes de la résistance Re et en déduire la valeur de I_e

b) I_c= k.I_b , avec K= 30; en déduire la valeur de I_c . Conclure

c) On remplace la résistance R_C par un condensateur de capacité C= 10 µF. Comment évolue la tension aux bornes de ce condensateur, celui-ci étant déchargé à t = 0.

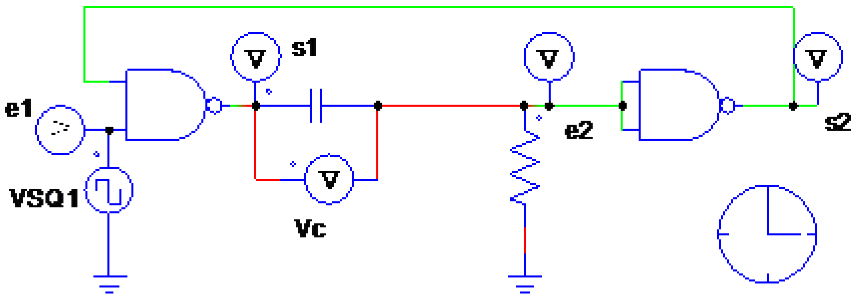


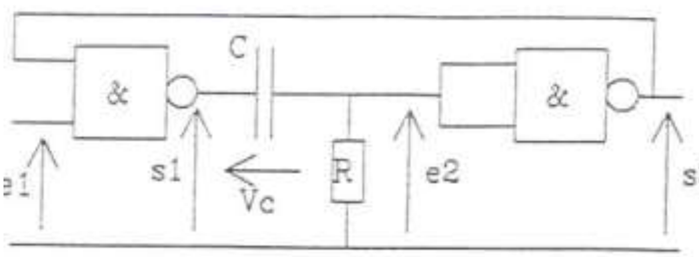
Exercice 15. Montage monostable RC (ii)

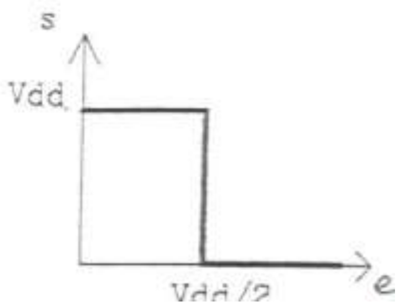
1) On considère un monostable formé de deux NAND
2) Compléter le tableau de vérité de ce composant.
3) On réalise le montage monostable suivant: sachant qu'un monostable comporte un état stable, celui-ci est obtenu pour e_1=V_{DD} et pour le condensateur dans un état stable.

Préciser les valeurs de s1, e2 ,s2 et V_C. Montrer que cet état est stable.

e_1	e_2	s
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	





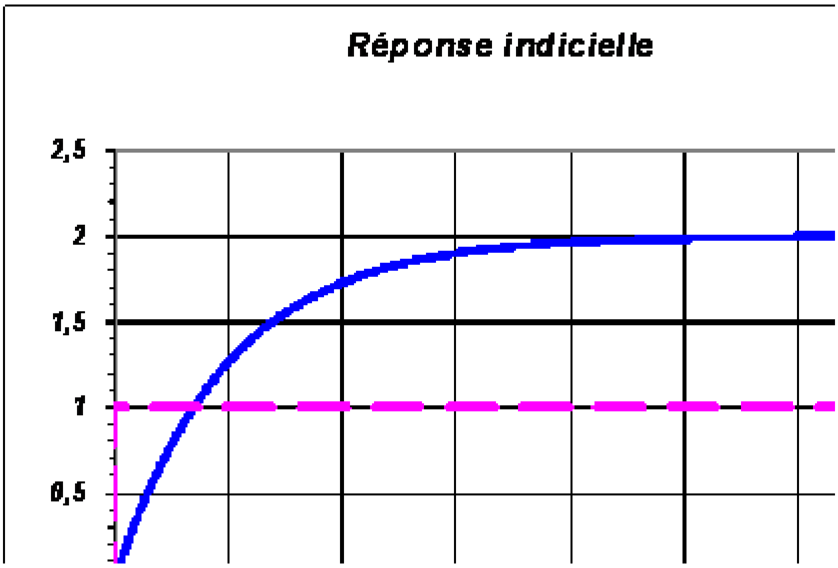


4) e1 passe à 0 pendant un intervalle de temps très court. Préciser l'évolution de v_C, s1, e2 et s2.
5) En utilisant la caractéristique de transfert, préciser la période du monostable.
6) Etudier le retour à l'état stable, en précisant l'évolution théorique de v_C, s1, e2 et s2 .
7) Tracer l'allure des tensions v_C , e1 , s1, e2 et s2 .

Exercice 16. Régime transitoire d'un MCC (iii)

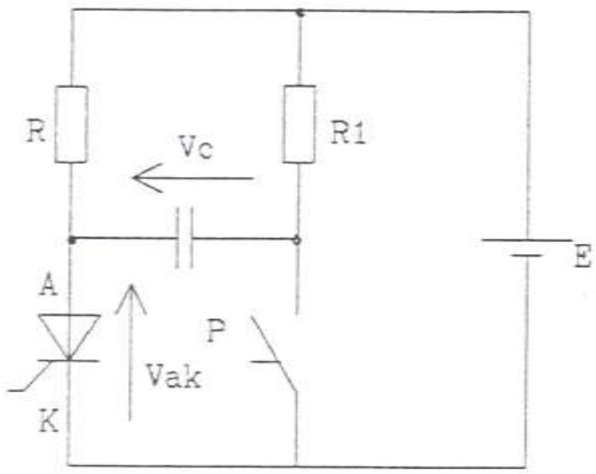
On donne l'évolution de la vitesse d'une machine à courant continu soumise à un échelon de tension U de 1 V
La vitesse est donnée en radian/s.
La MCC est telle que C_m =kI avec k= 0,2 V.rad^{-1} et R =2 Ω
Le couple de frottement soumis au moteur est du type : $C_r = f\Omega$

1. Donnez le gain statique
2. Donnez la constante de temps du système
3. Par l'écriture de la relation fondamentale de la dynamique retrouver l'équation différentielle :
   b) donnez la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un solide en rotation
   c) Rappeler le modèle équivalent du MCC en régime statique
   d) établir la relation liant le couple moteur C_m à la tension d'alimentation U, la vitesse, la constante k et la résistance R (on néglige le couple de pertes mécanique du moteur)
   e) En combinant les 2 équations précédentes retrouver la relation $\Omega + \dfrac{J}{f+\dfrac{k^2}{R}}\dfrac{d\Omega}{dt} = \dfrac{\dfrac{kU}{R}}{f+\dfrac{k^2}{R}}$
4. A l'aide de l'équation différentielle, identifiez l'expression de la constante de temps du système ainsi que l'expression de la valeur finale de Ω
5. A l'aide des résultats précédents retrouver la valeur de f caractérisant le frottement visqueux
6. Déduire du résultat précédent la valeur de J.



Exercice 17. Blocage d'un thyristor (iv)

A t= 0$^-$ le condensateur est chargé et le thyristor est passant : déterminer la valeur de Vc .
A t = 0$^+$ on appuie sur le bouton poussoir P . Etudier la charge du condensateur et tracer l'évolution de Vc(t).
En déduire la durée t_1 pendant laquelle V_{AK} est négatif
Déterminer la capacité C permettant de maintenir négative la tension V_{AK} pendant un temps t_2 = 100 µs .
On donne la valeur de R = 10 Ω



Exercice 18. **BTS 1995 Nouméa (MCC) (v)**

Le moteur étudié est un moteur à aimant permanent. Son rotor est constitué d'un disque isolant sur lequel sont collés des conducteurs en lamelles. L'induit ne comportant pas de fer, les pertes ferromagnétiques sont négligeables.

Caractéristiques du moteur :

Résistance d'induit : R = 1,5 Ω ; inductance d'induit négligeable ;
Moment d'inertie : J = 2,35 10^{-4} kg.m^2

Valeurs nominales :

Tension : U = 65 V
Courant absorbé : I = 8 A
Vitesse : 3000 tr/mn

Le moteur étudié doit vaincre dans tous les cas un couple de frottement mécanique dont le moment est donné par la relation : $T_p = T_f + K_d\Omega$ où T_f = 2,6 10^{-2} N.m et K_d = 1,43 10^{-4} N.m/rad.s^{-1}

Ω représente la vitesse angulaire du rotor exprimée en radians par seconde.

1. Pour le fonctionnement nominal, calculer les pertes mécaniques, la puissance utile et le rendement du moteur.

2. Calculer la constante k liant la f.é.m E à la fréquence Ω par E = kΩ Montrer que le moment T_{em} du couple électromagnétisme est égal à kI (I : intensité du courant dans l'induit)

3. Calculer la vitesse Ω_v en rad.s^{-1} du moteur et l'intensité I_v du courant dans son induit, à vide sous la tension nominale U = 65 V.

4. Le moteur étant à vide et à l'arrêt, on applique brusquement la tension U = 65 V .

4.1. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique pour le moteur en mouvement.
4.2. Etablir la relation donnant le moment du couple T_{em} en fonction de U, Ω et k
4.3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par Ω.
4.4. Mettre cette expression sous la forme a dΩ/dt + Ω = b. Exprimer a et b.
4.5. En déduire la constante de temps mécanique τ_m et la vitesse finale Ω_{vf} atteinte par le moteur

Exercice 19. **BTS 1998 Nouméa (vi)**

Lors d'une descente de la charge à vitesse constante, la machine asynchrone restitue une puissance constante P = 10 kW. Il est alors nécessaire d'inclure une résistance de freinage R_0 (figure 4) qui assure la réversibilité du convertisseur continu / alternatif tandis que le pont PD3 à diodes est bloqué.

L'interrupteur K_0 est commandé en fonction de la valeur de la d.d.p. u_c :

- Lorsque cette d.d.p. u_c atteint une valeur U_{c_2} = 700 V, l'interrupteur K_0 se ferme.
- Lorsque cette d.d.p. u_c redescend à une valeur U_{c_1} = 600 V, l'interrupteur K_0 s'ouvre.

Lors du fonctionnement envisagé dans cette partie, l'interrupteur K_0 s'ouvre et se ferme de manière périodique.

On donne : C = 2000 µF , R_0 = 25 Ω.

1 - On rappelle que l'énergie emmagasinée par un condensateur de capacité C soumis à une d.d.p. u_c s'écrit :

$$W_C = \frac{1}{2} C\, u_c^{\,2}$$

Calculer les valeurs numériques W_1 et W_2 de l'énergie emmagasinée par le condensateur pour $u_c = U_{c_1}$ et $u_c = U_{c_2}$.

2 - A l'instant t = 0, l'interrupteur K_0 se ferme. Pendant l'intervalle de temps où l'interrupteur K_0 reste fermé :

a - Exprimer la puissance instantanée dissipée dans la résistance R_0 en fonction de u_c .

b - A l'aide d'un bilan de puissances, montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'énergie $W_C(t)$ s'écrit :

$$\frac{dW_C(t)}{dt} + \frac{2}{R_0 C} W_C(t) = P$$

(On remarquera que $\frac{dW_C(t)}{dt}$ est la puissance reçue à l'instant t par le condensateur.)

c - La loi d'évolution de W_C (t) s'écrit alors : $W_C(t) = K \cdot e^{-t/\tau} + \tau P$.

- Préciser l'expression de la constante de temps τ ainsi que sa valeur numérique.
- Exprimer la constante K en tenant compte des conditions initiales.

d - A quel instant t_0 l'interrupteur K_0 s'ouvre-t'il ?

3 - A partir de l'instant t_0 , l'interrupteur K_0 est ouvert. Pendant l'intervalle de temps où l'interrupteur K_0 reste ouvert :

a - Montrer que l'énergie emmagasinée W_C (t) croit linéairement en fonction du temps.

b - L'interrupteur K_0 se ferme à un instant T. Déterminer la durée ($T - t_0$) de l'intervalle de temps où l'interrupteur K_0 reste ouvert.

4 - A partir de l'instant T, l'interrupteur K_0 est fermé ... Tracer sur feuille de papier millimétré le graphe représentant l'évolution de l'énergie W_C (t) en fonction du temps.

5 - Quelle est la puissance moyenne dissipée par la résistance R_0

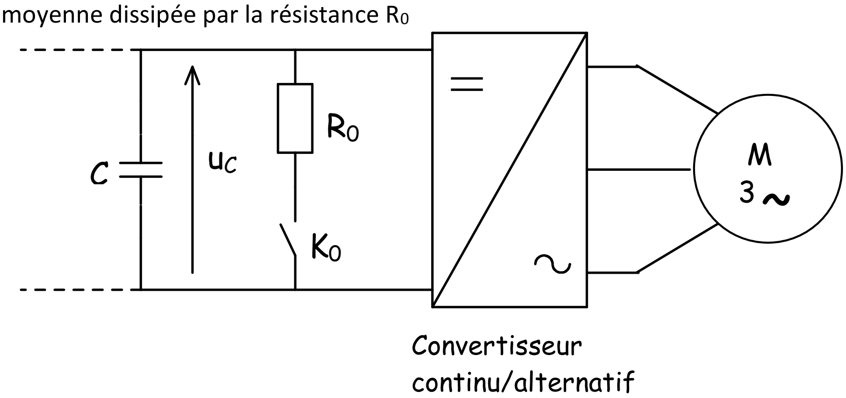
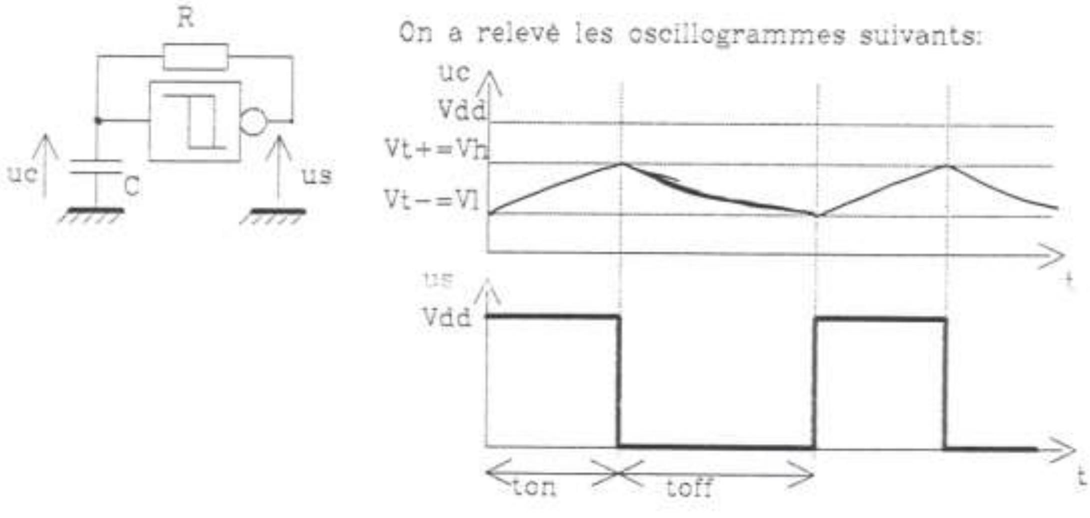


Figure 4

Exercice 20. Etude d'un oscillateur (vii)



Etude d'un oscillateur

1) Etudier la charge du condensateur : en déduire l'expression de t_{on} .
2) Etudier la décharge du condensateur: en déduire l'expression de t_{off}

Application numérique: R = 10 kΩ ; C = 22 nF ; V_{DD} = 10 V ; V_H = 5.8 V et V_L = 4.5 V .

En déduire la fréquence et le rapport cyclique de l'oscillateur.

Exercice 21 . MCC (viii)

Un moteur à courant continu dont le flux d'excitation est constant est alimenté par une source de tension continue de fem E et de résistance interne r. On néglige la réaction magnétique d'induit et les pertes du moteur autres que les pertes par effet joule. Le moteur est accouplé directement à un récepteur mécanique qui lui oppose un couple résistant C_r.

On donne E = 16 V, r = 1 Ω, r'= résistance de l'induit du moteur =3 Ω.

On posera R= r+r'. On désignera par J le moment d'inertie des pièces tournantes.

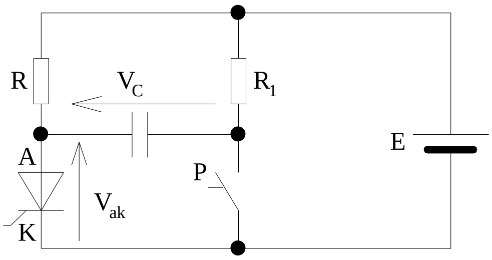
On notera k la constante de fém. et de couple, Cm le couple moteur, E' la fém. du moteur

1) Ecrire les équations caractérisant le fonctionnement du moteur (en fonction de I,Ω,R,E,L,Cr).
Les traduire en utilisant la transformée de Laplace.
Pour chacune d'elles, donner le schéma fonctionnel correspondant.
Les regrouper pour établir le schéma fonctionnel du moteur.

