

## - II - PRINCIPE DE LA MODELISATION DES MOUILLAGES

### - II . 1 - GENERALITES

Un objet sans mouvement par rapport à l'eau de mer dans laquelle il est immergé est soumis à 3 forces :

- Son poids qui est dû à la pesanteur sur sa masse. Il est appliqué au centre de gravité CG,
- la poussée d'Archimède qui est égale au poids du volume d'eau déplacé par le corps et qui est appliquée au centre de carène CC,
- et une troisième force  $f$  qui permet au corps de rester en équilibre. Elle compense la flottabilité du corps ou son poids dans l'eau :

$$m\vec{g} - \rho V_0 \vec{g} + \vec{f} = 0$$

avec :  $m$  : masse du corps en Kg

$g$  : accélération de la pesanteur en  $m/s^2$

$\rho$  : masse volumique de l'eau de mer en  $Kg/m^3$

$V_0$  : volume d'eau déplacée en  $m^3$

$F$  : Force en N qui compense la flottabilité du corps ou son poids dans l'eau.

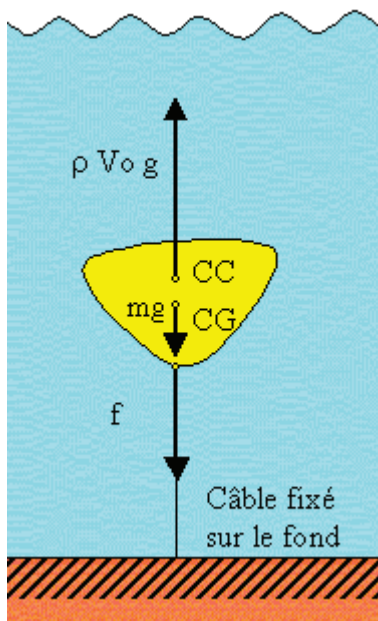


Figure 1 :  $V = 0$

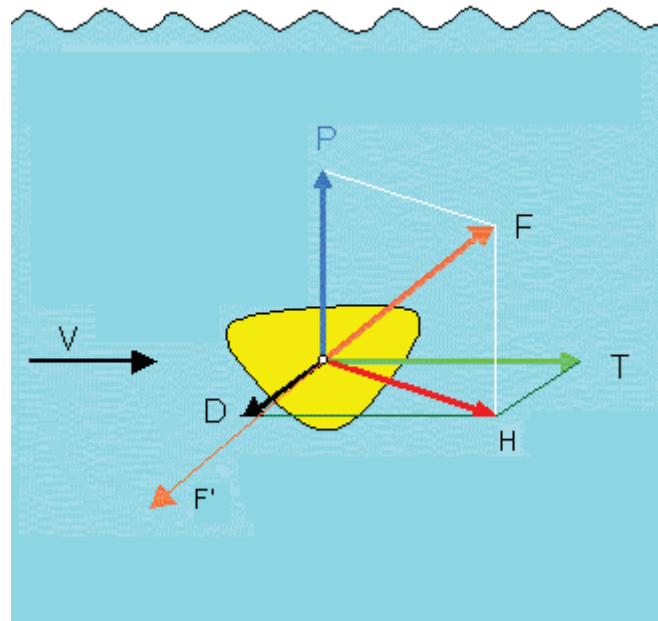
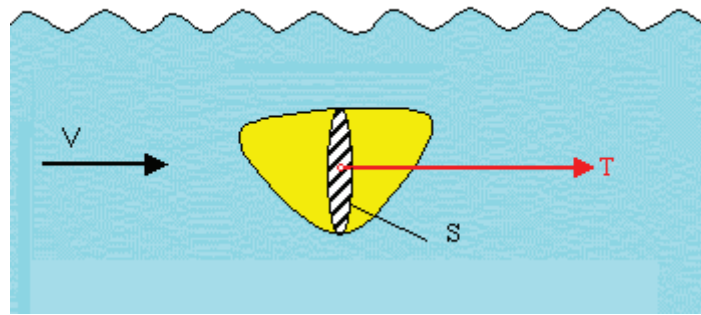


Figure 2 :  $V \neq 0$

S'il y a un courant de vitesse  $V$  par rapport à l'objet, il apparaît une nouvelle force  $F$  qui s'ajoute aux forces vues précédemment. Cette force dont la direction est quelconque se décompose en une force verticale  $P$  appelée portance et une force horizontale  $F'$ .  $F'$  se décompose à son tour dans le plan horizontal en une force  $D$  normale à  $V$  qui s'appelle la force de dérive et une force  $T$  qui a la même direction que la vitesse  $V$ . Elle est appelée la force de traînée.



