
CHAPITRE : 02 TRANSFORMATEUR MONOPHASE

Contenu

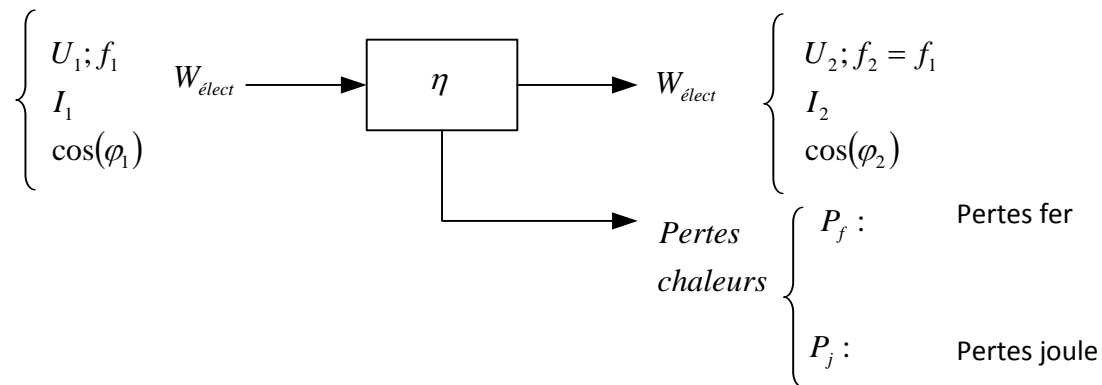
1°-Généralités.....	13
1°.1-Rôle.....	13
1°.2-Constitution.....	13
1°3-Principe de fonctionnement.....	14
2°-Transformateur parfait.....	15
2°.1-Hypothèses.....	15
2°.2-Equations de fonctionnement.....	15
2°.3-Schéma équivalent et diagramme.....	16
2° .4-Propriétés du transformateur parfait.....	17
3°-Transformateur monophasé réel.....	18
3°.1-Equations de Fonctionnement.....	18
3°.2-Schéma équivalent.....	20
4°-Transformateur monophasé dans l'hypothèse de Kapp.....	21
4°.1-Hypothèse.....	21
4°.2-Schéma équivalent.....	22
4°.3-Détermination des éléments du schéma équivalent.....	22
4°.4-Chute de tension.....	24
4°.5-Rendement.....	26
TD N°1.....	29

Le Transformateur monophasé

1°-Généralités

1°.1-Rôle

Il a pour rôle de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives(courants et tensions), à fréquence constante, en vue d'adapter le récepteur(charge) à un réseau.



$$P_2 = P_1 - \sum Pertes \Leftrightarrow P_2 = P_1 - P_j - P_f \quad (1)$$

On adopte les indices suivants :

- (1) pour le primaire
- (2) pour le secondaire

1°.2-Constitution

Le transformateur est constitué essentiellement de :

✓ Un circuit magnétique

Même chose que pour une bobine à noyau de fer. Il a pour rôle de canaliser le flux magnétique.

✓ Enroulements

Sur les noyaux du circuit magnétique, on trouve plusieurs enroulements (isolés électriquement entre eux).

- L'un de ces enroulements est relié à la source alternative : C'est le primaire, on lui adopte la convention récepteur.
- L'autre bobine(ou les autres) est le siège d'une f.e.m .induite .Elle peut débiter dans un récepteur : c'est le secondaire, on lui adopte la convention générateur

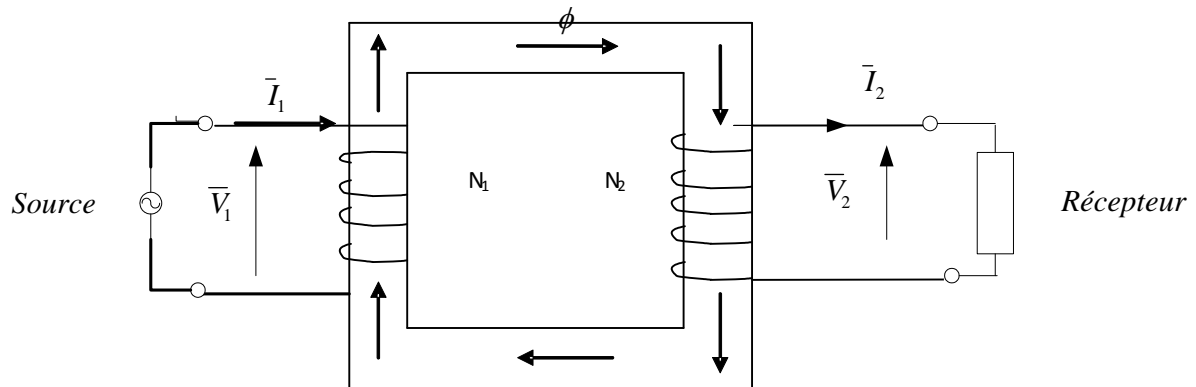


Figure 2.1: Transformateur monophasé

1°.3-Principe de fonctionnement

Cette machine est basée sur la loi d'induction électromagnétique (loi de Lenz). En effet, la tension alternative au primaire va créer un flux magnétique alternatif qui traversant l'enroulement secondaire produira une f.e.m induite.