2) Pour la suite, l'inductance du moteur est supposé négligeable.
On reprend les équations établies ci-dessus.
On se place en régime permanent: le couple Cr est constant.
Donner l'expression de la vitesse angulaire Ω en fonction de E,Cr,ket R.
Application numérique:
   a) Le couple Cr étant nul, on a relevé $\Omega=\Omega o$= 400rd.s/V. En déduire la valeur de k.
   Quel est le courant I absorbé par le moteur?
   b) Le couple Cr est maintenant égal à 0,08mN.
   Donner la vitesse du moteur Ω.
   Donner la valeur du courant d'induit I.

3) Etude en régime transitoire.
Le couple résistant étant nul depuis un temps infini, on applique à un instant pris comme origine des temps, un couple Cr égal à 0,08mN (échelon de couple).
   a) D'après les équations établies ci-dessus, donner l'équation différentielle régissant l'évolution de Ω. Quelle est la constante de temps.
   A.N: On a mesuré t=0,5 s;en déduire J.
   b) Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de I. Quelle est la nouvelle constante de temps ?
   c) Représenter les évolutions de Ω (t) et I(t).Quel est le temps de réponse du moteur?

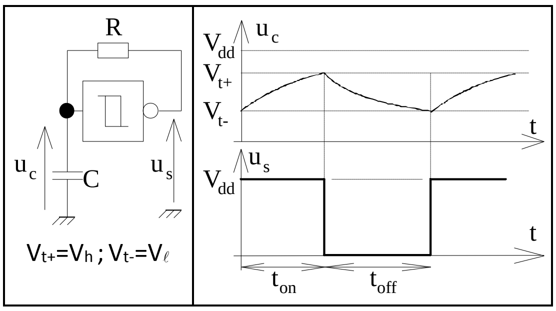
Exercice 22. Application du thyristor en continu : TP (ix)



à t = 0^- le thyristor est passant et le condensateur est chargé
à t = 0^+ on appuie sur le bouton poussoir P.
a) Etudier la charge du condensateur et tracer l'évolution V_C (t).
b) En déduire la durée t_1 pendant laquelle V_{ak} est négatif.
c) Déterminer la capacité C permettant de maintenir négative la tension V_{ak} pendant un temps t_2 = 100 µs. (R = 10 Ω).

Exercice 23. TP (x)

On a relevé les oscillogrammes suivants :

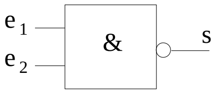


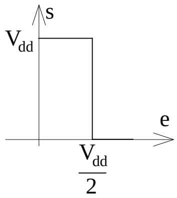
1) Etudier la charge du condensateur : en déduire l'expression de t_{on}.
2) Etudier la décharge du condensateur : en déduire l'expression de t_{off}.
R = 10 kΩ ; C = 22 nF ; V_{dd} = 10 V ; V_{t+} = 5,8 V ; V_{t-} = 4,5 V.
3) En déduire la fréquence et le rapport cyclique de l'oscillateur.

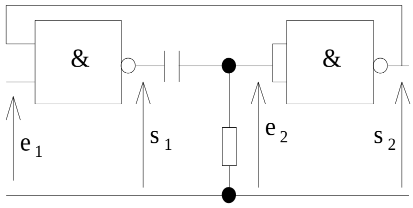
Exercice 24. NAND (xi)

1) Compléter le tableau pour un NAND.

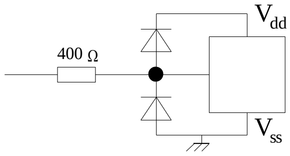
e_1	e_2	s
0	0	....
0	1	....
1	0	....
1	1	....





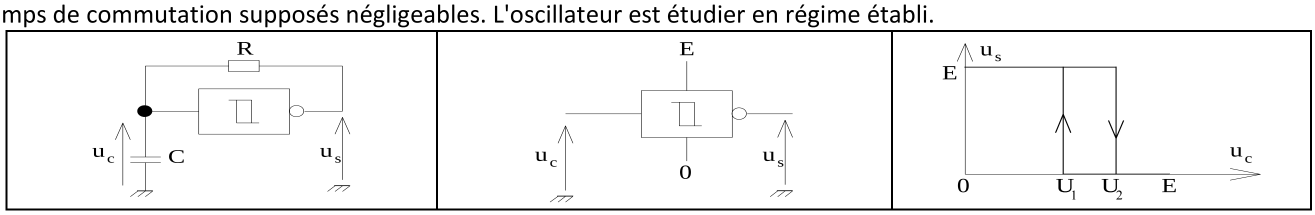


2) Un monostable comporte un état stable, celui-ci étant obtenu pour $e_1 = V_{dd}$.
Donner les valeurs de s_1, e_2 et s_2. (**le condensateur sera dans un état stable**).
3) e_1 passe à 0 pendant une durée très courte, préciser l'évolution de V_c, S_1, e_2 et S_2.
4) En utilisant la caractéristique de transfert, préciser la période du monostable.
5) Etudier le retour à l'état stable, en précisant l'évolution théorique de V_c, s_1, e_2 et s_2.
6) Sachant que le NAND est protégé en entrée contre les surtensions négatives préciser l'évolution des diverses tensions



Exercice 25. Oscillateur (xii)

Le schéma de l'oscillateur comporte un inverseur "trigger". Celui-ci a une résistance d'entrée infinie, une résistance de sortie et des temps de commutation supposés négligeables. L'oscillateur est étudier en régime établi.



1) On prend comme origine des temps l'instant où us commute vers le niveau haut.
 a) Quelle est à cet instant la valeur de u_e (t) ?
 b) Etablir l'expression de u_e (t) pour la durée t_1 pendant laquelle u_s (t) = E.
 c) Exprimer t_1 en fonction de E, U_1, U_2 et la constante de temps R C.
2) On prend comme origine des temps l'instant où u_s commute vers le niveau bas.
 a) Quelle est alors la valeur de u_e (t) ?
 b) Etablir l'expression de u_e (t) pour la durée t_2 pendant laquelle u_s (t) = 0.
 c) Exprimer t_2 en fonction de U_1, U_2 et R C.
3) **a)** Donner l'expression de la période T.
 b) A quelle condition le rapport cyclique $^{t_1}/_{T}$ est-il égal à ½ ?
 c) E = 8 V, U_1 = 3 V, U_2 = 5 V et C = 1 nF. Quelle valeur de R donne une fréquence de 80 Hz ?
 d) Représenter u_e (t) et u_s (t).

Exercice 26. BTS ET 2008 metro Régulation de niveau (xiii)

La section d'un réservoir a une surface égale à S_R = 1103 m². Le niveau d'eau maximal mesurable est N_{max} = 2 m et le niveau minimal est N_{min} = 0 m. Le débit de remplissage est noté Q_e et le débit de vidange est noté Q_s (voir figure).

Pendant un petit intervalle de temps noté dt, le niveau a varié d'une hauteur notée dN.

1°) Quel est le volume d'eau dV correspondant à la variation de niveau dN ?

2°) Montrer que l'on peut exprimer $\frac{dN}{dt}$ en fonction de Q_e, Q_s et S_R par la relation $\frac{dN}{dt} S_R = Q_e - Q_s$

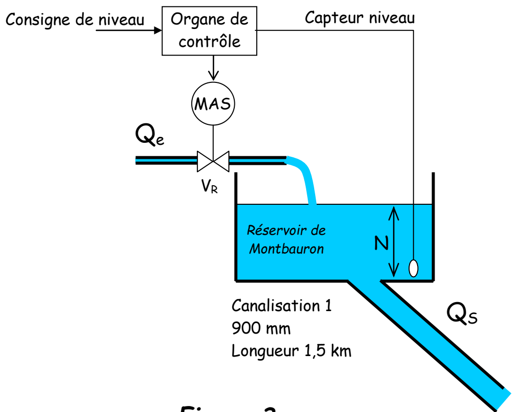


Figure 3

3°) Pour l'étude du régime dynamique, on applique la transformation de Laplace à l'équation trouvée à la question précédente. En déduire la relation entre $Q_e(p)$, $Q_s(p)$, N(p) et S_R avec des conditions initiales nulles.

Exercice 27. MCC Constante de temps d'un moteur de servomécanisme (xiv)

On étudie un moteur à courant continu de petite puissance, bipolaire, qui démarre sans rhéostat. L'induit possède deux voies d'enroulement. L'excitation séparée, constante, est fournie par un aimant permanent. La réaction magnétique d'induit est négligeable.

On a mesuré : Résistance de l'induit : $R = 5\ \Omega$

Moment d'inertie de toute la partie tournante : **J** = 0,05 kg.m².

On appelle : **T** le couple électromagnétique en Nm

K la constante de la f.c.é.m. et de couple.

n la fréquence de rotation en tr/s.

Ω la vitesse angulaire en rad/s.

On néglige toute influence de l'inductance propre de l'enroulement d'induit.

1) Dans un essai à vide, on a relevé n = 22 tr/s avec U = 69 V , le courant appelé étant négligeable ; calculer K.

2) Montrer que la caractéristique mécanique $T = f(\Omega)$ de ce moteur, alimenté sous une tension U, peut se mettre sous la forme : $T = a\,U + b\,\Omega$. Calculer a et b. Tracer cette caractéristique à la tension constante U = 75 V.

3) Dans toute la suite du problème, le moteur est accouplé à un appareil (réducteur de vitesse et potentiomètre) qui offre un couple résistant indépendant de la vitesse, $T_r = 0{,}1$ Nm. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que la vitesse du moteur est donnée, à chaque instant, par une équation différentielle linéaire à coefficients constants, du premier ordre.

4) Calculer la solution $\Omega = f(t)$ de cette équation différentielle qui correspond à un démarrage sous tension constante U = 75 V. Préciser la valeur de la constante de temps du système.

5) Donner l'allure de la courbe représentative $\Omega = f(t)$. Préciser la pente de la tangente à l'origine. Au bout de combien de temps la vitesse atteindra-t-elle la vitesse de régime à 5% près ?

6) On alimente ce moteur par une source de f.é.m. E constante et égale à 75 V et de résistance interne $r = 15\ \Omega$. Calculer le courant appelé par le moteur en fonction de la vitesse angulaire.

7) Quelle nouvelle forme prend dans ce cas l'équation différentielle dont dépend la vitesse ? Quelle est la nouvelle valeur de la constante de temps ? Conclusion ?

Exercice 28. MCC transitoire démarrage (xv)

L'étude porte sur un moteur à flux constant pour lequel on donne la constante de vitesse $K_E = E/\Omega = 0{,}163$Wb, la résistance d'induit $R = 1{,}5\Omega$ ainsi que les valeurs nominales $U_N = 60$V, $I_N = 6{,}2$A et $\Omega_N = 315$ rad/s. Dans ce qui suit, on se limite au fonctionnement à vide en négligeant l'inductance d'induit et en admettant que le couple de pertes Cp est constant. Par ailleurs, on désigne par u et i les expressions en fonction du temps de la tension et du courant d'induit.

1) La mesure des pertes à vide pour $\Omega = \Omega_N$ a donné, après déduction des pertes Joule, $P_0 = 22$W. Calculer C_p.

2) Rappeler la relation liant J, dΩ/dt, C_{em} et C_p.

3) Lors d'un essai de ralentissement à induit ouvert, on a mesuré $(\Delta\Omega/\Delta t) = -300$ rad/s² pour $\Omega = \Omega_N$. Calculer la valeur du moment d'inertie J.

4) Déterminer l'expression du couple électromagnétique C_{em} en fonction de K_E et de i d'une part, puis grâce à la loi des mailles relative au MCC établir la relation liant C_{em} à K_E, u, R et Ω d'autre part.

5) A l'instant t = 0 pris comme origine, le moteur étant arrêté, on applique à son induit une tension constante $U = U_N$.

a) Calculer la valeur initiale i(0) de i. Le constructeur précise que le courant impulsionnel maximal est de 50A pour ce moteur. Vérifier qu'il y a compatibilité.

b) Ecrire l'équation différentielle déterminant l'évolution de la vitesse. La mettre sous la forme $\tau_m \dfrac{d\Omega}{dt} + \Omega = \Omega_0$ en donnant les expressions de τ_m et de Ω_0. A.N.: Calculer τ_m et Ω_0

c) Résoudre cette équation compte tenu de la condition initiale pour obtenir l'expression de Ω(t) en fonction de Ω_0, t et τ_m.

d) Calculer le temps t_0 au bout duquel Ω est égal à 95% de Ω_0.

6) On considère maintenant un démarrage à $I = I_N$ constant.

a) Ecrire la nouvelle équation différentielle déterminant l'évolution de la vitesse et en déduire l'expression de Ω(t).

b) Calculer le temps t_1 au bout duquel Ω atteint la valeur Ω_0 définie au 5)b).

Exercice 29. Abaissement de température par ventilation d'une enceinte (0)

On souhaite abaisser la température d'une enceinte par extraction d'air.

Un test de chauffe avec une résistance chauffante de 450 W permet de monter de 24 °C à 97°C en 15 min.

1°) Déterminer la capacité calorifique de l'enceinte en J/K.

2°) Déterminer la valeur de la puissance perdue par l'enceinte lorsque celle-ci baisse d'un écart de température dT_i pendant dt

3°) Déterminer l'énergie puis la puissance extraite lors d'un renouvellement d'air extrayant de l'air à une température T_i, remplacé par de l'air à la température T_e de 24°C

(On considèrera la capacité calorifique de l'air $C_{air}=1200$ J.kg^{-1}.°C^{-1}, la masse volumique de l'air de 1,2 kg/m³ et un débit volumique Q_V)

4°) En faisant le bilan des puissances de ce système, établir l'équation différentielle liée à la température T_i de l'enceinte
5°) Déterminer l'expression de la constante de temps du système
6°) Vers quelle valeur tend la température de l'enceinte ?
7°) Déterminer le débit volumique du ventilateur d'extraction permettant d'abaisser à 37% de l'écart de température initial en 10 min.

Deuxième ordre

<u>*Exercice 1.*</u> <u>*2ème ordre : graphe (i)*</u>

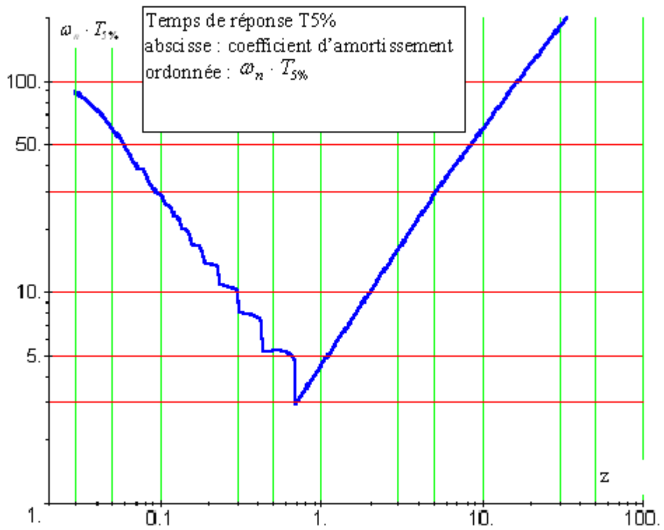
La courbe relevée ci-contre correspond à la réponse d'un système à un échelon de 50 V.