**Figure 3 : Force de traînée**

En ce qui concerne les mouillages océanographiques, seule la connaissance de la force de traînée  $T$  est utile. Elle s'exprime :

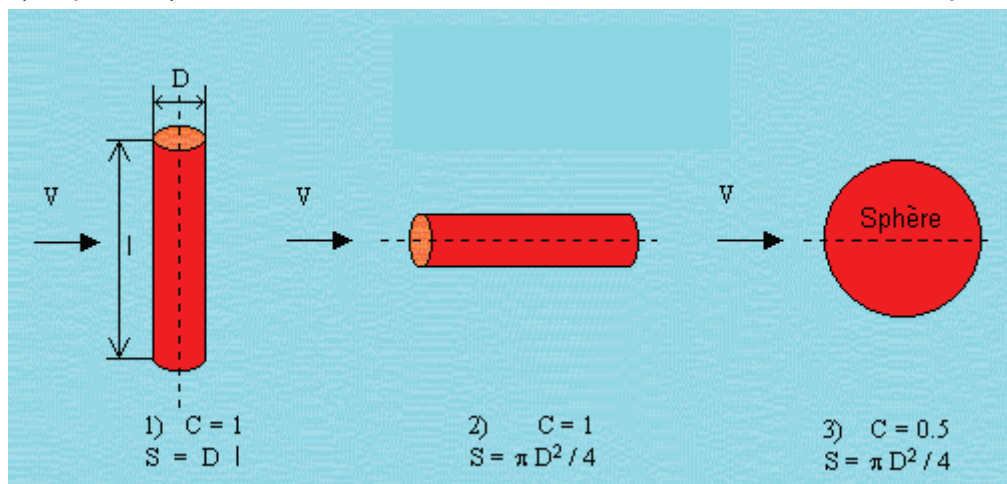
$$\vec{T} = 1/2 \rho C S |\vec{V}| \vec{V}$$

avec : $T$	Force de traînée en N
$\rho$	Masse volumique du fluide en $\text{Kg/m}^3$
$C$	Coefficient de traînée (sans dimension)
$S$	Section normale au courant en $\text{m}^2$
$V$	Vitesse du courant en m/s

#### Ordre de grandeur du coefficient de traînée

Nous ne nous intéresserons qu'à deux formes géométriques simples, le cylindre et la sphère. Nous donnons ci-dessous une valeur approchée du coefficient de traînée ainsi que la section normale à l'écoulement dans trois cas :

- 1) Cylindre dont l'axe est perpendiculaire à la direction du courant
- 2) Cylindre dont l'axe est dans la direction du courant
- 3) Sphère (dans ce dernier cas la direction du courant est sans importance).



**Figure 4 : Coefficient de traînée des cylindres et des sphères**

Les écoulements sont caractérisés par le nombre de Reynolds. Le coefficient de traînée varie avec ce nombre qui s'exprime :

Avec :

V : vitesse du courant en m/s,

D : dimension de l'élément qui peut être son diamètre en m,

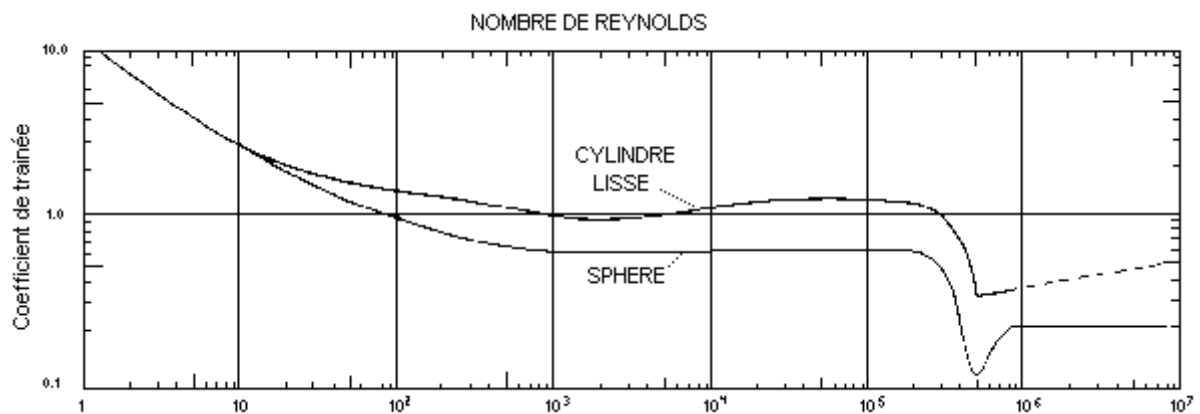
$\rho$  : masse volumique en Kg/m<sup>3</sup>,

$t$  : température en degrés Celsius,

$\mu$  : viscosité dynamique de l'eau en Poiseuilles (PI).

