



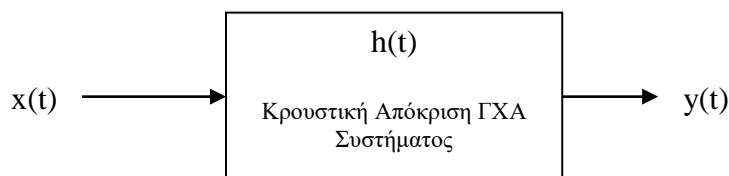
ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Στόχος αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η υλοποίηση εφαρμογών για τον υπολογισμό της συνέλιξης σημάτων συνεχούς χρόνου. Ειδικότερα δε, μας ενδιαφέρει μέσω της συνέλιξης, ο υπολογισμός της εξόδου $y(t)$ ενός γραμμικού, αμετάβλητου κατά τη χρονική μετατόπιση συστήματος (ΓΑΚΧΜ) με κρουστική απόκριση $h(t)$, όταν αυτό διεγείρεται από μια είσοδο $x(t)$. Οι εφαρμογές αυτές θα υλοποιηθούν στο περιβάλλον του Matlab.

Για ευκολία υπενθυμίζουμε την μαθηματική έκφραση για τον υπολογισμό της εξόδου του συστήματος που αναφέραμε (και το οποίο αναπαρίσταται σχηματικά παρακάτω):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = x(t) * h(t)$$



Στο πρώτο τμήμα της άσκησης θα υπολογιστεί με γραφικό τρόπο, η έξοδος του ΓΑΚΧΜ συστήματος $y(t)$ με κρουστική απόκριση $h(t) = \exp(-t)u(t)$, όταν εφαρμόζεται σε αυτό είσοδος $x(t)$ που έχει τιμή 0,6 για $-1 \leq t \leq 0,5$ και 0,3 για $0,5 \leq t \leq 3$. Για όλες τις άλλες τιμές του t ισχύει $x(t) = 0$.

Συνοπτικά αναφέρουμε ότι ο γραφικός υπολογισμός της συνέλιξης κωδικοποιείται στα ακόλουθα βήματα:

- Προσδιορίζουμε την ανάκλαση ενός εκ των δύο σημάτων που συμμετέχουν στον υπολογισμό της συνέλιξης (π.χ. υπολογίζουμε την $x(-\tau)$ ή $h(-\tau)$).
- Μετά την ανάκλαση υπολογίζουμε τη μετατόπιση κατά t της ίδιας συνάρτησης (π.χ. $h(t-\tau)$).
- Υπολογίζουμε το γινόμενο των συναρτήσεων $x(\tau)h(t-\tau)$.
- Ολοκληρώνουμε τμηματικά το παραπάνω γινόμενο.
- Επαναλαμβάνουμε τα προηγούμενα βήματα για όλες τις τιμές του χρόνου t .

Υλοποιήσεις:

1. Με τη χρήση των κατάλληλων εντολών σχεδιάστε στο ίδιο διάγραμμα τις συναρτήσεις $x(\tau)$ και $h(\tau)$ που δόθηκαν παραπάνω (επιδιώξτε να φαίνονται με σαφή τρόπο οι περιοχές επικάλυψής τους).
2. Σχεδιάστε σε νέο διάγραμμα τη συνάρτηση $x(\tau)$ και την ανάκλαση της κρουστικής απόκρισης $h(-\tau)$.

3. Σχεδιάστε σε νέο διάγραμμα τη συνάρτηση $x(t)$ και την ανάκλαση της κρουστικής απόκρισης μετατοπισμένη αριστερά, ώστε να μην υπάρχει επικάλυψη με την $x(t)$. Επιλέξτε π.χ. $t=-3$ και σχεδιάστε την $h(-3-t)$. Ποιο είναι το αποτέλεσμα τις συνέλιξης γι αυτές τις τιμές του t ;
4. Σχεδιάστε σε νέο διάγραμμα τη συνάρτηση $x(t)$ και την ανάκλαση της κρουστικής απόκρισης μετατοπισμένη, ώστε να υπάρχει επικάλυψη με την $x(t)$ στο πρώτο της τμήμα (αυτό με ύψος 0.6). Επιλέξτε π.χ. $t=-0,3$ και σχεδιάστε την $h(-0,3-t)$. Κατόπιν υπολογίστε το ολοκλήρωμα της συνέλιξης αυτού του σταδίου.
5. Σχεδιάστε σε νέο διάγραμμα τη συνάρτηση $x(t)$ και την ανάκλαση της κρουστικής απόκρισης μετατοπισμένη, ώστε να υπάρχει πλήρης επικάλυψη με την $x(t)$ στο πρώτο της τμήμα (αυτό με ύψος 0.6) και μερική στο δεύτερο (αυτό με ύψος 0,3). Επιλέξτε π.χ. $t=1,4$ και σχεδιάστε την $h(1,4-t)$. Κατόπιν υπολογίστε το ολοκλήρωμα της συνέλιξης αυτού του σταδίου.
6. Σχεδιάστε σε νέο διάγραμμα τη συνάρτηση $x(t)$ και την ανάκλαση της κρουστικής απόκρισης μετατοπισμένη, ώστε να υπάρχει πλήρης επικάλυψη και με τα δυο τμήματα της $x(t)$. Επιλέξτε π.χ. $t=3,9$ και σχεδιάστε την $h(3,9-t)$. Κατόπιν υπολογίστε το ολοκλήρωμα της συνέλιξης αυτού του σταδίου.
7. Έχοντας πλέον υπολογίσει την έκφραση της συνέλιξης (έξοδος $y(t)$) για όλες τις τιμές του χρόνου t , προχωρήστε στη σχεδίασή της σε ξεχωριστό διάγραμμα.
8. Κατόπιν προχωρήστε στον απευθείας υπολογισμό της συνέλιξης με τη χρήση της εντολής `conv`.
9. Υλοποιήστε μια συνάρτηση παλμού (x) με τιμή σταθερή ίση με $0,8 \cdot A$ για τιμές χρόνου στο διάστημα $[-2, 2]$ και μηδέν αλλού, καθώς και μια συνάρτηση παλμού (y) με τιμή σταθερή και ίση με $0,5 \cdot A$ στο διάστημα $[-4, 4]$ και μηδέν αλλού. Οι συναρτήσεις πρέπει να υλοποιηθούν για τιμές χρόνου $[-10, 10]$. Για τον χρόνο χρησιμοποιείτε βήμα 0,01. Κατόπιν εκτυπώστε τις δύο συναρτήσεις στο ίδιο γράφημα. Στη συνέχεια, με τη χρήση της εντολής `conv`, υπολογίστε τη συνέλιξη και εκτυπώστε τη σε νέο διάγραμμα (διαδικασία ανάλογη με το ερώτημα 8). Για την υλοποίηση των συναρτήσεων βοηθάει και η χρήση της εντολής `rectpuls`.
Τέλος υπολογίστε το γινόμενο του εμβαδού του παλμού (x) με το εμβαδό του (y) και μετά υπολογίστε το εμβαδό του αποτελέσματος της παραπάνω συνέλιξης (χρησιμοποιήστε την εντολή `trapz` για τον υπολογισμό ολοκληρωμάτων). Συμφωνούν τα αποτελέσματα των τελευταίων δύο υπολογισμών;
Το A αντιστοιχεί στο τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου κάθε φοιτητή. Αν για κάποιον αυτό το ψηφίο είναι μηδέν τότε ας θεωρήσει $A=1$.