HW6

PB20111689 蓝俊玮

8.24

> 某些学生在2001年春季学期上法语课。

假设 $Take(x,c,s)$ 表示学生 x 在 s 学期上了 c 课程，则可以表述为：

$$\exists\, x\ (Student(x) \land Take(x, French, Spring\ 2001))$$

> 上法语课的每个学生都通过了考试。

假设 $Pass(x,c,s)$ 表示学生 x 在 s 学期通过了 c 课程：

$$\forall\, x, s\ (Student(x) \land Take(x, French, s) \Rightarrow Pass(x, French, s))$$

> 只有一个学生在2001年春季学期上希腊语课。

$$\exists\, x\ (Student(x) \land Take(x, Greek, Spring\ 2001)) \land \forall y (y \neq x \land \neg Take(y, Greek, Spring\ 2001))$$

> 希腊语课的最好成绩总是比法语课的最好成绩高。

假设 $Score(x,c,s)$ 表示学生 x 在 s 学期 c 课程的成绩

$$\forall\, s\ \exists\, x\ \forall\, y\ (Score(x, Greek, s) > Score(y, French, s))$$

> 每个买保险的人都是聪明的。

假设 $Policy(x)$ 表示 x 这种保险，$Buy(x,y,z)$ 表示 x 从代理 z 那购买保险 y

$$\forall x\ (Person(x) \land (\exists\, y, z\ (Policy(y) \land Buy(x,y,z))) \Rightarrow Smart(x))$$

> 没有人会买昂贵的保险。

假设 $Expensive(y)$ 表示 y 这种保险昂贵

$$\forall\, x, y, z\ ((Person(x) \land Policy(y) \land Expensive(y)) \Rightarrow \neg Buy(x,y,z))$$

> 有一个代理，他只卖保险给那些没有投保的人。

假设 $Insured(x)$ 表示 x 已经投保，$Sell(x,y,z)$ 表示 x 将保险 y 卖给 z，$Agent(x)$ 表示 x 是代理

$$\exists\, x (Agent(x) \land \forall\, y, z\ ((Policy(y) \land Sell(x,y,z)) \Rightarrow Person(z) \land \neg Insured(z)))$$

> 镇上有一个理发师，他给所有不自己刮胡子的人刮胡子。

假设 $Barber(x)$ 表示 x 是个理发师，$Shave(x,y)$ 表示 x 给 y 刮胡子，$Man(x)$ 表示 x 是镇上的人

$$\exists\, x\ (Barber(x) \land \forall y (Man(y) \land \neg Shave(y,y)) \Rightarrow Shave(x,y))$$

> 在英国出生的人，如果其双亲都是英国公民或永久居住者，那么此人生来就是一个英国公民。

假设 $Born(x,c)$ 表示 x 出生在 c 国家，$Parent(x,y)$ 表示 x 是 y 的双亲，$Citizen(x,c,r)$ 表示 x 是 c 国家公民因为 r 原因，$Resident(x,c)$ 表示 x 是 c 国家永久居住者

$$\forall\, x\ (Person(x) \land Born(x, UK) \land (\forall\, y\ (Parent(y,x) \land (\exists\, r (Citizen(y, UK, r) \lor Resident(y, UK))))) \\ \Rightarrow Citizen(x, UK, birth))$$

> 在英国以外的地方出生的人，如果其双亲生来就是英国公民，那么此人血统上是一个英国公民。

$$\forall\, x (Person(x) \land \neg Born(x, UK) \land (\exists\, y (Parent(y,x) \land Citizen(y, UK, birth))) \\ \Rightarrow Citizen(x, descent))$$

> 政治家可以一直愚弄某些人，也可以在某个时候愚弄所有人，但是他们无法一直愚弄所有的人。

假设 $Politician(x)$ 表示 x 是政治家，$Fool(x,y,t)$ 表示 x 可以在时间 t 愚弄 y

$$\forall\, x\ Politician(x) \Rightarrow ((\exists\, y\, \forall\, t\ (Person(y) \Rightarrow Fool(x,y,t)))\wedge$$
$$(\exists\, t\, \forall\, y\ (Person(y) \Rightarrow Fool(x,y,t)))\wedge$$
$$\neg(\forall\, t\, \forall y\ (Person(y) \Rightarrow Fool(x,y,t))))$$

8.17

很明显缺少了 $[x-1,y]$ 和 $[x,y-1]$ 的信息。

所以:

$$\forall\, x, y\ Adjacent([x,y],[x+1,y]) \wedge Adjacent([x,y],[x,y+1]) \wedge Adjacent([x,y],[x-1,y]) \wedge Adjacent([x,y],[x,y-1])$$

