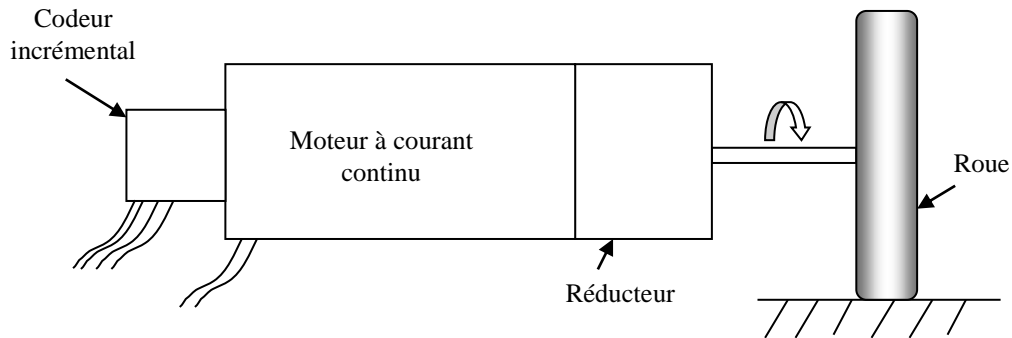


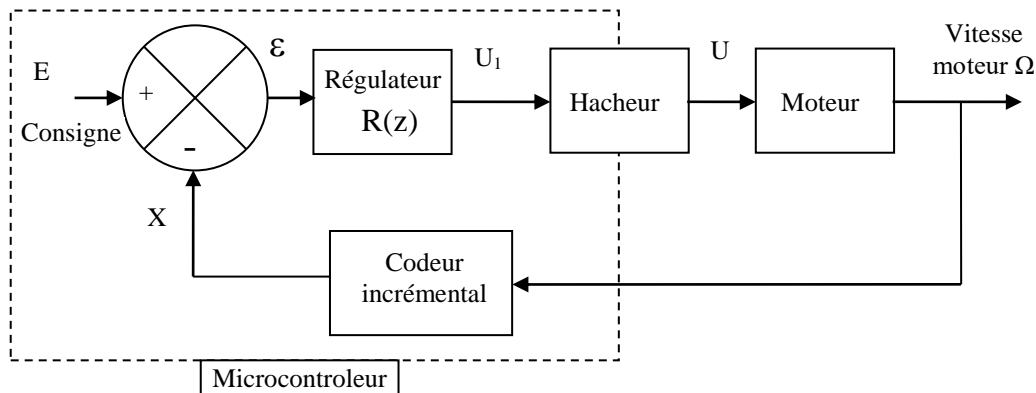
## Régulation de vitesse numérique pour véhicule

On cherche à réaliser l'asservissement de vitesse numérique d'un moteur à courant continu, associé à un réducteur, entraînant les roues d'un robot mobile.



Le moteur à courant continu, à aimants permanents, est commandé par sa tension d'induit  $U$ . Le codeur incrémental est utilisé comme capteur de vitesse.

La boucle d'asservissement est réalisée ainsi :



Un microcontrôleur permet de réaliser :

- le comptage des impulsions, en sortie du codeur incrémental, pendant des durées successives de 5 ms.  $X$  est une variable numérique, résultat du comptage de ces impulsions.
- par interruption (toutes les 5 ms), l'élaboration de la consigne numérique  $E$ , le calcul de la variable numérique d'écart  $\varepsilon = (E - X)$ , le calcul de la variable numérique  $U_1$  résultant du choix de l'algorithme de régulation ( $U_1$  est codée sur 10 bits) et la génération de signaux de sortie en PWM qui permettent de commander un hacheur (fréquence de la PWM = 10 kHz).

La durée de l'interruption correspond à la période d'échantillonnage :  $T = 5\text{ms}$ .

Si la valeur de  $U_1$  calculée est négative, alors la polarité du hacheur est inversée.

Si le sens de rotation du moteur est inversé, le bit de direction du codeur incrémental permet d'interpréter  $X$  comme une valeur négative.

Le rapport de réduction du réducteur n'intervient pas dans l'étude de l'asservissement car il est situé en dehors de la boucle.

## 1 - Capteur de vitesse

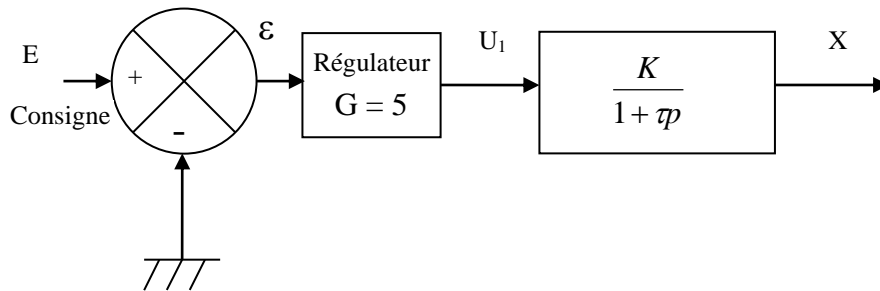
Un codeur incrémental permet de mesurer la vitesse et d'indiquer le sens de rotation. Il fournit 1024 pulsations par tour moteur. La mesure de vitesse est effectuée par comptage de ces impulsions sur une durée de 5ms.