☒ Remarque :

- Par principe de fonctionnement, le transformateur est une machine réversible :

Exemple :

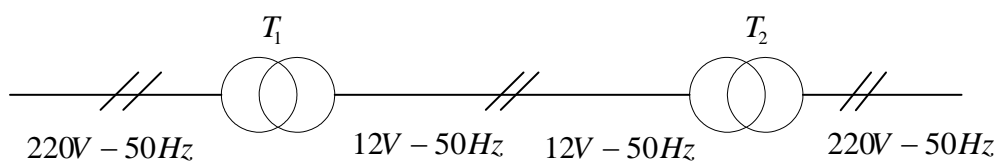


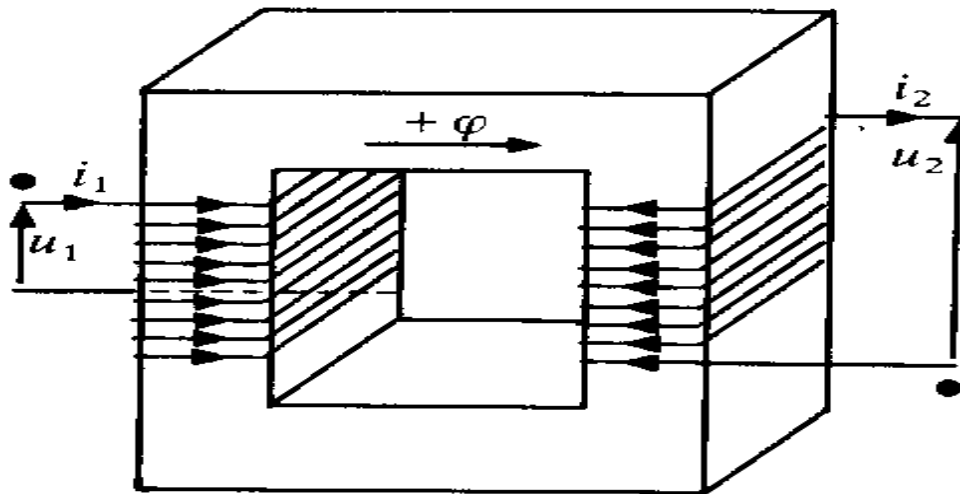
Figure 2 .2 :Reversibilité d'un transformateur monophasé

- Le transformateur ne comportera pas des parties en mouvement, il est dit : machine statique.
- Le transformateur à vide ($i_2 = 0$) est une bobine à noyau de fer, il est régi par les mêmes équations.

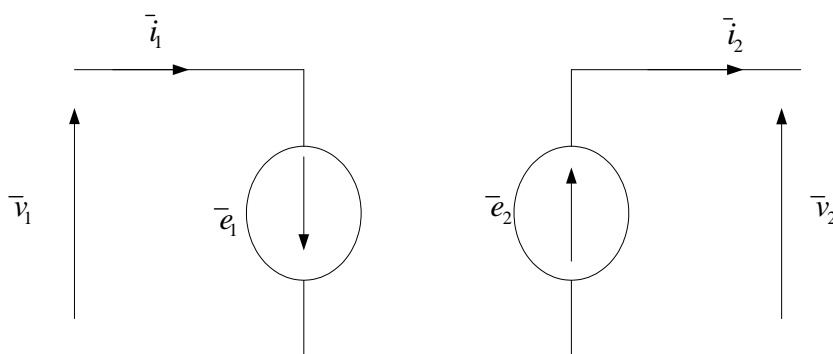
2°-Transformateur parfait

2°.1-Hypothèses :

- Les pertes fer et les pertes joule sont nulles
- Les fuites magnétiques sont négligeables
- La reluctance du circuit magnétique est nulle

**Figure 2 .3 :** transformateur monophasé parfait**2°.2-Equations de fonctionnement**

✓ Equations aux tensions

**Figure 2 .4 :** Circuit électrique équivalent

D'après la loi de mailles appliquée au schéma électrique équivalent on aura :

$$v_1(t) + e_1(t) = 0 \quad \text{Avec} \quad e_1(t) = -N_1 * \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$v_2(t) - e_2(t) = 0 \text{ Avec } e_2(t) = -N_2 * \frac{d\phi(t)}{dt}$$

En écriture complexe on aura :

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = j * N_1 * w * \bar{\phi} \\ \bar{V}_2 = -j * N_2 * w * \bar{\phi} \Rightarrow \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{En valeurs efficaces ca donne } \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad (3)$$

m est appelé rapport de transformation

☒ Remarque

Selon la valeur qui prend m, on peut distinguer :

- $m = 1 \Rightarrow V_2 = V_1$: le transformateur est un isolateur
- $m < 1 \Rightarrow V_2 < V_1$: le transformateur est dit abaisseur
- $m > 1 \Rightarrow V_2 > V_1$: le transformateur est dit élévateur

✓ Equations aux intensités

D'après la loi d'Ampère appliquée au schéma magnétique équivalent, on aura :

$$N_1 * \bar{I}_1 + N_2 * \bar{I}_2 = \mathfrak{R}_m * \bar{\phi}$$

Or par hypothèse la reluctance du circuit magnétique \mathfrak{R}_m est supposée nulle

$$\Rightarrow N_1 * \bar{I}_1 + N_2 * \bar{I}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{-N_2}{N_1} = -m \quad (4)$$

En valeurs efficaces on aura :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad (5)$$

2°.3-Schéma équivalent et diagramme vectoriel

✓ Schéma équivalent

Le schéma équivalent d'un transformateur monophasé parfait est représenté par la figure 2.4

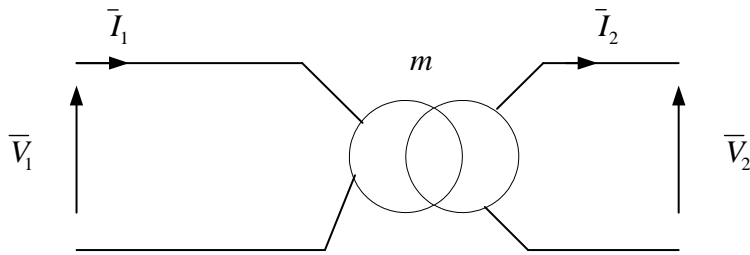


Figure 2.5: schéma équivalent

✓ Diagramme vectoriel

Ce diagramme vectoriel traduit les équations (2) et (4) précédentes

Soit m , \bar{V}_2 , \bar{I}_2 et φ_2 données

On aura : $\bar{V}_1 = \frac{-\bar{V}_2}{m}$, $\bar{I}_1 = -m * \bar{I}_2$ et $\varphi_1 = \varphi_2$

