Aritmetično - logična vezja in vodila

N. Zimic

12-1

Pregled poglavja

- Zapis števil v binarnem sistemu
- Pomik števila
- Primerjalnik
- Seštevalnik
- Množilnik
- Povezovanje večjega števila enot z vodili

N. Zimic

12-2

Zapis števil v binarnem sistemu

- Pretvorba *n* mestnega binarnega števila v desetiško:

a_{n-1}		…		a_2	a_1	a_0

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i$$

- Pretvorba binarnega števila n celimi in m decimalnimi mesti

$$A = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i$$

Dvojiški komplement

- Dvojiški komplement izračunamo tako, da binarno število negiramo in mu prištejemo ena.
- Pretvorba binarnega števila n v dvojiškem komplementu v desetiško:

$$A = -a_{n-1} 2^{n-1} + \sum_{i=-m}^{n-2} a_i 2^i$$

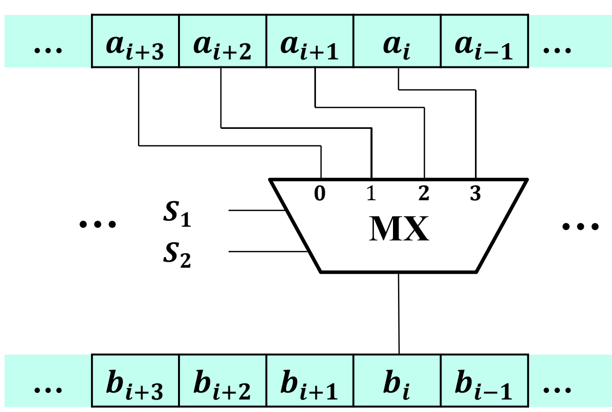
- V binarnem dvojiškem komplementu lahko z *n* mesti zapišemo decimalna števila v razponu:

$$-2^{n-1} \le A \le 2^{n-1} - 1$$

Pomik v levo ali desno

- Za izvedbo matematičnih operacij, kot sta množenje in deljenje, pogosto potrebujemo pomik za več kot en bit.
- Pomik v levo za *n* mest pomeni množenje števila z 2^n
- Pomik v desno za *n* mest pomeni deljenje števila z 2^n
- Vezje za pomik je čisto odločitveno vezje in se imenuje ***barrel shifter***
- Vezje na naslednji prosojnici je primer, ki lahko v odvisnosti od vhoda (s_1, s_2) pomakne vhod od 1 do 3 v desno. Prikazano je vezje samo za en bit b_i. Enako vezje se ponovi za vse bite.

Pomik v levo ali desno …



s_1	s_2	**Pomik**
0	0	3 x desno
0	1	2 x desno
1	0	1 x desno
1	1	ni pomika

Primerjava dveh števil

- Primer primerjave dveh 4-bitnih števil A $(a_3 a_2 a_1 a_1)$ in B $(b_3 b_2 b_1 b_1)$

$(A = B)$ = $(a_3 \equiv b_3)\ (a_2 \equiv b_2)\ (a_1 \equiv b_1)\ (a_0 \equiv b_0)$

$(A > B)$ = $a_3\overline{b_3} \vee (a_3 \equiv b_3)\ a_2\overline{b_2} \vee (a_3 \equiv b_3)\ (a_2 \equiv b_2)\ a_1\overline{b_1} \vee$
$\vee\ (a_3 \equiv b_3)\ (a_2 \equiv b_2)\ (a_1 \equiv b_1)\ a_0\overline{b_0}$

N. Zimic 12-7

Primerjava dveh števil…

- Kako izvedemo primerjavo $(A < B)$?

- Kako izvedemo primerjavo dveh števil v dvojiškem komplementu?

N. Zimic 12-8

Seštevalnik

- Pravilnostna tabela polovičnega in polnega seštevalnika dveh bitov

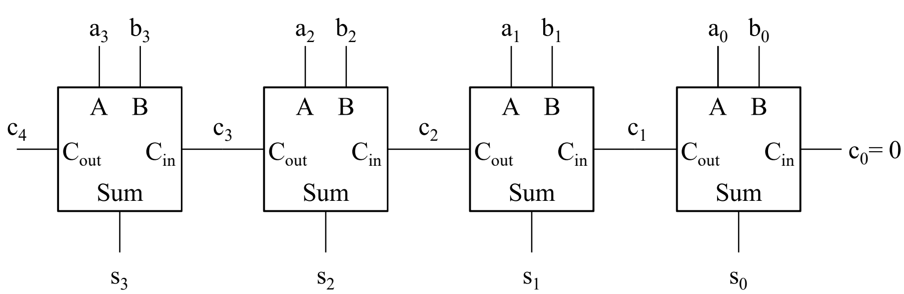
a	b	s	c
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

c_{in}	a	b	Sum	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

N. Zimic 12-9

Seštevalnik …

- Logična shema štiri bitnega seštevalnika



N. Zimic 12-10

Seštevalnik …

- Takšen seštevalnik ima slabost, ker je vsota na *i*-tem bitnem mestu odvisna od rezultata predhodnega seštevalnika
- Če na primer seštevamo 64-bitno število, se vsota bitov na najvišjem mestu izvede, ko se izračuna vsota vseh predhodnih bitov
- Zato se uvede hiter izračuna prenosa. Takšen seštevalnik se v angleškem jeziku imenuje Carry Look Ahead Adder (CLA)
- Hiter izračun prenosa je realiziran na dveh nivojih, kar pomeni največja zakasnitev med vhodom in izhodom je zakasnitev skozi dvoje vrat