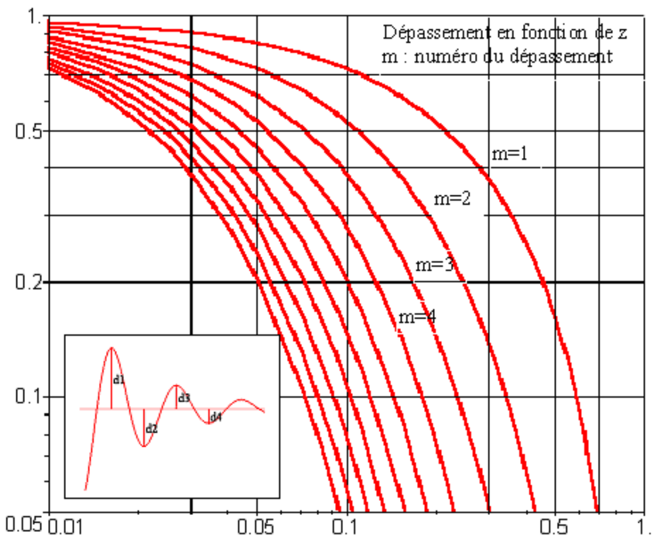
Déterminer

1. le gain statique
2. le temps de réponse
3. la pseudo pulsation
4. le coefficient d'amortissement
5. Donnez l'équation différentielle que l'on mettra sous la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = g(t)$$

6. Donnez la fonction de transfert
7. en déduire l'équation de $U_C(t)$





<u>*Exercice 2.*</u> <u>*2ème ordre : RLC série (ii)*</u>

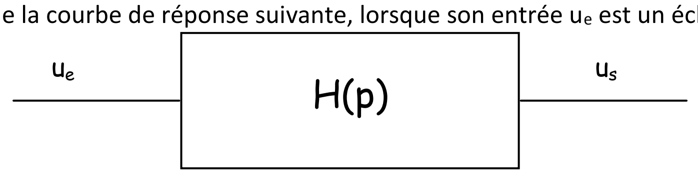
1) Etablir l'équation différentielle liée à la tension du condensateur d'un circuit RLC série

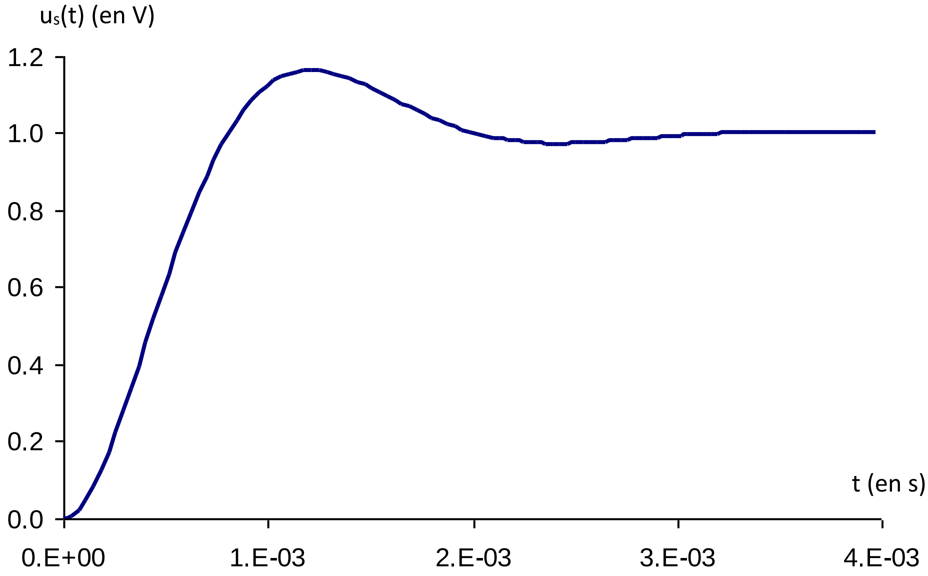
2) Déterminer la pulsation ω_0 et le coefficient d'amortissement m en fonction de R, L et C

3) C=1µF et L=100mH, prévoir l'allure de la réponse du courant à un échelon de tension si R =150 Ω ; 650Ω ; 1500Ω

<u>*Exercice 3.*</u> <u>*Identification d'un 2eme ordre (iii)*</u>

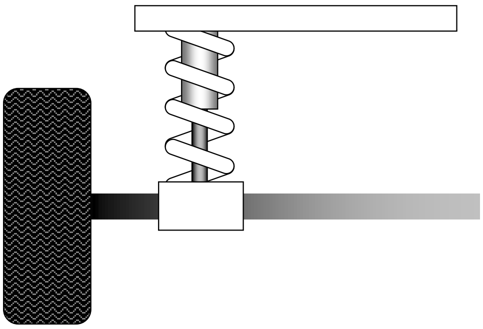
Un ciruit du deuxième ordre donne la courbe de réponse suivante, lorsque son entrée u_e est un échelon :





1) Donnez la forme normalisée d'un système du deuxième ordre.
2) à partir de la courbe de réponse à un échelon en entrée, déterminez les paramètres du système (ω_n : pulsation caractéristique et m : amortissement). On détaillera toutes les étapes précisément.

Exercice 4. *Etude d'un amortisseur (iv)*



La force de rappel du ressort est : $\vec{F}_r = -kx \cdot \vec{e}_x$

La force de frottement due à l'huile : $\vec{F}_h = -fv \cdot \vec{e}_x$

La force du poids de la voiture : $\vec{P} = mg \cdot \vec{e}_x$

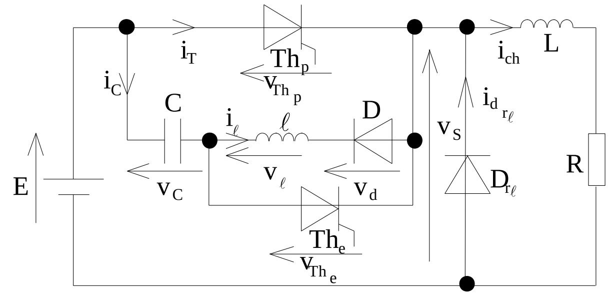
f = 600 Ns/m

k= 44000 N/m

M=225 kg

1. Par l'écriture de la relation fondamentale de la dynamique retrouver l'équation différentielle :
$$M\frac{d^2x}{dt^2} + f\frac{dx}{dt} + kx = Mg$$
2. Faire apparaître la pulsation propre et le coefficient d'amortissement
3. Donner le temps de réponse à 5%
4. Donner la valeur du premier dépassement
5. Donner la réponse temporelle à un échelon de 5 cm

Exercice 5. *Etude du circuit de blocage du thyristor principal Thp (v)*



I Etude du blocage du thyristor principal :

Pendant la durée du phénomène, très inférieur à T, le courant de charge i_{ch} sera considéré comme constant et égal à I.

Etude de l'évolution de v_c (t) :

t_o est pris comme origine du blocage. A t_{0-}, Th_p est conducteur, Th_e est bloqué et on suppose que $v_c = -E$.

a) A t_0, Th_e devient passant : exprimer v_s à t_{o+} et réduire l'état de la diode $D_{r\ell}$.

b) On suppose que i_T s'annule instantanément : quelle est la valeur de i_c à t_{o+} et comment évolue v_c (t) ?

c) A quel instant $D_{r\ell}$ devient conductrice, que devient v_c, que valent i_c et $i_{d_{r\ell}}$ et à quel instant se bloque Th_e ?

d) Pendant combien de temps v_{th_p} est-il négatif ? En déduire la valeur de C.

e) Représenter les allures de v_c, v_s, v_{th_p}, i_c, $i_{d_{r\ell}}$ et i_{ch} en fonction de t.

II Charge du condensateur de blocage :

a) A t = t_1, instant de déblocage de la diode $D_{r\ell}$, le thyristor Th_p étant bloqué, on a v_c = E et ic = 0 : pourquoi la charge du condensateur ne change -t-elle pas ?

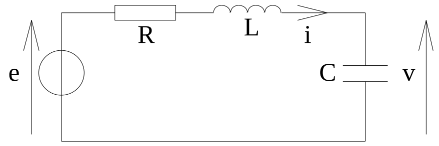
b) A t = t_2, on amorce le thyristor Th_p ; v_{th_p} = 0 instantanément. En prenant comme origine des temps cet instant, établir l'équation différentielle de charge du condensateur à travers D et ℓ.

c) En déduire l'évolution de v_c , v_s , i_c , i_T , $i_{d_{r\ell}}$ et i_{ch}.

d) Préciser la durée du phénomène d'inversion de la tension v_c en fonction de C et ℓ.

e) Quelle est la valeur maximale du courant $i_{d_{r\ell}}$?

Exercice 6. *Réponse à un échelon pour un circuit R, L, C série (vi)*



Conditions initiales : $v_{(0-)}$= 0 et $i_{(0-)}$= 0 ;
e est un échelon de tension d'amplitude E.

1) Déterminer $i_{(0+)}$, $v_{(0+)}$, $\dfrac{dv(0^+)}{dt}$, $i_{(+\infty)}$ et $v_{(+\infty)}$.

2) Etablir l'équation différentielle régissant v(t) et la mettre sous la forme canonique suivante : $\dfrac{d^2v}{dt^2}+2m\omega_0\cdot\dfrac{dv}{dt}+\omega_0^2\cdot v=\omega_0^2\cdot E$.

Exprimer "m" (coefficient d'amortissement du circuit) et ω_o (pulsation propre).

3) Etude de la solution générale :

a) Montrer qu'une solution particulière avec second membre est v = E.

b) Chercher la solution générale sans second membre sous la forme v = A . $e^{z.t}$.

c) Donner l'allure des solutions.

4) On s'intéresse au cas où m < 1.

a) Déterminer la condition sur R pour obtenir m < 1.

b) Déterminer l'expression de v (t) que l'on mettra sous la forme suivante : $v(t)=E+E_0e^{-m\omega_0 t}\cos(\omega t+\varphi)$

Exprimer E_0 , ω et φ en fonction de m, E et ω_0.

c) Calculer la valeur maximale, V_{max} de v (t). En déduire l'amplitude du premier dépassement, D_1 tel que

$$D_1=\frac{V_{max}-E}{E}$$

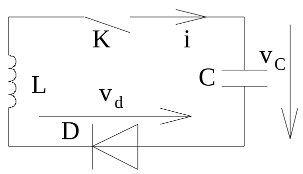
d) Représenter la solution générale lorsque m = 0,1.

5) Déterminer la solution générale lorsque m = 1.

6) Dans le cas où m > 1, déterminer la solution générale de l'équation différentielle.

Exercice 7. *Rôle d'une diode dans un circuit L-C (vii)*

On considère le circuit ci-contre. La diode D est supposée parfaite; la capacité est initialement chargée sous une tension E: on a donc v_c = E > 0.



A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

1) Ecrire l'équation différentielle qui relie i à L et C.

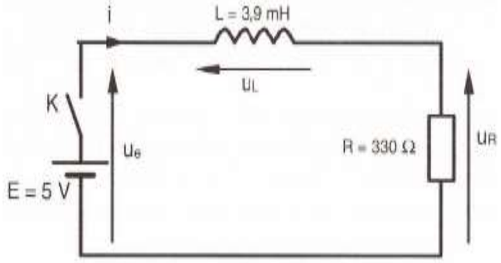
2) Exprimer i et v_c en fct de t depuis t = 0 jusqu'à l'instant où le courant i s'annule. Exprimer cet instant en fct de L et C.
Que se passe-t-il ?

3) Représenter graphiquement (et séparément) i et v_c en fonction du temps. Préciser la valeur de v_c à l'instant où i s'annule.

Solutions QCM

Solution 1 . *Exercice 1 : QCM*

1. On considère le circuit représenté ci-contre. A l'instant t = 0 s, on ferme l'interrupteur K.



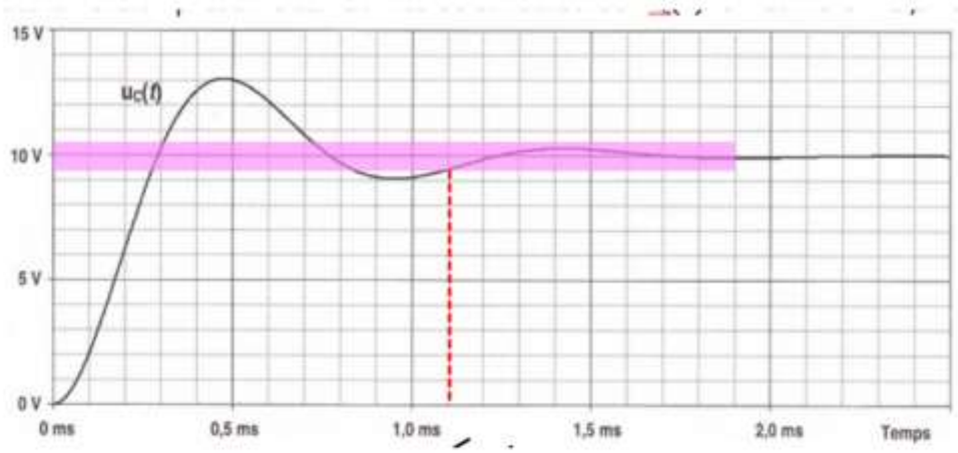
a) La tension $u_e(t)$ correspond à un échelon de tension. **(VRAI)**
b) En régime permanent (stationnaire), la bobine est équivalente à un fil. **(VRAI)**
c) L'intensité du courant circulant dans le circuit en régime permanent vaut 15,2 mA. **(VRAI)** *en effet*

$$i = \frac{E}{R} = \frac{5}{330} = 15,2\,mA$$

d) Pour établir l'équation différentielle, on utilise la loi des mailles. **(VRAI)**
e) Le circuit vérifie l'équation différentielle du premier ordre $Ri + L\frac{di}{dt} = E$ **(VRAI)**
f) La constante de temps du circuit est L x R. **(FAUX)** $i + \underbrace{\frac{L}{R}}_{\tau}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$ donc $\tau = \frac{L}{R}$
g) Le temps de réponse à 5 % du circuit vaut 35 µs. **(VRAI)** $t_{r5\%} = 3\times\tau = 3\times\frac{L}{R} = 3\times\frac{3,9\cdot 10^{-3}}{330} = 35\cdot 10^{-6}\,s$

2. Circuit RLC en régime transitoire

On considère un circuit RLC série que l'on connecte à l'instant t = 0 à un générateur de tension continue. On a représenté ci-dessous la tension présente aux bornes du condensateur $u_c(t)$. On donne C = 2 µF et L = 10 mH.



a) La tension E délivrée par le générateur vaut 13 V. **(FAUX)** *10 V*
b) Le coefficient d'amortissement est ~~supérieur~~ à 1. **(FAUX)** *inférieur à 1 (oscillations)*
c) Le régime transitoire est du type ~~apériodique~~. **(FAUX)** *pseudo périodique*
d) Le temps de réponse à 5 % est de 1,1 ms. **(VRAI)**
e) Il suffit de diminuer la valeur de la résistance pour ~~atténuer~~ les oscillations. **(FAUX)** *amplifier*
f) La résistance R = 100 Ω permettrait d'obtenir le régime critique. **(FAUX)** $m = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{100}{2}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-6}}{0,01}} = 0,7$ *donc pseudo périodique*

3. MCC soumis à un échelon de tension

On considère un moteur de type Axem à excitation indépendante et constante présentant une résistance d'induit R = 0,28 Ω, une inductance d'induit négligeable et une constante électromécanique k = 0,42 V.s.rad^{-1}. Le moteur étant initialement à l'arrêt, on

applique à ses bornes une tension U = 14 V. La charge entraînée est purement inertielle et on néglige les pertes autres que les pertes par effet Joule.
Le moment d'inertie du système est $J = 5 \cdot 10^{-3}$ kg.m^2.

a) La vitesse atteinte en régime permanent est voisine de 33 tr.min^{-1}. **(FAUX)** *33 rad/s en effet*

$$E = k\Omega = U - RI$$

$$T_r = 0 \text{ et } T_{em} = kI = T_r \text{ donc } I = 0$$

$$\Omega = \frac{U}{k} = \frac{14}{0,42} = 33 \text{ rad/s}$$

b) Le principe fondamental de la dynamique indique que si deux systèmes sont soumis à un même couple, celui qui présente le moment d'inertie le plus faible accélérera plus rapidement. **(VRAI)** *en effet*

$$J\frac{d\Omega}{dt} = T_{em} \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = \frac{T_{em}}{J} \begin{cases} J \text{ faible } \dfrac{d\Omega}{dt} \text{ fort} \\ J \text{ fort } \dfrac{d\Omega}{dt} \text{ faible} \end{cases}$$

c) La f.é.m. est nulle juste après la fermeture de l'interrupteur, à t = 0+.**(VRAI)** *en effet* $E = k\Omega$ *et au démarrage* $\Omega = 0$

d) L'intensité du courant d'induit en régime permanent est proche de 1 A. **(FAUX)** *I=0 à vide*

e) Le démarrage du moteur est d'autant plus long que le moment d'inertie est élevé. **(VRAI)**

f) La constante de temps du système est voisine de 8 ms. **(VRAI)** *en effet*

$$J\frac{d\Omega}{dt} = T_{em} = kI = \frac{k(U-E)}{R} = \frac{k(U-k\Omega)}{R}$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{kU}{R} - \frac{k^2\Omega}{R}$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} + \frac{k^2}{R}\Omega = \frac{kU}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{JR}{k^2}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{kU/R}{k^2/R} = \frac{U}{k}} \begin{cases} \Rightarrow \Omega_{final} = U/k \\ \tau = \dfrac{JR}{k^2} = \dfrac{5 \cdot 10^{-3} \times 0,28}{0,42^2} = 7,93 \text{ ms} \end{cases}$$

Solutions 1er ordre

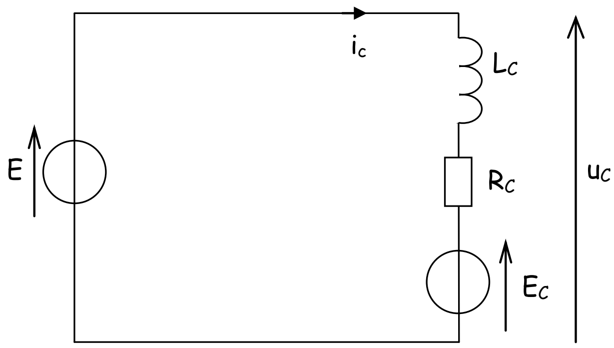
Solution 1 . Exercice 1

On considère le circuit de la figure ci-contre dans lequel:
E est une source de tension continue parfaite de valeur 140 V
H est un interrupteur parfait dont la période de fonctionnement est T.