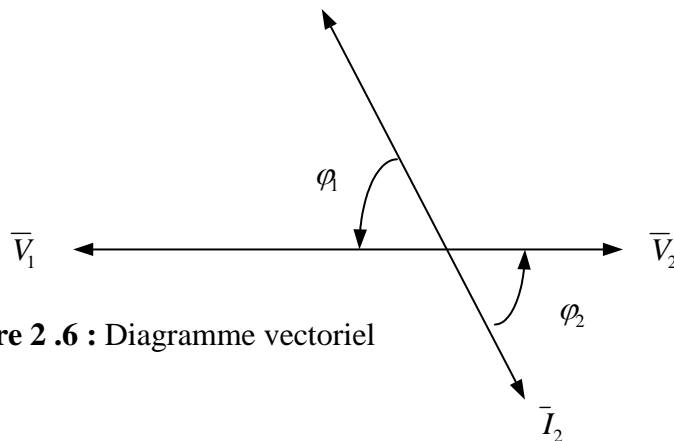


Figure 2.6 : Diagramme vectoriel

2°.4-Propriétés du transformateur parfait

2°.4.1-Comportement énergétique

On a déjà établi que :

$$\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \Rightarrow \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{\bar{I}_1^*}{\bar{I}_2^*} \Rightarrow \bar{V}_2 * \bar{I}_2^* = \bar{V}_1 * \bar{I}_1^* \Rightarrow \bar{S}_1 = \bar{S}_2 \quad (6)$$

Sachant que :

$$\bar{S}_1 = P_1 + j * Q_1$$

$$\bar{S}_2 = P_2 + j * Q_2$$

$$(6) \Rightarrow P_1 = P_2 \text{ \& } Q_1 = Q_2 \quad (7)$$

Conclusion :

Les puissances active et réactive absorbées par le primaire seront totalement transmises à la charge connectée au secondaire(pas des pertes).Le rendement d'un transformateur parfait est égal à 1.

2°.4.2-Transformateur d'impédance

Soit (T) un transformateur monophasé parfait de rapport de transformation m , qui alimente une impédance \bar{Z} . L'objectif est de transférer l'impédance \bar{Z} du secondaire au primaire.

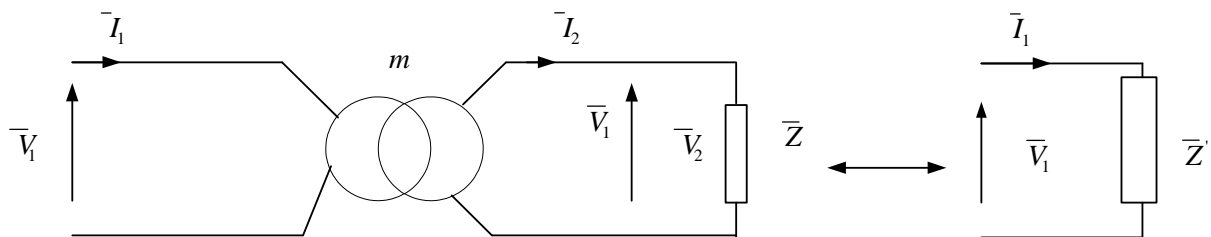


Figure 2.7: Transfert d'impédance

$$\bar{V}_2 = \bar{Z} * \bar{I}_2 \quad \text{or} \quad \bar{V}_2 = -m * \bar{V}_1 \quad \text{et} \quad \bar{I}_2 = -\frac{\bar{I}_1}{m} \Rightarrow \bar{V}_1 = \frac{\bar{Z}}{m^2} * \bar{I}_1 \quad \text{posons} \quad \bar{Z}' = \frac{\bar{Z}}{m^2} \quad \text{on obtient}$$

$$\bar{V}_1 = \bar{Z}' * \bar{I}_1$$

Finalement, tout se passe, comme si le réseau primaire (la source) alimentait directement l'impédance \bar{Z}' , ayant des caractéristiques mieux adaptées à la source.

En conclusion, le fonctionnement n'est pas modifié si on respecte les règles suivantes :

- ❖ Règle 1 : on peut transférer(ou ramener) une impédance, située initialement au secondaire, vers le primaire. En la divisant par m^2 .
- ❖ Règle 2: on peut transférer(ou ramener) une impédance, située initialement au primaire, vers le secondaire. En la multipliant par m^2 .

3°.Transformateur monophasé réel

Pour modéliser le transformateur réel, on doit tenir compte des grandeurs qui ont été négligées au cours d'étude d'un transformateur parfait.

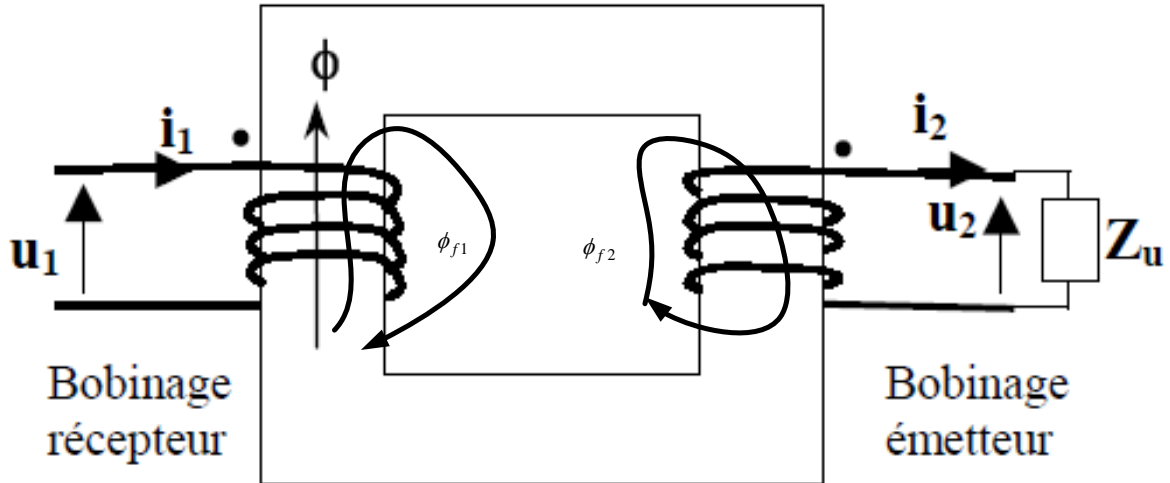


Figure 2.8 : Transformateur réel

3°.1-Equations de fonctionnement

Soit :