**Viscosité dynamique de l'eau de mer à pression atmosphérique en milli Poiseuille (mPI). La viscosité varie peu avec la pression.**

Salinité	TEMPERATURE						
	0	5	10	15	20	25	30
0	1.79	1.52	1.31	1.14	1.01	0.89	0.80
10	1.82	1.55	1.34	1.17	1.03	0.91	0.82
20	1.85	1.58	1.36	1.19	1.05	0.93	0.84
30	1.88	1.60	1.38	1.21	1.07	0.95	0.86
35	1.89	1.61	1.39	1.22	1.09	0.96	0.87



**Figure 5 : Coefficient de traînée d'un cylindre et d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds**

Théoriquement il existe un nombre de Reynolds critique aux environs de 2320. En dessous de cette valeur l'écoulement est laminaire, au-dessus, il est turbulent. Cela correspond à un léger minimum sur les courbes ci-dessus.

Un autre phénomène dû à la turbulence produit une diminution du coefficient de traînée lorsque le nombre de Reynolds dépasse  $2 \cdot 10^5$ . En ce qui concerne les lignes de mouillage, mis à part pour des éléments volumineux placés dans de forts courants, nous sommes en dessous de cette valeur.

Pour des nombres de Reynolds inférieurs à  $10^3$  les forces de traînée sont si faibles qu'elles n'ont pratiquement pas d'influence sur les mouillages.

Nous pouvons donc considérer que pour des nombres de Reynolds compris entre  $10^3$  et  $2 \cdot 10^5$  le coefficient de traînée est presque constant. Comme nous l'avons vu précédemment, son ordre de grandeur est de 1 pour un cylindre et 0.5 pour une sphère.

