



ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4

Στόχος αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η υλοποίηση εφαρμογών για τον υπολογισμό του **μετασχηματισμού Laplace** σημάτων συνεχούς χρόνου, στο περιβάλλον του Matlab. Με το μετασχηματισμό Laplace μπορούμε να μεταφέρουμε την αναπαράσταση ενός σήματος από το πεδίο του χρόνου **t**, στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας **s**. Αυτή η δυνατότητα μας επιτρέπει να μετατρέψουμε την επίλυση μιας προκύπτουσας γραμμικής διαφορικής εξίσωσης στο πεδίο του χρόνου, σε επίλυση μιας απλούστερης αλγεβρικής εξίσωσης στο πεδίο της συχνότητας. Η μαθηματική έκφραση του μονόπλευρου (εφαρμογή σε αιτιατά σήματα) μετασχηματισμού Laplace περιγράφεται από την εξίσωση και τον συμβολισμό που ακολουθούν:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad f(t) \xrightarrow{L} F(s)$$

Αντίστοιχα για τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace έχουμε:

$$L^{-1}\{F(s)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds, \quad F(s) \xrightarrow{L^{-1}} f(t)$$

Για τις εφαρμογές αυτές θα χρησιμοποιήσουμε τις δυνατότητες του Symbolic toolbox του Matlab καθώς και τις εντολές **laplace()** και **ilaplace()**.

Υλοποιήσεις:

1. Με τη χρήση του Symbolic toolbox υπολογίστε τον μετασχηματισμό Laplace της συνάρτησης $f(t) = e^{-t}$. Επιβεβαιώστε το αποτέλεσμα και με τον υπολογισμό του αντίστροφου μετασχηματισμού Laplace.
2. Με τη χρήση του Symbolic toolbox υπολογίστε τον μετασχηματισμό Laplace της συνάρτησης $f(t)$ όταν αυτή ορίζεται ως: α) 1, β) $\delta(t)$, γ) $u(t)$, δ) $\frac{d^3 \delta(t)}{dt^3}$, ε) $e^{-at}u(t)$
3. Με τη χρήση του Symbolic toolbox υπολογίστε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace της συνάρτησης $f(t)$ όταν αυτή ορίζεται ως: α) $\frac{1}{s-\alpha}$, β) $\frac{1}{s-j\omega_0}$, γ) $\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$, δ) $\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$ για $n=9$, ε) $\frac{1}{(s+\alpha)^n}$ για $n=6$
4. Να γραφεί σε άθροισμα μερικών κλασμάτων η συνάρτηση
$$X(s) = \frac{s^2 + 3s + 1}{s^3 + 5s^2 + 2s - 8}.$$

5. Να γραφεί σε άθροισμα μερικών κλασμάτων η συνάρτηση της υλοποίησης 4, χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά την εντολή **residue**. Με τη χρήση της ίδιας εντολής, να γραφεί με τη μορφή αθροίσματος μερικών κλασμάτων η συνάρτηση $X(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^3 + 5s^2 + 2s - A}$ όπου το A αντιστοιχεί στο τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου κάθε φοιτητή.
6. Να λυθεί με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Laplace η διαφορική εξίσωση: $y''(t) + 2y'(t) = u(t) - y(t)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$. Να σχεδιαστεί η λύση στο χρονικό διάστημα $[0, 10]$.