$\phi_1 = \phi + \phi_{f1}$: Le flux à travers l'enroulement primaire

$\phi_2 = \phi + \phi_{f2}$: Le flux à travers l'enroulement secondaire

On aura :

$$l_1 = \frac{N_1 * \phi_{f1}}{I_1} : \text{Inductance de fuites au primaire}$$

$$l_2 = \frac{N_2 * \phi_{f2}}{I_2} : \text{Inductance de fuites au secondaire}$$

3°.3.1-Equations aux tensions

✓ Au primaire : on donne ci-contre le schéma électrique équivalent du primaire. Celui se comporte comme un récepteur vis-à-vis à la source.

$$e_{11}(t) = -N_1 * \frac{d\phi_1(t)}{dt}$$

$$e_{11}(t) = -N_1 * \frac{d(\phi(t) + \phi_{f1}(t))}{dt} = -N_1 * \frac{d\phi(t)}{dt} - N_1 * \frac{d\phi_{f1}(t)}{dt} = -N_1 * \frac{d\phi(t)}{dt} - l_1 * \frac{di_1(t)}{dt}$$

Appliquons la loi des mailles au primaire

$$v_1(t) + e_{11}(t) = r_1 * i_1(t) \quad (r_1 : \text{Résistance de l'enroulement primaire})$$

$$v_1(t) = N_1 * \frac{d\phi(t)}{dt} + l_1 * \frac{di_1(t)}{dt} + r_1 * i_1(t) \quad (8)$$

$$\text{Et en écriture complexe : } \bar{V}_1 = j * N_1 * w * \bar{\phi} + j * l_1 * w * \bar{I}_1 + r_1 * \bar{I}_1$$

$$\text{Si on pose } \bar{E}_1 = -j * N_1 * w * \bar{\phi} \text{ on obtient : } \bar{V}_1 = -\bar{E}_1 + j * l_1 * w * \bar{I}_1 + r_1 * \bar{I}_1 \quad (8')$$

✓ Au secondaire : on donne ci-contre le schéma électrique équivalent du secondaire. Celui se comporte comme un générateur vis-à-vis au récepteur.

$$e_{12}(t) = -N_2 * \frac{d\phi_2(t)}{dt}$$

$$e_{12}(t) = -N_2 * \frac{d(\phi(t) + \phi_{f2}(t))}{dt} = -N_2 * \frac{d\phi(t)}{dt} - N_2 * \frac{d\phi_{f2}(t)}{dt} = -N_2 * \frac{d\phi(t)}{dt} - l_2 * \frac{di_2(t)}{dt}$$

Appliquons la loi de mailles au secondaire. On aura :

$$e_{12}(t) - v_2(t) = r_2 * i_2(t) \quad (r_2 : \text{Résistance de l'enroulement secondaire})$$

$$\Leftrightarrow -N_2 * \frac{d\phi(t)}{dt} - l_2 * \frac{di_2(t)}{dt} - v_2(t) = r_2 * i_2(t)$$

$$\text{Posons } e_2(t) = -N_2 * \frac{d\phi(t)}{dt}, \text{ on obtient :}$$

$$e_2(t) = v_2(t) + r_2 * i_2(t) + l_2 * \frac{di_2(t)}{dt} \quad (9)$$

$$\text{Et en complexe on obtient : } \bar{E}_2 = \bar{V}_2 + j l_2 w \bar{I}_2 + r_2 \bar{I}_2 \quad (9')$$

3°.1.2- Equations aux ampères-tours

- A vide, la force magnétomotrice(f.m.m) est égale à $N_1 * \bar{I}_{10}$, elle crée un flux $\bar{\phi}$ dans le circuit magnétique.
- En charge, la force magnétomotrice(f.m.m) est égale à $N_1 * \bar{I}_1 + N_2 * \bar{I}_2$, elle crée le même flux $\bar{\phi}$ dans le circuit magnétique.

$$\text{Par conséquent, on aura : } N_1 * \bar{I}_1 + N_2 * \bar{I}_2 = N_1 * \bar{I}_{10} \Leftrightarrow \bar{I}_1 = -m * \bar{I}_2 + \bar{I}_{10} \quad (10)$$

3°.2-Schéma équivalent

Si on désigne respectivement par :

- $r_1(\Omega)$: résistance de l'enroulement primaire
- $r_2(\Omega)$: résistance de l'enroulement secondaire
- $l_1(H)$: Inductance de l'enroulement primaire
- $l_2(H)$: Inductance de l'enroulement secondaire
- $R_f(\Omega)$: résistance de circuit magnétique
- $X_m(\Omega)$: réactance de circuit magnétique

Le schéma équivalent du transformateur réel est représenté par la figure 2.8

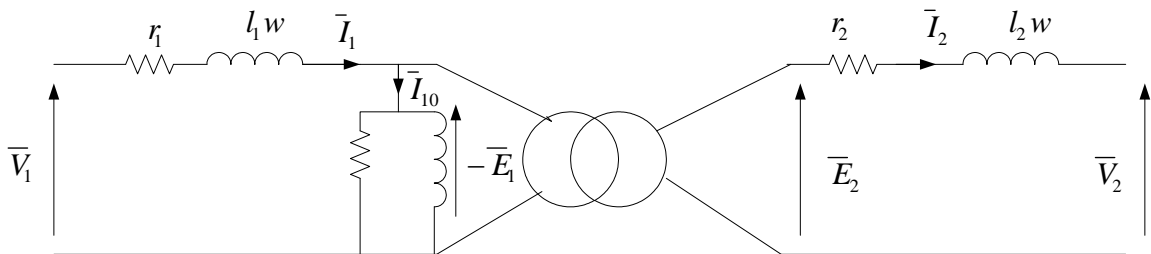


Figure 2.9: Schéma équivalent

4°.Transformateur monophasé dans l'approximation de Kapp

4°.1-Hypothèse

L'hypothèse de Kapp consiste à négliger le courant I_{10} devant le courant I_1

4°.2-Schéma équivalent

Ne pas tenir compte de I_{10} , revient à débrancher l'impédance magnétisante ($R_f // X_m$), le schéma équivalent devient :