Figure 6 : COEFFICIENT DE TRAINEE DE PRESSION D'UN CABLE

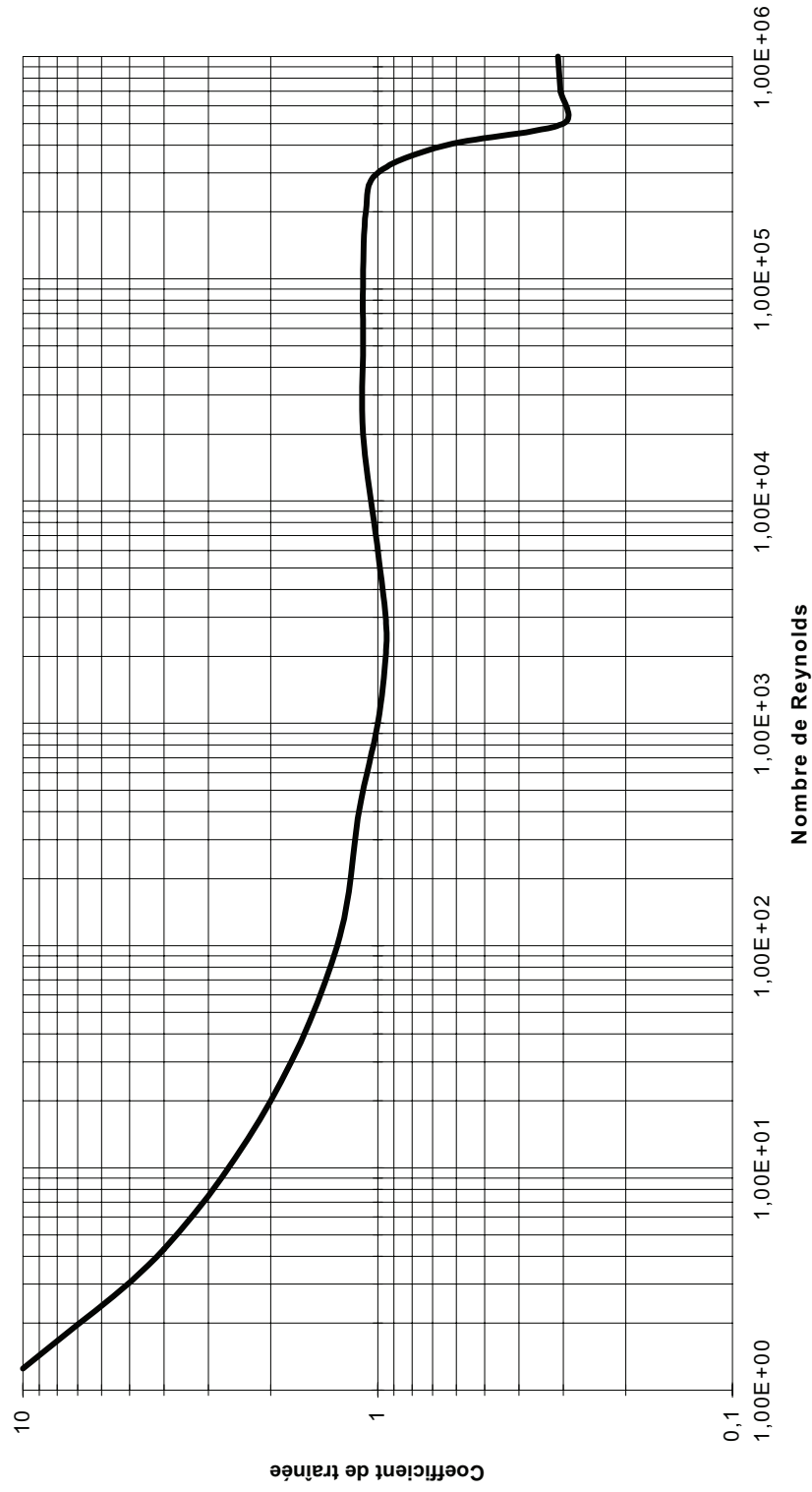
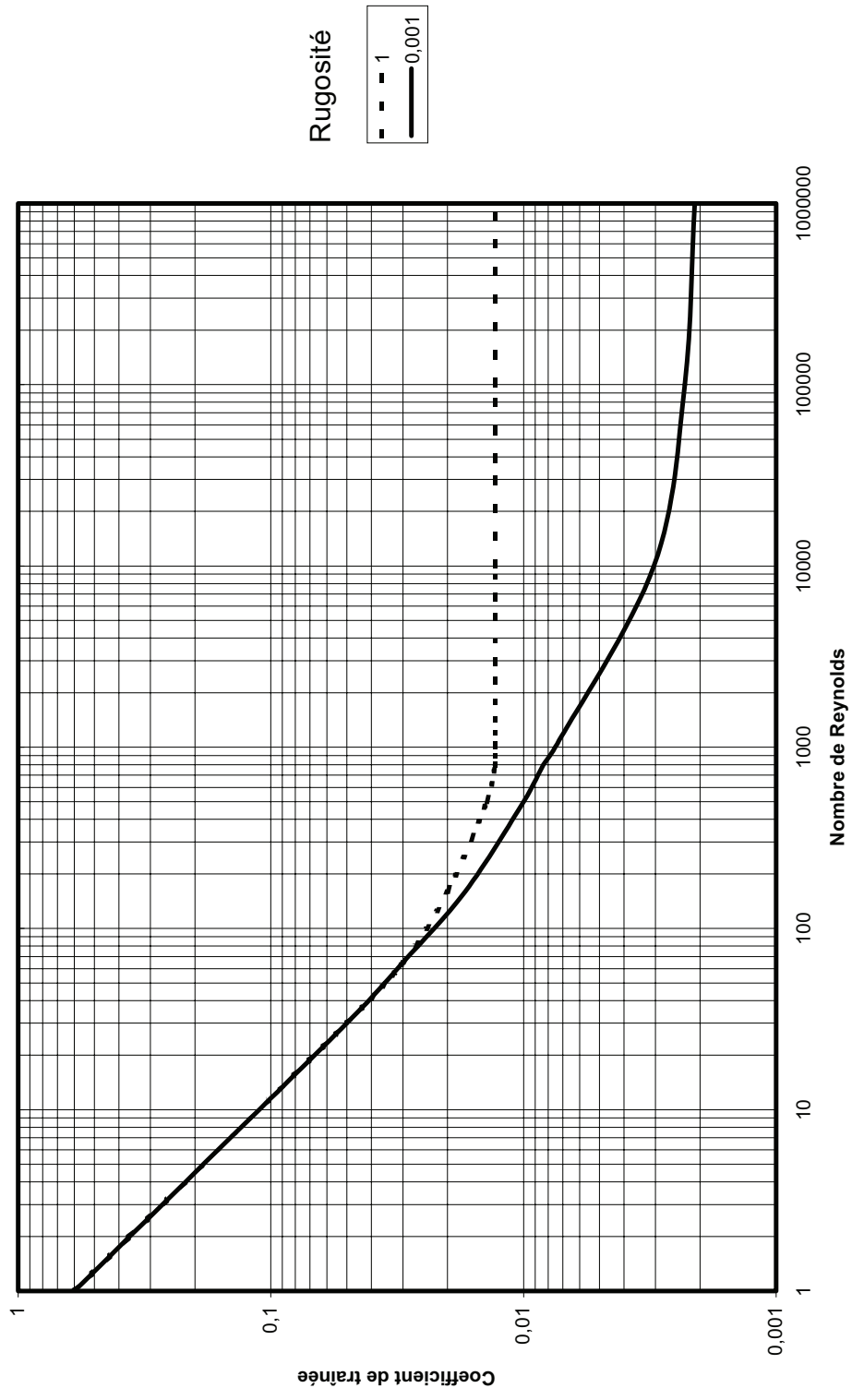


