

复杂度事后分析报告

学生姓名：黄昌盛 学号：6109118110 专业班级：计科软件183班
实验类型： ☒ 验证 ☐ 综合 ☐ 设计 ☐ 创新 实验日期：2021.3.17 实验成绩：_____

一、题目描述和要求

货郎担问题是这样一个问题：给定一系列城市和每对城市之间的距离，求解访问每一座城市一次并回到起始城市的最短回路。它是组合优化中的一个 NP 困难问题，在运筹学和理论计算机科学中非常重要。

以教材 p6 算法 1.4 的货郎担问题为例，进行事后复杂度分析，最后写一个报告。

二、报告步骤

1、运行时间提取

利用 C++ 的 `clock()` 函数，在进行调用解决货郎担问题的函数之前之后，分别记录算法的开始时间和结束时间，然后用结束时间减去开始时间乘 1000 与是 1 秒内 CPU 运行的周期数 `CLOCKS_PER_SEC` 做除法得到以毫秒为单位的运行时间。

```
1. clock_t start = clock(), end;  
2. salesman_problem(n, mincost, path, c); // 计算最小花费函数  
3. end = clock();  
4. // 输出运行时间  
5. cout << "n" << " = " << n << " "  
6. << int(end - start) * 1000 / CLOCKS_PER_SEC << "ms" << endl;
```

2、随机数据生成

利用系统当前时间做种子，使用 C++11 中新加入的特性 `mt19937` 产生伪机数，获得费用矩阵的随机数据。

```
1. unsigned seed = std::chrono::high_resolution_clock::now()  
2. .time_since_epoch().count();
```

```

3. std::mt19937 mt(seed);
4. // 随机数据生成, 存入费用矩阵
5. for (int i = 0; i < n; i++)
6.     for (int j = 0; j < n; j++)
7.         c[i][j] = 100 + mt() % 100;

```

3、自动输出批量的不同规模及其运行时间数据

输出规模 n , 和对应运行时间 t , 运行结果如下:

```

D:\work\C++\old\master\算法\zy3\bf.exe
n = 1  0ms
n = 2  0ms
n = 3  0ms
n = 4  0ms
n = 5  0ms
n = 6  0ms
n = 7  1ms
n = 8  4ms
n = 9  21ms
n = 10 245ms
n = 11 2793ms
n = 12 36687ms
n = 13 491542ms

-----
Process exited after 531.3 seconds with return value 0
请按任意键继续. . .

```

4、输出数据放入 Excel

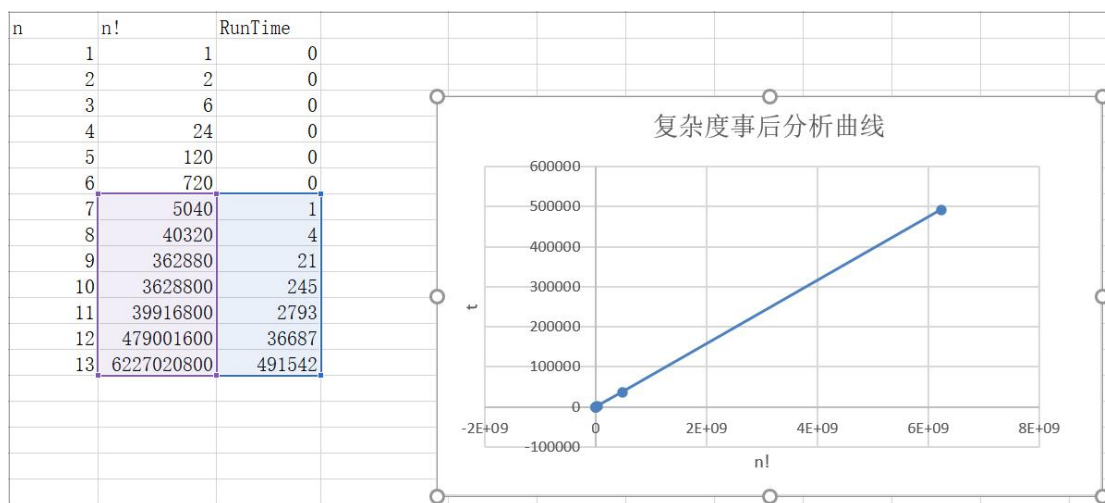
| | A | B | |
|----|----|---------|--|
| 1 | n | RunTime | |
| 2 | 1 | 0 | |
| 3 | 2 | 0 | |
| 4 | 3 | 0 | |
| 5 | 4 | 0 | |
| 6 | 5 | 0 | |
| 7 | 6 | 0 | |
| 8 | 7 | 1 | |
| 9 | 8 | 4 | |
| 10 | 9 | 21 | |
| 11 | 10 | 245 | |
| 12 | 11 | 2793 | |
| 13 | 12 | 36687 | |
| 14 | 13 | 491542 | |

