电磁感应与电磁场基本理论

教学要求

1.掌握电流密度矢量和电动势的概念.

2.熟练掌握法拉第电磁感应定律，能根据定律解决实际问题.

3.能熟练掌握动生电动势的计算.

4.正确理解自感和互感现象，会计算自感和互感及自感电动势和互感电动势。

5.掌握磁场的能量和场能密度的计算。

6.掌握涡旋电场和位移电流的概念。理解变化磁场引起电场和变化电场引起磁场的两个基本规律，是电磁感应定律和安培环路定律相应的推广。掌握麦克斯韦方程组的积分形式。掌握电磁波的性质及波印廷矢量

一、基本概念

1.电流密度矢量（描述空间某点电流强弱及方向的物理量）

$$\vec{j} = \frac{dI}{ds_\perp}\vec{n} \Longrightarrow I = \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = \iint_S j\cos\theta dS$$

2.电源电动势（描述电源作功本领的物理量）

$$\varepsilon = \int_-^+ \vec{E}_K \cdot d\vec{l} \Longrightarrow \vec{E}_K = \frac{\vec{F}_K}{q}$$

♣ 动生电动势 $\varepsilon_{ab} = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

♣ 感生电动势 $\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$

♣ 自感电动势 $\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}$ $\xrightarrow{\text{自感系数}}$ $L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\phi_m}{I}$

♣ 互感电动势

$$\varepsilon_{12} = -M\frac{dI_2}{dt} \xrightarrow{\text{互感系数}} M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{N_1\phi_{12}}{I_2}$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

$$\varepsilon_{121} = -M\frac{dI_1}{dt} \qquad M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2\phi_{21}}{I_1}$$

3.涡旋电场（由变化磁场而激发的电场）

$$\oint \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oiint_S \vec{E}_k \cdot d\vec{s} = 0$$

4.位移电流（由变化的电场激发的等效电流）

$$I_d = \frac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} \xrightarrow{\text{位移电流密度}} \vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

5. 能量密度（描述空间某点能量分布）

$$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2\mu}B^2$$

6. 磁场的能量（描述体积V中储存的能量）

$$W_m = \iiint_V w_m dV = \iiint_V \frac{1}{2\mu}B^2 dV \longrightarrow W_m = \frac{1}{2}LI^2$$

7.麦克斯韦方程组（电磁场的基本理论）

$$\oint\!\!\!\oint_s \vec{D}\cdot d\vec{s} = \sum q_0 \qquad \oint\!\!\!\oint_s \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \qquad \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_0 + \iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\nabla\cdot\vec{D} = \rho_0 \qquad \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B} = 0 \qquad \nabla\times\vec{H} = \vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_r\mu_0\vec{H}$$

$$\vec{j}_0 = \sigma\vec{E}$$

8. 玻印廷矢量（描述电磁波的能量传播特点）

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$$

二、基本定律

1. 法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt} \xrightarrow{\Psi = N\Phi_m}$$

负号表明方向

$$I_i = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

$$q = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

2．楞次定律：

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）．

电磁感应

定律

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

楞次定律

麦氏方程组

$$\oint\!\!\oint_s \vec{D}\cdot d\vec{s} = \sum_i q_{i0} \qquad \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$$

$$\oint\!\!\oint_s \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 \qquad \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0 + \iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$$

电动势

$$\varepsilon_{AB} = \int_A^B (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} \qquad \varepsilon_i = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt} \qquad \varepsilon_{21} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

其它计算

$$L = \frac{\Psi}{I} \qquad M = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$$

$$\omega_m = \frac{1}{2}BH \qquad W_m = \iiint_V \omega_m dV \qquad W_m = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} \qquad \vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

三、基本运算：

1. 感应电动势的计算

2. 自感系数和互感系数的计算

3. 磁场能量的计算

4. 电磁理论相应物理量的计算

5. 综合性物理量计算

四、典型例题：

一、单选题

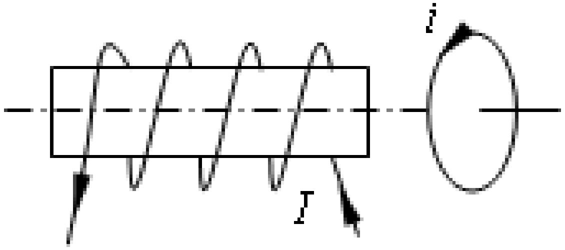
1．如图所示，一载流螺线管的旁边有一圆形线圈，欲使线圈产生图示方向的感应电流，下列哪一种情况可以做到

A．载流螺线管向线圈靠近.

