

HW5

PB20111689 蓝俊玮

7.13

证明子句 $\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q$ 逻辑等价于蕴含语句 $(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow Q$

$$\begin{aligned}(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow Q &\leftrightarrow \neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \vee Q \\ &\leftrightarrow (\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m) \vee Q \\ &\leftrightarrow \neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q \\ \neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \vee Q &\leftrightarrow (\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m) \vee Q \\ &\leftrightarrow \neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \vee Q \\ &\leftrightarrow (P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow Q\end{aligned}$$

所以 $\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q$ 逻辑等价于蕴含语句 $(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow Q$

证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成 $(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_1 \vee \dots \vee Q_n)$ 的形式

因为 $(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_1 \vee \dots \vee Q_n)$ 是可以通过上面的方法等价于 $\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \dots \vee Q_n$ 的，而所有命题语句都可以被写成这种形式，所以所有命题语句都可以写成 $(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_1 \vee \dots \vee Q_n)$ 这种形式。

写出蕴含范式语句的完整归结规则

归结规则：

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_m, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_m \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

其中 l_i 和 m_j 是互补的文字。

这个可以改写成：

$$\frac{\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_{n_1} \vee Q_1 \vee \dots \vee Q_{n_2}, \quad \neg R_1 \vee \dots \vee \neg R_{n_3} \vee S_1 \vee \dots \vee S_{n_4}}{\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_{i-1} \vee \neg P_{i+1} \vee \dots \vee \neg P_{n_1} \vee Q_1 \vee \dots \vee Q_{n_2} \vee \neg R_1 \vee \dots \vee \neg R_{n_3} \vee S_1 \vee \dots \vee S_{j-1} \vee S_{j+1} \vee \dots \vee S_{n_4}}$$

其中 $P_i = S_j$ 。

根据上面的方法，这个可以等价成：

$$\frac{(P_1 \wedge \dots \wedge P_{n_1}) \Rightarrow (Q_1 \vee \dots \vee Q_{n_2}), \quad (R_1 \wedge \dots \wedge R_{n_3}) \Rightarrow (S_1 \vee \dots \vee S_{n_4})}{(P_1 \wedge \dots \wedge P_{i-1} \wedge P_{i+1} \wedge \dots \wedge P_{n_1} \wedge R_1 \wedge \dots \wedge R_{n_3}) \Rightarrow (Q_1 \vee \dots \vee Q_{n_2} \vee S_1 \vee \dots \vee S_{j-1} \vee S_{j+1} \vee \dots \vee S_{n_4})}$$

这就是蕴含范式语句的完整归结规则。

Proof

证明前向链接算法的完备性

前向链接算法可以推出每个被知识库蕴涵的原子语句。

1. 前向链接算法到达不动点以后，不可能再出现新的推理。
2. 考察推理表的最终状态，参与推理过程的每个符号都为真，其它为假。把该推理表看作一个逻辑模型 m
3. 原始知识库中的每个确定子句在该模型 m 中都为真

证明：假设某个子句 $a_1 \wedge \dots \wedge a_k \Rightarrow b$ 在 m 中为假，那么 $a_1 \wedge \dots \wedge a_k$ 在 m 中为真， b 在 m 中为假，与算法已经到达一个不动点相矛盾

4. m 是知识库的一个模型

5. 如果 $KB \models q$, q 在知识库的所有模型中必须为真, 包括 m
6. q 在 m 中为真 \rightarrow 在推理表中为真 \rightarrow 被前向链接算法推断出来