La mesure de la vitesse est donc donnée à  $\pm 1$  impulsion/5ms. A quelle variation de vitesse correspond 1 impulsion/5ms ?

Donner le résultat en tours/seconde, en tours/mn et en rad/s.

## 2 - Identification en boucle ouverte

On réalise une identification en boucle ouverte avec une régulation proportionnelle de gain  $G = 5$  :



L'observation de la réponse indicielle permet d'assimiler la fonction de transfert  $\frac{X}{U_1}$  (hacheur + moteur + capteur de vitesse) à une fonction passe-bas d'ordre 1 de gain statique  $K$  et de constante de temps  $\tau$ .

On observe la réponse indicielle entre un niveau permanent initial ( $E = 100$ ) et un niveau permanent final ( $E = 150$ ).

Le résultat enregistré est le suivant (les valeurs de  $E$  et  $X$  sont données à la fin de chaque période d'échantillonnage) :

E	100	100	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150
X	92	92	92	96	101	105	108	111	114	117	119	121	123	125

E	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150	.....	150
X	127	128	129	130	132	132	133	134	135	135	136	137	.....	142

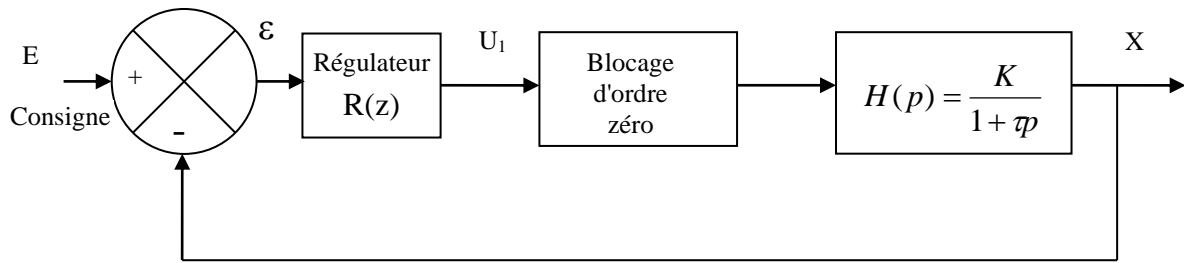
Le Régime permanent initial de  $X$  est égal à "92" sont régime permanent final "142".

De ces résultats, en déduire les valeurs estimées de  $K$  et  $\tau$ .

Remarque : La vitesse mesurée est en fait la vitesse moyenne sur un période d'échantillonnage  $T = 5\text{ms}$ . On suppose qu'elle représente la vitesse instantanée en fin de période. Du fait de cette approximation, le modèle ne sera pas tout à fait correct, donc on ne travaillera pas avec un gain  $G$  trop important en boucle fermée.

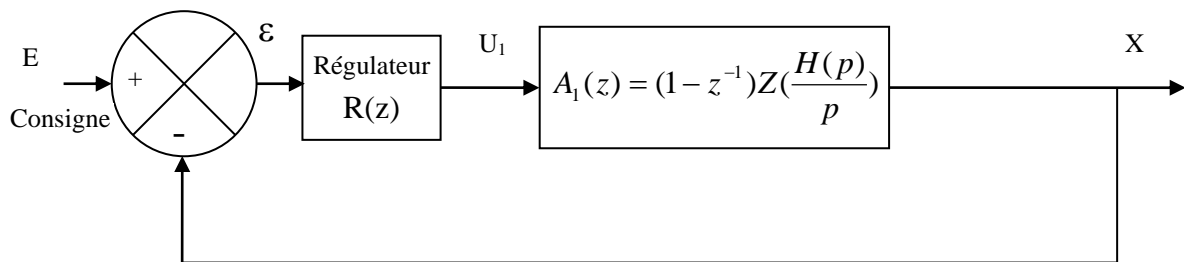
### 3 - Modélisation de la boucle fermée

La boucle fermée est modélisée de la façon suivante :



Que représente, pour cet asservissement, la fonction blocage d'ordre zéro ?