B．载流螺线管离开线圈.

C．载流螺线管中电流增大.

D．载流螺线管中插入铁芯.



B

2．尺寸相同的铁环与铜环所包围的面积中，通以相同变化率的磁通量，当不计环的自感时，环中

A．感应电动势不同, 感应电流不同.

B．感应电动势相同, 感应电流相同.

C．感应电动势不同, 感应电流相同.

D．感应电动势相同, 感应电流不同.

D

3. 半径为R的圆线圈置于磁感强度为$\vec{B}$的均匀磁场中，线圈平面与磁场方向垂直，线圈电阻为r；当把线圈转动使其法向与$\vec{B}$的夹角θ=60°时，线圈中通过的电荷与线圈面积及转动所用的时间的关系是

A．与线圈面积成正比，与时间无关.

B．与线圈面积成正比，与时间成正比.

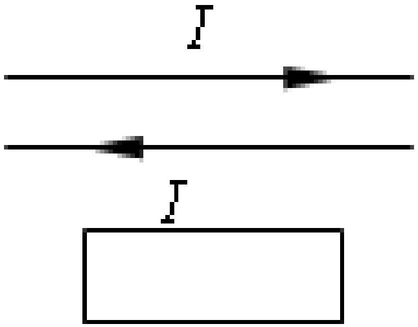
C．与线圈面积成反比，与时间成正比.

D．与线圈面积成反比，与时间无关.

A

4. 如图所示，两根无限长平行直导线载有大小相等方向相反的电流*I*，并各以 $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ 的变化率增长，一矩形线圈位于导线平面内，则

A. 线圈中无感应电流.
B. 线圈中感应电流为顺时针方向.
C. 线圈中感应电流为逆时针方向.
D. 线圈中感应电流方向不确定.



B.

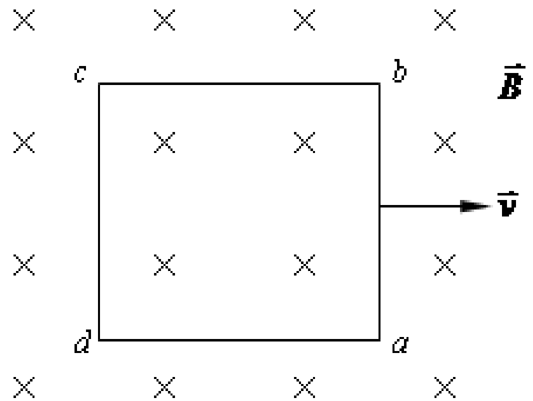
5. 如题图所示，正方形线圈*abcd*处于匀强磁场 $\vec{B}$ 中，以水平速度 $\vec{v}$ 向右运动，以ε_{ab}表示边上的感应电动势，以ε表示正方形线圈的感应电动势，则

A. $\varepsilon_{ab}=0 \quad \varepsilon=0$

B. $\varepsilon_{ab}=0 \quad \varepsilon\neq 0$

C. $\varepsilon_{ab}\neq 0 \quad \varepsilon=0$

D. $\varepsilon_{ab}\neq 0 \quad \varepsilon\neq 0$



C.