Figure 7 : COEFFICIENTS DE TRAINEE DE FRICTION DE CABLES



Comme nous l'avons dit, l'écoulement exerce sur l'objet une force de traînée  $T$

- Elle est due à la pression du fluide sur l'avant de l'objet et à la dépression à l'arrière de l'objet. Il s'agit de la traînée de pression  $T_p$ .

$$\vec{T}_p = \frac{1}{2} \rho C_p S |\vec{V}| \vec{V}$$

où  $C_p$  est le coefficient de traînée de pression.

- Elle est également due au frottement du fluide sur la surface de l'objet, c'est la traînée de frottement appelée aussi friction  $T_f$ .

$$\vec{T}_f = \frac{1}{2} \rho C_f S_m |\vec{V}| \vec{V}$$

où  $S_m$  est la surface de l'objet en contact avec le fluide en  $m^2$  que nous appelons « surface mouillée » et  $C_f$  est le coefficient de traînée de frottement. Ce coefficient varie avec l'état de surface de l'objet qui est défini par sa rugosité.

Nous avons donc :

$$\vec{T} = \vec{T}_p + \vec{T}_f$$

Généralement la traînée de pression est grande devant la traînée de friction et seule la première est prise en considération. Cependant dans certains cas, comme par exemple lorsqu'un bateau remorque un câble non pesant dans l'eau, la traînée de frottement est prépondérante. Dans ce cas nous avons :

$$\vec{T} \cong \vec{T}_f = \frac{1}{2} \rho C_f \pi D L |\vec{V}| \vec{V}$$

où  $D$  est le diamètre du câble et  $L$  sa longueur immergée.

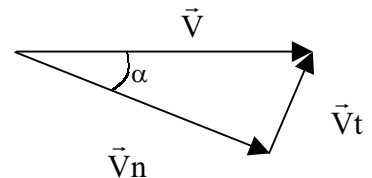
Le plus souvent le câble est oblique. Il forme un angle  $\alpha$  avec la verticale.

Regardons quelles sont les forces qui s'appliquent sur une portion de câble de longueur  $\Delta L$  et diamètre  $D$ .

Décomposons le vecteur vitesse du courant  $V$  en :

=> Un vecteur vitesse  $V_n$  normal à l'axe du câble et

=> Un vecteur vitesse  $V_t$  tangent au câble.



**Figure 8 : Décomposition du vecteur vitesse**

Nous trouvons 2 forces de traînée :

=> une de traînée de pression normale à l'axe du câble :