N. Zimic 12-11

Seštevalnik …

- Hiter izračun prenosa (klasičen primer s tremi nivoji)

$$k_i = a_i b_i \qquad d_i = a_i \vee b_i$$

$$c_{i+1} = k_i \vee d_i c_i$$

$$c_1 = k_0 \vee d_0 c_0$$

$$c_2 = k_1 \vee d_1 c_1 = k_1 \vee d_1 k_0 \vee d_1 d_0 c_0$$

$$c_3 = k_2 \vee d_2 c_2 = k_2 \vee d_2 k_1 \vee d_2 d_1 k_0 \vee d_2 d_1 d_0 c_0$$

$$c_4 = k_3 \vee d_3 c_3 = k_3 \vee d_3 k_2 \vee d_3 d_2 k_1 \vee d_3 d_2 d_1 k_0 \vee d_3 d_2 d_1 d_0 c_0$$

N. Zimic 12-12

Seštevalnik …

- Hiter izračun prenosa (c_0=0)

$$c_{i+1} = a_i b_i \vee (a_i \vee b_i) c_i = a_i b_i \vee a_i c_i \vee b_i c_i$$

$$d_3$$

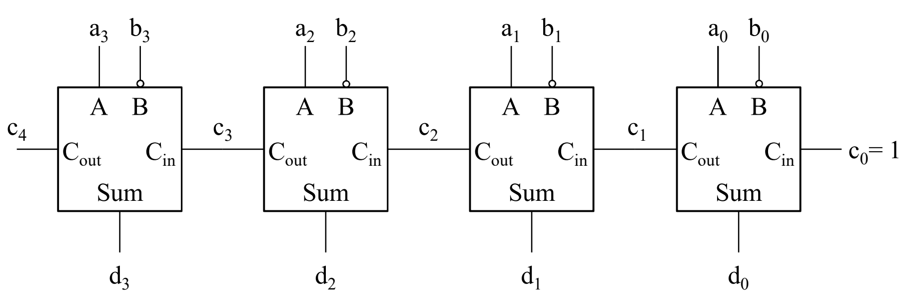
$$c_1 = a_0 b_0$$

$$c_2 = a_1 b_1 \vee (a_1 \vee b_1) c_1 = a_1 b_1 \vee a_0 a_1 b_0 \vee a_0 b_0 b_1$$

$$c_3 = a_2 b_2 \vee a_1 a_2 b_1 \vee a_0 a_1 a_2 b_0 \vee a_0 a_2 b_0 b_1 \vee$$
$$\vee a_1 b_1 b_2 \vee a_0 a_1 b_0 b_2 \vee a_0 b_0 b_1 b_2$$

Odštevalnik

- Logična shema štiri bitnega odštevalnika



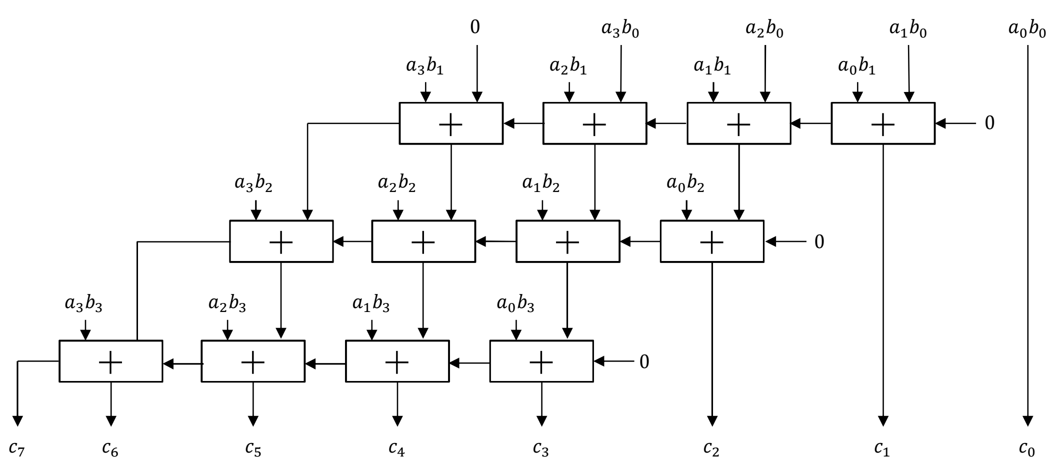
Množenje

- Primer množenja dveh 4-bitnih števil

```
   1 0 1 1 x 0 1 0 1
---------------------
         1 0 1 1
       0 0 0 0
     1 0 1 1
   0 0 0 0
---------------------
   0 1 1 0 1 1 1
```

$$
\begin{array}{r}
a_3\ a_2\ a_1\ a_0 \\
\text{x} \qquad b_3\ b_2\ b_1\ b_0 \\
\hline
c_7\ c_6\ c_5\ c_4\ c_3\ c_2\ c_1\ c_0
\end{array}
$$