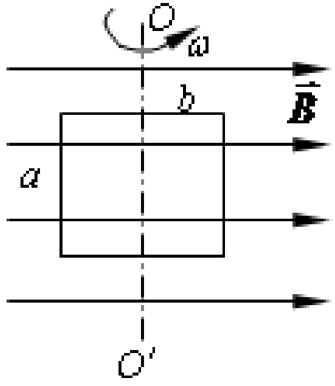
6. 一闭合正方形线圈放在均匀磁场中，绕通过其中心且与一边平行的oo'转轴转动，转轴与磁场方向垂直，转动角速度为ω，如图所示．用下述哪一种办法可以使线圈中感应电流的幅值增加到原来的两倍（导线的电阻不能忽略）？

A．把线圈的匝数增加到原来的两倍．

B．把线圈的面积增加到原来的两倍，而形状不变．

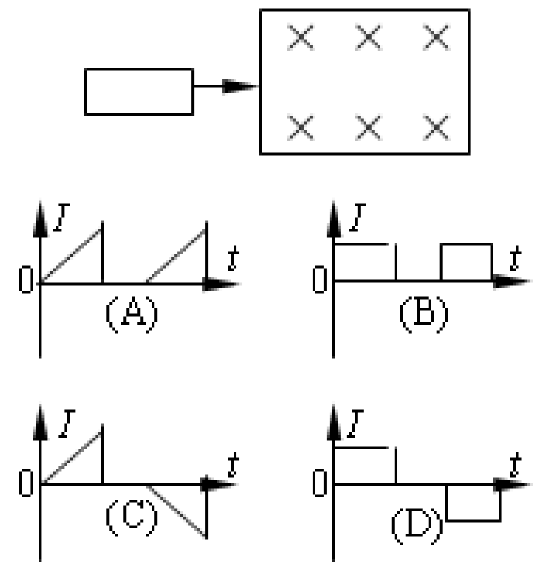
C．把线圈切割磁力线的两条边增长到原来的两倍．

D．把线圈的角速度ω增大到原来的两倍．



D

7. 如图所示，一矩形线圈，以匀速自无场区平移进入均匀磁场区，又平移穿出．在（A）、（B）、（C）、（D）各 $I\sim t$ 曲线中哪一种符合线圈中的电流随时间的变化关系（取逆时针指向为电流正方向，且不计线圈的自感）？

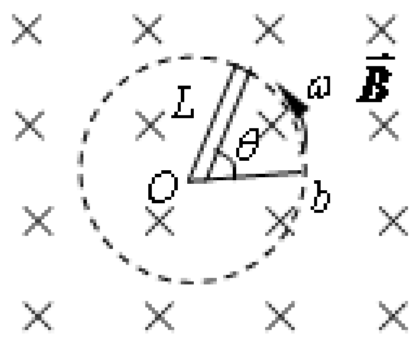


D

8． 一根长度为L的铜棒，在均匀磁场 中以匀角速度ω绕通过其一端的定轴旋转着，$\vec{B}$ 的方向垂直铜棒转动的平面，如图所示．设 t=0时，铜棒与成θ角（为铜棒转动的平面上的一个固定点），则在任一时刻这根铜棒两端之间的感应电动势是

A. $\frac{1}{2}\omega L^2 B$ **B.** $\frac{1}{2}\omega L^2 B\cos\omega t$

C. $2\omega L^2 B\cos(\omega t+\theta)$ **D.** $\omega L^2 B$

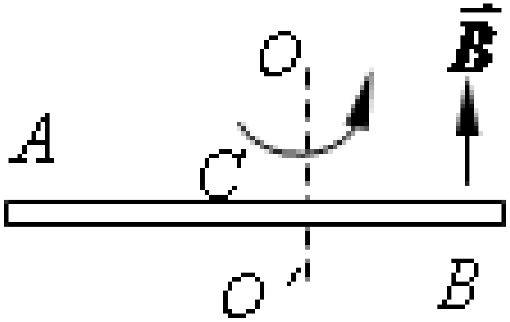


A.