- H est fermé de 0 à αT (la diode se retrouve bloquée : ne laisse pas passer le courant)
- H est ouvert de αT à T(la diode se retrouve passante : et laisse passer le courant) .

La fréquence de hachage est 5 kHz .
Le récepteur est un moteur à courant continu à aimant permanent

- de f.é.m. Ec= 126 V
- en série avec une inductance Lc=2 mH
- de résistance Rc=0.5 Ω



1. Schéma du montage lors de la phase correspondant à 0 à αT.
2. On établit la loi des mailles

$$E = u_{L_C} + u_{R_C} + E$$

$$\boxed{E = L_C \frac{di_C}{dt} + R_C i_C + E_C}$$

3. Pour faire apparaître la constante de temps dans cette équation différentielle du premier il faut que l'équation soit de la forme $i_C + \tau \frac{di_C}{dt} = C^{te}$ donc on transforme $E = L_C \frac{di_C}{dt} + R_C i_C + E_C$

$L_C \frac{di_C}{dt} + R_C i_C = E - E_C$ puis on divise tout par Rc

$$i_C + \underbrace{\frac{L_C}{R_C}}_{\tau} \frac{di_C}{dt} = \frac{E - E_C}{R_C}$$

Ce qui fait apparaître la constante de temps $\tau = \frac{L_C}{R_C} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 40\,ms$

4. En régime permanent $\frac{di_C}{dt} = 0$, donc $i_C = \frac{E - E_C}{R_C} = \frac{140 - 126}{0,5} = 28\,A$

11. courbe ic=f(t). Veillez à noter les points caractéristiques de cette courbe (rappel cette courbe est de la forme $I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$)
12. Donner la valeur atteinte par le courant au bout de 1ms

On supposera pour cette analyse l'interrupteur H bloqué et donc la diode passante et on négligera cette fois ci la valeur de la résistance.

13. Déterminer l'équation différentielle de iC durant cette phase
14. Déterminer l'équation de iC
15. Tracer sur le même graphique le courant iC
16. Est-il logique de négliger l'influence de R

Exercice 2. **Exercice 1 : Régime transitoire dans un Hacheur série ()**

On considère le circuit de la figure ci-contre dans lequel:
E est une source de tension continue parfaite de valeur 140 V
H est un interrupteur parfait dont la période de fonctionnement est T.

- H est fermé de 0 à αT (la diode se retrouve bloquée : ne laisse pas passer le courant)
- H est ouvert de αT à T(la diode se retrouve passante : et laisse passer le courant) .

La fréquence de hachage est 5 kHz .
Le récepteur est un moteur à courant continu à aimant permanent

- de f.é.m. Ec= 126 V
- en série avec une inductance Lc=2 mH
- de résistance R_C=0.5 Ω

On supposera pour cette analyse l'interrupteur la phase où H est bloqué et donc la diode passante.

17. Faire le schéma du montage lors de la phase correspondant à 0 à αT.
18. Déterminer l'équation différentielle de i_C durant cette phase
19. Déterminer l'expression et la valeur de la constante de temps de ce courant i_C
20. Déterminer l'expression et la valeur du courant atteint en régime permanent.
21. En supposant que le courant est initialement nul, tracer à main levée la courbe i_c=f(t). Veillez à noter les points caractéristiques de cette courbe (rappel cette courbe est de la forme $I_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$)
22. Donner la valeur atteinte par le courant au bout de 1ms

On supposera pour cette analyse l'interrupteur H bloqué et donc la diode passante et on négligera cette fois ci la valeur de la résistance.

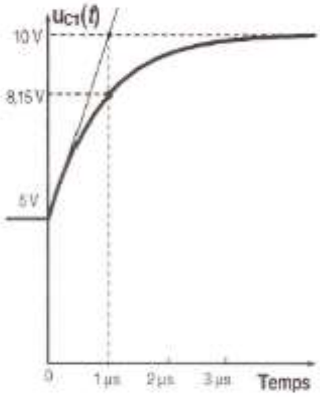
23. Déterminer l'équation différentielle de i_C durant cette phase
24. Déterminer l'équation de i_C
25. Tracer sur le même graphique le courant i_C
26. Est-il logique de négliger l'influence de R

Solution 1 . *Charge d'un condensateur initialement chargé* *(Solution 1)*

1 a) $u_{C1}+R_1C_1\dfrac{du_{C1}}{dt}=U_a$.

b)T=RC_1=1µs

c) La valeur finale Ua = 10 V.



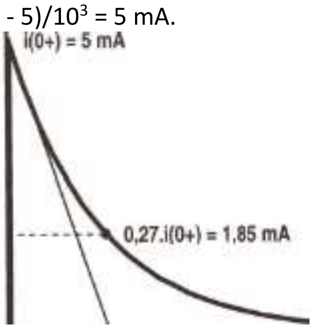
d)

2 a) Juste avant la fermeture, le courant ne peut pas circuler, donc i=0A.

2 b) Juste après la fermeture, on peut écrire U. = R x i(0+) + Uc1.

On a donc i(0+) = (Ua — Uc1) / R1 On sait par ailleurs que le condensateur est initialement chargé sous 5 V.

On a donc :i(0+) = (10 - 5)/10^3 = 5 mA.



Voir figure ci-contre.

Solution 2. *Exercice 3 :Equation différentielle des charges d'un condensateur*

Exercice :

$q = C u_c \Rightarrow u_c = \frac{q}{C}$

$u_R = R \times i = R \times \frac{dq}{dt}$

$\left.\right\} u = u_R + u_c \quad u = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

$\Rightarrow \boxed{C \times u = \underbrace{RC}_{\tau} \frac{dq}{dt} + q}$

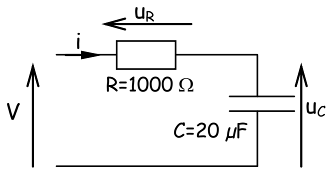
$\Rightarrow \boxed{q = K_1 e^{-t/\tau} + K_2}$

C.I. $\begin{cases} \text{à } t=0 \quad q=0 \Rightarrow q(0)=0=K_1+K_2 \\ \text{à } t=\infty \quad \frac{dq}{dt}=0 \Rightarrow q = C\times U \Rightarrow \boxed{C\times U = K_2} \end{cases}$

donc $K_1 = -K_2 \Rightarrow \boxed{K_1 = -C \times U}$

$\Rightarrow \boxed{q(t) = CU\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

Solution 3. *Exercice 4 : Charge d'un condensateur initialement déchargé (Solution 4)*



La loi des mailles donne

$$V - u_R - u_C = 0$$

On ne peut pas utiliser les relations du sinusoïdal (complexes, Z, $\frac{1}{C\omega}$,...)

On est ici en régime « quelconque », donc les relations à employer sont les relations les plus générales

$$u_R(t) = R \times i(t)$$

$$i(t) = C \times \frac{du_C(t)}{dt}$$

On cherche à établir l'équation différentielle de $u_C(t)$

$$V = u_R(t) + u_C(t)$$

$$V = R \times i(t) + u_C(t)$$

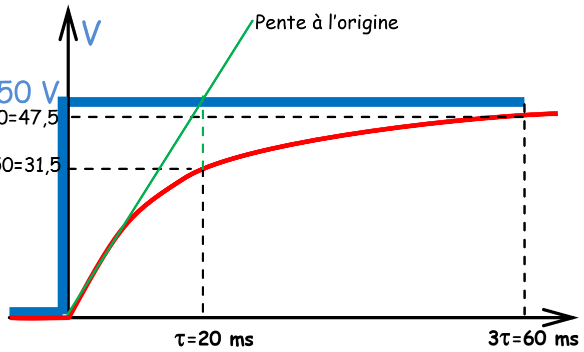
$$\boxed{RC \times \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = V}$$

On obtient ainsi l'équation différentielle de $u_C(t)$

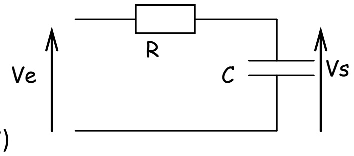
RC est bien la constante de temps car on peut s'apercevoir par une analyse dimensionnelle que RC est homogène à un temps :

- Dans une équation constituée de somme de termes, chaque terme terme doit être de la même unité donc comme V est une tension en V , $u_c(t)$ doit être une tension en V (ce qui est le cas) et $RC \times \frac{du_C(t)}{dt}$ doit être en V
- Comme $RC \times \frac{du_C(t)}{dt}$ est en V, connaissant les unités de $du_C(t)$ (tension en V) et dt (temps en s), il faut donc que RC soit un temps (s) pour que $RC \times \frac{du_C(t)}{dt}$ soit en V : $\underset{[s]}{RC} \times \frac{\overbrace{du_C(t)}^{[V]}}{\underset{[s]}{dt}} = [V]$

Donc $\tau = RC = 1000 \times 20 \cdot 10^{-6} = 20\text{ms}$



Solution 4. *Exercice 5 : Equation différentielle de la tension dans circuit RC (Solution 5)*



1°)

$$V_e = R \times i(t) + V_s(t)$$

Il faut se « débarrasser » de i(t)

Or $i(t) = C\dfrac{dV_s(t)}{dt}$ (relation classique du courant dans un condensateur $i(t) = C\dfrac{dU_C(t)}{dt}$)

2°) Donc on remplace i(y) $V_e = R \times C\dfrac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t)$

Que l'on met sous la forme $\tau\dfrac{dy}{dt} + y = f(t)$

Soit $\underbrace{RC}_{\tau}\dfrac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = V_e$

La constante de temps vaut : $RC = 10 \cdot 10^3 \times 1 \cdot 10^{-6} = 0,01\ s$

Le gain statique est le rapport $\left(\dfrac{V_s(t)}{V_e}\right)_{t=\infty}$ soit le rapport de V_s sur V_e en régime constant (plus de variation de V_s donc $\dfrac{dV_s(t)}{dt} = 0$)

Donc $\underbrace{RC}_{\tau}\underbrace{\dfrac{dV_s(t)}{dt}}_{0} + V_s(t) = V_e$ donc $\left(\dfrac{V_s(t)}{V_e}\right)_{t=\infty} = 1$

3°) Pour trouver $v_s(t)$ il faut résoudre l'équation différentielle :

$$\tau\frac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = V_e$$

<u>*SGESSM :*</u> $\tau\dfrac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = 0$

$$\tau\frac{dV_s(t)}{dt} = -V_s(t)$$

$$\frac{dV_s(t)}{V_s(t)} = -\frac{1}{\tau}dt$$

$$\int \frac{dV_s(t)}{V_s(t)} = \int -\frac{1}{\tau}dt$$

$$\ln V_s(t) = -\frac{1}{\tau}t + C$$

$$V_s(t) = e^{-\frac{t}{\tau}+C}$$

$$V_s(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \times \underbrace{e^{C}}_{K}$$

$$SGESSM : \boxed{V_s(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}}$$

_SP :_ La solution particulière est une solution qui satisfait à $\tau\frac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = V_e$

donc une solution particulière est $\boxed{V_s(t)= V_e}$

La solution générale (SG) d'une équation différentielle est la somme de la SGESSM et SP

Donc $V_s(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + V_e$

Il reste à déterminer K, on se sert des conditions initiales (valeurs connues de V_s à un temps donné)
On sait que le condensateur lisse la tension à ses bornes.
Donc à $t=0^+$ comme le condensateur est initialement déchargé, sa tension sera toujours nulle.

Donc $V_s(0^+) = Ke^{-\frac{0}{\tau}} + V_e = 0$

$$K + V_e = 0$$

$$K = -V_e$$

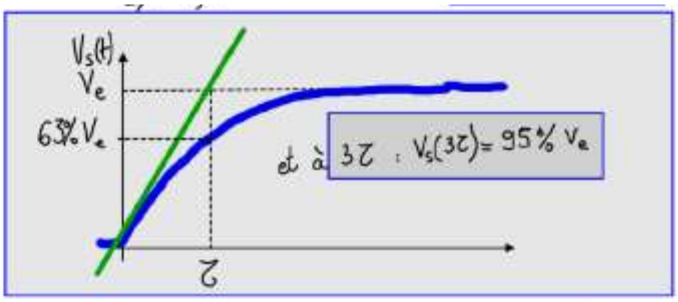
Donc

$$V_s(t) = -V_e e^{-\frac{t}{\tau}} + V_e$$

$$\boxed{V_s(t) = V_e\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

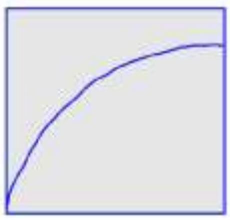
Les 3 points de repères sont

- La pente à l'origine qui coupe l'asymptote (valeur finale de V_s (V_e)) au bout du temps τ
- Au bout du temps τ, on est à 63% du maximum ($e^{-\frac{\tau}{\tau}} = 0,37$ donc $1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}} = 0,63$)
- Au bout du temps 3τ, on est à 95% du maximum ($e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = 0,05$ donc $1 - e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = 0,95$)



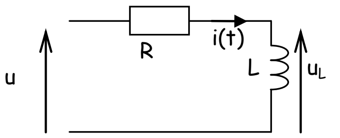
Avec la calculatrice $y(x) = 10 \times (1 - \exp(-x/10E\text{-}3))$

$Y_{max} = 11$
$Y_{min} = 0$
$X_{min} = 0$
$X_{max} = 0{,}04$



*

Solution 5. *Exercice 6 :Etablissement du courant dans une charge RL*



1. On ne peut pas utiliser d'impédance car on n'est pas en sinusoïdal.
   Il faut écrire la loi des mailles dans le cas le plus général :
   $$u(t)=u_L(t)+u_R(t)$$
   $$\boxed{u(t)=L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)}$$
2. Pour faire apparaitre la constante de temps il faut que ma variable i(t) soit affectée d'un coefficient 1, ainsi apparaitra devant $\frac{di}{dt}$ un coefficient homogène à un temps.
   Pour cela il faut tout diviser par R
   $$\boxed{\frac{u(t)}{R}=\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}+i(t)}$$
   En effet si i(t) est en Ampères, $\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}$ est lui aussi en Ampères. Comme $di(t)$ est déjà en Ampères, les autres termes devront avoir des unités qui s'annulent. Comme dt est en secondes, $\frac{L}{R}$ est forcément en secondes : c'est la constante de temps du système : $\boxed{\tau=\frac{L}{R}=\frac{10}{50}=0,2s}$
   Vérifions que L/R est bien homogène à un temps
   $$\left.\begin{array}{l} u(t)=L\frac{di(t)}{dt}\Rightarrow L=\frac{u(t)}{\frac{di(t)}{dt}}\Rightarrow L\rightarrow\frac{[V]}{[A]/[s]} \\ u(t)=Ri(t)\Rightarrow R=\frac{u(t)}{i(t)}\Rightarrow R\rightarrow\frac{[V]}{[A]} \end{array}\right\}\frac{L}{R}\rightarrow\frac{\frac{[V]}{\cancel{[A]}/[s]}}{\frac{[V]}{\cancel{[A]}}}=[s]$$
3. Si u(t) =E = 100 V pour t>0
   $$\frac{E}{R}=\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}+i(t)\begin{cases} SGESSM:\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0\Rightarrow i(t)=K_1e^{-t/\tau} \\ SP:i(t)=\frac{E}{R} \end{cases}$$
   $$i(t)=K_1e^{-t/\tau}+\frac{E}{R}$$
   $$avec\ les\ C.I.\ i(0)=0.$$
   $$\Rightarrow K_1+\frac{E}{R}=0\Rightarrow K_1=-\frac{E}{R}$$
   Donc $\boxed{i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)}$
4. A t= 0,5 s $i(0.5)=\frac{100}{50}\left(1-e^{-0,5/0,2}\right)=1,8$ donc $\boxed{\text{i(0,5)=1,8A}}$
5. $u_R=Ri(t)=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ donc $\boxed{u_R=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)}$
   $$u_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}=L\frac{d\left(\frac{E}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)\right)}{dt}=L\frac{E}{R}\cdot\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}=Ee^{-t/\tau}$$ donc $\boxed{u_L(t)=Ee^{-t/\tau}}$
   τE

6. Si $u_R = u_L$ alors

$$E\left(1-e^{-t/\tau}\right) = Ee^{-t/\tau}$$

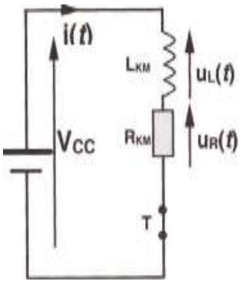
$$\Rightarrow 1-e^{-t/\tau} = e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow e^{-t/\tau} = 1/2$$

$$\Rightarrow t = -\tau \ln\left(1/2\right) = \boxed{0{,}14s}$$

Solution 6. *Exercice 7 :Commande d'une bobine de contacteur (Solution 7)*

1. On se ramène au schéma simplifié représenté ci-contre.



La loi des mailles permet d'écrire $u_L + u_R = V_{CC}$.