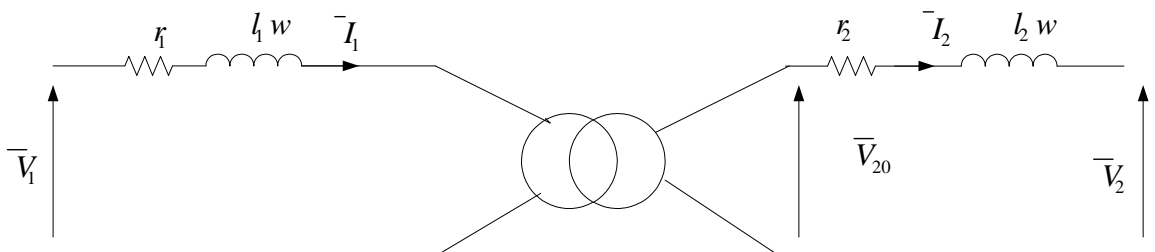


Figure 2.10: Schéma équivalent +hypothèse de Kapp

$X_1 = l_1 * w$: Réactance de fuites au primaire

$X_2 = l_2 * w$: Réactance de fuites au secondaire

✓ Schéma équivalent ramené au secondaire

On peut faire passer l'impédance $\bar{Z}_1 = r_1 + j * l_1 * w$ du primaire au secondaire, il suffit de la multiplier par m^2 . on obtient le schéma suivant :

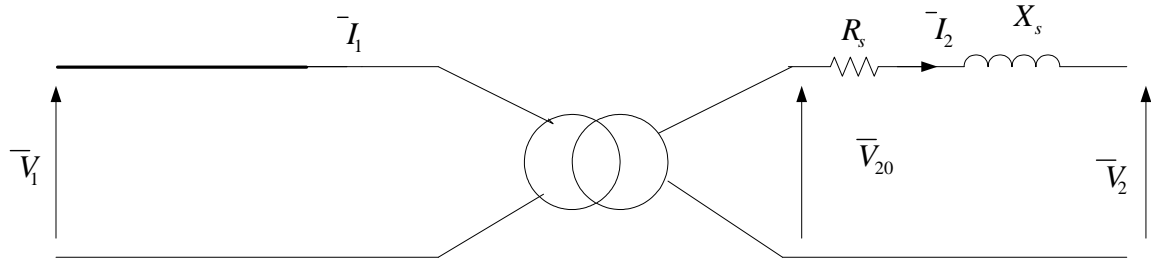


Figure 2.11: Schéma équivalent ramené au secondaire

Avec :

$R_s = r_2 + m^2 * r_1$: la résistance du transformateur ramenée au secondaire

$X_s = X_2 + m^2 * X_1$: La réactance de fuites magnétiques ramenée au secondaire

La loi des mailles appliquée au secondaire donne : $\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - (R_s + jX_s) * \bar{I}_2$ (11)

✓ Schéma équivalent ramené au primaire

On peut faire passer l'impédance $\bar{Z}_2 = r_2 + j * l_2 * w$ du secondaire au primaire, il suffit de la diviser par m^2 . on obtient le schéma suivant :

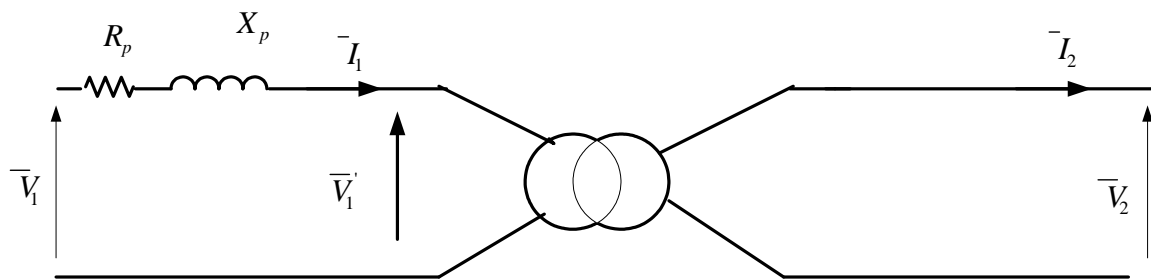


Figure 2.12: Schéma équivalent ramené au primaire

Avec :

$R_p = r_1 + \frac{r_2}{m^2}$: La résistance du transformateur ramenée au primaire

$X_p = X_1 + \frac{X_2}{m^2}$: La réactance de fuites magnétiques ramenée au primaire

La loi des mailles appliquée au primaire donne : $\bar{V}_1 = \bar{V}_1' + (R_p + jX_p) * \bar{I}_1$ (12)

4° .3-Détermination des éléments du schéma équivalent :

On effectue deux essais :

✓ Essai à vide

Cet essai consiste à alimenter l'enroulement primaire par sa tension nominale et on mesure la tension à vide au secondaire, le courant et la puissance à vide absorbées par le primaire comme le montre la figure suivante :

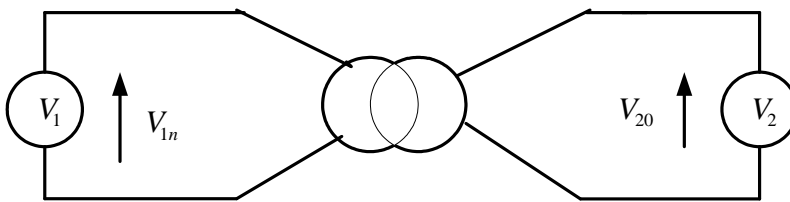


Figure 2.13: Essai à vide

Dans ce cas, on peut déterminer pratiquement :