9 . 如图所示，导体棒*AB*在均匀磁场中绕通过*C*点的垂直于棒长且沿磁场方向的*oo*'轴转动（角速度 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{B}$ 同方向），*BC*的长度为棒长的1/3，则

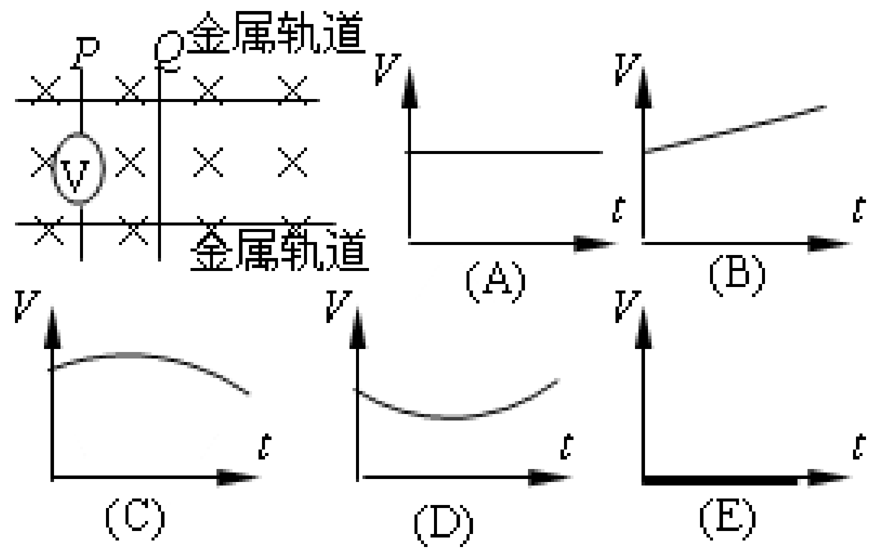
A. *A*点比*B*点电势高.　　B. *A*点与*B*点电势相等.

C. *A*点比*B*点电势低.　　D. 有稳恒电流从*A*点流向*B*点.



A

10. 两条金属轨道放在均匀磁场中．磁场方向垂直纸面向里，如图所示．在这两条轨道上垂直于轨道架设两条长而刚性的裸导线*P*与*Q*．金属线*P*中接入一个高阻伏特计．令导线*Q*保持不动，而导线*P*以恒定速度平行于导轨向左移动．（A）—（E）各图中哪一个正确表示伏特计电压与时间的关系？

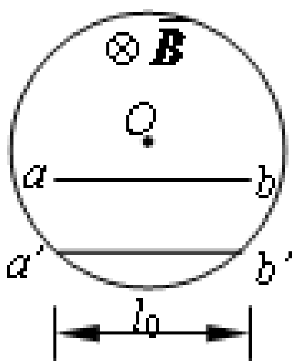


A

11．在圆柱形空间内有一磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，如图所示， $\vec{B}$ 的大小以速率 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 变化．有一长度为l_0的金属棒先后放在磁场的两个不同位置**1**（*ab*）和**2**（*a'b'*），则金属棒在这两个位置时棒内的感应电动势的大小关系为

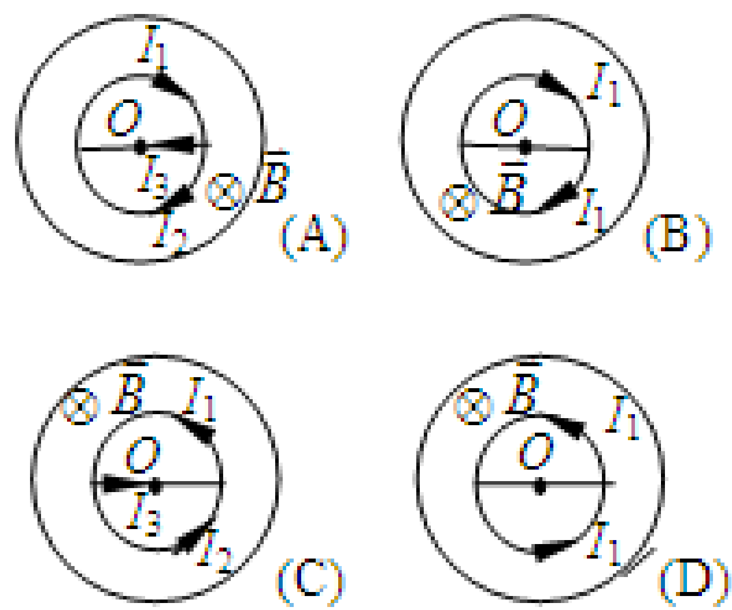
A. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \neq 0$　　**B.** $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$

C. $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$　　**D.** $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$



B.