On a également pour la résistance et la bobine les relations $u_R = R \times i$

et $u_L = L_{KM}\dfrac{di}{dt}$

On obtient en remplaçant :

$$L_{KM}\frac{di}{dt} + R \times i = V_{CC}$$

On divise tout par R_{KM} de façon a obtenir une forme classique qui fait apparaître la constante de temps

$$i + \frac{L_{KM}}{R_{KM}}\frac{di}{dt} = \frac{V_{CC}}{R_{KM}}$$

$$i + \underbrace{\frac{L_{KM}}{R_{KM}}\frac{di}{dt}}_{[A]} = \frac{V_{CC}}{R_{KM}}$$

$$[A] + \underbrace{\left\{[s]\frac{[A]}{[s]}\right\}}_{[A]} = [A]$$

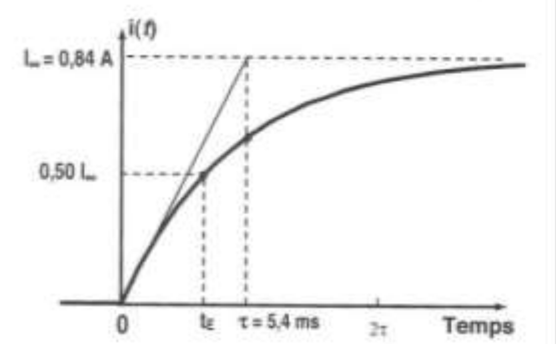
2. $\tau = \dfrac{L_{KM}}{R_{KM}} = \dfrac{145 \cdot 10^{-3}}{27} = 5{,}4\ ms$

Au bout de 5,4 ms on atteindra 63% du courant vers lequel on tendra (plus de variation du courant) :

$$i + \frac{L_{KM}}{R_{KM}}\underbrace{\frac{di}{dt}}_{0} = \frac{V_{CC}}{R_{KM}} \quad soit \quad i_\infty = \frac{V_{CC}}{R_{KM}}$$

3. Le courant évolue de manière exponentielle de 0A jusqu'à la valeur finale qui est $I_\infty = \dfrac{V_{CC}}{R_{KM}} = \dfrac{24}{27} = 0{,}89\ A$ donc c'est compatible avec le courant max de l'automate qui est de 2 A.

4. Mesure graphique de t_E =3,7 ms



$$i+\frac{L_{KM}}{R_{KM}}\frac{di}{dt}=\frac{V_{CC}}{R_{KM}}$$

La solution de cette équation différentielle est du type :

$$i(t)=I_{\infty}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\text{avec } I_{\infty}=\frac{V_{CC}}{R_{KM}}=0,89 \text{ et } \tau=\frac{L_{KM}}{R_{KM}}=5,4\,ms$$

$$i(t)=0,89\left(1-e^{-\frac{t}{5,4}}\right)$$

On atteint 50% de I_{∞} lorsque

$$50\%\times 0,89=0,89\left(1-e^{-\frac{t}{5,4}}\right)$$

$$0,5=1-e^{-\frac{t}{5,4}}$$

$$e^{-\frac{t}{5,4}}=1-0,5$$

$$e^{-\frac{t}{5,4}}=0,5$$

$$-\frac{t}{5,4}=\ln 0,5$$

$$\boxed{t=-5,4\times\ln 0,5=3,74\,ms}$$

Solution 7. *Exercice 8 :Montée en température d'un thermomètre*

1°) Le gain d'énergie d'un corps qui monte en température est $Q=\underbrace{mc}_{C_{th}}\times\Delta T_S$

Avec C=mc la masse de mercure du thermomètre x la capacité calorifique du mercure ($J.kg^{-1}.°C^{-1}$)

Si l'on comptabilise l'énergie gagnée en un temps donné, on accède à la puissance.

$P=\frac{Q}{\Delta t}=mc\times\frac{\Delta T_S}{\Delta t}$ soit si l'on considère les variations très petites : $P=C\times\frac{dT_S}{dt}$

2°) La puissance gagnée par conduction dans le verre est de la forme $P=\frac{T_{ext}-T_{int}}{R_{th}}$ ce qui dans notre cas donne $P=\frac{T_E-T_S}{R_{th}}$

3°) La puissance gagnée par le mercure est celle qui est conduite par le verre du thermomètre

$P=\frac{T_E-T_S}{R_{th}}$ égale $C\times\frac{dT_S}{dt}$

donc $C\times\frac{dT_S}{dt}=\frac{T_E-T_S}{R_{th}}$

Soit $\boxed{T_S+\underbrace{R_{th}C}_{\tau}\times\frac{dT_S}{dt}=T_E}$

L'équation différentielle fait apparaître la constante de temps τ de ce système du premier ordre.

$$\tau=R_{th}C=\frac{e}{\lambda S}\times C=\frac{e}{\lambda S}\times mc_{Hg}=\frac{e}{\lambda S}\times\rho\times V\times c_{Hg}$$

Donc

$$\tau = \frac{e}{\lambda S} \times \rho \times V \times c_{Hg}$$

$$\tau = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1,35 \times \underbrace{0,05 \times 2\pi \times 3 \cdot 10^{-3}}_{S=}} \times 13545 \times \pi \times \left(3 \cdot 10^{-3}\right)^2 \times 0,05 \times 138,8 = 2s$$

Solution 8. *Exercice 9 :Etude d'un MCC*

1°) $J\frac{d\Omega}{dt} = \sum C = C_m - C_r$

2°)

$$\left.\begin{aligned} J\frac{d\Omega}{dt} &= k \times I - f\Omega - C_S \\ I &= \frac{U-E}{R} = \frac{U-k\Omega}{R} \end{aligned}\right\} J\frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U-k\Omega}{R} - f\Omega - C_S$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U}{R} - k\frac{k\Omega}{R} - f\Omega - C_S$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} = \Omega\left(-\frac{k^2}{R} - f\right) + k\frac{U}{R} - C_S$$

Il faut mettre l'expression sous la forme : $\tau\frac{dy}{dt} + y = K$

Donc il faut tout diviser par $\left(-\frac{k^2}{R} - f\right)$

$$J\frac{d\Omega}{dt} + \Omega\left(\frac{k^2}{R} + f\right) = +k\frac{U}{R} - C_S$$

$$\boxed{\frac{J}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = + \frac{k\frac{U}{R} - C_S}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)}}$$

La constante de temps vaut $\tau = \frac{J}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)} = \frac{0,5}{\left(\frac{0,2^2}{2} + 0,05\right)} = 7,1\ s$

La vitesse maximale est atteinte lorsque atteinte $\frac{d\Omega}{dt} = 0$ donc $\Omega_\infty = + \frac{k\frac{U}{R} - C_S}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)} = + \frac{0,2\frac{200}{2} - 3}{\left(\frac{0,2^2}{2} + 0,05\right)} = 243$ rad/s donc 2320 tr/min

Solution 9. *Exercice 10 :Détermination du moment d'inertie d'un MCC (Solution 10)*

1°) $e(t) = k \cdot \Omega(t)$ et $T_{em}(t) = k \cdot i(t)$

2°) $J_m\frac{d\Omega}{dt} = \sum T = T_{em} - T_r$

En régime permanent $\frac{d\Omega}{dt} = 0$ donc $T_{em} = T_r$

L'essai effectué est fait à vide donc $T_r = 0$ donc $T_{em\infty} = kI_\infty = 0$

Donc le courant en régime stabilisé est nul.

3°) $J_m \dfrac{d\Omega}{dt} = T_{em}$ donc

$$J_m \frac{d\Omega}{dt} = kI$$

$$J_m \frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U-E}{R}$$

$$J_m \frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U-k\Omega}{R}$$

$$J_m \frac{d\Omega}{dt} + \frac{k^2}{R}\Omega = k\frac{U}{R}$$

$$\frac{J_m}{\frac{k^2}{R}}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{k\frac{U}{R}}{\frac{k^2}{R}}$$

$$\boxed{\frac{RJ_m}{k^2}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{U}{k}}$$

4°) $\tau = \dfrac{RJ_m}{k^2}$ et $\Omega_\infty = \dfrac{U}{k}$

Donc $J_m = \dfrac{\tau k^2}{R}$ et l'on trouve τ grâce au graphique :

On atteint 63% du max (5200 tr/min) soit 3276 tr/min au bout d'environ 14 ms

Donc $\boxed{J_m = \dfrac{14\cdot 10^{-3}\times\left(10,7\cdot 10^{-3}\right)^2}{1,5} = 1,1\cdot 10^{-6}\ kg.m^2}$

5°) La vitesse atteinte de 5200 tr/min soit 544 rad/s correspond à $\Omega_\infty = \dfrac{U}{k}$

Donc $\boxed{U = \Omega_\infty \times k = 544\times 10,7\cdot 10^{-3} = 5,82\ V}$

Solution 10. *Exercice 11 :Etude du remplissage d'une cuve*

1°) La variation de volume de la cuve au cours du temps est $\dfrac{dV}{dt} = S\dfrac{dh}{dt}$

2°) $\dfrac{dV}{dt} = S\dfrac{dh}{dt}$ est dû à la différence de débit entrant et sortant

3°) Donc $S\dfrac{dh}{dt} = Q_e - Q_s$

4°) Donc $S\dfrac{dh}{dt} = Q_e - \dfrac{h}{R}$

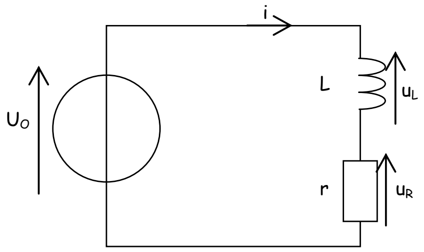
5°) $S\dfrac{dh}{dt} + \dfrac{h}{R} = Q_e$

$$\underbrace{RS}_{\tau}\frac{dh}{dt} + h = \underbrace{RQ_e}_{h_\infty}$$

Le gain statique est $K = \dfrac{h_\infty}{Q_e} = R$

Solution 11. *Exercice 12 :Dispositif embrayage-frein (d'après BTS CPI)* (Solution 12)

1.a.



1.b. Loi des mailles $U_O = u_L + u_r$

En régime permanent le courant n'évolue plus donc $\frac{di}{dt} = 0$ donc $u_L = L\frac{di}{dt} = 0$,

donc $U_O = u_r = r \times i(t) \underset{\text{régime stable}}{=} r \times I_0$

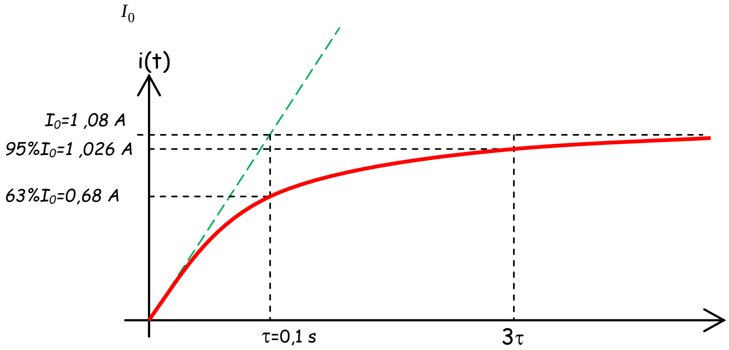
donc $\boxed{I_0 = \frac{U_O}{r}} = \frac{\frac{24\sqrt{2}}{\pi}}{10} = 1{,}08\,A$

1.c. Loi des mailles $U_O = u_L + u_r$ qui devient

en régime quelconque $U_O = L\frac{di(t)}{dt} + r \times i(t)$

donc il faut de part et d'autre diviser par la résistance r : $\frac{1}{r} \times U_O = \left(L\frac{di(t)}{dt} + r \times i(t)\right) \times \frac{1}{r}$

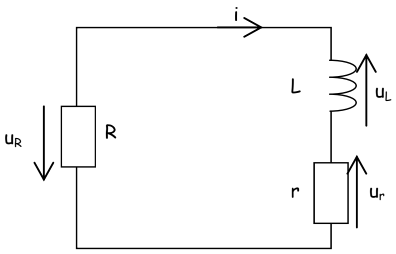
donc $\underbrace{\frac{U_O}{r}}_{I_0} = \frac{L}{r}\frac{di(t)}{dt} + \frac{r}{r} \times i(t)$ donc $\frac{L}{r}\frac{di(t)}{dt} + i(t) = I_0$



1.d.

L'embrayage embraille au bout de 0,3 s

2.a)



2.b)

$$(R + r) \times i(t) + L\frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$i(t) + \frac{L}{R + r}\frac{di(t)}{dt} = 0$$

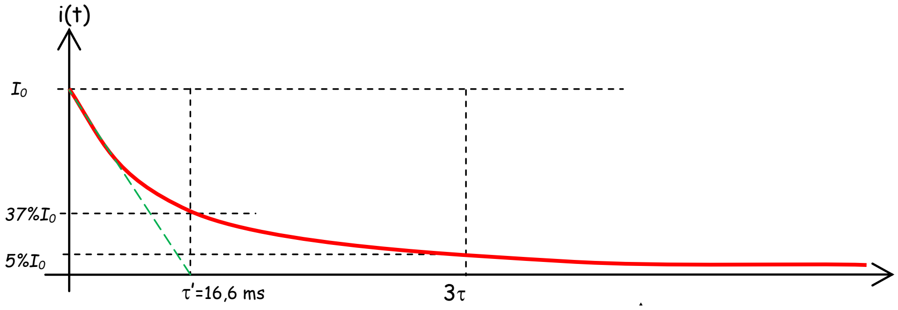
2.c) La constante de temps devient

$$i(t)+\frac{L}{R+r}\frac{di(t)}{dt}=0$$
$$[A]+[A]=0$$
$$\frac{L}{R+r}\frac{di(t)}{dt}\Leftrightarrow[A]$$
$$\frac{L}{R+r}\frac{[A]}{[s]}\Leftrightarrow[A]$$
$$\Rightarrow\frac{L}{R+r}\Leftrightarrow[s]$$

Donc la nouvelle constante de temps $\tau'=\frac{L}{R+r}=\frac{1}{50+10}=16,6\ ms$

2.c) La valeur initiale du courant est $I_0=\frac{U_0}{r}=1,08\,A$ puis il tend vers 0

2.d)



2.e) L'équation de cette courbe est la solution de cette équation différentielle : $i(t)+\frac{L}{R+r}\frac{di(t)}{dt}=0$

Lors de la décharge $i(t)=I_0\times e^{-t/\tau}$ avec I_0=1,08 et τ'=16,6 ms

Quand est-ce que i(t) atteint 15% I_0.

$$0,15\times \cancel{I_0}=\cancel{I_0}\times e^{-t/16,6\cdot10^{-3}}$$
$$0,15=e^{-t/16,6\cdot10^{-3}}$$
$$\ln(0,15)=\ln\left(e^{-t/16,6\cdot10^{-3}}\right)$$
$$\ln(0,15)=-\frac{t}{16,6\cdot10^{-3}}$$
$$t=\ln(0,15)\times(-16,6\cdot10^{-3})$$
$$t=0,03s$$

2.g) si il n'existe pas la résistance R alors τ_1=100 ms et t_1= 200 ms

R raccourcit le temps de débrayage

Solution 12. *Exercice 13 :Régimes transitoires de courant dans un moteur pas à pas*

1. L'angle de pas est de $\alpha_P=\frac{360}{48}=7,5°$
2. 110 tr.min^{-1} équivaut à 1,83 tr.s^{-1} (110/60) soit 88 pas.s^{-1} (1,83x48) soit 88 Hz
3. Loi des mailles dans le cas général $u(t)=u_L(t)+u_R(t)$ soit $u(t)=L\frac{di(t)}{dt}+R\times i(t)$

a. En régime établi (permanent : sans fluctuation du courant donc $\frac{di(t)}{dt}=0$) donc $u(t)=L\frac{di(t)}{dt}+R\times i(t)$ devient

$u(t)=R\times i(t)$ donc suivant la valeur que prend u(t) : $i(t)=\mp I=\frac{\pm E}{R}$.

b. En regardant sur la courbe on voit que le courant se stabilise vers + ou – 160 mA donc $i(t)=\mp I=\frac{\pm E}{R}$.