Shema množilnika



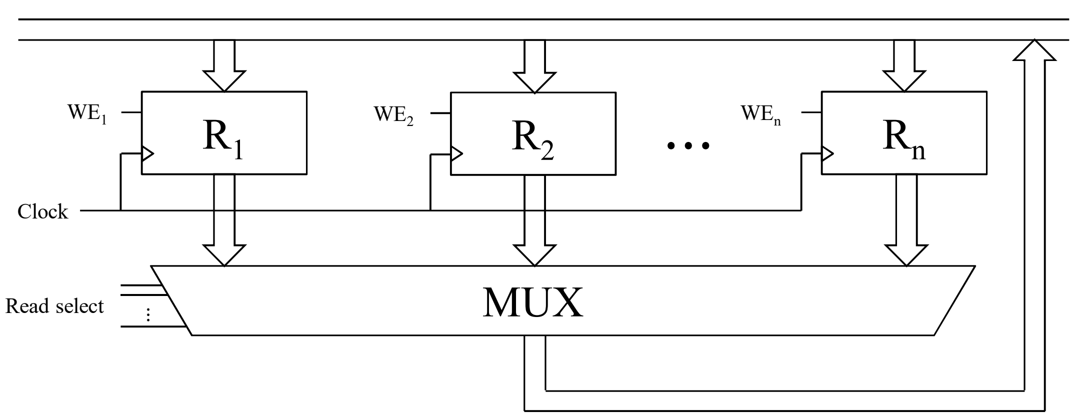
Množenje števil v dvojiškem komplementu

- Število v dvojiškem komplementu zapišemo:

$$A = -a_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=-m}^{n-2} a_i 2^i = -a_{n-1}2^{n-1} + \widetilde{A}$$

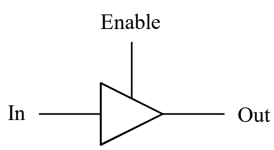
$$\begin{aligned} A \cdot B &= (-a_{n-1}2^{n-1} + \widetilde{A}) \cdot (-b_{n-1}2^{n-1} + \widetilde{B}) = \\ &= a_{n-1}2^{n-1} \cdot b_{n-1}2^{n-1} - a_{n-1}2^{n-1} \cdot \widetilde{B} - b_{n-1}2^{n-1} \cdot \widetilde{A} + \widetilde{A} \cdot \widetilde{B} = \\ &= A_{BIN} \cdot B_{BIN} - 2^n \cdot (b_{n-1} \cdot \widetilde{A} + a_{n-1} \cdot \widetilde{B}) \end{aligned}$$

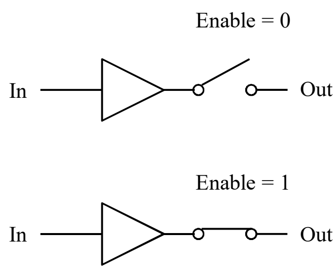
Uporaba multiplekserjev

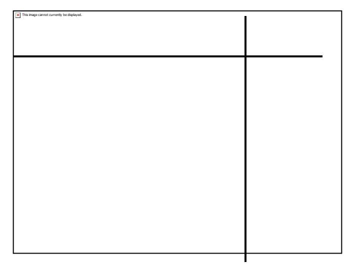


Izhod s tremi stanji

- Poleg nizkega in visokega izhoda uvedemo še izhod z visoko impedanco

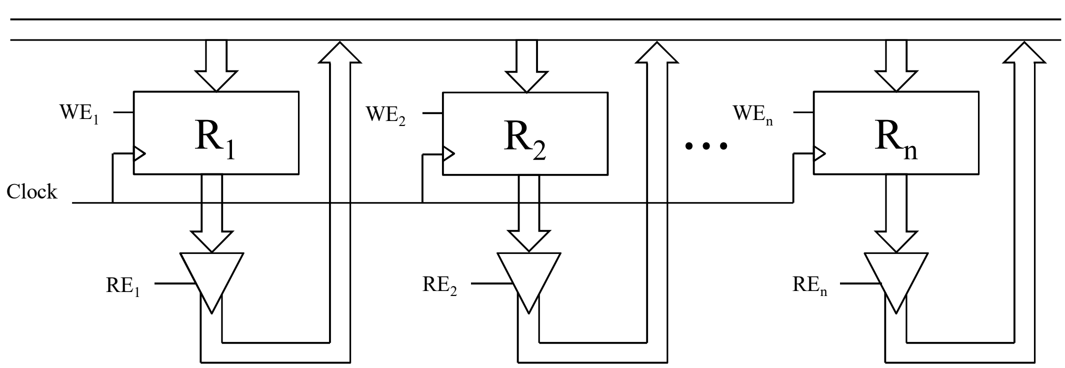






N. Zimic 12-19

Vodila



N. Zimic 12-20