12．用导线围成如图所示的回路（以O点为心的圆，加一直径），放在轴线通过O点垂直于图面的圆柱形均匀磁场中，如磁场方向垂直图面向里，其大小随时间减小，则感应电流的流向为



B

13．有两个线圈，线圈1对线圈2的互感系数为M_{21}，而线圈2对线圈1的互感系数为M_{12}．若它们分别流过i_1和i_2的变化电流且 $\left|\frac{di_1}{dt}\right| > \left|\frac{di_2}{dt}\right|$，并设由$i_2$变化在线圈1中产生的互感电动势为$\varepsilon_{12}$，由$i_1$变化在线圈2中产生的互感电动势为$\varepsilon_{21}$，判断下述哪个论断正确

A． $M_{12} = M_{21}$ ， $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$ ．

B． $M_{12} \neq M_{21}$ ， $\varepsilon_{12} \neq \varepsilon_{21}$ ．

C． $M_{12} = M_{21}$ ， $\varepsilon_{12} < \varepsilon_{21}$ ．

D． $M_{12} = M_{21}$ ， $\varepsilon_{12} > \varepsilon_{21}$ ．

C.

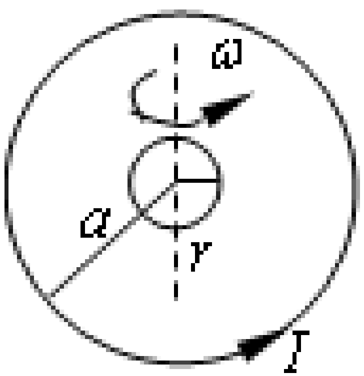
14．如图所示，一半径为r的很小的金属圆环，其电阻为R。在初始时刻与一半径为a（$r \ll a$）的大金属圆环共面且同心．在大圆环中通以恒定的电流I，如果小圆环以匀角速度ω绕其任一方向的直径转动，设任一t时刻小圆环的电流为$i(t)$，则该时刻大圆环中的感应电动势ε满足

A．0

B．常数

C．$\varepsilon = -M\dfrac{di}{dt}$

D．$\varepsilon = \varepsilon(t)$



D.

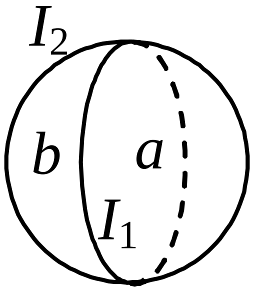
15. 如图所示，两个环形线圈a、b互相垂直放置，当它们的电流I_1和I_2同时发生变化时，则（　　）

A．a中产生自感电流，b中产生互感电流

B．b中产生自感电流，a中产生互感电流

C．a、b中同时产生自感和互感电流

D．a、b中只产生自感电流，不产生互感电流



D

16．真空中一根无限长圆柱体上通电流I（I均匀分布），其半径为R。则距导线垂直距离为a（$a>R$）的空间某点处的磁能密度为

A. $\frac{1}{2}\mu_0(\frac{\mu_0 I}{2\pi a})^2$　　B. $\frac{1}{2\mu_0}(\frac{\mu_0 I}{2\pi a})^2$

C. $\frac{1}{2}(\frac{2\pi a}{\mu_0 I})^2$　　D. $\frac{1}{2\mu_0}(\frac{\mu_0 I}{2a})^2$

B.

17．有两个长直密绕螺线管，长度及线圈匝数均相同，半径分别为r_1和r_2．管内充满均匀介质，其磁导率分别为μ_1和μ_2．设 $r_1:r_2=1:2$， $\mu_1:\mu_2=2:1$ 当将两只螺线管串联在电路中通电稳定后，其自感系数 $L_1:L_2$ 之比与磁能之比 $W_{m1}:W_{m2}$ 分别为

A．$L_1:L_2=1:1$，$W_{m1}:W_{m2}=1:1$

B．$L_1:L_2=1:2$ ，$W_{m1}:W_{m2}=1:1$

C．$L_1:L_2=1:2$ ，$W_{m1}:W_{m2}=1:2$

D．$L_1:L_2=2:1$ ，$W_{m1}:W_{m2}=2:1$

C.