Donc $R=\frac{\pm E}{\pm I}=\frac{12}{0,16}=75\Omega$.

c. Pour trouver la constante de temps, on cherche la valeur au bout de laquelle 63% de l'amplitude de variation a été atteinte.

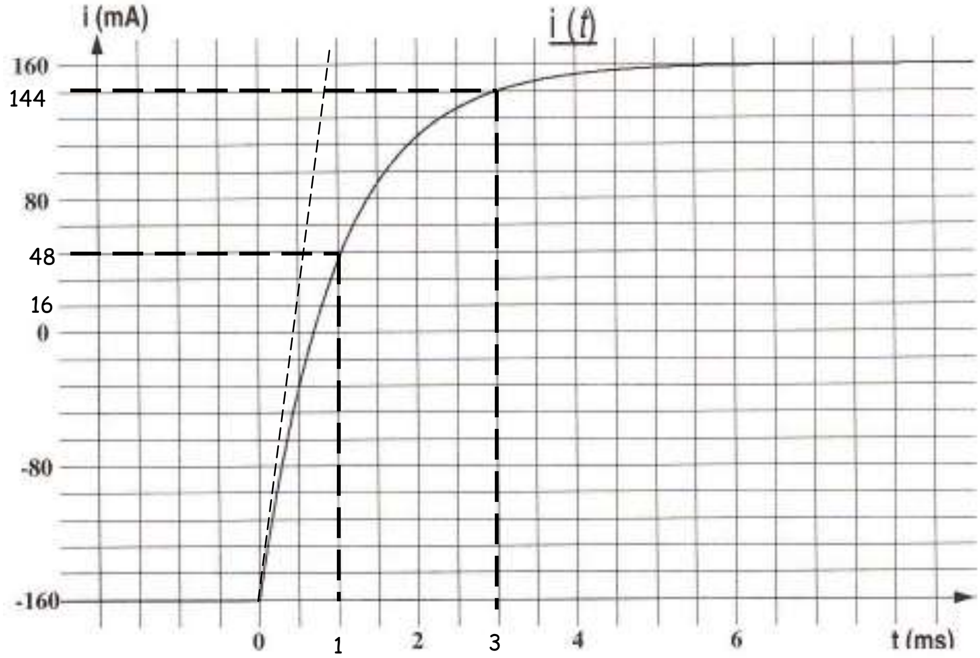
La variation totale est de $2\times 160\,mA=0,32\,A$

On cherche quand est ce que la courbe varie de 63% de cette valeur soit $63\%\times 0,32\,A=0,208\,A$

Sachant que l'on part de -160 mA, on cherche quand est-ce que la courbe i(t) atteint $-0,160+0,208=0,048\,A$

On atteint cette valeur au bout d'1 ms .

La constante de temps $\tau=1ms$



d. Le temps de réponse à 5% : $t_{r5\%}$ = 3xτ = 3 ms .(valeur à laquelle on atteint 160-5%x320=144 ms)

Si on permutte l'alimentation au bout de ce temps on aura un signal de fréquence 1/(3ms)=333 Hz

Ce qui est compatible avec la fréquence de rotation désirée qui amènerait à une fréquence de pas 88 Hz.

e. L'équation différentielle résulte de la loi des mailles établie précédemment :

$$u(t)=L\frac{di(t)}{dt}+R\times i(t)$$

Donc pour faire apparaître la constante de temps on divise tout par R

$$\frac{u(t)}{R}=\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}+i(t)$$

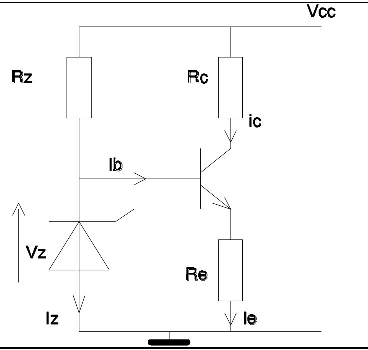
Ainsi i(t) étant en A, $\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}$ est donc forcément en A (on additionne des grandeurs de même nature)

Donc comme di est en A, dt en s donc forcément il faut que $\frac{L}{R}$ soit en s.

Donc la constante de temps $\tau=\frac{L}{R}$

f. Donc $L=\tau\times R=1\cdot 10^{-3}\times 75=75\cdot 10^{-3}\ H$

i. Exercice 14 :Charge condensateur_circuit transistor et Zener



$V_{Re} = V_Z - V_{BE} = 5V$

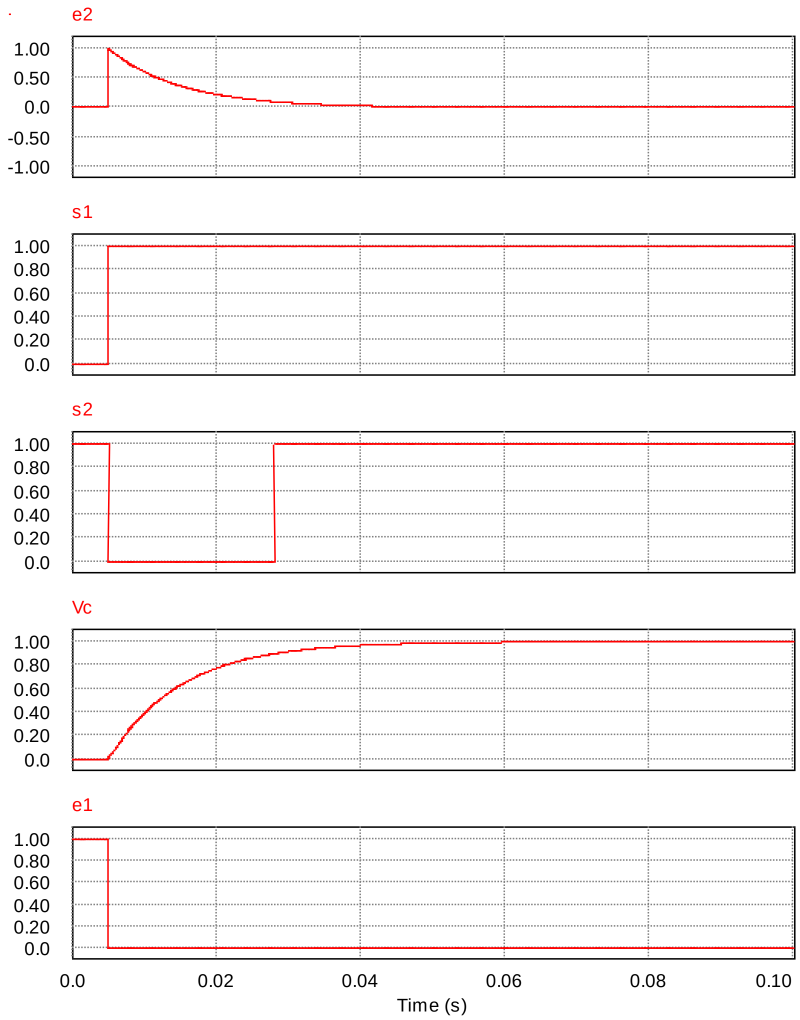
$I_e = V_{Re}/ Re = 1mA$

$I_e = I_c + I_b = kI_b + I_b \Rightarrow I_b = I_e/(k+1) = 1.10^{-3}/31 = 32\ \mu A$

ii. Exercice 15 :Montage monostable RC

e_1	e_2	s
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Attention la bascule n'est pas faite pour $V_{DD}/2$



iii. Exercice 16 : Régime transitoire d'un MCC

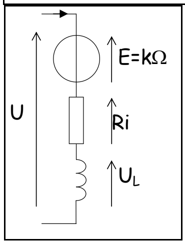
1°) Le gain statique est donné par le rapport de la variation du signal de sortie sur la variation du signal d'entrée :

$$G_S = \frac{\Delta\Omega}{\Delta u_e} = \frac{2}{1} = 2 \text{ donc } \boxed{G_S = 2\ rad.s^{-1}.V^{-1}}$$

2°) La constante de temps est trouvée lorsque la sortie atteint 63% de la variation maximale (2rad/s) soit 0.63x2=1,26 rad/s que l'on atteint au bout de 200 ms donc $\boxed{\tau=200 \text{ ms}}$

3°) a) $\boxed{J\dfrac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r}$

3°) b)



3°) c) $C_m = ki = k\dfrac{U-E}{R} = k\dfrac{U-k\Omega}{R}$ donc $\boxed{C_m = k\dfrac{U-k\Omega}{R}}$

3°) d)

$$J\frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U-k\Omega}{R} - f\Omega$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U}{R} - \frac{k^2\Omega}{R} - f\Omega$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} + \left(\frac{k^2}{R}+f\right)\Omega = k\frac{U}{R}$$

$$\underbrace{\frac{J}{\left(\frac{k^2}{R}+f\right)}}_{\tau}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \underbrace{\frac{k\frac{U}{R}}{\left(\frac{k^2}{R}+f\right)}}_{\Omega_{final}}$$

4°) $\boxed{\tau = \dfrac{J}{\left(\frac{k^2}{R}+f\right)}}$ et $\boxed{\Omega_{final} = \dfrac{k\frac{U}{R}}{\left(\frac{k^2}{R}+f\right)}}$

5°) On connait Ω_{final} ce qui va nous permettre de déterminer f

$$\Omega_{final} = 2 = \frac{k\frac{U}{R}}{\left(\frac{k^2}{R}+f\right)} \quad \Rightarrow \frac{k^2}{R} + f = k\frac{U}{\Omega_{final}R}$$

$$\Rightarrow f = k\frac{U}{\Omega_{final}R} - \frac{k^2}{R}$$

$$\Rightarrow f = 0,2\frac{1}{2\times 2} - \frac{0,2^2}{2} = 0,03$$

Donc $\boxed{f=0.03 \text{ Nm.rad}^{-1}.\text{s}^{-1}}$

6°)

$$\tau = \frac{J}{\left(\frac{k^2}{R}+f\right)} = 0,2$$

$$\Rightarrow J = \tau \times \left(\frac{k^2}{R}+f\right)$$

$$\Rightarrow J = 0,2\times\left(\frac{0,2^2}{2}+0,03\right) = 0,01 kg.m^2$$

Donc le moment d'inertie de la machine est de $\boxed{J=0,01\ kg.m^2}$

iv. Exercice 17 :Blocage d'un thyristor

v. Exercice 18 :BTS 1995 Nouméa (MCC)

Exercice 2

$T_P = T_f + k_d\Omega$

$T_P = 2,6\times10^{-2} + 1,43\times10^{-4}\times\frac{2\pi\, 3000}{60} = \boxed{0,071\ Nm}$

$P_m = T_P\times\Omega = 0,071\times\frac{2\pi\, 3000}{60} = \boxed{22,3\ W}$

$P_a = 65\times 8 = \boxed{520\ W}$

$P_u = P_a - P_m - P_{jr}$

$P_u = 520 - 22,3 - \underbrace{1,5\times 8^2}_{96\ W} = \boxed{401,7\ W}$

$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{401,7}{520}$

$\boxed{\eta = 0,77 = 77\ \%}$

2- $E = K\Omega$ $\quad E = U - RI = 65 - 1,5\times 8 = 53\ V$

$k = \frac{E}{\Omega} = \frac{53}{\frac{2\pi\, 3000}{60}}$

$\boxed{K = 0,168\ V/(rad/s)}$

$T_{em} = k\phi I$ or le moteur est à aimant permanent $\phi = cst$

$= KI$

3°)

$E = K\Omega$

$E = U - RI$ $\quad\Rightarrow\quad \boxed{\Omega = \frac{U-RI}{K}}$

$I = \frac{T_{em}}{K} = \frac{T_P + T_u}{K}$ or à vide $T_u = 0$

$\Rightarrow \boxed{I = \frac{T_f + k_d\Omega_v}{K}}$

$\Omega_v = \frac{U}{K} - \frac{R}{K}\times\left(\frac{T_f + k_d\Omega_v}{K}\right)$

$\Omega_v = \frac{U}{K} - \frac{R}{K^2}\times T_f - \frac{R}{K^2}k_d\Omega_v$

$\Omega_v\left(1 + \frac{R\times k_d}{K^2}\right) = \frac{U}{K} - \frac{R}{K^2}\times T_f$

$\Omega_v = \frac{\frac{U}{K} - \frac{R}{K^2}\times T_f}{1 + \frac{R\times K_d}{K^2}} = \frac{\frac{65}{0,168} - \frac{1,5}{0,168^2}\times 2,6\times10^{-2}}{1 + \frac{(1,5\times1,4)\cdot10^{-4}}{0,168^2}}$

$\boxed{\Omega_v = 382,6\ rad/s \quad n_v = 3660\ tr/min}$

$I_v = \frac{T_f + k_d\Omega_v}{K} = \frac{2,6\cdot10^{-2} + 1,43\cdot10^{-4}\times 382,6}{0,168}$ $\quad \boxed{I_v = 0,48\ A}$

$I_v = \frac{U - K\Omega}{R} = \frac{65 - 0,168\times 382,6}{1,5}$ $\quad \boxed{I_v = 0,48\ A}$

4.1) $J\frac{d\Omega}{dt} = T_{em} - T_r$ $\quad T_{em} = kI$

$= kI - (T_f + K_d\Omega)$ $\quad I = \frac{U-E}{R}$

$= k\frac{U-E}{R} - (T_f + K_d\Omega)$ $\quad E = k\Omega$

4.3) $\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} = k\frac{U - k\Omega}{R} - (T_f + K_d\Omega)}$

4.4) On veut obtenir une équation de la forme

$a\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = b$

$J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{kU}{R} - \frac{k^2\Omega}{R} - T_f - K_d\Omega$

$J\frac{d\Omega}{dt} + \frac{k^2\Omega}{R} + K_d\Omega = \frac{kU}{R} - T_f$

$J\frac{d\Omega}{dt} + \Omega\left(\frac{k^2}{R} + K_d\right) = \frac{kU}{R} - T_f$

$J\frac{d\Omega}{dt}\times\frac{1}{\frac{k^2}{R}+K_d} + \Omega = \left(\frac{kU}{R} - T_f\right)\left(\frac{1}{\frac{k^2}{R}+K_d}\right)$ $\quad \times\frac{1}{\frac{k^2}{R}+K_d}$

$\frac{J}{\frac{k^2}{R}+K_d}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{\frac{kU}{R} - T_f}{\frac{k^2}{R}+K_d}$

a

$= \frac{kU - T_fR}{\cancel{R}}\times\frac{\cancel{R}}{k^2 + K_dR}$

$\frac{J}{\frac{k^2}{R}+K_d}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{kU - T_fR}{k^2 + K_dR}$

$a \quad \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = b$

$a = \tau = \frac{J}{\frac{k^2}{R}+K_d} = \frac{2,32\cdot10^{-4}}{\frac{0,169^2}{1,5} + 1,43\cdot10^{-4}} = \boxed{12,2\ ms = \tau}$

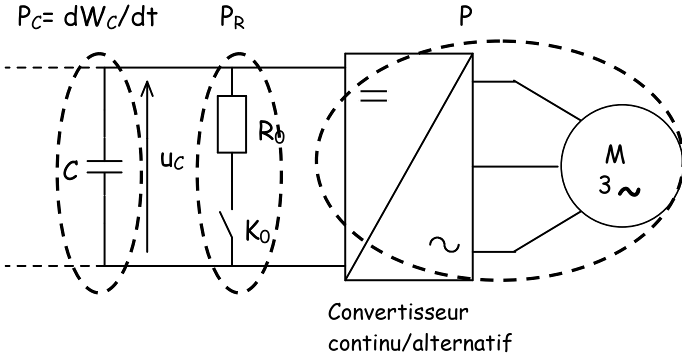
La vitesse finale est la vitesse lorsque $\frac{d\Omega}{dt} = 0$

$\Rightarrow \Omega_f = b = \frac{0,168\times 65 - 2,6\cdot10^{-2}\times1,5}{0,168^2 + 1,43\cdot10^{-4}\times1,5} = \boxed{380\ rad/s \quad 3600\ tr/min = \Omega_f}$

vi. Exercice 19 :BTS 1998 Nouméa

II) Résistance de Freinage

1°) $W_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}2000\cdot10^{-6}\times\begin{cases}700^2 = 490\ J\\ 600^2 = 360\ J\end{cases}$



2°) a) $p(t) = \dfrac{u_c^2(t)}{R_0}$

2°) b)

$$\mathrm{P}_{\text{fournie par le moteur}} = \mathrm{P}_{\text{dans le condensateur}} + \mathrm{P}_{\text{dans la résistance}}$$

$$P = \frac{dW_C}{dt} + \frac{u_c^2(t)}{R_0}$$

Or $W_C = \dfrac{1}{2}Cu_C^2 \Rightarrow u_C^2 = 2\dfrac{W_C}{C}$

Donc $\boxed{P = \dfrac{dW_C}{dt} + \dfrac{2}{R_0 C}W_C}$

2°) c) On peut faire une analyse dimensionnelle pour faire apparaitre la constante de temps

$$\left[W\right] = \left[J \cdot s^{-1}\right] + \left[J \cdot ?\right]$$

Pour que chacun des termes soient homogènes il faut que $\dfrac{2}{R_0 C}$ soit des s^{-1}

Donc la constante de temps en secondes est $\tau = \dfrac{R_0 C}{2}$

Il apparait ainsi une forme plus classique de l'équation différentielle

Soit $\boxed{\underbrace{\dfrac{R_0 C}{2}}_{\tau}\dfrac{dW_C}{dt} + W_C = \underbrace{\dfrac{R_0 C}{2}P}_{W_C(\infty)}}$

Avec $\begin{cases} \tau = \dfrac{R_0 C}{2} = \dfrac{25 \times 2000 \cdot 10^{-6}}{2} = 25 \cdot 10^{-3}\,s \\ W_C(\infty) = \dfrac{R_0 C}{2}P = \dfrac{25 \times 2000 \cdot 10^{-6}}{2}10000 = 250 \end{cases}$ ..