9.3

b 和 c 是合理的结果。 a 引入了已经存在的 Everest 符号。而存在量词实例化规则是用一个新的常量符号替代变元。

9.4

> $P(A,B,B), P(x,y,z)$

最一般合一置换:

$$\{x/A, y/B, z/B\}$$

> $Q(y,G(A,B)), Q(G(x,x),y)$

这个语句不存在最一般合一置换，x 不能同时取 A 和 B

> $Older(Father(y),y), Older(Father(x),John)$

最一般合一置换:

$$\{x/John, y/John\}$$

> $Knows(Father(y),y), Knows(x,x)$

这个语句不存在最一般合一置换，x 不能同时取 $Father(y)$ 和 y，除非 $y = Father(y)$，当然一般情况下不可能

9.6

> 马、奶牛和猪都是哺乳动物。

$$Horse(x) \Rightarrow Mammal(x)$$
$$Cow(x) \Rightarrow Mammal(x)$$
$$Pig(x) \Rightarrow Mammal(x)$$

> 一匹马的后代是马。

假设 $Offspring(x,y)$ 表示 x 是 y 的后代:

$$Offspring(x,y) \wedge Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$$

> Bluebeard是一匹马。

$$Horse(Bluebeard)$$

> Bluebeard 是 Charlie 的家长。

假设 $Parent(x,y)$ 表示 x 是 y 的家长

$$Parent(Bluebeard, Charlie)$$

> 后代和家长是逆关系。

$$Offspring(x,y) \Rightarrow Parent(y,x)$$
$$Parent(x,y) \Rightarrow Offspring(y,x)$$

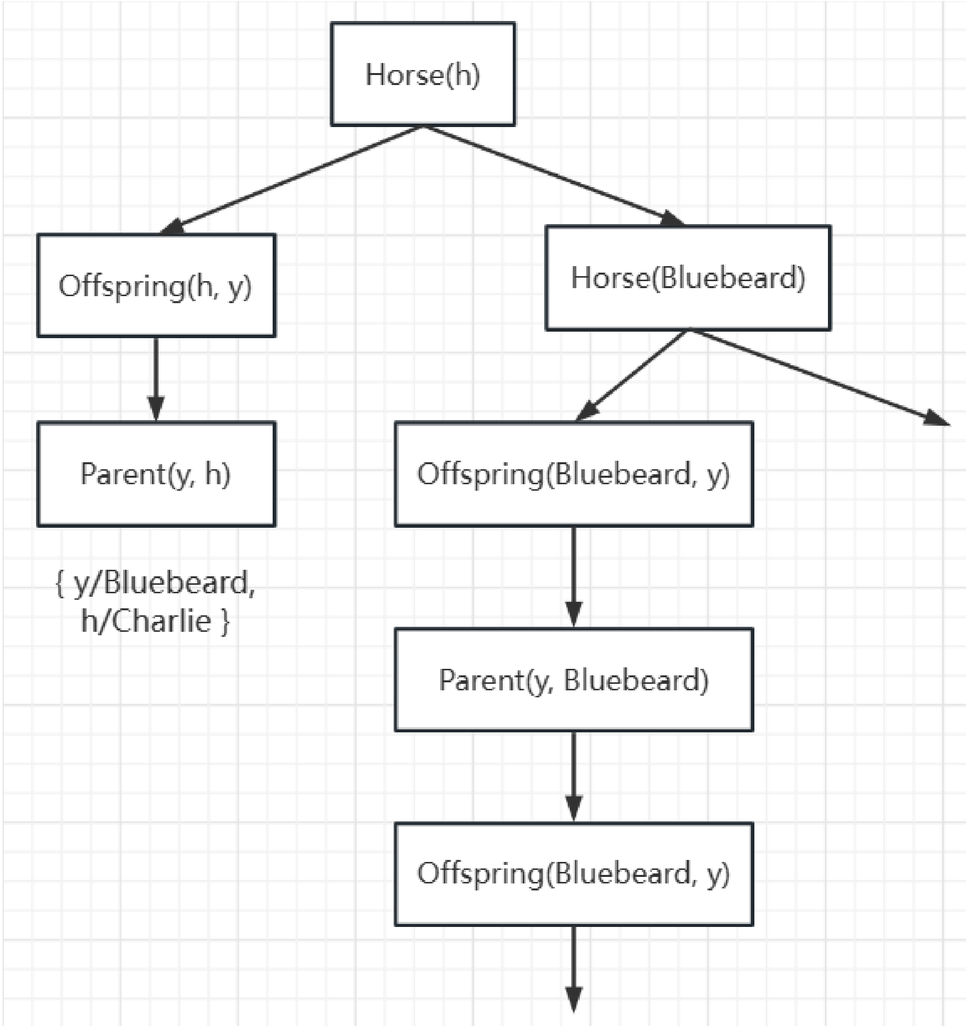
> 每个哺乳动物都有一个家长。

$$Mammal(x) \Rightarrow Parent(G(x),x)$$

这里 $G(x)$ 是 Skolem 函数。

9.13

> 画出用穷举反向链接算法为查询 $\exists\, h\ Horse(h)$ 生成的证明树，其中子句按照给定的顺序进行匹配。



> 对于本领域，你注意到了什么?

在右子树会发生无限循环。这是因为使用了规则 b：$Offspring(x, y) \wedge Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$

> 实际上从你的语句中得出了多少个 h 的解?

h 的解可以是 $Bluebeard$ 和 $Charlie$。