$$\bar{T}_n = \frac{1}{2} \rho C_p D \Delta L |\vec{V}_n| \vec{V}_n$$

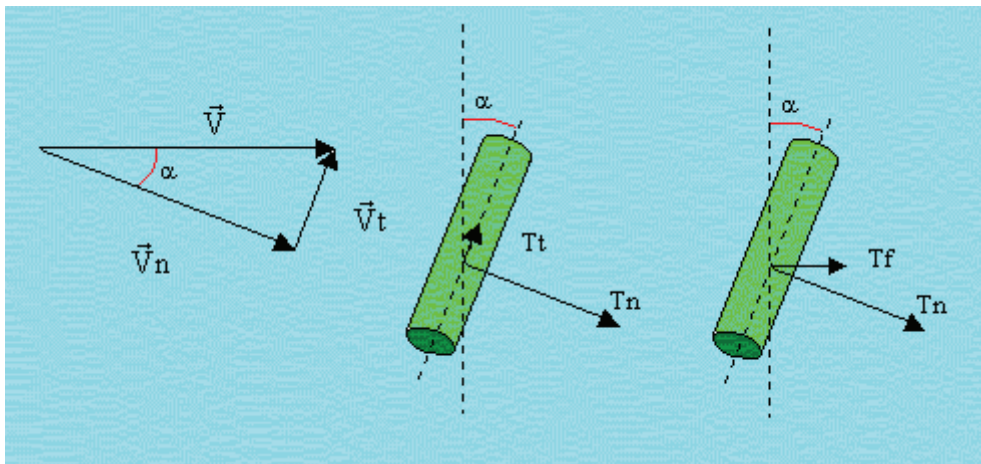
=> et d'après H. Berteaux une traînée de frottement axiale de même direction que  $\vec{V}_t$  :

$$\bar{T}_t = \frac{1}{2} \rho C_f \pi D \Delta L |\vec{V}_t| \vec{V}_t$$

ou, d'après S. F. Hoerner, une traînée de friction qui conserve la même direction que le courant :

$$\bar{T}_f = \frac{1}{2} \rho C_f \pi D \Delta L |\vec{V}| \vec{V}$$

Comme en général le câble est peu incliné et que le coefficient de traînée de friction est petit devant le coefficient de traînée de pression, la force de traînée de friction est faible en comparaison avec la traînée de pression.



**Figure 9 : Cas d'un cylindre incliné**



## - II . 2 - METHODE DE CALCUL UTILISEE PAR CALM

CALM (Conception Assistée des Lignes de Mouillage) est un logiciel qui permet de simuler le comportement des mouillages en deux dimensions et en statique.

Le programme calcule les forces qui s'exercent sur chaque élément de la ligne de mouillage, en commençant par l'élément le plus haut, généralement un flotteur, pour se terminer par le corps-mort. Il en déduit leur position. Lorsqu'il s'agit d'un élément souple comme un câble, une chaîne... il le sectionne en un nombre de segments tel qu'entre chacun d'eux la variation d'inclinaison soit de l'ordre du degré.

Pour chaque élément ou segment incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale, le logiciel décompose le vecteur vitesse du courant en deux composantes :

l'une normale à l'élément de module  $V_n = V \cos \alpha$   
 et l'autre tangente à l'élément de module  $V_t = V \sin \alpha$

Ces deux composantes génèrent deux forces  $T_n(i)$  et  $T_t(i)$ . Une autre force  $P(i)$  est due au poids dans l'eau du segment (ou à sa flottabilité). Ces forces se composent avec la tension au-dessus de l'élément  $F(i)$  pour donner une force résultante  $F(i+1)$  qui est la tension appliquée à l'élément inférieur «  $i+1$  ».