La solution de cette équation différentielle est

$$W_C(t) = Ke^{-t/\tau} + \tau P.$$

Cette équation correspond à la décroissance exponentielle de l'énergie.

(Remarque : la solution de ce type d'équation différentielle est la somme d'une solution sans second membre du type $W_C(t) = Ke^{-t/\tau}$ *et d'une solution particulière correspondant au régime forcé , échelon dans notre cas. La solution particulière est donc une constante atteinte lorsque* $\dfrac{dW_C}{dt}$ *s'annule donc la solution particulière est* $W_C = \dfrac{R_0 C}{2}P = \tau P$ *)*

Les condition s initiales permettent de trouver la constante :

A t=0, K_0 se ferme , le condensateur est chargé u_c = 700 V

$$W_C(0) = \frac{1}{2}Cu_C^2 = 490 = K\underbrace{e^{-0/\tau}}_{1} + \tau P$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2}Cu_C^2 - \tau P = 490 - 25 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^3 = 240$$

Donc $\boxed{K = 240}$ (en J)

2°) d) K_0 s'ouvre lorsque le condensateur atteint 600 V soit une énergie de $W_C(0)=\frac{1}{2}Cu_C^2=\frac{1}{2}C\times 600^2=360\,J$ donc

$$W_C(t)=240\times e^{-t/\tau}+250=360$$

Donc $$e^{-t/\tau}=\frac{360-250}{240}=0,458$$

$$\Rightarrow t=-\tau\ln 0,458=19,5\,ms$$

$\boxed{\text{On atteint les 360 J au bout de 19,5 ms}}$

3°) a) K_0 est ouvert, seul le condensateur reçoit la puissance de 10 kW

La puissance reçue de 10 kW est emmagasinée dans le condensateur.

$$\frac{dW_C(t)}{dt}=P$$

$$\Rightarrow \int\frac{dW_C(t)}{dt}dt=\int Pdt$$

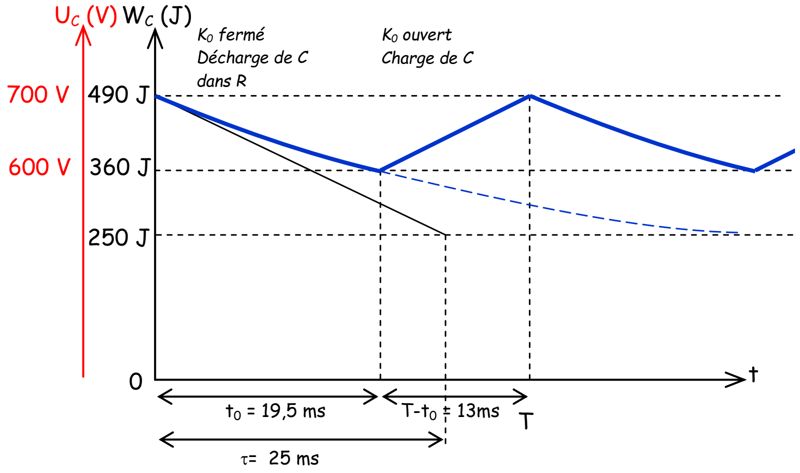
$$\Rightarrow W_C(t)=P\times t+\underbrace{C^{te}}_{W_C(0)=\frac{1}{2}C\times 600^2=360}$$

$$\boxed{\Rightarrow W_C(t)=10000\times t+360}$$

3°) b) On ferme K_0 lorsque $W_C(t)=\frac{1}{2}C\times 700^2=490\,J$

Donc $\boxed{t=\frac{490-360}{10000}=13\,ms}$

4°)



5°) Lors de la phase de décharge le condensateur passe de 700 à 600 V donc délivre son énergie à la résistance et passe de 490 à 360 J en 19,5 ms et pendant ce temps le moteur lui fournit les 10 kW.

$$P_{\text{dans la résistance}} = -P_{\text{dans lecondensateur}} + P_{\text{fournie par le moteur}}$$

$$P_{\text{dans la résistance}} = -\frac{dW_C}{dt} + P_{\text{fournie par le moteur}}$$

$$P_{\text{dans la résistance}} = -\frac{(-490+360)}{19,5\cdot 10^{-3}} + 10\cdot 10^3 = 16,6\ kW$$

La résistance dissipe 16,6 kW pendant 19,5 ms

Donc $$\langle P_{R_0}\rangle=\frac{16,6\cdot 10^3\times 19,5\cdot 10^{-3}}{(19,5+13)\cdot 10^{-3}}=10\ kW$$

Donc la $\boxed{\text{puissance moyenne dissipée par la résistance est de 10 kW}}$

vii. *Exercice 20 :Etude d'un oscillateur*

viii. *Exercice 21 :MCC*

ix. *Exercice 22 :Application du thyristor en continu : TP*

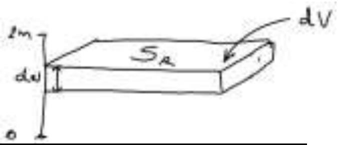
x. *Exercice 23 :TP*

xi. *Exercice 24 :NAND*

xii. *Exercice 25 :Oscillateur*

xiii. *Exercice 26 : BTS ET 2008 metro Régulation de niveau (xiii)*

B.3.1.1. dV est homogène à des m³ et dN à des m donc la grandeur les liant sera homogène à des m² soit la surface du bassin



$$\boxed{dV = S_R dN = 1103 \cdot dN}$$

B.3.1.2. variation volume= (débit entrant – débit sortant) × temps

$$\left[m^3\right] = \left[m^3 \cdot s^{-1}\right]\left[s\right]$$

$$\Rightarrow dV = \left(Q_e - Q_s\right)dt$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = Q_e - Q_s$$

$$\Rightarrow \boxed{S_R \frac{dN}{dt} = Q_e - Q_s}$$

B.3.1.3. $N(t) \xrightarrow{Laplace} N(p)$

$$\frac{dN(t)}{dt} \xrightarrow{Laplace} pN(p)$$

$$\boxed{S_R pN(p) = Q_e(p) - Q_s(p)}$$

xiv. *0*

La section d'un réservoir a une surface égale à S_R = 1103 m². Le niveau d'eau maximal mesurable est N_{max} = 2 m et le niveau minimal est N_{min} = 0 m. Le débit de remplissage est noté Q_e et le débit de vidange est noté Q_s (voir figure).

Pendant un petit intervalle de temps noté dt, le niveau a varié d'une hauteur notée dN.

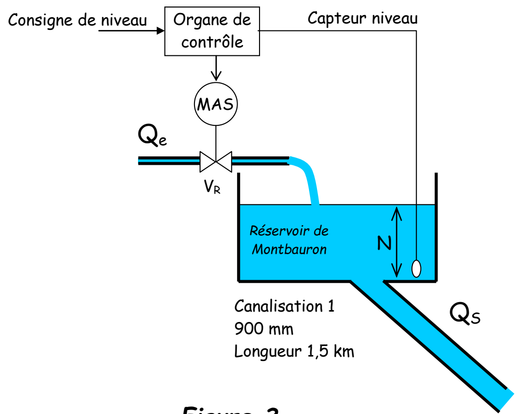


Figure 3

1°) Quel est le volume d'eau dV correspondant à la variation de niveau dN ?

2°) Montrer que l'on peut exprimer $\frac{dN}{dt}$ en fonction de Q_e, Q_S et S_R par la relation $\frac{dN}{dt} S_R = Q_e - Q_s$

3°) Pour l'étude du régime dynamique, on applique la transformation de Laplace à l'équation trouvée à la question précédente. En déduire la relation entre $Q_e(p)$, $Q_S(p)$, N(p) et S_R avec des conditions initiales nulles.

xv. MCC Constante de temps d'un moteur de servomécanisme (xiv)

MCC Constante de temps d'un moteur de servomécanisme

1°) $K = \frac{E}{\Omega} = \frac{U - RI}{\Omega}$ → négligeable à vide

$K = \frac{69}{22 \times 2\pi} = 0{,}5\ V\,rad^{-1}s$

$\boxed{\text{donc } K = 0{,}5\ V\,rad^{-1}s}$

2°) $T_{em} = KI$

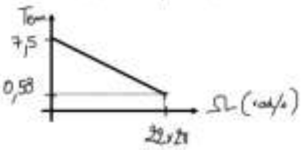
$E = K\Omega$

$T_{em} = K \times \frac{U - E}{R} = \frac{KU}{R} - \frac{K^2\Omega}{R}$

$T_{em} = \underbrace{\frac{K}{R}}_{a} \times U + \underbrace{\left(-\frac{K^2}{R}\right)}_{b}\Omega$

$\boxed{a = \frac{0{,}5}{5} = 0{,}1}$ $\boxed{b = -0{,}05}$

à $U = 75\ V$ $T_{em} = 7{,}5 - 0{,}05\,\Omega$



3°) $J\frac{d\Omega}{dt} = T_{em} - T_r$

$J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{KU}{R} - \frac{K^2}{R}\Omega - T_r$ $\times \frac{R}{K^2}$

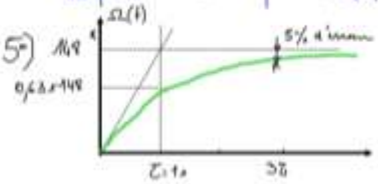
$\Rightarrow \boxed{\underbrace{\frac{RJ}{K^2}}_{\tau = 1s}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \underbrace{\frac{U}{K} - \frac{T_r R}{K^2}}_{c^{te} = \Omega(\infty)}}$

4°) si $U = 75\ V$ $\boxed{\Omega(\infty) = 148\ rad/s}$ $\boxed{\tau = 1\ s}$

$\Omega(t) = 148\left(1 - e^{-t}\right)$

Expression classique $\Omega(t) = \Omega(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

5°)



6°) $U = E - rI$

Comme $T_r = 0{,}1\ Nm = T_{em} = KI$

$I = \frac{0{,}1}{0{,}5} = 0{,}2\ A$

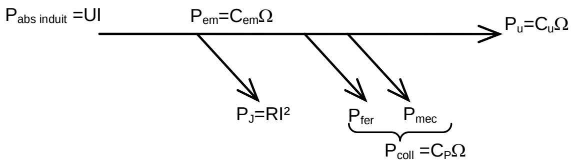
7°) $\Rightarrow U = 75 - 15 \times 0{,}2 = 67{,}5\ V$

$\Rightarrow \Omega(\infty) = \frac{67{,}5}{0{,}5} - \frac{0{,}1 \times 5}{0{,}5^2} = 133\ rad/s$

$\Longrightarrow \boxed{\Omega(t) = 133\left(1 - e^{-t}\right)}$

xvi. Exercice 28MCC transitoire démarrage (xv)

1°) Comme $P_0 = P_{em0} = P_{coll}$ car $P_u = 0$ à vide



Donc $P_0 = 22 = C_p\Omega$

Soit $C_p = \frac{22}{315} = 6{,}98 \cdot 10^{-2}\,N \cdot m$

Le couple de pertes est donc $\boxed{C_p = 6{,}98 \cdot 10^{-2}\,N \cdot m}$

2°) $\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_p}$

3°) Par application de la RFD

$$J\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_p$$

L'induit étant ouvert $C_{em}=0$

$$\Rightarrow J = -\frac{C_p}{\frac{d\Omega}{dt}}$$

$$\Rightarrow J = -\frac{6,98 \cdot 10^{-2}}{-300} = 232 \cdot 10^{-6} \ kg \cdot m^2$$

Le moment d'inertie du moteur est $\boxed{J = 232 \cdot 10^{-6} \ kg \cdot m^2}$

4°)

$$C_{em} = K_E \cdot i$$

Dans le moteur à courant continu en moteur

$$U = E + Ri$$

$$i = \frac{U - E}{R} = \frac{U - K_E \cdot \Omega}{R}$$

$$\Rightarrow C_{em} = K_E \cdot \frac{U - K_E \cdot \Omega}{R}$$

$$\boxed{\Rightarrow C_{em} = K_E \cdot \frac{U}{R} - K_E^2 \cdot \frac{\Omega}{R}}$$

5°) a) Dans le moteur à courant continu en moteur

$$U = E + Ri$$

Au démarrage, Ω=0 donc E=0

$\boxed{i(0) = \frac{U_N}{R} = \frac{60}{1,5} = 40\,A < 50A}$ donc ***<u>compatible</u>***

5°) b) En combinant les équations $J\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_p$ et $C_{em} = K_E \cdot \frac{U}{R} - K_E^2 \cdot \frac{\Omega}{R}$

Donc $J\frac{d\Omega}{dt} = K_E \cdot \frac{U}{R} - K_E^2 \cdot \frac{\Omega}{R} - C_p$

On arrange l'expression de manière à faire apparaître la forme $\tau_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \Omega_0$

$$\times \frac{R}{K_E^2} \rightarrow \qquad J \times \frac{R}{K_E^2}\frac{d\Omega}{dt} = K_E \cdot \frac{U}{R} \times \frac{R}{K_E^2} - \cancel{K_E^2} \cdot \frac{\Omega}{\cancel{R}} \times \frac{\cancel{R}}{\cancel{K_E^2}} - C_p \times \frac{R}{K_E^2}$$

Après simplification et par identification avec l'expression classique $\tau_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \Omega_0$

$$\underbrace{\frac{J \cdot R}{K_E^2}}_{\tau_m}\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \underbrace{\frac{U}{K_E} - \frac{C_p \cdot R}{K_E^2}}_{\Omega_0}$$

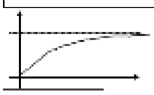
La constante de temps est $\tau_m = \frac{J \cdot R}{K_E^2} = \frac{2,32 \cdot 10^{-4} \times 1,5}{0,163^2} = \boxed{\tau_m = 0,013\,s}$

La vitesse finale est $\Omega_0 = \frac{U}{K_E} - \frac{C_p \cdot R}{K_E^2} = \frac{60}{0,163} - \frac{6,98 \cdot 10^{-2} \times 1,5}{0,163^2} = \boxed{\Omega_0 = 364\,rad\,/\,s}$

5°) c) à t=0, Ω=0

La réponse classique d'un système du premier ordre à un échelon est

$$\boxed{\Omega(t) = \Omega_0\left(1 - e^{-t/\tau_m}\right)}$$



5°) d) les 95% sont atteints pour $\boxed{t = 3\tau = 0,039\ s}$

6°) a) Si I est imposé $C_{em} = K_E \cdot I$ est imposé

$$J\frac{d\Omega}{dt} = K_E \cdot I - C_p$$

Donc $\dfrac{d\Omega}{dt}=\dfrac{K_E\cdot I-C_p}{J}$

comme $y'(x)=a$ alors $y(x)=a\times x+b$

Donc $\Omega(t)=\left(\dfrac{K_E\cdot I-C_p}{J}\right)\times t+\Omega(0)$

Comme à t=0 , $\Omega(0)=0$,

Donc $\boxed{\Omega(t)=\left(\dfrac{K_E\cdot I-C_p}{J}\right)\times t}$

6°) b) On atteindra $\Omega_0=364\text{rad/s}$ au bout du temps

$$t_1=\frac{\Omega_0}{\dfrac{K_E\cdot I-C_p}{J}}=\frac{364}{\dfrac{0{,}163\times 6{,}2-6{,}98\cdot 10^{-2}}{232\cdot 10^{-6}}}=0{,}089s$$

Donc on atteint Ω_0 au bout d'un temps $\boxed{t_1=0{,}089s}$

xvii. <u>Abaissement de température par ventilation d'une enceinte (0)Exercice 29)</u>