18、一长直螺线管长为L，共有匝N，通有电流I，磁场能量密度为w_m，贮存的总磁能为W_m.若将其长度拉长为原来2倍，其它参数不变，则磁场能量密度和总磁能分别为

A. $w_m/2$ 和 $W_m/2$　　B. $w_m/4$ 和 $W_m/2$

C. $w_m/2$ 和 W_m　　D. $w_m/4$ 和 W_m

B

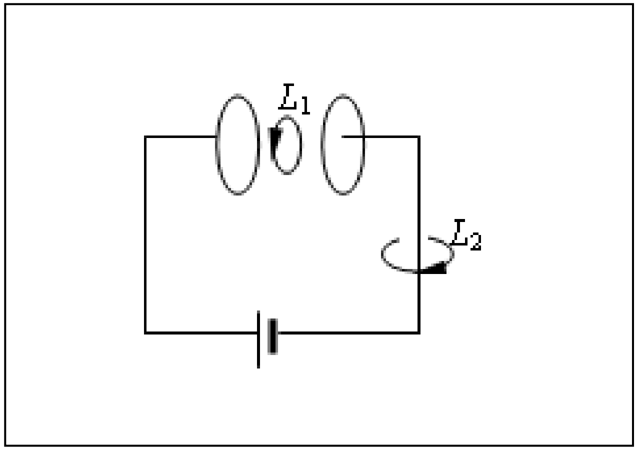
19. 如图所示，平板电容器（忽略边缘效应）充电时，沿环路L_1的磁场强度 $\vec{H}$ 的环流与沿环路L_2的磁场强度 $\vec{H}$ 的环流两者，必有

A. $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} > \oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l}$

B. $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l}$

C. $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} < \oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l}$

D. $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$



C

20．有一平行板电容器，两极均是半径为*R*的圆板，将它连接到一个交变电源上，极板上的电荷按规律 $Q = Q_0 \sin \omega t$ 随时间变化，略去边缘效应，电容器极板间的位移电流密度为

A. $\dfrac{Q_0 \omega \cos \omega t}{\pi R^2}$

B. $Q_0 \omega \cos \omega t$

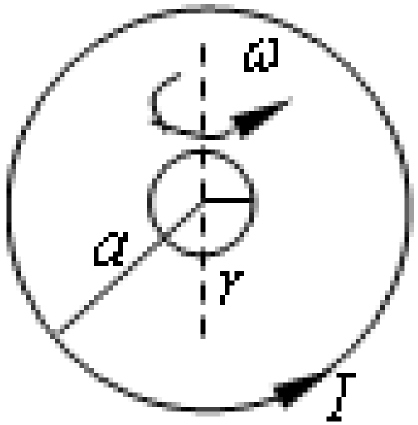
C. $\dfrac{Q_0 \omega \sin \omega t}{\pi R^2}$

D. $Q_0 \omega \sin \omega t$

A.

二、填空题

1．如图所示，一半径为*r*的很小的金属圆环，在初始时刻与一半径为*a*（$r<<a$）的大金属圆环共面且同心．在大圆环中通以恒定的电流*I*，方向如图．如果小圆环以匀角速度ω绕其任一方向的直径转动，并设小圆环的电阻为*R*，则任一时刻小圆环中的感应电流*i*=__________．