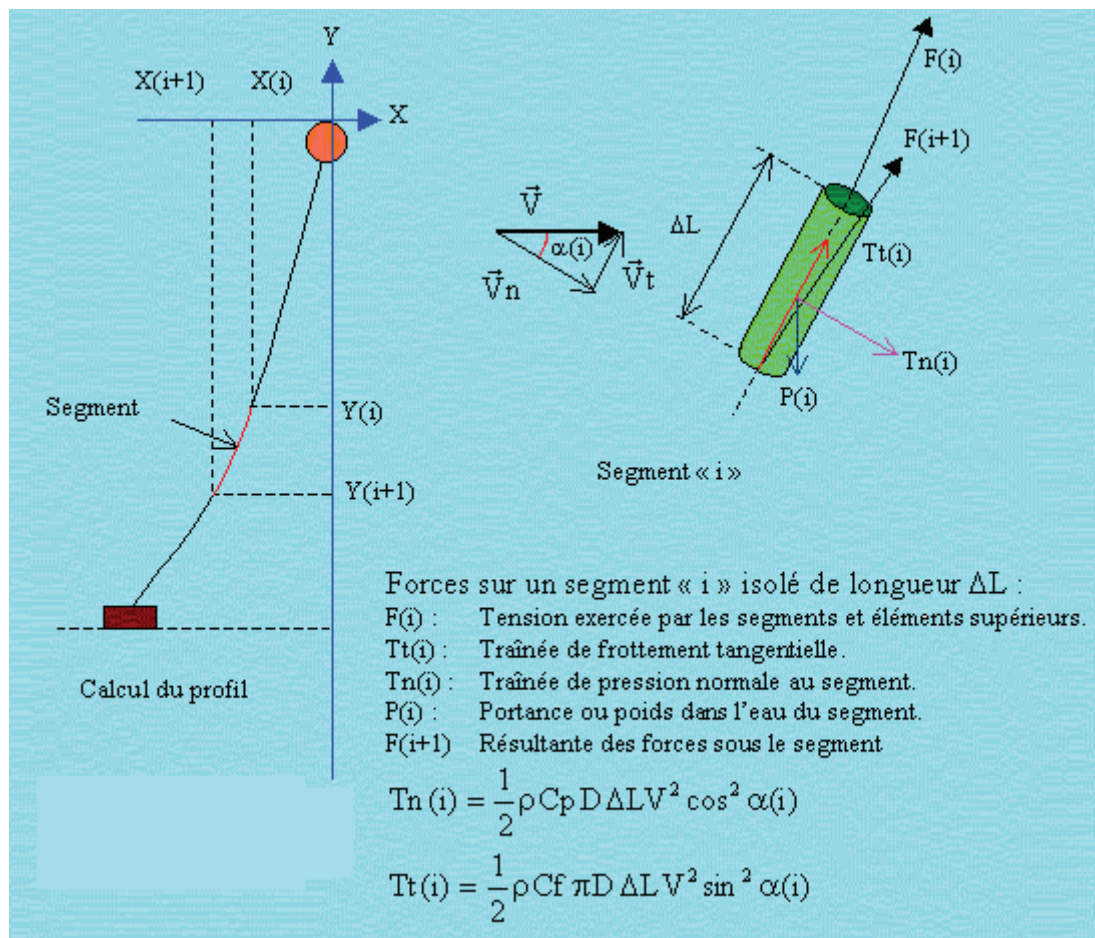


Figure 10 : Cas d'une ligne de mouillage

## CAS D'UN MOUILLAGE DE SUB-SURFACE

Dans un premier temps l'ordinateur considère que le courant est nul. Le mouillage est donc parfaitement vertical (figure 11A).

Ensuite, à partir des coordonnées de la bouée de surface qui servent de référence, le calcul est repris en tenant compte du courant réel.

La courbure de la ligne ne permet plus alors au corps-mort de toucher le fond (figure 11B). L'ensemble du mouillage est translaté vers le bas jusqu'à ce que le corps-mort soit sur le fond (figure 11C). Comme le courant n'est pas toujours homogène sur la verticale, le calcul est repris tant que l'erreur est supérieure à 2/10000.

## CAS D'UN MOUILLAGE DE SURFACE

Dans le cas d'une bouée de surface, la flottabilité utilisée  $F_u$  est ajustée au 1/1024 ième pour la maintenir en surface. Il existe en général une réserve de flottabilité correspondant à la différence entre la flottabilité totale de la bouée et la flottabilité utilisée. Mais dans ce cas, la traînée de la bouée n'est pas ajustée en fonction de son immersion. Elle est considérée comme totalement immergée.

Si l'utilisateur juge que l'erreur ainsi induite est trop importante, il peut introduire une autre force de traînée pour cette bouée, lorsqu'elle est ainsi immergée dans un courant de 1 m/s .

## ELEMENTS RIGIDES

Pour la plupart des mouillages, la traînée due aux éléments rigides est faible vis à vis de celle sur les éléments souples. En effet, si les coefficients de traînée sont du même ordre de grandeur dans ces deux cas, le rapport entre les sections qu'ils opposent au courant montre que l'influence des éléments souples est prépondérante, et cela d'autant plus que le mouillage est long. Les erreurs sur l'approximation de la traînée sur les éléments rigides auront donc moins d'influence que celles sur les éléments souples sur l'approche du comportement de la ligne de mouillage.

Nous distinguons 3 types d'éléments rigides selon que l'élément est une sphère, s'il s'incline avec la ligne de mouillage ou s'il est insensible à son inclinaison.

- Cas d'une sphère :

Le programme demande le diamètre de la sphère, puis propose un coefficient de train,  $C_x = .5$  .

Suivant les auteurs, il est possible de trouver des valeurs légèrement différentes allant de ".4" à ".6" . Nous avons retenu une valeur moyenne. Cette valeur reste constante pour des nombres de Reynolds allant de 1 000 à 200 000. Ce qui correspond aux conditions généralement rencontrées pour les mouillages : en dessous de 1 000, les courants sont si faibles qu'ils n'ont plus

d'influence significative sur la ligne et des valeurs dépassant 200 000 ne sont rencontrées que pour des courants assez forts.