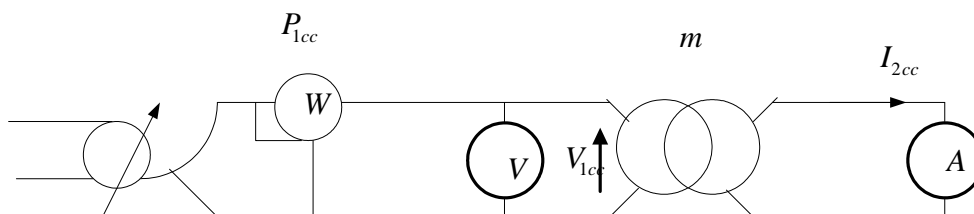
- Le rapport de transformation $m = \frac{V_{20}}{V_{10}}$ (13)

- La résistance de circuit magnétique $R_f = \frac{V_1^2}{P_f} \approx \frac{V_1^2}{P_0}$ (14)

- La réactance magnétisante $X_m = \frac{V_1^2}{Q_f} \approx \frac{V_1^2}{Q_0}$ (15)

✓ Essai en court-circuit sous tension primaire réduite

On applique au primaire une tension réduite $V_{1cc} \ll V_{1n}$ (tension nominale), on augmente progressivement V_{1cc} depuis 0 jusqu'à avoir $I_{2cc} = I_{2n}$



Alternostat

Figure 2.14: Essai en court circuit

Puisque $V_{1cc} \ll V_{1n} \Rightarrow$ les pertes fer lors de l'essai en court-circuit sont négligeables et par conséquent :

$$P_{1cc} = R_s * I_{2cc}^2 \Rightarrow R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \quad (16)$$

Le schéma équivalent ramené au secondaire (en court-circuit) est le suivant :

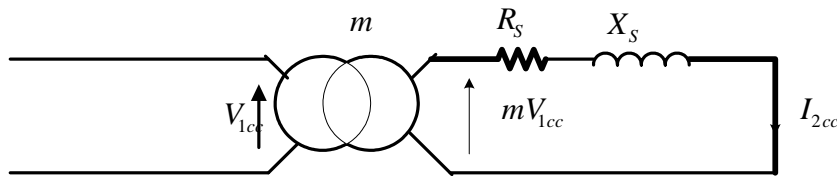


Figure 2.14: schéma équivalent lors l'essai en court

$$Z_s = m * \frac{V_{1cc}}{I_{2cc}} \quad (17)$$

$$X_s = \sqrt{(Z_s^2 - R_s^2)} \quad (18)$$

4°.4-Chute de tension

Par définition la chute de tension ΔV_2 est donnée par la différence entre valeurs efficaces de la tension à vide et la tension en charge :

$$\Delta V_2 = V_{20} - V_2 \quad (19)$$

☒ Remarque

- ΔV_2 dépend de I_2 et φ_2
- ΔV_2 est une grandeur algébrique elle peut être négative $\Rightarrow V_2 > V_{20}$ (surtension)
- Généralement la chute de tension est donnée par sa valeur relative

$$\varepsilon\% = \frac{\Delta V_2}{V_{20}} * 100 \quad (20)$$

Pour déterminer la chute de tension ΔV_2 on peut se servir de l'une des deux méthodes suivantes :

4°.4.1-Diagramme de Kapp :(solution graphique)

C'est une application de la relation (11) : $\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - (R_s + jX_s) * \bar{I}_2$ avec $V_{20} = m * V_1$

Les données sont : V_1, m, R_s, X_s, I_2 et φ_2 et on va déterminer V_2

Etapes de construction :

- On choisit une échelle en fonction de V_{20}
- L'axe horizontal étant l'origine des phases, on choisit $\text{dir} \vec{I}_2$ comme origine des phases
- On trace un arc de cercle (o ; V_{20})
- On trace (OA) = $R_s \cdot I_2$
- On trace (AB) \perp (OA) tel que (AB) = $X_s \cdot I_2$
- On trace une droite (Δ) passant par B et faisant un angle φ_2 avec l'horizontale
- V_2 sera donnée par le segment [BC] prise à l'échelle

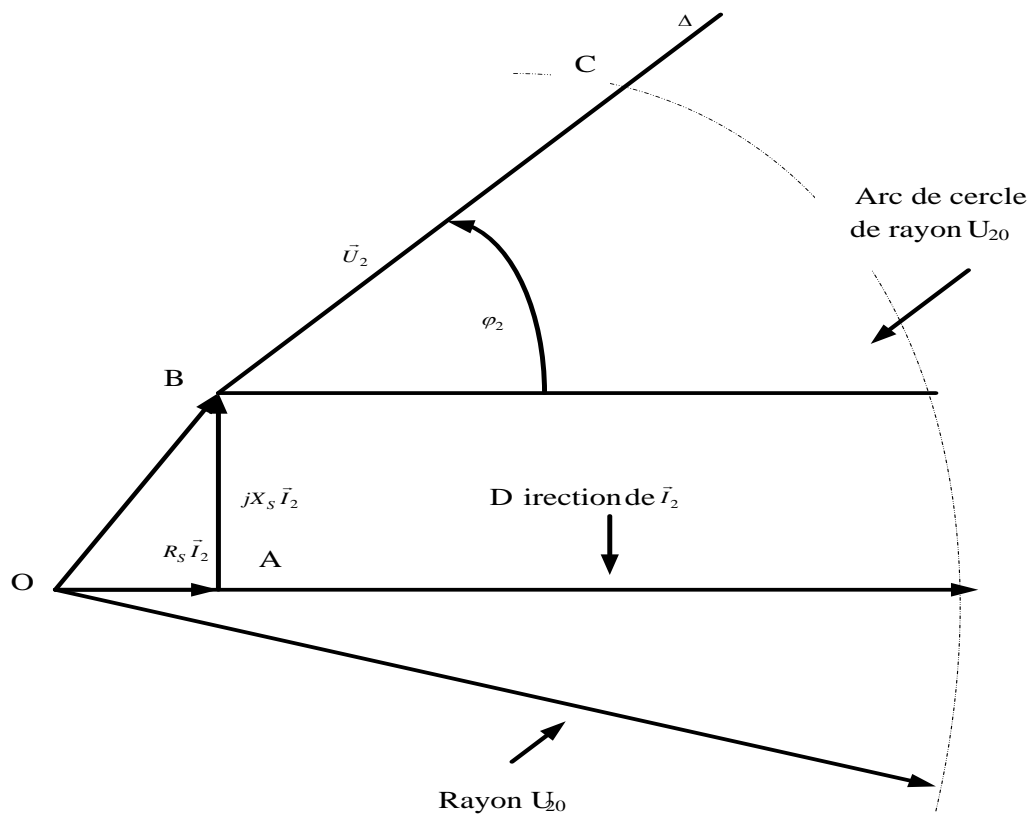


Figure 2.15 : Diagramme vectoriel de KAPP

4°.4.2-Formule approchée (solution algébrique)