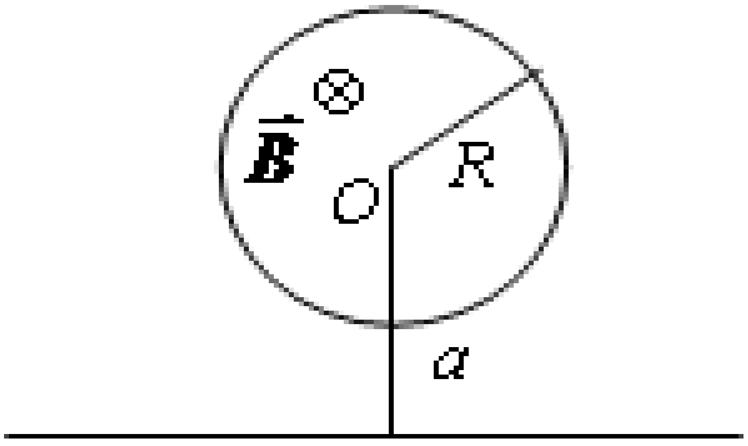


$$i=\frac{\mu_0 I\omega\pi r^2}{2Ra}\sin\omega t$$

2．一半径 r=10cm的圆形回路放在B=0.8T的均匀磁中．回路平面与$\vec{B}$垂直．当回路半径以恒定速率 $\dfrac{dr}{dt}=80$ cm/s 收缩时，回路中感应电动势的大小ε =____________ V．

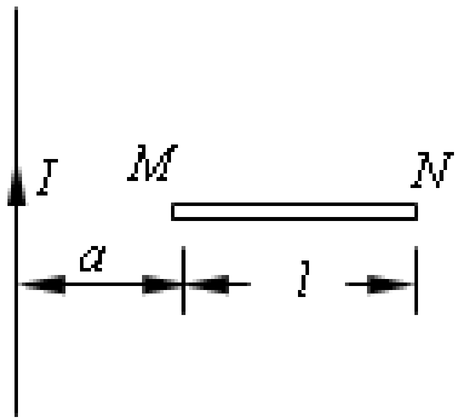
0.40V

3．在半径为R的圆柱形空间内，存在磁感强度为$\vec{B}$的均匀磁场，$\vec{B}$的方向与圆柱的轴线平行．有一无限长直导线在垂直圆柱中心轴线的平面内，两线相距为a，$a > R$，如图所示。已知磁感强度随时间的变化率为dB/dt，则长直导线中的感应电动势ε=________．



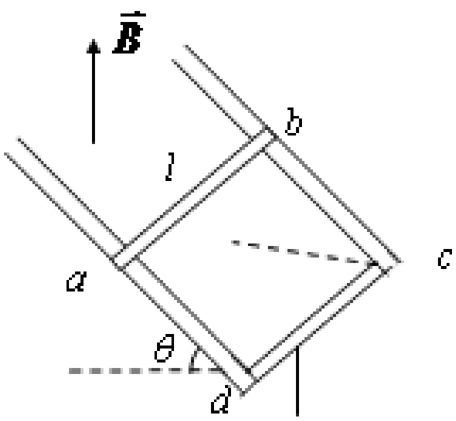
$$\varepsilon = -\frac{1}{2}\pi R^2 \, dB/dt$$

4．如图所示，一段长度为 l 的直导线MN，水平放置在载电流为I 的竖直长导线旁与竖直导线共面，并从静止由图示位置自由下落，则t秒末导线两端的电势差__________．



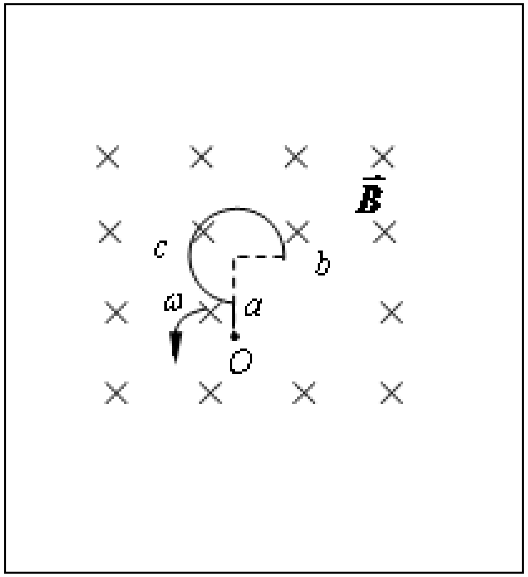
$$-\frac{\mu_0 Ig}{2\pi}t\ln\frac{a+l}{a}$$

5．一根长为l，质量为m，电阻为R 的导线ab沿两平行的导电轨道无摩擦下滑，如图所示．轨道平面的倾角为θ，导线ab与轨道组成矩形闭合导电回路$abcd$．整个系统处在竖直向上的均匀磁场中，忽略轨道电阻．则ab导线下滑所达到的稳定速度v = __________ ．