Par exemple, dans le cas d'une sphère de 40 cm de diamètre, pour des courants supérieurs à 1 nœud. Il convient alors de modifier la valeur de  $C_x$  ; cette possibilité est offerte par le programme.

C'est à partir de ces données que sont calculées les valeurs de  $K_n$  et de  $K_t$ . Evidemment  $K_n = K_t$  , puisque, pour une sphère,  $C_x$  ne change pas avec la direction du courant.

#### ELEMENTS SENSIBLES A L'INCLINAISON DE LA LIGNE :

Leur traînée varie avec l'inclinaison de la ligne de mouillage. Nous distinguons 2 sortes d'éléments : ceux qui sont cylindriques et dont l'axe est incliné comme la ligne de mouillage et les autres pour lesquels on doit fournir les forces de traînée pour 1 m/s ; " $K_n$ " suivant la normale à la ligne et " $K_t$ " suivant l'axe de celle-ci.

Les cylindres :

Le coefficient de traînée normale à l'axe d'un élément de grande longueur est d'environ 1.2, celui de la traînée axiale d'environ 1, lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 10 000 et 200 000.

Ces coefficients de traînée sont ajustés en fonction du rapport entre la longueur du cylindre et son diamètre. Comme dans le cas de la sphère, lorsque le nombre de Reynolds dépasse 200 000 ce coefficient peut être retouché.

Autres :

Si l'on dispose de mesures de la traînée " $T$ " pour différentes vitesses " $V$ " il est possible de trouver les valeurs de  $K$  de l'élément.

$$K = \frac{\sum (T_i / V_i)}{\sum V_i}$$

Dans le cas contraire, il faut décomposer l'élément en plusieurs parties de géométrie simple pour lesquelles il est possible de trouver la traînée pour 1 m/s. la somme de ces traînées partielles donne une idée des traînées sur l'élément. Elles seront fournies au programme.

## ELEMENTS INSENSIBLES A L'INCLINAISON DE LA LIGNE DE MOUILLAGE:

Leur traînée est indépendante de l'inclinaison de la ligne de mouillage. C'est le cas, par exemple des courantomètres Aanderaa, tant que l'angle d'inclinaison de la ligne est inférieur à 27 degrés.

S'il s'agit d'un cylindre, seul le coefficient de traînée normale "Cn" intervient. Il est déterminé, comme dans le cas précédent. Pour que Vn et Vt aient le même effet il faut que  $K_n = K_t$ .

Dans le cas contraire, il nous faut estimer la traînée pour 1 m/s. Pour un courantomètre Aanderaa « RCM4 » ou « RCM5 » le constructeur donne :

V en m/s	0.51	1.03	1.54	2.06	2.57
T en Kg	1.03	2.45	4.98	10.56	20.60

D'où :  $K_n = K_t = 2.69 \text{ N}$

## ELEMENTS SOUPLES

Ce sont les bouts et les câbles ou les chaînes.

Câbles :

Dans ce premier cas, Il faut fournir la flottabilité pour un mètre de longueur et choisir une des trois possibilités suivantes :

- 1- Lisse tel que le Parafil, les câbles d'acier rilsanisé...
- 2- Rugueux dont la gaine extérieure est tressée.
- 3- Très rugueux tels ceux qui sont cordés, à 3 ou 4 torons.

Puis nous proposons 2 coefficients de traînée :

- "Cn", Coefficient de traînée normale à l'axe du câble,
- "Ct", Coefficient de traînée de friction tangente au bout, dont la valeur varie en fonction du choix précédent.

Une fois que le diamètre "d" du câble est fourni, le programme calcule les valeurs de  $K_n$  et de  $K_t$  pour 1 mètre de longueur ; elles sont :

$$K_n = \frac{1}{2} \rho D C_n \quad \text{et} \quad K_t = \frac{1}{2} \rho \pi D C_t$$

où  $D \times 1 \text{ m}$  est la section normale à l'axe du segment de 1 m de longueur unité et  $\pi D \times 1 \text{ m}$  est la surface mouillée de 1 m.

Chaînes :

Dans le cas des chaînes, une fois le diamètre fourni, le programme propose comme coefficients de traînée :  $C_n = 2.75$  et  $C_t = .46$

Ensuite, il calcule le poids, puis  $K_n$  et  $K_t$  pour 1 mètre de longueur en utilisant la même méthode que pour les câbles ou bouts. Les coefficients  $C_n$  et  $C_t$  ont été estimés en fonction de cette méthode de calcul.