Pour déterminer la chute de tension on peut se servir de la relation suivante :

$$\Delta V_2 = I_2 \cdot (R_s \cdot \cos(\varphi_2) + X_s \cdot \sin(\varphi_2)) \quad (21)$$

Sachant que l'impédance du transformateur ramenée au secondaire est : $\bar{Z}_s = Z_s \cdot e^{j \cdot \varphi_{cc}}$

Avec $\varphi_{cc} = \arctg\left(\frac{X_s}{R_s}\right)$

On peut donc écrire : $\Delta V_2 = I_2 \cdot Z_s \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_{cc})$ (22)

☒ Remarque :

- $\Delta V_2 = 0$ pour une charge ayant $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2} + \varphi_{cc}$ (charge à caractère capacitif) ;
- ΔV_2 est maximale pour $\varphi_2 = \varphi_{cc}$ (charge à caractère inductif) ;

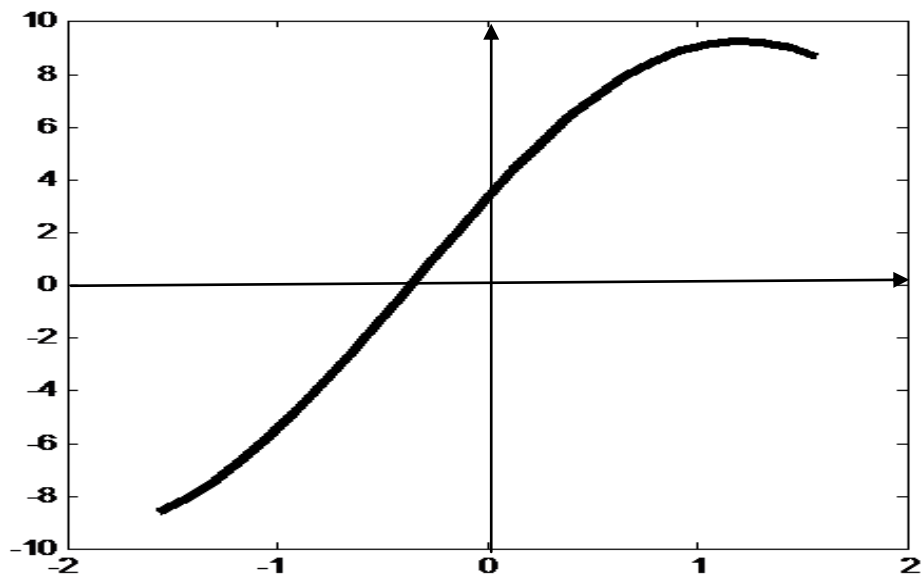


Figure 2.16 : Allure de la chute de tension

4°.4.3-Caractéristiques en charge :

Ce sont les courbes donnant la variation de la tension en charge en fonction du courant :

$$V_2 = f(I_2) \text{ à } \varphi_2 = ct \text{ et } V_1 = V_{in}$$

On peut vérifier les allures suivantes :