On rappelle que la boucle précédente peut être mise sous la forme :



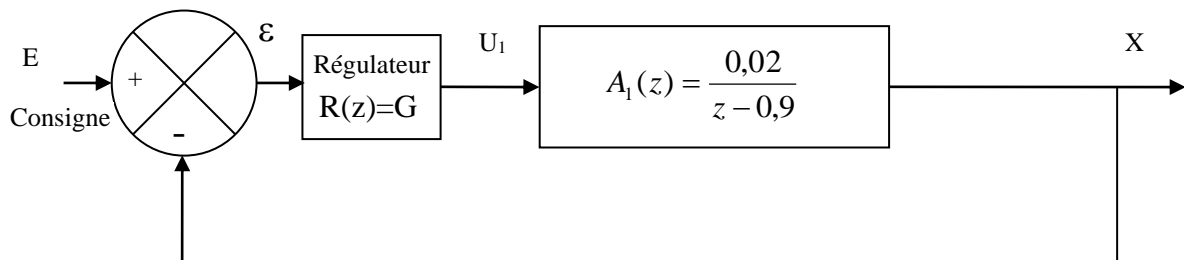
Montrer que la fonction  $A_1(z)$  peut être mise sous la forme :  $\frac{\alpha}{z - \beta}$ . Calculer  $\alpha$  et  $\beta$  en

fonction de  $K$ ,  $\tau$  et de la période d'échantillonnage  $T = 5\text{ms}$ .

Donner les valeurs numériques  $\alpha$  et  $\beta$  avec les valeurs de  $K$  et  $\tau$  trouvées à la question précédente.

### 4 - Etude de la boucle fermée - Régulation proportionnelle

On suppose que la boucle fermée se présente sous la forme suivante :



**4.1** - Calculer, en fonction de  $G$ , la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{X}{E}(z)$ .

Quel est, en fonction de  $G$ , le gain statique de cette fonction de transfert ?

**4.2** - Calculer, en fonction de  $G$ , le pôle de la boucle fermée :  $z_0$

Quelle est la valeur de  $G = G_0$  qui garantit un pôle  $z_0 = 0,5$  ?

Pour cette valeur de  $G = G_0$  donner l'équation récurrente reliant  $X$  à  $E$ .

**4.3** - Pour  $E = 100$  puis  $E = 120$ , donner les valeurs de  $X$  en régime permanent.

Pour  $G = G_0$  calculer les 5 premières valeurs successives de  $X$  lorsque  $E$  varie brusquement de 100 à 120.

**4.4** - Lorsque X est en régime permanent correspondant à  $E = 120$ , la vitesse du moteur va-t-elle un peu évoluer lorsqu'il apparaîtra un couple résistant (répondre sans faire de calculs)? Si oui, comment ? Expliquer votre réponse.

## **5 - Etude de la boucle fermée - Régulation $R_1(z)$**

On remplace la régulation proportionnelle par une régulation de fonction de transfert :

$$R_1(z) = G \frac{z}{z-1}$$

**5.1** - Quel est le type de ce régulateur ?

**5.2** - Calculer la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{X}{E}(z)$ .

Pour  $G = 5$ , calculer les pôles de la boucle fermée. Placer ces pôles dans le plan complexe (feuille jointe).

Dans ces conditions la boucle fermée est-elle stable ? Pourquoi ?

En utilisant le plan complexe, estimer l'amortissement équivalent.

La boucle fermée est-elle correctement amortie ?

## **6 - Etude de la boucle fermée - Régulation $R_2(z)$**

On remplace la régulation proportionnelle par une régulation de fonction de transfert :

$$R_2(z) = G \frac{z-0,9}{z-1}$$

**6.1** - Quel est le type de ce régulateur ?

**6.2** - Calculer la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{X}{E}(z)$ .

Quel est le gain statique de cette fonction de transfert ?

**6.3** - Calculer, en fonction de G, le pôle de la boucle fermée :  $z_0$

Quelle est la valeur de  $G = G_0$  qui garantit un pôle  $z_0 = 0,5$  ?

Pour cette valeur de  $G = G_0$  donner l'équation récurrente reliant X à E.

**6.4** - Pour  $E = 100$  puis  $E = 120$ , donner les valeurs de X en régime permanent.

Pour  $G = G_0$  calculer les valeurs successives de X lorsque E varie brusquement de 100 à 120.

**6.5** - Lorsque X est en régime permanent correspondant à  $E = 120$ , la vitesse du moteur va-t-elle un peu évoluer lorsqu'il apparaîtra un couple résistant (répondre sans faire de calculs)? Expliquer votre réponse.

## Annexe

**Relation dépassement/amortissement pour une fonction passe-bas d'ordre 2 :**

D%	Z
73	0,10
62	0,15
53	0,20
44	0,25
37	0,30
31	0,35
25	0,40
21	0,45
16	0,50
12,6	0,55
9,5	0,60
6,8	0,65
4,6	0,70
2,84	0,75
1,52	0,80
0,63	0,85
0,15	0,90
0,01	0,95

## Transformées en Z

F(p)	f(t)	F(z)
1	$\delta(t)$	1
$\frac{1}{p}$	u(t)	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{a}{p^2}$	at	$\frac{aTz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1}{\tau} \frac{z}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}}$
$\frac{1}{p(1+\tau p)}$	$1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{z \left( 1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right)}{(z-1) \left( z - e^{-\frac{T}{\tau}} \right)}$

## Feuille à joindre à la copie