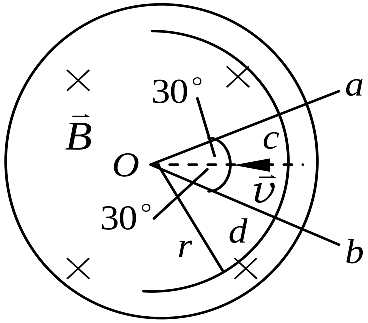
$$v=\frac{mgR\sin\theta}{B^2l^2\cos^2\theta}$$

6．一导线被弯成如图所示形状，*acb*为半径为*R*的四分之三圆弧，直线段*Oa*长为*R*．若此导线放在匀强磁场 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 的方向垂直图面向内．导线以角速度*ω*在图面内绕*O*点匀速转动，则此导线中的动生电动势________，电势最高的点是____________________．



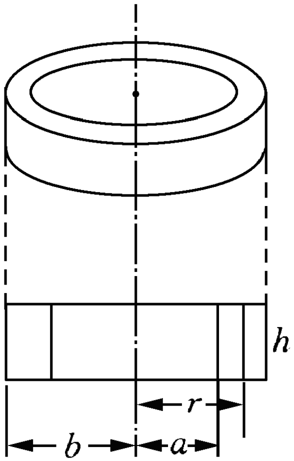
$\frac{5}{2}B\omega R^2$　　*O*

7. 在垂直图面的圆柱形空间内有一随时间均匀变化的匀强磁场，其磁感强度的方向垂直图面向里．在图面内有两条相交于*O*点夹角为60º的直导线*Oa*和*Ob*，而*O*点则是圆柱形空间的轴线与图面的交点．此外，在图面内另有一半径为*r*的半圆环形导线在上述两条直导线上以速度 *v* 匀速滑动．$\vec{v}$的方向与∠*aOb*的平分线一致，并指向点*O*（如图）．在时刻*t*，半圆环的圆心正好与*O*点重合，此时磁感强度的大小为*B*，磁感强度大小随时间的变化率为*k*（*k*为正数）．则此时半圆环导线与两条直线所围成的闭合回路中的感应电动势ε =______________.



$r(vB-\pi rk/6)$

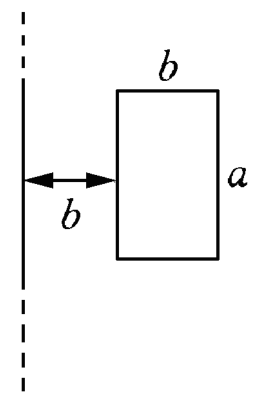
8. 一矩形截面的螺绕环如图所示，共有N匝．此螺线环的自感系数为L =________．



$$\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

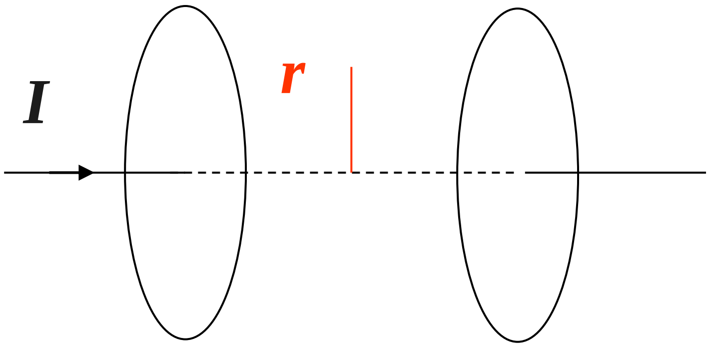
9．如图所示，一矩形线圈长为a=20cm，宽为b=10cm，由100匝表面绝缘的导线绕成，放在一无限长导线的旁边且与线圈共面．线圈间与长直导线间的互感系数为____________H．

($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A)



2.8×10^{-6}

10. 一平行板电容器的两极板都是半径为R的圆导体片，在充电时，其中电场强度的变化率为dE/dt，则 r （r<R）处的磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小为________.



$$B = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{2} r \frac{dE}{dt}$$