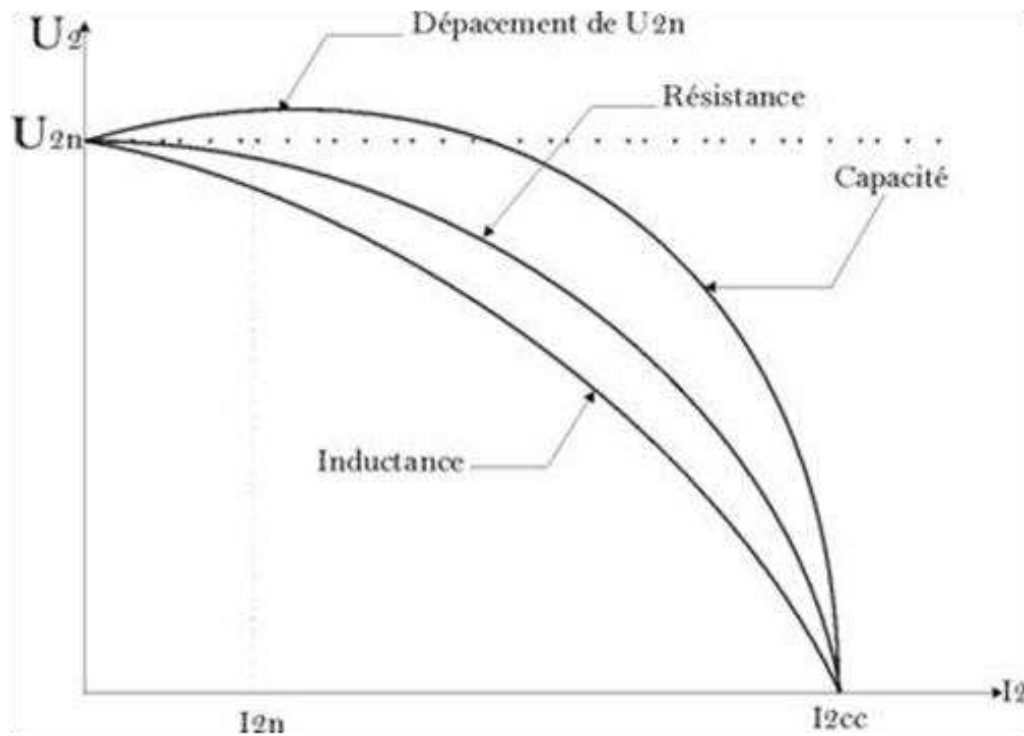


Figure 2.17 : Allure de la tension aux bornes de la charge

4°.5-Rendement du transformateur

✓ Bilan des puissances

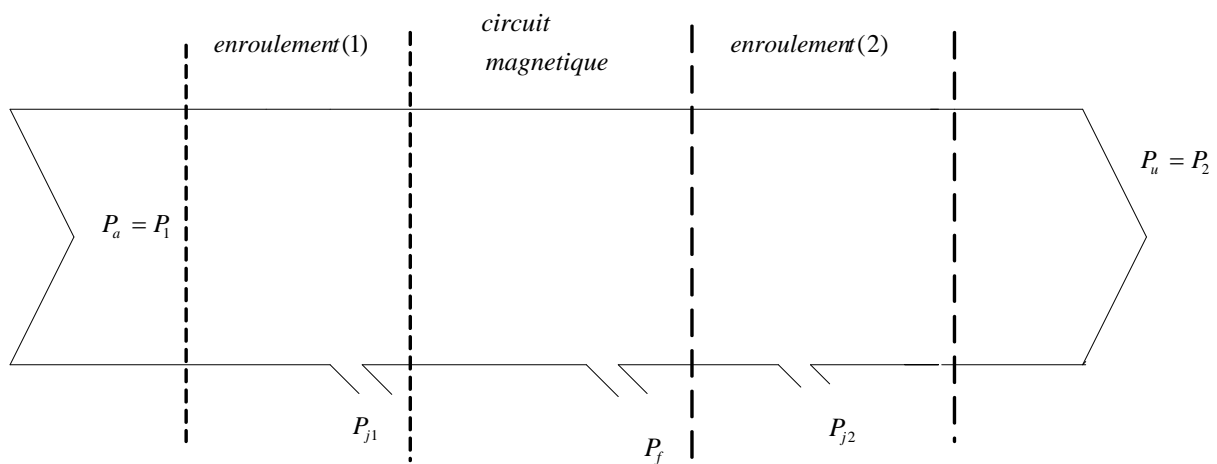


Figure 2.18: Bilan de puissance

- Puissance absorbée : $P_a = P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1)$ (22)

$$P_a = P_1 = P_2 + \sum P_{\text{pertes}}$$

- Puissance utile : $P_u = P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_2)$ (23)

- Pertes par effet joule totales : $P_j = P_{j1} + P_{j2} = R_s \cdot I_2^2 = R_p \cdot I_1^2$ (24)

Pertes par effet joule au primaire : $P_{j1} = r_1 \cdot I_1^2$

Pertes par effet joule au secondaire : $P_{j2} = r_2 \cdot I_2^2$

- Pertes fer : $P_f = P_0 - r_1 \cdot I_{10}^2 \approx P_0$ (25)

✓ Rendement

Le rendement est donné par la relation suivante :

$$\eta_{\%} = \frac{P_u}{P_a} \cdot 100 = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \quad (26)$$

Il peut être déterminé pratiquement à l'aide des deux wattmètres pour les faibles puissances, cependant, pour les grandes puissances on utilise généralement la méthode des pertes séparées basée sur l'estimation des pertes. La relation utilisée est la suivante :

$$\eta_{\%} = \frac{P_2}{P_2 + \sum \text{Pertes}} \cdot 100 = \frac{P_2}{P_2 + R_s \cdot I_2^2 + P_0} \cdot 100 \quad (27)$$

L'allure de la courbe de rendement est donnée par la figure 2.19 .C'est une courbe croissante au début, elle passe par un maximum puis elle décroît.

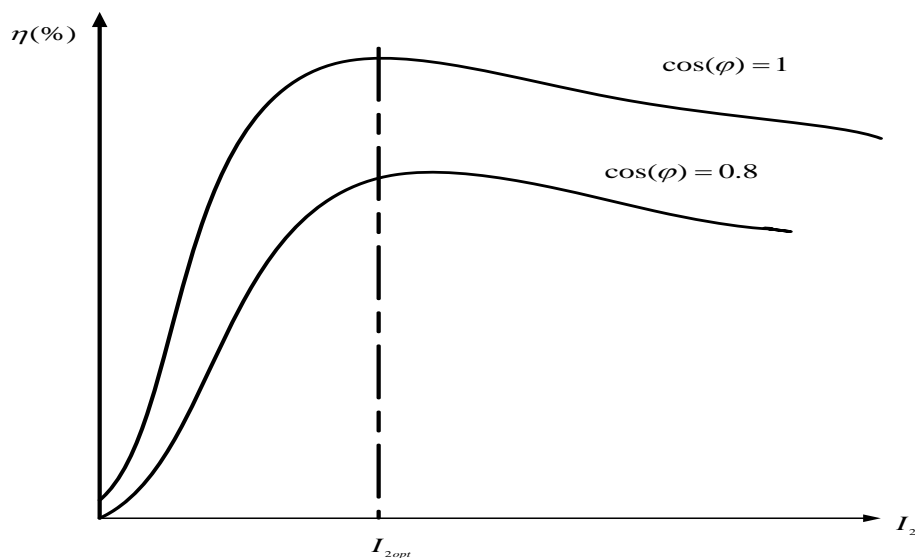


Figure 2.19: Allure de rendement

☒ Remarque :

- Le transformateur statique aura toujours un rendement meilleur que celui d'une machine tournante à cause des pertes mécaniques.
- Le rendement nominal d'un transformateur est généralement supérieur à 90%.
- Le meilleur rendement est obtenu avec une charge résistive.
- Le rendement maximal est obtenu par un courant optimal I_{2opt} tel que :

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0 \Rightarrow P_j = P_f \Rightarrow I_{2opt} = \sqrt{\frac{P_f}{R_s}} \quad (28)$$