1°) $\underbrace{Q}_{P\times\Delta t}=\underbrace{mc}_{C_{enceinte}}\times(\Delta T)$

$$C_{enceinte}=\frac{P\times\Delta t}{\Delta T}=\frac{450\times(15\times 60)}{(97-24)}=5548\text{ J/K}$$

2°) Lorsque l'enceinte baisse de température la puissance de perte est $\boxed{P_{perdue}=C_{enceinte}\dfrac{dT_i}{dt}}$

3°) l'air perd une énergie $\Delta Q_{air}=m_{air}C_{air}\times(T_i-T_e)$

Si on se ramène à ce qui est extrait par unité de temps on obtient une puissance

$$P_{air}=\frac{m_{air}C_{air}}{\Delta t}\times(T_i-T_e)$$

or $m_{air}=\rho_{air}\times V_{air}$

donc $P_{air}=\rho_{air}\times\underbrace{\dfrac{V_{air}}{\Delta t}}_{Q_{V\,air}}\times C_{air}\times(T_i-T_e)$ ce qui fait apparaître le débit volumique d'air

$$\boxed{P_{air}=\rho_{air}\times Q_{V\,air}\times C_{air}\times(T_i-T_e)}$$

4°)En égalisant la puissance perdue par l'enceinte à celle d'extraction, on trouve

$$\begin{cases}P_{perdue}=C_{enceinte}\dfrac{dT_i}{dt}\\ P_{air}=\rho_{air}\times Q_{V\,air}\times C_{air}\times(T_i-T_e)\end{cases}$$

$$P_{perdue}+P_{air}=0$$

$$\Rightarrow C_{enceinte}\frac{dT_i}{dt}+\rho_{air}\times Q_{V\,air}\times C_{air}\times(T_i-T_e)=0$$

$$\Rightarrow\boxed{\frac{C_{enceinte}}{\rho_{air}Q_{vair}C_{air}}\frac{dT_i}{dt}+T_i=T_{ext}}$$

5°) La constante de temps est $\boxed{\tau=\dfrac{C_{enceinte}}{\rho_{air}Q_{vair}C_{air}}}$

6°) La température de l'enceinte tend vers T_{ext}

7°) On souhaite donc obtenir une constante de temps qui vaut 10 min

Donc $Q_{vair}=\dfrac{C_{enceinte}}{\rho_{air}\tau C_{air}}=\dfrac{5548}{1{,}2\times 10\times 60\times 1200}=6{,}42\cdot 10^{-3}m^3/s$

Soit un débit d’au moins 6,4 L/s

4. *Solutions 2^mer ordre*

i. Exercice 1 :2ème ordre : graphe

1. Gain statique 0.1
2. $t_{r5\%}$ = 0,4 à 0,44 ms
3. T_0 = 0,14 ms soit ω_0=44,88 .10^{3}rad/s
4. $t_{r5\%}\times\omega_0$ =18,8 donc m=0,15
5. On peut remplacer m=0,15, ω_0=44,88 .10^{3}rad/s

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2m\omega_0\frac{dy}{dt}+\omega_0^2y=g(t)$$

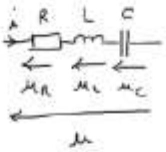
Lorsqu'on est stabilisé $\underbrace{\frac{d^2y}{dt^2}}_{0}+2m\omega_0\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{0}+\omega_0^2\underbrace{y}_{5}=\underbrace{g(t)}_{C^{te}\times E(t)}$

Donc $\left(44,88\ .10^3\right)^2\times 5=C^{te}\times 50$

Donc $C^{te}=\frac{\left(44,88\ .10^3\right)^2\times 5}{50}=\frac{\left(44,88\ .10^3\right)^2}{10}=201\cdot 10^6$

6. $F(p)=\dfrac{0.1}{1+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$

ii. *Exercice 2 :2ème ordre : RLC série*



$$\begin{cases} u_R = Ri \\ u_L = L\dfrac{di}{dt} \\ i = C\dfrac{du_C}{dt} \end{cases} \Rightarrow u = Ri + L\frac{di}{dt} + u_C$$

$$\Rightarrow \boxed{u = RC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C}$$

$\times \dfrac{1}{LC}$

1°)

$$\Rightarrow \boxed{\frac{u}{LC} = \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C}$$

la forme ainsi choisie permet de mettre en évidence la forme "classique" d'un second ordre

$$\boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \frac{u}{LC}}$$

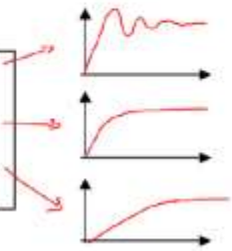
2°) Par identification : $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$

et $2m\omega_0 = \dfrac{R}{L} \Rightarrow m = \dfrac{R}{L} \times \dfrac{1}{2\omega_0} = \dfrac{R}{L} \times \dfrac{1}{2 \times \frac{1}{\sqrt{LC}}} = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

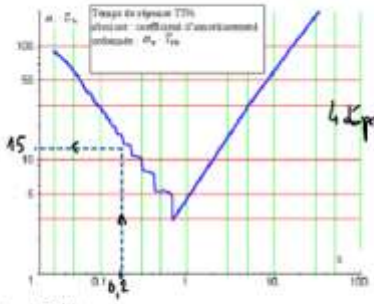
$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

3°) $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{1.10^{-6} \times 0{,}1}} = 3162 \text{ rad/s}}$

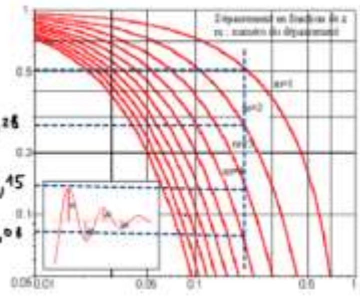
$$m = \frac{R}{2} \times \sqrt{\frac{1.10^{-6}}{0{,}1}} = \begin{cases} R = 150 \longrightarrow m = 0{,}23 \\ R = 650 \longrightarrow m = 1{,}02 \\ R = 1500 \longrightarrow m = 2{,}37 \end{cases}$$



Pour m= 0,23 graphe plus détaillé



$t_{5\%}$ pass
0,28
0,15
0,08

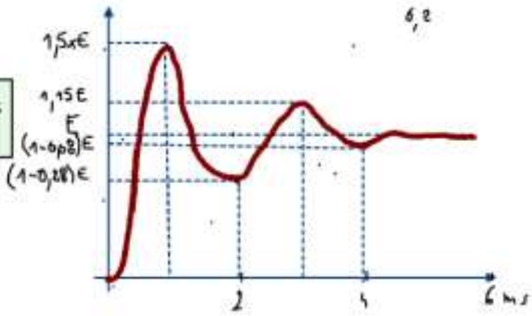


$m = 0{,}23$

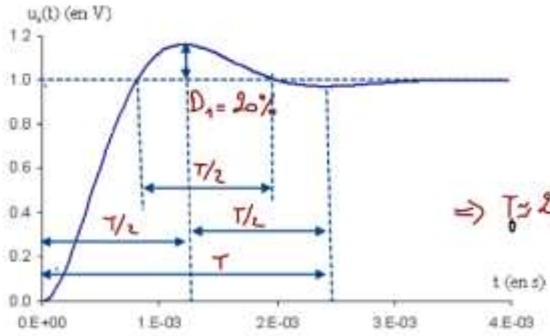
$\omega_0 = 3160 \longrightarrow T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\text{ ms}$

$\Rightarrow \omega_0 \times t_{5\%} = 15$

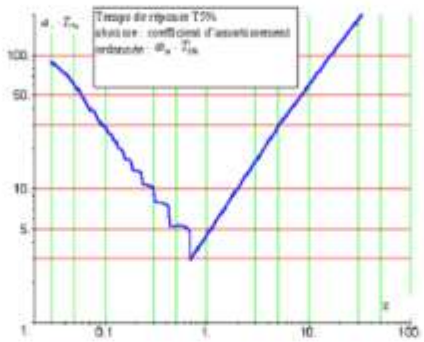
$\Rightarrow \boxed{t_{5\%} = \dfrac{15}{3160} = 4{,}7\text{ ms}}$

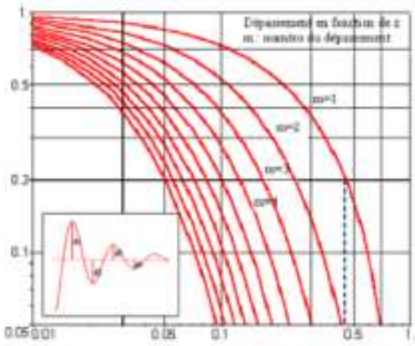


iii. Exercice 3 :Identification d'un 2eme ordre



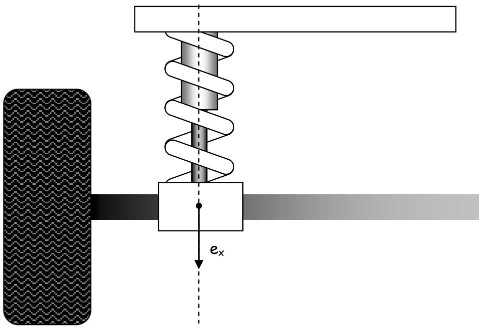
$\Rightarrow T_0 \simeq 2{,}5\ ms \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2{,}5.10^{-3}} = 2513\ rad/s$





$m = 0{,}45$

iv. Exercice 4 :Etude d'un amortisseur



La force de rappel du ressort est : $\vec{F}_r = -kx \cdot \vec{e}_x$

La force de frottement due à l'huile : $\vec{F}_h = -fv \cdot \vec{e}_x$

La force du poids de la voiture : $\vec{P} = mg \cdot \vec{e}_x$

f = 600 Ns/m

k= 44000 N/m

M=225 kg

On établit la relation fondamentale de la dynamique

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{F}_r + \vec{F}_h = M\vec{a}$$

$$Mg \cdot \vec{e}_x - k \cdot x \cdot \vec{e}_x - f \cdot v \cdot \vec{e}_x = M\frac{d^2x}{dt^2} \cdot \vec{e}_x$$

$$Mg - k \cdot x - f \cdot \frac{dx}{dt} = M\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + f \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x = Mg$$

On fait apparaître la forme classique d'un 2ème ordre

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2m\omega_0 \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = kE(t)$ en divisant par M:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f}{M} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{k}{M} \cdot x = g$$

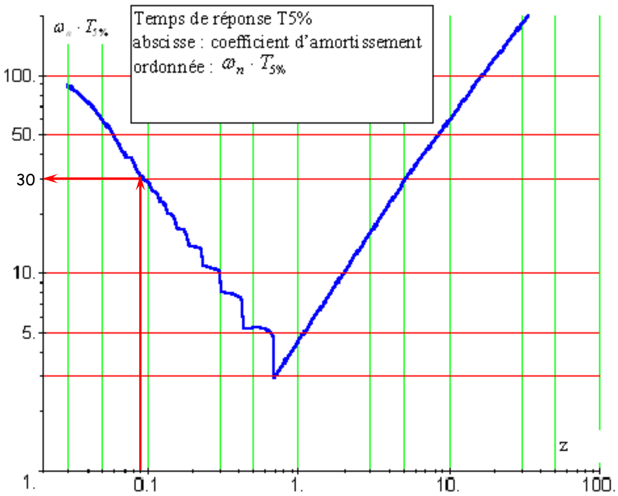
$$\begin{cases} 2m\omega_0 = \dfrac{f}{M} \\ \omega_0^2 = \dfrac{k}{M} \end{cases}$$

$$\text{Donc}\left\{\begin{array}{l}\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{M}}\\ m=\dfrac{f}{2\omega_0 M}=\dfrac{f}{2M}\sqrt{\dfrac{M}{k}}=\dfrac{f}{\underbrace{2\sqrt{M}\,\cancel{\sqrt{M}}}_{M}}\dfrac{\cancel{\sqrt{M}}}{\sqrt{k}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{f}{\sqrt{Mk}}\end{array}\right.$$

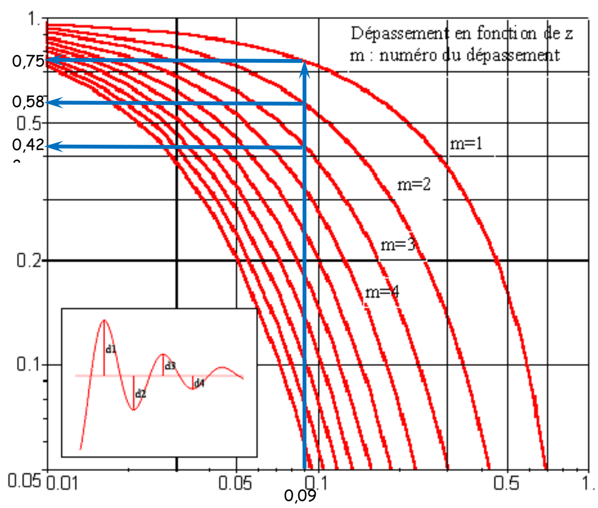
$$3°)\left\{\begin{array}{l}\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{M}}=\sqrt{\dfrac{44000}{225}}=14\ rad/s\ \ donc\ T_0=\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{2\pi}{14}=0,45s\\ m=\dfrac{f}{2\omega_0 M}=\dfrac{f}{2M}\sqrt{\dfrac{M}{k}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{f}{\sqrt{Mk}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{600}{\sqrt{225\times 44000}}=0,09\end{array}\right.$$

Pour trouver le temps de réponse à 5% , on regarde sur l'abaque à m=0,09 ce qui correspond à $\omega_0 \times t_{r5\%}=30$

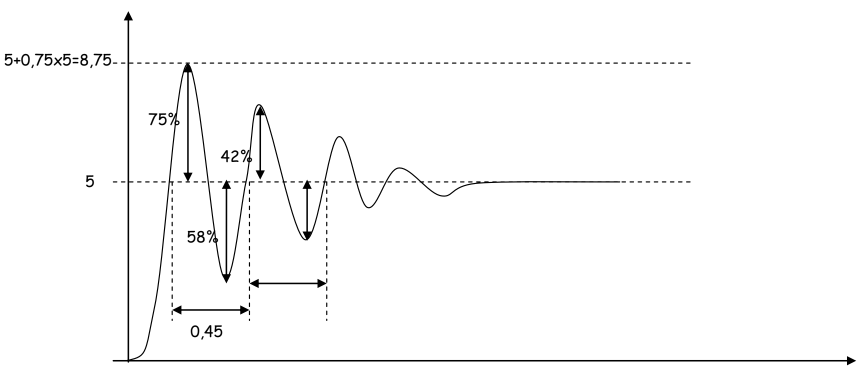
Donc $t_{r5\%}=\dfrac{30}{\omega_0}\approx 2\ s$



Pour connaître la valeur des dépassements, on regarde dans l'abaque correspondant.



Le premier dépassement est à 75 % de l'échelon d'entrée



v. Exercice 5 :Etude du circuit de blocage du thyristor principal Thp

vi. Exercice 6 :Réponse à un échelon pour un circuit R, L, C série

1°) Comme la bobine lisse le courant $i_{(0+)}=0$

Comme le condensateur lisse la tension $v_{(0+)}=0$ et pour la même raison $\frac{dv(0^+)}{dt}=0$

$v_{(+\infty)}$ correspond à la charge complète du condensateur soit E

$i_{(+\infty)}$ correspond à la charge complète du condensateur $v_{(+\infty)}=E$ donc comme il n'y a plus de tension entre R et L il n'y a plus de courant donc $i_{(+\infty)}=0$

2°) Loi des mailles

$$E - Ri - L\frac{di}{dt} - v = 0$$

Or dans un condensateur : $i = C\frac{dv}{dt}$, on va remplacer i dans la loi des mailles

$$E - RC\frac{dv}{dt} - LC\frac{d^2v}{dt^2} - v = 0$$

On arrange l'ordre des éléments

$$LC\frac{d^2v}{dt^2} + RC\frac{dv}{dt} + v = E$$

On divise tout par LC

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{R\cancel{C}}{L\cancel{C}}\frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC}v = \frac{E}{LC}$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC}v = \frac{E}{LC}$$

Par identification à la formule donnée on détermine les éléments m et ω_0

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 2m\omega_0 \cdot \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 \cdot v = \omega_0^2 \cdot E$$

Donc $\begin{cases} \omega_0^2 = \dfrac{1}{LC} \\ 2m\omega_0 = \dfrac{R}{L} \end{cases}$ donc $\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ m = \dfrac{R}{2L\omega_0} = \dfrac{R\sqrt{LC}}{2L} = \dfrac{R\cancel{\sqrt{L}} \times \sqrt{C}}{2\cancel{\sqrt{L}} \times \sqrt{L}} = \dfrac{1}{2}R\sqrt{\dfrac{C}{L}} \end{cases}$

vii. Exercice 7 :Rôle d'une diode dans un circuit L-C