5、Excel 数据表格及曲线生成

使用 Excel 计算出 n 的阶乘，这里注意要排除时间为 0 的点，使用 $n!$ 和时间 t 绘制曲线：

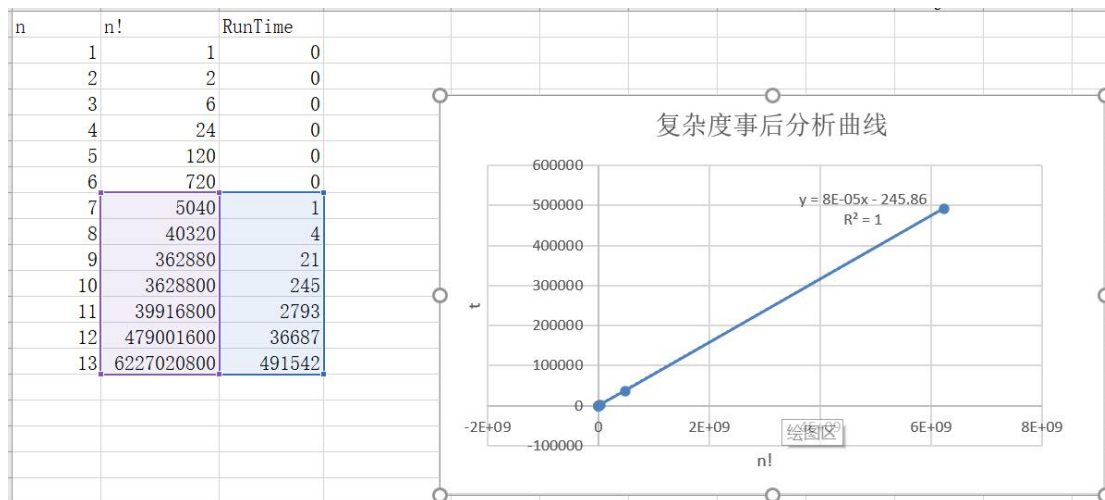
| n | n! | RunTime |
|----|------------|---------|
| 1 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 0 |
| 3 | 6 | 0 |
| 4 | 24 | 0 |
| 5 | 120 | 0 |
| 6 | 720 | 0 |
| 7 | 5040 | 1 |
| 8 | 40320 | 4 |
| 9 | 362880 | 21 |
| 10 | 3628800 | 245 |
| 11 | 39916800 | 2793 |
| 12 | 479001600 | 36687 |
| 13 | 6227020800 | 491542 |

观察分析图像发现两者存在线性关系。



6、EXcel 趋势线的生成及复杂度的提取

采用 $n!$ 和运行时间 t 进行拟合



由结果可知， $t = 8E-5 \cdot n!$ ， $R^2 = 1$ ，该算法的时间复杂度为 $O(n!)$

7、算法的分析

由程序运行结果可知，虽然穷举法很简单易懂，对个城市枚举一个的全排列，在其中找到最优解，这样确实能够找到最优解，但是复杂度达到 $(n-1)!$ ，当城市数量很小时，运行时间是很小，但当城市数量大于 12 个时，我们就不能够在短时间内求解， $n=13$ 时我的电脑跑了 8 分多钟，显然这不是一个好的方法。可以考虑其他如状压 dp 的优化算法等。

三、程序代码

```

1. #include <bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. const int INF = 0x3f3f3f3f;
4. unsigned seed = std::chrono::high_resolution_clock::now()
5.     .time_since_epoch().count();
6. std::mt19937 mt(seed);
7. int t, n, path[100];
8.
9. void salesman_problem(int n, double &min, int t[], vector<vector<int>> c) {
10.     int p[n], i = 1;
11.     double cost;
12.     for (i = 0; i < n; i++) p[i] = i;
13.
14.     min = INF;
15.     do {
16.         cost = 0;
17.         for (int i = 0; i < n - 1; i++)
18.             cost += c[p[i]][p[i + 1]];
19.         cost += c[p[n - 1]][p[0]];

```

```

20.         if (cost < min) {
21.             for (i = 0; i < n; i++)
22.                 t[i] = p[i];
23.             min = cost;
24.
25.             // 打印当前最优解
26. //         cout << min << endl;
27. //         for (int i = 0; i < n; i++) {
28. //             cout << t[i] << "->";
29. //         }
30. //         cout << t[0] << endl;
31.     }
32. } while (next_permutation(p, p + n));
33.
34. }
35.
36. int main() {
37.     while (n < 13) {
38.         n++;
39.         vector<vector<int>> > c(n, vector<int> (n));
40.         double mincost = 0;
41.         // 随机数据生成, 存入费用矩阵
42.         for (int i = 0; i < n; i++)
43.             for (int j = 0; j < n; j++)
44.                 c[i][j] = 100 + mt() % 100;
45.
46.         clock_t start = clock(), end;
47.         salesman_problem(n, mincost, path, c); // 计算最小花费函数
48.         end = clock();
49.         // 输出运行时间
50.         cout << "n" << " = " << n << " "
51.         << int(end - start) * 1000 / CLOCKS_PER_SEC << "ms" << endl;
52.
53.         // 打印答案
54. //         cout << mincost << endl;
55. //         for (int i = 0; i < n; i++) {
56. //             cout << path[i] << "->";
57. //         }
58. //         cout << path[0] << endl;
59.     }
60. }

```